

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

1. $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|x\|_1, \text{ s.t. } Ax = b$

已知范数的共轭函数为 $f^*(y) = \begin{cases} 0 & \|y\|_1 \leq 1 \\ \infty & \text{else} \end{cases}$

则对偶函数为 $g(v) = -b^T v - f^*(y)(-A^T v)$
 max.
 $= \begin{cases} -b^T v, & \|A^T v\|_1 \leq 1 \\ -\infty & \text{else} \end{cases}$

2. $\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|Ax - b\|_1$
即 $\min r, \text{ s.t. } r = \|Ax - b\|_1, i$

即 $\min_{r, x} \text{ 对偶函数为 } g$

$$L(r, v) = r + v(r - \|Ax - b\|_1), v \in \mathbb{R}$$

则对偶函数为 $g(v) = -v(\|Ax - b\|_1)$