5.1.4(9). 只需证函数是强拟凸的函数

对 $\forall x, y \in R^n$. $f[\lambda x+(1-\lambda)y] = \lambda^2 x^T A x + (1-\lambda)^2 y^T A y + \lambda(1-\lambda)(y^T A x + x^T A y)$

$+ 2b^T(\lambda x+(1-\lambda)y)$.

当 A 是对称矩阵且

即 $(y^T A x)^T = x^T A^T y = x^T A y$ 时

有 $f[\lambda x+(1-\lambda)y] < \max\{f(x), f(y)\}$ 由定理5.2 唯一性定理知结论

4.5.5 令 $\nabla f(x) = 0 = (4x_1^3+6x_1^2+4x_1-2x_2,\ 2x_2-2x_1)$

得 $x_1 = x_2$, $4x_1^3-6x_1^2+4x_1-2x_2=0$

解得 $x_1 = x_2 = 0$, 或 1, $\frac{1}{2}$.

即一阶稳定点为 $(0,0)$、$(1,1)$ $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

$\nabla^2 f(x) = \begin{pmatrix} 12x_1^2+12x_1+4, & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 则 $\nabla^2 f(0,0) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} > 0$

$\nabla^2 f(1,1) = \begin{pmatrix} 28 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} > 0$ $\nabla^2 f(\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 13 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} > 0$

经验证矩阵均半正定 偏是 $\nabla^2 f(x) > 0$ 且 $\nabla f(x) = 0$

是 三点都是局部最小点 且 $f(0,0)$ 为全局最小点