

# Асимптотична нотация



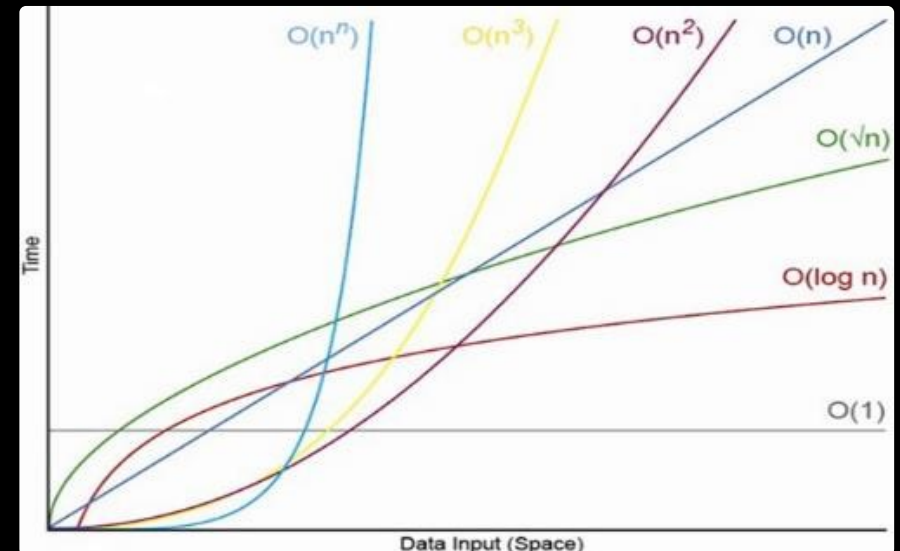
Учителски екип

Обучение за ИТ кариера

<https://it-kariera.mon.bg/e-learning/>



Увод в алгоритмите



# Съдържание

1. Сложност на алгоритъм – асимптотична нотация
2. Монотонност
3. Асимптотични функции
4. Типове сложност
5. Времева сложност и скорост на изпълнение
6. Необходима памет

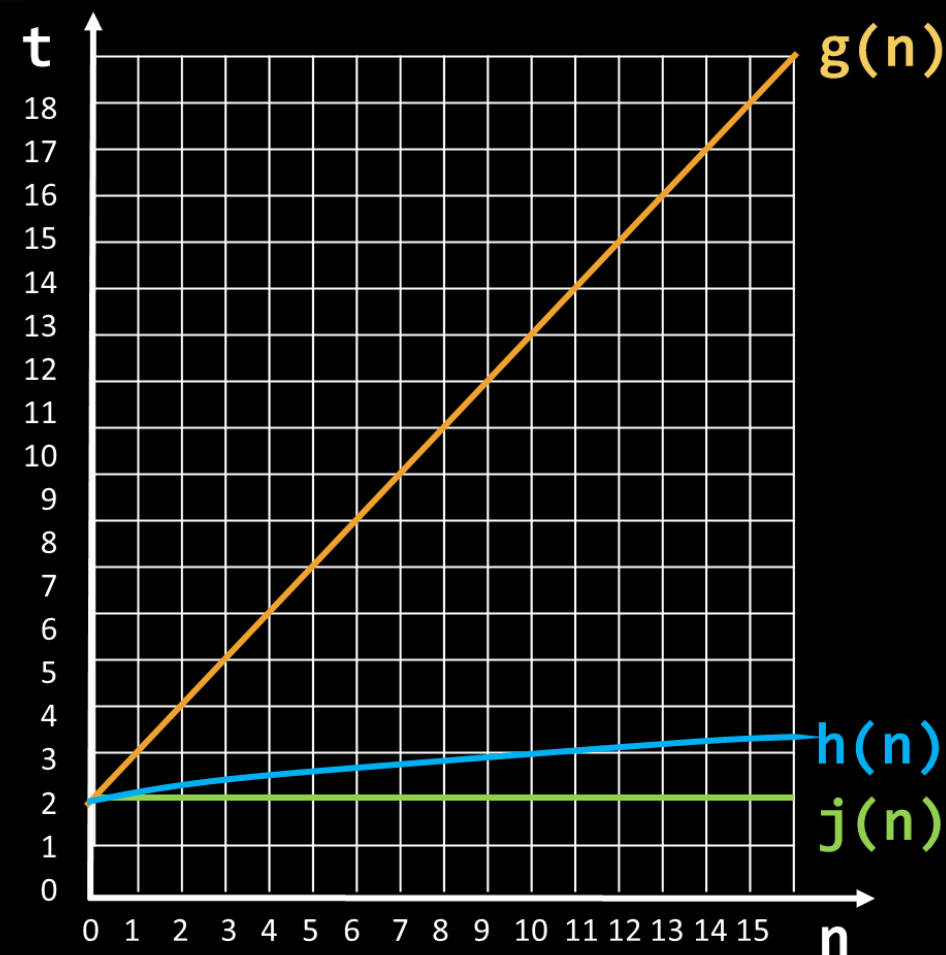


# Сложност на алгоритъм

- **Сложност на алгоритъм** – груба преценка на броя на изпълняваните стъпки, в зависимост от входните данни
- Имерват се с **асимптотчна нотация**
  - $O(f(n))$  – чете се "**Big oh** of  $f(n)$ "
  - $\Theta(f(n))$  – чете се "**Theta** of  $f(n)$ "
  - $\Omega(f(n))$  – чете се "**Omega** of  $f(n)$ "
    - където  **$f(n)$**  е функция, зависеща от входните данни  **$n$**

# Асимптотични нотации

- $O(f(n))$  – Горна граница
  - $j = O(g)$
  - $j = O(h)$
- $\Theta(f(n))$  – Горна & долна граница
  - $j = \Theta(j)$
  - $g = \Theta(g)$
- $\Omega(f(n))$  – Долна граница
  - $h = \Omega(j)$
  - $g = \Omega(j)$





# Асимптотична нотация: определение

- За дадена функция  $g(n)$ , ние отбелязваме с  $O(g(n))$  множеството от функции, които са различни от  $g(n)$  с константа

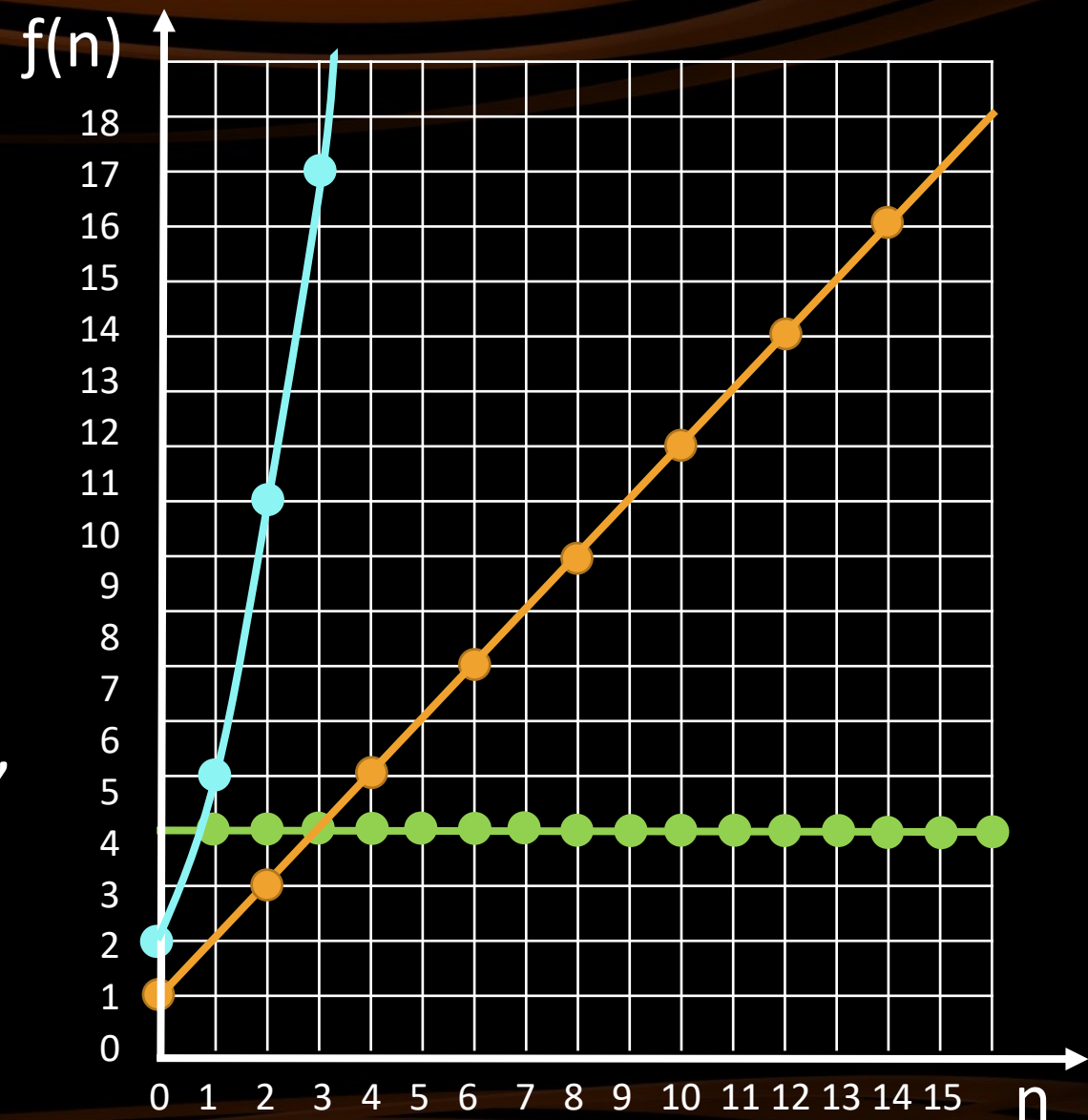
$$O(g(n)) = \{f(n) : \text{където съществува } c > 0 \text{ и } n_0, \text{ такова че } f(n) \leq c * g(n) \text{ за всички } n \geq n_0\}$$

- Примери:

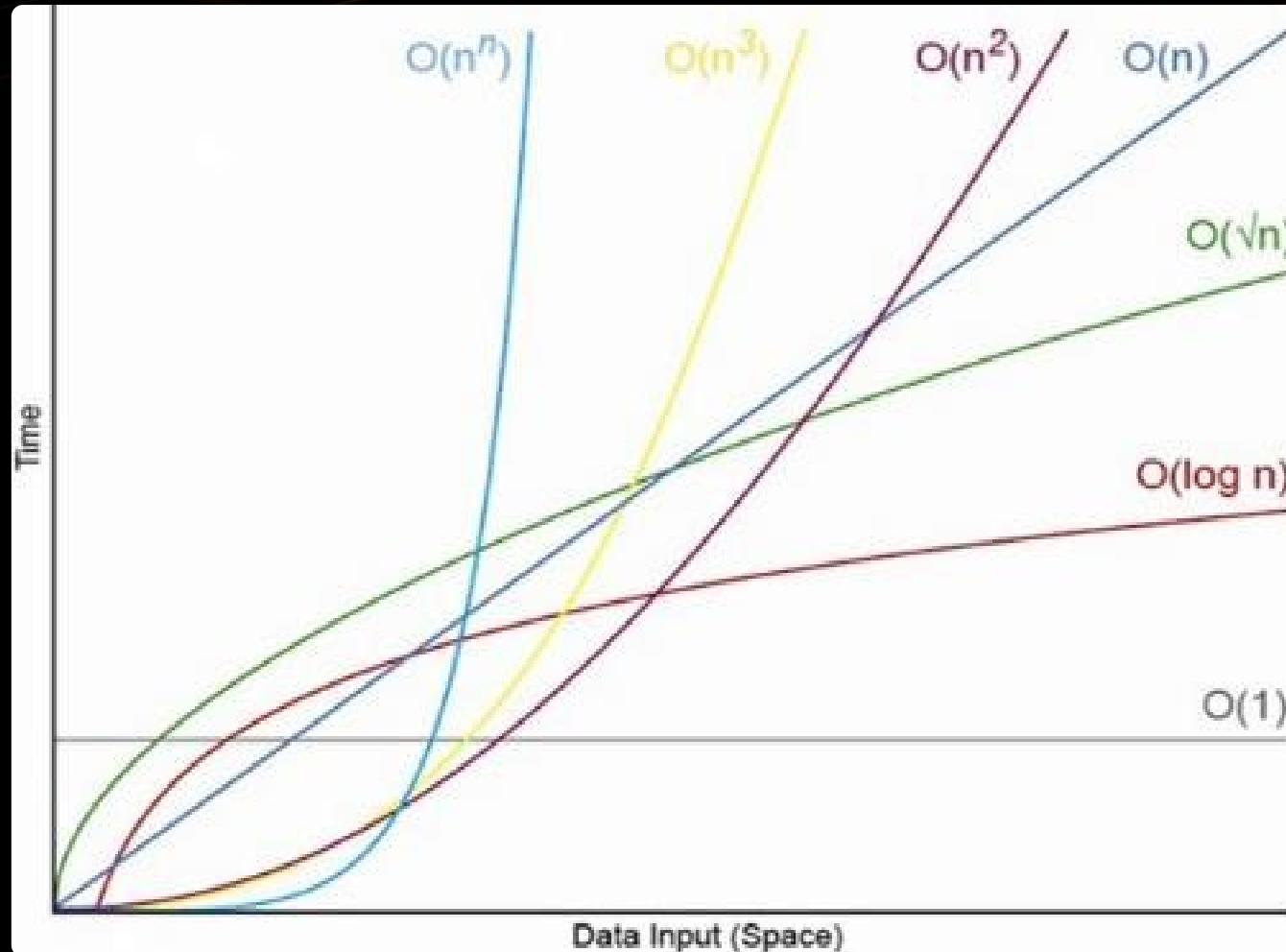
- $2 * n^2 + 10 \in O(n^2)$
- $10n + 4 \in O(n)$
- $4 * n * \log_2(3 * n + 1) + 2 * n - 1 \in O(n * \log n)$

# Монотонност (растене) на функция

- $O(n)$  означава, че функцията расте линейно, когато  $n$  расте
  - Например  $f(n) = n + 1$
- $O(n^2)$  означава, че функцията расте експоненциално, когато  $n$  расте
  - например  $f(n) = n^2 + 2n + 2$
- $O(1)$  означава, че функцията не расте, когато  $n$  расте
  - Например  $f(n) = 4$



# Асимптотни функции



# Типове сложности

Сложность	Нотация	Описание
константна	$O(1)$	$n = 1\,000 \rightarrow 1\text{-}2$ операции
логаритмична	$O(\log n)$	$n = 1\,000 \rightarrow 10$ операции
линейна	$O(n)$	$n = 1\,000 \rightarrow 1\,000$ операции
Линейно-логаритмична	$O(n * \log n)$	$n = 1\,000 \rightarrow 10\,000$ операции
Квадратична	$O(n^2)$	$n = 1\,000 \rightarrow 1\,000\,000$ операции
Кубична	$O(n^3)$	$n = 1\,000 \rightarrow 1\,000\,000\,000$ операции
Экспоненциална	$O(n^n)$	$n = 10 \rightarrow 10\,000\,000\,000$ операции



# Стойности на функциите

<i>Function</i>	<i>Value</i>				
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 10$	$n = 100$	$n = 1000$
5	5	5	5	5	5
$\log n$	0	1	3,32	6,64	9,96
$n$	1	2	10	100	1000
$n \log n$	0	2	33,2	664	9966
$n^2$	1	4	100	10000	$10^6$
$n^3$	1	8	1000	$10^6$	$10^9$
$2^n$	2	4	1024	$10^{30}$	$10^{300}$
$n!$	1	2	3628800	$10^{157}$	$10^{2567}$
$n^n$	1	4	$10^{10}$	$10^{200}$	$10^{3000}$

# Времева сложност и скорост на програмата

Сложност	10	20	50	100	1 000	10 000	100 000
$O(1)$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.
$O(\log(n))$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.
$O(n)$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.
$O(n \cdot \log(n))$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.
$O(n^2)$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	2 с.	3-4 мин.
$O(n^3)$	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	< 1 с.	20 с.	5 часа	231 дни
$O(2^n)$	< 1 с.	< 1 с.	260 дни	увисва	увисва	увисва	увисва
$O(n!)$	< 1 с.	увисва	увисва	увисва	увисва	увисва	увисва
$O(n^n)$	3-4 мин.	увисва	увисва	увисва	увисва	увисва	увисва

# Необходима памет

- Използваната памет също така трябва да се разглежда, например:
  - Съхраняване на елементите на матрица от ранг  $N$ 
    - Попълване на матрицата – време за изпълнение  $O(n^2)$
    - Намиране на елемент по индекс – време за изпълнение  $O(1)$
    - Необходима памет  $O(n^2)$

# Асимптотични нотации



Въпроси?





# Министерство на образованието и науката (МОН)

- Настоящият курс (презентации, примери, задачи, упражнения и др.) е разработен за нуждите на Национална програма "**Обучение за ИТ кариера**" на МОН за подготовка по професия "Приложен програмист"



Министерство  
на образованието  
и науката



Национална  
програма  
„Обучение за  
ИТ кариера“

- Курсът е базиран на учебно съдържание и методика, предоставени от **фондация "Софтуерен университет"** и се разпространява под свободен лиценз **CC-BY-NC-SA**



SoftUni  
Foundation

