最优化第二次作业

15091060 张晋

2.1（c）

将 $x_1 = x_3 + 1$ 代入原规划可化为标准形:

$$\text{Minimize} \quad 4x_2 + 2x_3 + 1$$

$$\text{Subject to} \quad -2x_2 + 2x_3 = 3$$

$$x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

其只有一个基本可行解：

$$x_1 = 2.5, x_2 = 0, x_3 = 1.5$$

那么其就是最优解，代入可得最小值 4

2.2

令 $x = u_1 - v_1, |x| = u_1 + v_1, u_1 \geq 0, v_1 \geq 0$，类似的，设 $y = u_2 - v_2, z = u_3 - v_3$

可将该问题化为线性规划:

$$\text{Minimize} \quad u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3$$

$$\text{Subject to} \quad \begin{aligned} & u_1 - v_1 + u_2 - v_2 + s = 1 \\ & 2u_1 - 2v_1 + u_3 - v_3 = 3 \\ & u_i, v_i, s \geq 0, i = 1,2,3 \end{aligned}$$

2.3

不妨设 minimize $f(\boldsymbol{x})=\max\{\boldsymbol{c}_1^T\boldsymbol{x}+d_1,\boldsymbol{c}_2^T\boldsymbol{x}+d_2,\cdots,\boldsymbol{c}_p^T\boldsymbol{x}+d_p\}=t$

那么有 $\max\{\boldsymbol{c}_1^T\boldsymbol{x}+d_1,\boldsymbol{c}_2^T\boldsymbol{x}+d_2,\cdots,\boldsymbol{c}_p^T\boldsymbol{x}+d_p\}\le t$ 恒成立

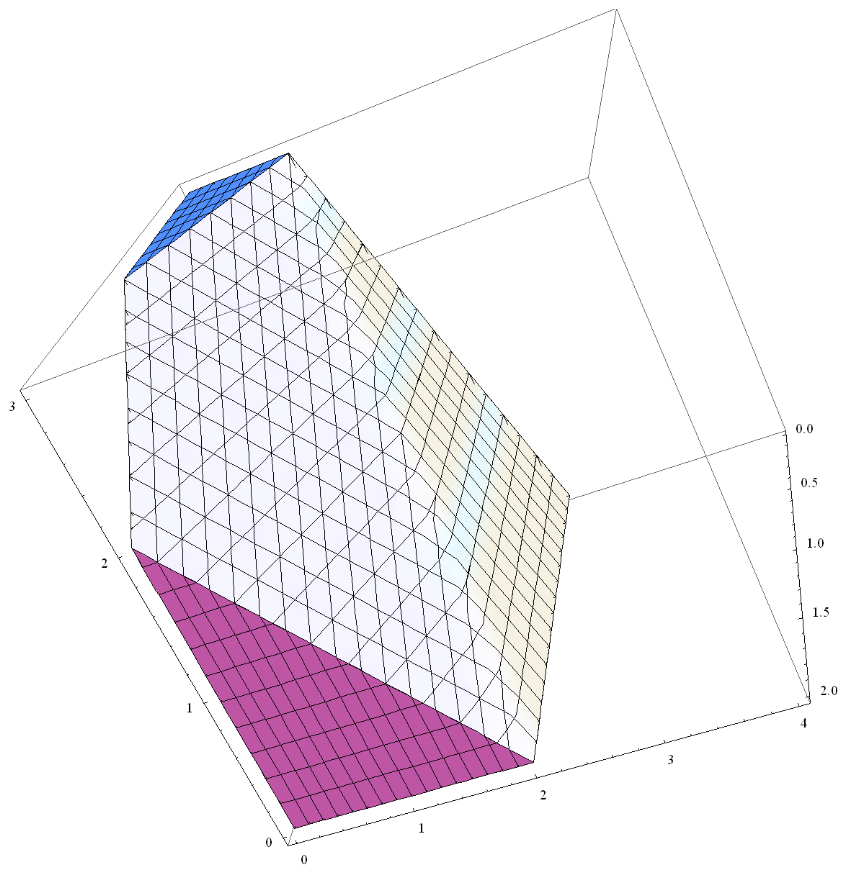
原规划可化为：

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & t \\
& \boldsymbol{c}_i^T\boldsymbol{x}+d_i\le t, i=1,\ldots,p \\
\text{Subject to} & \boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b} \\
& \boldsymbol{x}\ge 0
\end{array}
$$

2.5(a)

使用 Mathematica 绘制出图像如下：

RegionPlot3D[$x+y+z<4$&&$3*y+z<6$, {x, 0,2}, {y, 0,4}, {z, 0,3}]



(b)

是可行解，代入满足约束条件且对应列向量$\boldsymbol{a}_{2,}\boldsymbol{a}_{3,}\boldsymbol{a}_5$线性无关

(c)

点$(0,1,3,0,2,0,0)^T$只有 3 个基变量大于 0，而 m=4,故其是退化的基本可行解,经检验得，剩下的每一个列向量$\boldsymbol{a}_{1,}\boldsymbol{a}_{4,}\boldsymbol{a}_6,\boldsymbol{a}_7$都与$\boldsymbol{a}_{2,}\boldsymbol{a}_{3,}\boldsymbol{a}_5$线性无关，故它们中的每一个都可以是与其对应的基