

Высшая математика

Лисид Лаконский

November 2022

Содержание

1	Высшая математика - 01.11.2022	2
1.1	Правило Лопиталья	2
1.1.1	Примеры	2

1 Высшая математика - 01.11.2022

1.1 Правило Лопиталя

Если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0(\infty)$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0(\infty)$, то $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ представляет собой неопределенность вида $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ или $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

1.1.1 Примеры

Пример 1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 4x - 7}{2x^2 - x - 1} = \left\{\frac{0}{0}\right\} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + 4}{4x - 1} = \frac{10}{3}$$

Пример 2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \left\{\frac{0}{0}\right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x} = \left\{\frac{0}{0}\right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2} = \frac{1}{2}$$

Пример 3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} = \left\{\frac{\infty}{\infty}\right\} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{e^x} = 0$$

Пример 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{e^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \{-\infty * \infty\} = -\infty$$

Пример 5.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x * \operatorname{ctg} x = \{0 * \infty\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x} = \left\{\frac{0}{0}\right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \cos^2 x = 1$$

Пример 6.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^x &= \{0^0\} = \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln \operatorname{tg} x = \{0 * \infty\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\frac{1}{x}} = \left\{\frac{\infty}{\infty}\right\} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\operatorname{tg} x} * \frac{1}{\cos^2 x}}{-\frac{1}{x^2}} &= \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{x^2}{\sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{x^2}{0.5 \sin 2x} = 0 \\ y &= (\operatorname{tg} x)^x \iff \ln y = \ln(\operatorname{tg} x)^x \end{aligned}$$

Пример 7.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln \lim_{x \rightarrow 0} y = 0, \ln y = 0 \iff y = e^0 = 1$$

Пример 8.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^x = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln(\operatorname{tg} x)^x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \ln \operatorname{tg} x} = \dots = 0$$