Высшая математика

Лисид Лаконский

December 2022

Содержание

1 Высшая математика - 13.12.2022

1.1 Функции нескольких переменных

Определение 1 *Если заданы два непустых множества D и G и каждому элементу M множества D по определенному правилу ставится в соответствие один и только один элемент множества G, то говорят, что на области определения задана функция со множеством значений G*

Область определения представляет собой часть координатной плоскости, ограниченной плоской кривой.

$$Z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \Longleftrightarrow Z^2 = 1 - x^2 - y^2, 1 - x^2 - y^2 \geq 0 \Longleftrightarrow x^2 + y^2 \leq 0$$

Определение 2 *Линией уровня функции двух переменных называется линия на координатной плоскости, где функция сохраняет постоянное значение*

Определение 3 *Поверхностью уровня функции двух переменных называется поверхность, в точках которых функция сохраняет постоянное значение*

$f = \frac{y}{x}, \frac{y}{x} = c \Longleftrightarrow y = cx$ — линия уровня плоскости.

1.1.1 Частные производные

Пример 1

$\frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y}$, если $z(x,y) = \frac{x}{3y+2x^2}$ в т. $V(1,0)$
$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{1(3y+2x^2)-x(4x)}{(3y+2x^2)^2} = \frac{3y-2x^2}{9y^2+12x^2y+4x^4}$
$\frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y} = \frac{3(9y^2+12x^2y+4x^4)-(3y-2x^2)(18y+12x^2)}{(9y^2+12x^2y+4x^4)^2} = \frac{3*4-(-2)*12}{16} = \frac{9}{4}$

Пример 2

Найти $\frac{\delta x}{\delta y}$ для $x^2 + 2xyz - \frac{z}{x} - 2yz^2 = 0$ в т. $M(2;0;8)$
$\frac{\delta f}{\delta y} = 2xz - 2z^2$; $\frac{\delta f}{\delta z} = 2zy - \frac{1}{x} - 4yz$; $\frac{\delta f}{\delta x} = 2x + 2yz - \frac{(x-z)}{x^2}$
$\frac{\delta z}{\delta y} = \frac{\frac{-\delta f}{\delta y}}{\frac{\delta f}{\delta z}}$

Пример 3

Найти $\frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y}$, если $z(x,y) = \frac{x^2}{x-26}$ в т. $M(1;0)$
$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{(x^2)' * (x-2y) - x^2(x-2y)'}{(x-2y)^2} - \frac{2x*(x-2y)-x^2}{(x-2y)^2} = \frac{2x^2-4xy}{(x-2y)^2}$
$\frac{\delta^2 z}{\delta x}\delta y = \frac{(2x^2-4xy)'*(x-2y)^2-(2x^2-4xy)((x-2y)^2)'}{(x-2y)^4} =$
$\frac{(-4)*(x-2y)^2-(2x^2-4xy)*(x^2-4xy+4y^2)'}{(x-2y)^2} = \frac{-4-2*(-4)}{1} = -4 + 8 = 4$