

Практическое занятие — 15.09.2023

Будет отмечать посещаемость, будет проверять выборочно домашние задания. На экзамене будет смотреть результаты собственно экзамена и посещаемость, работу на занятиях. Надо писать контрольные, которые дают — иначе недопуск к экзамену.

Комбинаторика

Основные законы комбинаторики

Правило суммы

Пусть элемент A может быть выбран m способами, а элемент B может быть выбран k способами, тогда элемент A или B может быть выбран $m + k$ способами.

Правило произведения

Пусть элемент A может быть выбран m способами, а элемент B может быть выбран k способами независимо от того, какой мы выбрали элемент A ,

тогда пары элементов A и B можно выбрать $m \times k$ способами.

Примеры решения задач

Пример №1

Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

Ответ: 900. Число имеет форму: $хузух$. Первую цифру $х$ можно выбрать 9 способами, $у$ — десятью, z — десятью: $9 \times 10 \times 10 = 900$.

Перестановки

Упорядоченным называется конечное множество, в котором установлено отношение порядка. То есть, каждому элементу множества поставлен его порядковый номер в этом множестве.

Перестановкой из n элементов называется набор из n элементов, установленных в определенном порядке.

Число перестановок из n элементов:

$$P_n = n * (n - 1) * (n - 2) * \dots * (n - (n - 1)) = n!$$

Перестановки с повторениями

$$P_n(n_1; n_2; \dots; n_k) = \frac{n!}{n_1! * n_2! * \dots * n_k!}$$

Размещения

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком.

Число всех размещений из n элементов по k :

$$A_n^k = \frac{n!}{|n-k|!}$$

Для размещения важен порядок.

Размещения с повторениями

$$\tilde{A}_n^m = n^m$$

Также имеет место следующее равенство:

$$A_n^m = P_m C_n^m$$

Сочетания

Сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

Число всех сочетаний из n элементов по k :

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Порядок не важен, важен лишь состав.

Сочетания с повторениями

$$\tilde{A}_n^m = n^m$$

$$\tilde{C}_n^m = C_{n+m-1}^n = \frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!}$$

Домашнее задание

Любые пять задач из этих:

3. Некто написал 6 новогодних поздравлений своим друзьям, затем взял 6 разных конвертов и разложил открытки по конвертам наудачу. Каково число всех возможных комбинаций?

4. На ферме есть 30 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами можно сделать его еще раз?

5. Сколько существует четных пятизначных чисел, начинающихся нечетной цифрой?

6. Сколькими способами можно выбрать 3 карандаша и 4 ручки из семи различных карандашей и восьми различных ручек?

7. Кодовый замок может содержать любые 4 цифры. Каких кодовых номеров больше: в которых все цифры разные или в которых имеются хотя бы 2 одинаковые цифры?

8. 11 команд участвуют в спортивных соревнованиях. Сколькими способами могут быть распределены первые три места?

9. Шесть туристов желают остановиться в гостинице, в которой 7 свободных номеров. Сколькими способами их можно расселить, если 4 желают жить в отдельных номерах и 2 в одном номере.

10. В лифте едут 6 человек. При этом каждый может сойти на любом из 16 этажей. Сколько различных комбинаций выхода из лифта имеется?

11. В вагоне имеется 7 свободных мест по ходу движения и 5 — против хода. Вошли 6 пассажиров. Из них 4 желают ехать по ходу движения, 2 — против хода. Сколькими способами они могут разместиться?

12. На памятные сувениры в «Поле Чудес» спонсоры предлагают кофеварки, утюги, мобильные телефоны, мультварки. Сколькими способами 9 участников игры могут получить эти сувениры?

13. Колода из 36 карт разделена на две пачки (по 18) произвольным образом. Найти вероятность событий: A — в каждой пачке окажется по два короля; B — в одной из пачек будет четыре короля, а в другой ни одного.

14. В олимпиаде по информатике участвуют 24 вуза, из которых формируются две команды по 12 вузов в каждой. Среди вузов есть 6 лучших в области информационных технологий. Найти вероятность событий: А — того, что 3 из 6 лучших вузов попадут в одну команду, а другие 3 — в другую; В — все 6 попадут в одну команду.

15. На книжную полку поставили 7 книг в случайном порядке. Найти вероятность того, что две книги одного автора окажутся стоящими рядом.

16. На карточках написаны буквы «З, А, К, Б, А, У». Ребенок не умеющий читать в произвольном порядке сложил буквы рядом. Какова вероятность того, что у него получилось слово «АЗБУКА»?

17. 5 бильярдных шаров случайным образом разбрасываются по лункам. Определить вероятность того, что в одной лунке окажется три шара, в двух других по одному, а остальные останутся пустыми.

18. В лифте 16-этажного дома едут 4 человека. Какова вероятность того, что А — все пассажиры выйдут на 11-м этаже; В — на разных этажах?

19. Трое игроков играют в карты. У каждого по 10 карт и 2 в прикупе. Один из игроков, имея 6 карт червонной масти и 4 других мастей, сбрасывает две карты из 4 не червонной масти и берет себе прикуп. Какова вероятность того, что он прикупит две червонные масти?

20. В русском лото 90 бочонков. На каждом из них написаны числа от 1 до 90. Найти вероятность того, что при случайном выборе двух бочонков, на них будут числа меньше 30?

21. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что на одном из двух случайно выбранных бочонков будет число больше 30, а на другом — меньше.