Języki bezkontekstowe. Gramatyki bezkontekstowe i automaty ze stosem

Paweł Nowik

28 października 2019

Język bezkontekstowy to język dla którego istnieje niedeterministyczny automat ze stosem decydujący czy dany łańcuch należy do języka. Każdy język bezkontekstowy jest generowany przez pewną gramatykę bezkontekstową.

Gramatyką bezkontekstową nazywamy czwórkę $G = \langle \sum, V, P, S \rangle$, gdzie:
1. $\sum$ jest skończonym alfabetem symboli terminalnych;
2. V jest skończonym zbiorem zmiennych (symboli nieterminalnych) rozłącznym z $\sum$;
3. $S \in V$ jest wyróżnionym symbolem nieterminalnym generującym (początkowym, startowym);
4. $P \subseteq (\sum \cup V)^{+} \times (\sum \cup V)^{*}$ jest skończonym zbiorem produkcji gramatyki G postaci $A \to \beta$, gdzie $A \in V$, $\beta \in (\sum \cup V)^{*}$.

Przykład - Język $\{w : w \in \{a, b\}^{*} \wedge w = w^{R}\}$, który jest językiem wszystkich palindromów nad alfabetem $\{a, b\}$, może być generowany przez następującą gramatykę:
$(\{a, b\}, \{S\}, \{S \to aSa|bSb|a|b|\epsilon\}, S)$.

Gramatyka $(\{a, b\}, \{S\}, \{S \to aSb|\epsilon\}, S)$ generuje język $\{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$. Ten język nie jest regularny.

Automatem ze stosem nazywamy system A=$\langle \sum$, Q, F, τ, δ q_0, $Z_0\rangle$, gdzie:

- $\sum$ - skończony zbiór symboli wejściowych (alfabet)
- Q - skończony zbiór stanów
- τ - skończony zbiór symboli na stosie (alfabet stosowy)
- $q_0 \in$ Q - wyróżniony stan początkowy
- $Z_{0 \in \tau}$ - symbol początkowy na stosie (znacznik stosu) - wyróżniony symbol stosowy
- F *subseteq* Q jest podzbiorem stanów końcowych
- δ = funkcja przejścia, funkcja ta odwzorowuje trójkę (stan, symbol wejściowy, symbol na stosie) w zbiór par (stan, słowo nad alfabetem τ):

  δ: Q x ($\sum \cup \{\epsilon\}$) x $\tau \rightarrow 2^{Qx\tau^*}$.

Działanie automatu ze stosem jest następujące: maszyna będąc w określonym stanie czyta literę słowa wejściowego oraz sprawdza, jaki symbol znajduje się na wierzchołku stosu. Na tej podstawie podejmuje decyzję o zmianie stanu oraz zdejmuje się na wierzchołku stosu i umieszcza na nim słowo złożone z symboli stosowych.

Skonstruujemy automat ze stosem $A\langle\sum$, Q, F, τ, δ, q_1, $Z_0\rangle$ rozpoznający język $L = \{a^n b^n | n \geqslant 1\}$.