

Высшая математика

Лисид Лаконский

November 2022

Содержание

1	Высшая математика - 09.11.2022	2
1.1	Разбор контрольной работы	2
1.1.1	Первое задание	2
1.1.2	Второе задание	2
1.1.3	Третье задание	2
1.1.4	Четвертое задание	2
1.1.5	Пятое задание	2
1.1.6	Седьмое задание	2

1 Высшая математика - 09.11.2022

1.1 Разбор контрольной работы

Семь заданий в варианте, решается шесть заданий, потому что шестое задание - то, что не рассказывается на лекциях.

1.1.1 Первое задание

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+n+1}}{3n^2-2\sqrt{n+2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n^3}+\frac{1}{n^4}}{3-2\sqrt{\frac{1}{n^3}+\frac{2}{n^4}}} = \frac{1}{3}$$

1.1.2 Второе задание

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2}{n\sqrt{n}+\sqrt{n^4+2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+4n+4}{n\sqrt{n}+\sqrt{n^4+2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{4}{n}+\frac{4}{n^2}}{\frac{1}{\sqrt{n^3}}+\sqrt{1+\frac{2}{n^4}}} = 1$$

1.1.3 Третье задание

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+13-4(x+1)}{(x^2-9)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3(x-3)}{(x-3)(x+3)*a} (a = \sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1}) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3}{(x+3)(\sqrt{x+13}+2\sqrt{x+1})} = -\frac{1}{16}$$

1.1.4 Четвертое задание

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x}-3^{2x}}{x+\arcsin x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x}*\ln 2*3-3^{2x}*\ln 3*2}{1+3x^2} = 3 \ln 2 - 2 \ln 3$$

1.1.5 Пятое задание

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+4x}{-49x+9x} = \frac{x(\frac{1}{x}+4)}{-40x} = -\frac{1}{10}$$

1.1.6 Седьмое задание

Найти число и характер точек разрыва функции $f(x) = \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}}$

Точек разрыва ровно три штуки: $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$

Рассмотрим точку разрыва $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\frac{0}{0}-\frac{1}{0+1}}{\frac{0}{0-1}-\frac{1}{0}} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} * \frac{x(x-1)}{x-x+1} = \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x+1} = -1$$

Рассмотрим два односторонних предела:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = -1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = -1$$

Данные пределы равны между собой, следовательно, $x = 0$ - устранимая точка разрыва первого рода.

По аналогии находится $x = 1$ - она тоже является устранимой точкой разрыва первого рода

Рассмотрим точку разрыва $x = -1$:

1. $f(-1)$ - не определена
2. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

Следовательно, $x = -1$ - точка разрыва второго рода.