

Высшая математика

Лисид Лаконский

February 2023

Содержание

1	Высшая математика - 14.02.2023	2
1.1	Задание №6	2
1.2	Задание №9 — задание №11	2

1 Высшая математика - 14.02.2023

1.1 Задание №6

$$\int e^{\frac{x}{2}} \cos 5x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{\frac{x}{2}} \quad dv = \cos 5x \, dx \\ du = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} \quad v = \frac{\cos 5x}{5} \end{array} \right| = e^{\frac{x}{2}} \frac{\cos 5x}{5} - \frac{1}{10} \int \cos 5x e^{\frac{x}{2}} \, dx = \left| \begin{array}{l} u = e^{\frac{x}{2}} \quad dv = \cos 5x \, dx \\ du = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} \quad v = \frac{\cos 5x}{5} \end{array} \right| =$$
$$\frac{\cos 5x}{5} - \frac{1}{10} \left(\frac{e^{\frac{x}{2}} \cos 5x}{5} - \frac{1}{10} \int \cos 5x e^{\frac{x}{2}} \, dx \right) = \frac{\cos 5x}{5} - \frac{e^{\frac{x}{2}} \cos 5x}{50} + \frac{1}{100} \int \cos 5x e^{\frac{x}{2}} \, dx$$

Дальше все решается тривиально: переносим $\frac{1}{100} \int \cos 5x e^{\frac{x}{2}} \, dx$ в левую сторону, что-то вроде того

1.2 Задание №9 — задание №11

$$\int \frac{(x^2+1)^3}{x(x-1)^2} \, dx = \int \frac{x^6+3x^4+3x^2+1}{x^3-2x^2+x} \, dx = (*)$$

Сделаем из данной дроби правильную дробь, выполнив деление числителя на знаменатель:

$$(*) = \int (x^3 + 2x^2 + 6x + 10) \, dx + \int \frac{17x^2-10x+1}{x^3-2x^2+x} \, dx = (*)$$

$$\int \frac{17x^2-10x+1}{x^3-2x^2+x} \, dx = \int \frac{17x^2-10x+1}{x(x-1)^2} \, dx = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2} \iff \int \frac{17x^2-10x+1}{x(x-1)^2} \, dx = \frac{A(x-1)^2+Bx(x-1)+Cx}{x(x-1)^2} \iff 17x^2 - 10x + 1 =$$
$$Ax^2 - 2Ax + A + Bx^2 - Bx + Cx$$
$$\begin{cases} 17 = A + B \\ -10 = -2A - B + C \\ A = 1 \quad B = 16 \quad C = 8 \end{cases}$$

$(*) = \int x^3 \, dx + 2 \int x^2 \, dx + 6 \int x \, dx + 10 \int dx + \int \frac{dx}{x} + 16 \int \frac{dx}{x-1} + 8 \int \frac{dx}{(x-1)^2} = \dots$ (все интегралы табличные, дальнейшее решение тривиально и предоставляется читателю)