

最优化第八次作业

张晋 15091060

2017 年 11 月 2 日

3.7 (a) 用 x_{ij} 代表在城市 j 设置工厂 i , 则有:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i^n \sum_k^n \sum_j^n \sum_l^n t_{ik} d_{jl} x_{ij} x_{kl} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_i^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ & \sum_j^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \\ & x_{ij} \in 0, 1 \quad (i, j = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (1)$$

(b) 由于极小化的目标函数中交叉项系数都为正, 故可用 y_{ijkl} 来代替 $x_{ij}x_{kl}$, 其中 y_{ijkl} 满足

$$y_{ijkl} \geq x_{ij} + x_{kl} - 1, \quad y_{ijkl} \geq 0$$

故原规划转化为线性规划如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i^n \sum_k^n \sum_j^n \sum_l^n t_{ik} d_{jl} y_{ijkl} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_i^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ & \sum_j^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \\ & x_{ij} \in 0, 1 \quad (i, j = 1, \dots, n) \\ & y_{ijkl} \geq x_{ij}, \quad y_{ijkl} \geq 0 \quad (i, j, k, l = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (2)$$

3.8 P_0 的最优单纯形表为:

	x_1	x_2	x_3	$B^{-1}\mathbf{b}$
	1	1/2	-1/4	5/4
\mathbf{r}^T	0	3/2	1/4	-5/4

给 P_0 添加约束 $x_1 \geq 2$ 得:

	x_1	x_2	x_3	x_4	$B^{-1}\mathbf{b}$
	1	1/2	-1/4	0	5/4
	1	0	0	-1	2
\mathbf{r}^T	0	3/2	1/4	0	-5/4

	x_1	x_2	x_3	x_4	$B^{-1}\mathbf{b}$
	1	1/2	-1/4	0	5/4
	0	1/2	-1/4	1	-3/4
\mathbf{r}^T	0	3/2	1/4	0	-5/4

	x_1	x_2	x_3	x_4	$B^{-1}\mathbf{b}$
	1	0	0	-1	2
	0	-2	1	-4	3
\mathbf{r}^T	0	2	0	1	-2

得最优解 $\mathbf{x} = (2, 0, 3, 0)^T$, 最优值为 2.

3.9 由图解法可得: 问题 (i) 的解为 (1.5, 3), 问题 (ii) 的解为 (2, 2.5), 问题 (iii) 的解为 (2, 2).

分支定界法采用深度优先搜索, 详细内容见枚举树.

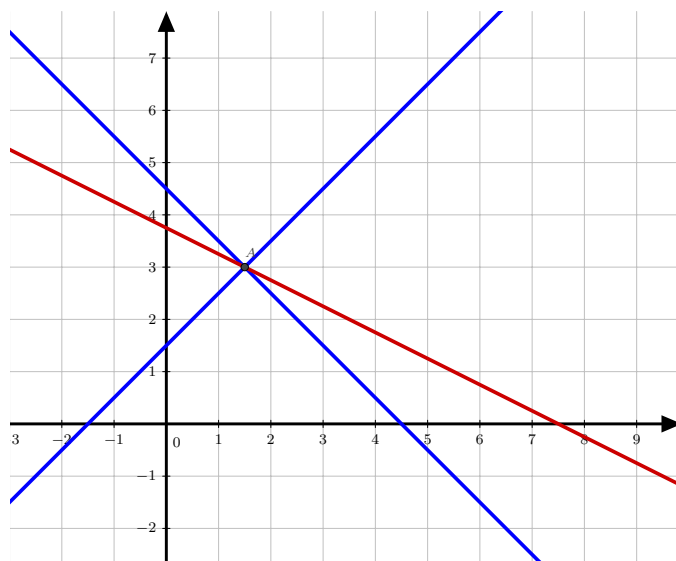
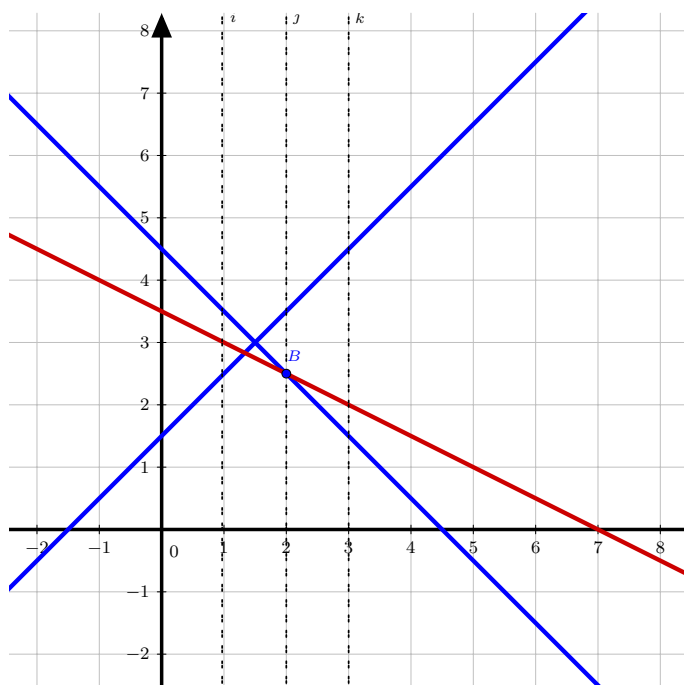


图 1: 无整数限制

图 2: x_1 为整数

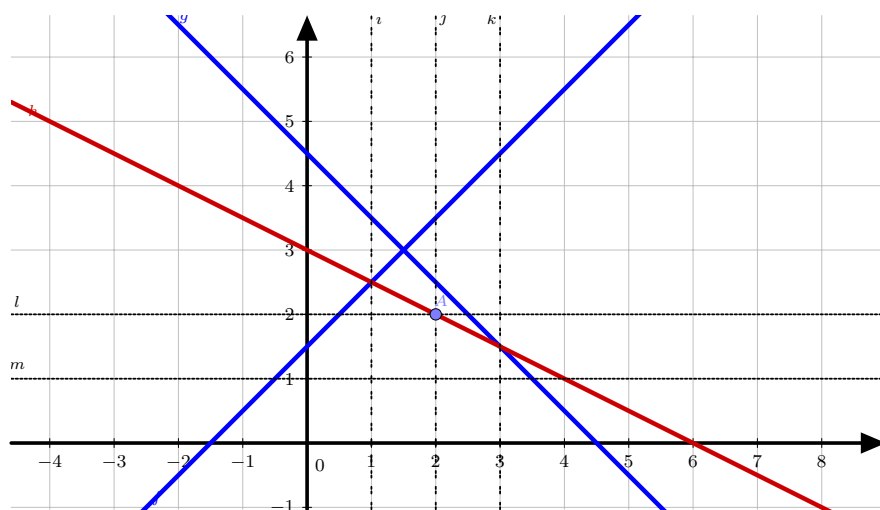
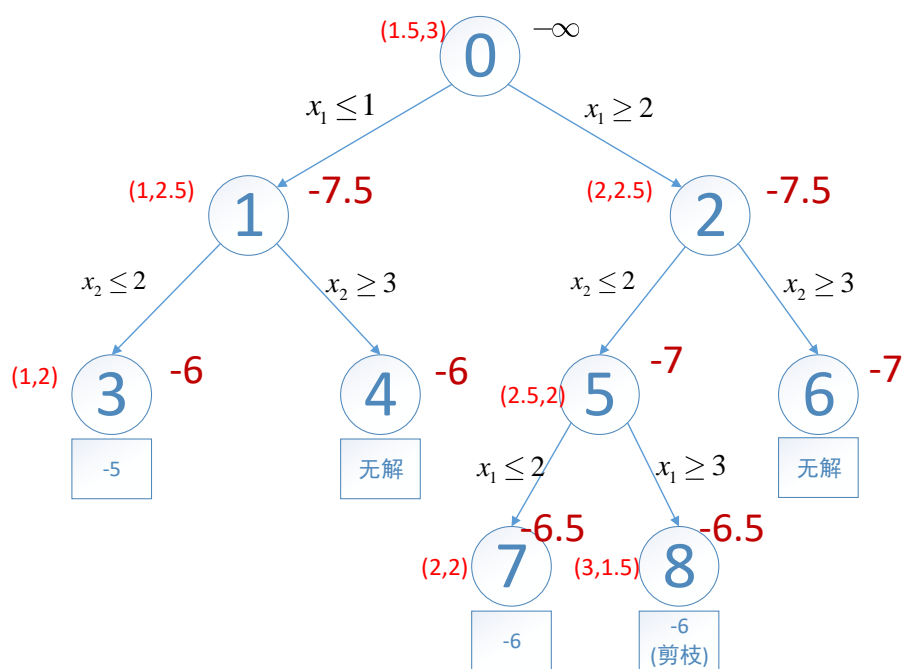
图 3: x_1, x_2 为整数

图 4: 枚举树