1. Найдите решение системы линейных уравнений по правилу Крамера и матричным методом (с использованием обратной матрицы):

1. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - 2x_2 3x_3 = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - 4x_2 - 8x_3 = 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 18x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = -1 \\ -10x_1 + 12x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x_1 + 12x_2 - 5x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$

9. $\begin{cases} -10x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ 8x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 8x_2 + x_3 = 1 \\ 6x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 6x_1 + 12x_2 + 7x_3 = 3 \\ -3x_1 - 5x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$

12. $\begin{cases} -x_1 + 7x_2 + 5x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1 \\ 5x_1 + 7x_2 + 12x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2x_1 - x_2 + 5x_3 = -1 \end{cases}$

15. $\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -2 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 6x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ 8x_2 - x_3 = 1 \\ -4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1 \\ -7x_1 + 6x_2 - 10x_3 = 1 \\ -4x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$

20. $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -2x_1 + 10x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 = -1 \end{cases}$

22. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 0 \\ 3x_1 + 20x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$

24. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 6x_1 + 9x_2 + x_3 = 1 \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 7x_3 = -1 \\ 13x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

26. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 1 \\ 8x_1 - 5x_2 + 11x_3 = 1 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

28. $\begin{cases} -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = -1 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

29. $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ -5x_1 + 3x_2 + 8x_3 = -1 \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$

30. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -1 \end{cases}$

2. С помощью теоремы Кронекера-Капелли исследуйте совместность системы линейных уравнений. В случае совместности найдите общее решение методом Гаусса.

1. $\begin{cases} 11x_1 + 3x_2 - 13x_3 - x_4 = 36 \\ -4x_1 - 2x_2 + 7x_3 - x_4 = -19 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -2 \\ 19x_1 + 5x_2 - 22x_3 - 2x_4 = 61 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 36 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 7x_1 + 23x_2 - 48x_3 - 9x_4 = -19 \\ 3x_1 + 7x_2 - 12x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 23 \\ x_1 + 4x_2 - 9x_3 - 2x_4 = -7 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \\ 20x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 12 \\ 10x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 8x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 12x_3 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = -2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 7x_3 + x_4 = 19 \\ 13x_1 + 3x_2 - 14x_3 - 2x_4 = 39 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 19x_1 - 21x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 18 \\ 7x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 0 \\ 13x_1 - 12x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 9x_1 + 31x_2 - 66x_3 - 13x_4 = -33 \\ 3x_1 + 8x_2 - 15x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 12x_3 - 3x_4 = -13 \\ 5x_1 + 18x_2 - 39x_3 - 8x_4 = -23 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 13x_1 - 12x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 9 \\ 8x_1 - 7x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ 11x_1 - 9x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 7x_1 + 16x_2 + 10x_3 - 29x_4 = -1 \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 12x_4 = 3 \\ 3x_1 - 12x_2 - 2x_3 + 19x_4 = -13 \\ 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = -7 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 9x_4 = 0 \\ x_1 + 25x_2 + 9x_3 - 42x_4 = 15 \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 12x_4 = 3 \\ x_1 + 10x_2 + 4x_3 - 17x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 8x_4 = 5 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$

15. $\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ 7x_1 - 3x_2 - 12x_3 + 2x_4 = -21 \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$

16. $\begin{cases} -13x_1 + 3x_2 + 21x_3 - 5x_4 = 30 \\ 7x_1 - 3x_2 - 12x_3 + 2x_4 = -21 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4 = -12 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 29x_3 + 3x_4 = -5 \\ x_1 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 8x_3 + x_4 = -1 \\ -4x_4 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 17 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = -5 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = -10 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 14x_2 - 7x_3 - 21x_4 = 21 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = -4 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 - 9x_4 = 13 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 36x_3 + 7x_4 = 1 \\ 6x_1 + x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -5 \\ 10x_1 + 2x_2 + 12x_3 - x_4 = -7 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 4x_1 + 34x_2 - 15x_3 - 57x_4 = 65 \\ 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 - 15x_4 = 19 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = -4 \\ x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 12x_4 = 14 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 8x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 15 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 2x_4 = -17 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 22x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 15 \\ 8x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 10x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3 \\ 14x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 9 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x_1 + 9x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 29 \\ 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 15 \\ 2x_1 - 9x_2 + 6x_3 + x_4 = -13 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 - x_4 = -10 \end{cases}$

26. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 9x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 7 \\ x_1 + 4x_2 - 11x_3 - 3x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 12x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 7x_1 + 16x_2 + 10x_3 - 19x_4 = 41 \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 9x_4 = 9 \\ 3x_1 - 12x_2 - 2x_3 + 17x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 - x_3 + 10x_4 = 4 \end{cases}$

28. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 5x_5 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 8x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$

29. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 13 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 18 \\ 3x_1 + 4x_2 - 9x_3 - 4x_4 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$

30. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 15x_3 + 3x_4 = -5 \\ x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 9 \\ 13x_1 + 5x_2 - 19x_3 - x_4 = 53 \\ 7x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 15 \\ x_1 - 3x_2 + 29x_3 + 5x_4 = -23 \end{cases}$

3. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 2. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 4. $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ 6. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 8. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$ 10. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

11. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 12. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 8 \end{pmatrix}$ 14. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

15. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -10 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 16. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ 18. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -2 & -5 & -9 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

19. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -6 & 2 & 6 \\ 6 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ 20. $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$

21. $A = \begin{pmatrix} 6 & -12 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -4 & 12 & 3 \end{pmatrix}$ 22. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

23. $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 0 \\ -2 & -5 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 24. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

25. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 26. $A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

27. $A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -4 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -12 & 6 \end{pmatrix}$ 28. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -4 & -12 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

29. $A = \begin{pmatrix} 10 & -3 & -9 \\ -18 & 7 & 18 \\ 18 & -6 & -17 \end{pmatrix}$ 30. $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & -6 & -10 \end{pmatrix}$