2007年4月 Apr. 2007

文章编号:1671-9352(2007)04-0001-05

# MD4 算法分析

### 黎琳

(山东大学 数学与系统科学学院,山东 济南 250100)

摘要:采用比特追踪法对 MD4 进行攻击,利用差分特性,找到近似碰撞路线,使得给定一个消息 m,可以以高概率找到另一消息 m'产生碰撞,并保持较低的 Hamming 重量.

关键词: Hash 函数; 近似碰撞;差分特征; Hamming 重量

中图分类号: TP309 文献标识码: A

# Cryptanalysis of MD4

#### LI Lin

(School of Math. and System Sci., Shandong Univ., Jinan 250100, Shandong, China)

**Abstract:** Bit flipping and differential characteristics are used to attack MD4. A near collision path can be found. Given a message m, a message m' can be found with high probability and low hamming weight to get a collision.

Key words: Hash function; near collision; differential characteristics; Hamming weight

## 0 引言

Hash 函数是信息安全领域重要的研究课题.它不仅可以用于数字签名方案,还可以用于验证信息来源的真实性及信息数据的完整性.它可将任意长度的消息压缩到固定长度的消息摘要.通常,标准 Hash 函数主要分为两大类:MDx 系列,包括 MD4,MD5,HAVAL,RIPEMD,RIPEMD-128 等和 SHA 系列包括 SHA-1, SHA-256 等[1-5].

MD4 算法是 Rivest 于 1990 年提出的 Hash 函数算法.其最初的设计目的是抵抗碰撞攻击和第二原根攻击,但已有的攻击表明未达到其设计目标.1996 年,H. Dobbertin 提出了对 MD4 算法以概率 2<sup>-22</sup>找到碰撞的成功攻击<sup>[6]</sup>.1998 年,H. Dobbertin 表明 MD4 算法的前两圈不是单向的,这意味着对于 MD4 的前两圈可能存在原根和第二原根<sup>[7]</sup>.近期,王小云等提出了一种新的对于 Hash 函数 MD4 和 RIPEMD 的碰撞攻击方法,并应用于 MD5、HAVAL-128、SHA-0 和 SHA-1,取得较大轰动<sup>[8-12]</sup>.

本文采用王小云等提出的比特追踪的方法对 MD4 的进行攻击,利用差分特性,找到近似碰撞路线,使得给定一个消息 m,可以以高概率找到另一消息 m'产生碰撞,并保持较低的 Hamming 重量.

本文首先在第一部分详细描述了 HMAC 和 MD4 算法,并给出了文中用到的一些符号的定义;第二部分给出了对 MD4 算法的分析方法,最后我们对全文进行了总结.

## 1 MD4 算法

#### 1.1 MD4 算法

收稿日期:2007-03-26

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(90604036);国家杰出青年基金资助项目(60525201);国家 973 计划资助项目(2007CB807902) 作者简介:黎 琳(1978- ),女,博士研究生,主要研究方向对称密码的分析与设计.

MD4 算法是 Rivest 于 1990 年提出的 Hash 函数算法,通过 3 圈操作可以将任意长度的消息压缩成 128 位的 Hash 函数值.算法每圈都包含一个对 32 比特字进行比特运算的高度非线性圈函数,分别为:

$$F(X,Y,X) = (X \land Y) \lor (\neg X \land Z),$$

$$G(X,Y,Z) = (X \land Y) \lor (X \land Z) \lor (Y \land Z),$$

$$H(X,Y,Z) = X \oplus Y \oplus Z.$$

其中, X, Y, Z 是 32 比特的字.运算符 $\oplus$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$  分别表示异或, 与, 或和补运算.

算法中每圈运算都包括 16 步相同的操作. 每步中都有变量 a,b,c,d, 且变量的值将不断得到更新.

$$\phi_0(a,b,c,d,m_k,s) = ((a+F(b,c,d)+m_k) \mod 2^{32}) <<< s,$$

$$\phi_1(a,b,c,d,m_k,s) = ((a+G(b,c,d)+m_k+0x5a827999) \mod 2^{32}) <<< s,$$

$$\phi_2(a,b,c,d,m_k,s) = ((a+H(b,c,d)+m_k+0x6ed9edba1) \mod 2^{32}) <<< s.$$

其中, $m_k$  是 32 位明文分组,<<< s 表示循环左移 s 位,+ 表示模  $2^{20}$ 的加法运算.

MD4 的初始值为:

$$(a,b,c,d) = (0x67452301,0xefcdab89,0x98badcfe,0x10325476).$$

对于消息  $\overline{M}$  的一个 512 比特的消息分组  $M, M = (m_0, m_1, \dots m_{15})$ ,运算过程如下:

- (1) 消息分组 M 的输入值为(aa, bb, cc, dd). 如果 M 是第一个 512 比特被压缩的分组,则其初始值为(aa, bb, cc, dd),否则其初始值是前一个消息分组压缩后的输出值.
  - (2) 完成以下 48 步运算(3 圈)

For 
$$j = 1,2,3$$
,  
For  $i = 0,1,2,3$ ,  
 $a = \phi_j(a,b,c,d,\omega_{j,4i},s_{j,4i})$ ,  
 $d = \phi_j(a,b,c,d,\omega_{j,4i+1},s_{j,4i+1})$ ,  
 $c = \phi_j(a,b,c,d,\omega_{j,4i+2},s_{j,4i+2})$ ,  
 $b = \phi_j(a,b,c,d,\omega_{j,4i+3},s_{j,4i+3})$ .

其中 $,s_{j,4i+k}(k=0,1,2,3)$ 是常量. 每圈中消息字的顺序及移位值见参考文献[1].

(3) 将链接变量 a,b,c,d 分别加入输入链接变量产生当前消息分组的最终链接变量.

$$aa = (a + aa) \mod 2^{32},$$
  
 $bb = (b + bb) \mod 2^{32},$   
 $cc = (c + cc) \mod 2^{32},$   
 $dd = (d + dd) \mod 2^{32}.$ 

如果 M 是最后一个消息分组,则  $H(\overline{M}) = aa \mid bb \mid cc \mid dd$  是消息  $\overline{M}$  的 Hash 函数值.否则以(aa, bb, cc, dd)作为输入值,对下一个 512 比特的消息分组重复以上过程.

#### 1.2 符号说明

为了便于说明,我们定义以下符号.

- (1)  $M = (m_0, m_1, \dots m_{15})$ 与  $M' = (m'_0, m'_1, \dots m'_{15})$ 是两个 512 比特的消息分组.
- (2)  $a_i$ ,  $d_i$ ,  $c_i$ ,  $b_i$  分别表示消息分组 M 第 4i-3, 4i-2, 4i-1, 4i 步的输出, 其中  $1 \le i \le 16$ .
- (3)  $a'_i$ ,  $d'_i$ ,  $c'_i$ ,  $b'_i$  分别表示消息分组 M'第 4i-3, 4i-2, 4i-1, 4i 步的输出, 其中  $1 \le i \le 16$ .
- (4)  $\Delta m_i = m'_i m_i$  表示两个消息字的模差分.这些差分可正可负,用于描述带的差分特征.
- (5)  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$ ,  $c_{i,j}$ ,  $d_{i,j}$ 分别表示  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  第 j 比特的值, 其中, 第 1 比特表示最低比特位, 第 32 比特表示最高比特位.
- (6)  $x_i[j]$ ,  $x_i[-j]$ 是  $x_i$  只改变第j 比特后的值.  $x_i[j]$ 的值表示将  $x_i$  的第j 比特从 0 变到 1;  $x_i[-j]$ 表示  $x_i$  的第j 比特从 1 变到 0.
  - $(7) x_i[\pm j_1, \pm j_2, \cdots \pm j_l]$ 表示连续改变  $x_i$  的第 $j_1, j_2, \cdots j_l$  比特后的值.

3

## 2 对 MD4 算法的攻击

利用比特追踪法对任意 512 比特的消息 m,选取  $m' = m + \Delta m = (m'_0, m'_1, \cdots m'_{15})$ . 如果每步某个输入变量仅改变一个或少数几个比特,则该步输出值可能不发生变化或仅改变一个或少数几个比特. 根据这些改变的差分特性及非线性函数性质,我们可以找出近似碰撞路线及满足路线的充分条件.

#### 2.1 选择明文差分

定义两个明文 m 和 m' 的关分  $\Delta m$ :

$$m = (m_0, m_1, \dots m_{15}),$$
  
 $m' = (m'_0, m'_1, \dots m'_{15}),$ 

令  $\Delta m = m' - m = (\Delta m_0, \Delta m_1, \dots \Delta m_{15})$ ,经过分析,我们选择明文差分满足:

$$\Delta m_7 = 2^{21} ,$$

就可以找到近似碰撞.

#### 2.2 确定差分特性

表 1 表示差分特性.表中 1~7 列分别表示步数,消息变量,选择的消息的顺序,移位值,明文差分,输出差分,输出变量值.

表 1 碰撞的差分特征 Table 1 Differential characteristics of the collision differential for MD4

Output for M'Output difference Output for M  $\Delta m_i$  $m_i$ Step  $a_1$ 3 1  $a_1$  $m_0$  $d_1$ 7 2  $d_1$  $m_1$  $c_1$ 11 3  $c_1$  $m_2$  $b_1$ 19 4  $b_1$  $m_3$  $a_2$ 3 5  $a_2$  $m_4$  $d_2$ 7 6  $d_2$  $m_5$  $c_2$ 11 7  $c_2$  $m_6$  $b_2[9]$  $2^{21}$ 19 8  $b_2$  $m_7$  $a_3$ 3 9  $m_8$  $a_3$  $d_3$ 7 10  $d_3$  $m_9$  $c_3$ 11 11  $c_3$  $m_{10}$  $2^{27}$  $b_3[-28, -29, -30, -31, 32]$ 19 12  $b_3$  $m_{11}$  $a_4$ 3 13  $a_4$  $m_{12}$  $d_4[-7]$ 7  $d_4$ 14  $m_{13}$  $c_4$ 11 15  $c_4$  $b_4[15]$  $2^{14}$ 19 16  $b_4$  $m_{15}$ 3 17  $m_0$  $a_5$  $d_5[12,13,14,-15]$  $-2^{11}$ 5 18  $d_5$  $m_{\Lambda}$  $c_5$ 19  $c_5$  $m_{s}$  $b_5$ 13 20  $b_5$  $m_{12}$  $a_6$ 3 21  $a_6$  $m_1$  $d_6[-17]$  $-2^{16}$ 5 22  $d_6$  $m_5$  $c_6$ 23  $c_6$  $m_9$  $b_6$  $b_6$ 13 24  $m_{13}$  $a_7$ 3 25  $a_7$  $m_2$  $d_7[-22]$  $-2^{21}$ 5  $d_7$ 26  $m_6$ 9  $c_7$ 27  $c_7$  $b_7$ 13 28  $b_7$  $m_{14}$ 3  $a_8$ 29  $a_8$ 

妨	丰
一大	n

Step	Output for M	$m_i$	$s_i$	$\Delta m_i$	Output difference	Output for $M'$
30	$d_8$	$m_7$	5	2 <sup>21</sup>		$d_8$
31	$c_8$	$m_{11}$	9			$c_8$
32	$b_9$	$m_{15}$	13			$b_9$
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••
43	$c_{11}$	$m_5$	11			$c_{11}$
44	$\boldsymbol{b}_{11}$	$m_{13}$	15			$b_{11}$
45	$a_{12}$	$m_3$	3			$a_{12}$
46	$d_{12}$	$m_{11}$	9			$d_{12}$
47	$c_{12}$	$m_7$	11	$2^{21}$	$2^{32}$	$c_{12}[1]$
48	$b_{12}$	$m_{15}$	15		215	$b_{12}[16]$

### 2.3 确定满足差分特征的充分条件

根据差分特征和非线性函数的性质,我们能得到满足表 1 中差分特征的充分条件表.从表 2,我们可以得到近似碰撞概率分别为 2<sup>-s6</sup>.

表 2 碰撞的充分条件
Table 2 Sufficient conditions for collisions of MD4

	Table 2 Sufficient conditions for collisions of MD4						
Step	Output for M						
1	$oldsymbol{a}_1$						
2	$\boldsymbol{d}_1$						
3	$c_1$						
4	$b_{\scriptscriptstyle 1}$						
5	$a_2$						
6	$d_2$						
7	$c_2$	$c_{2,9} = d_{2,9}$					
8	$b_2$	$b_{2,9} = 0$					
9	$a_3$	$a_{3,9} = 0$					
10	$d_3$	$d_{3,9} = 1$					
11	$c_3$	$c_{3,28} = d_{3,28}$ , $c_{3,29} = d_{3,29}$ , $c_{3,30} = d_{3,30}$ , $c_{3,31} = d_{3,31}$ , $c_{3,32} = d_{3,32}$					
12	$b_3$	$b_{3,28} = 1$ , $b_{3,29} = 1$ , $b_{3,30} = 1$ , $b_{3,31} = 1$ , $b_{3,32} = 0$ , $a_{4,7} = b_{3,7}$					
13	$a_4$	$a_{4,28} = 0$ , $a_{4,29} = 0$ , $a_{4,30} = 0$ , $a_{4,31} = 0$ , $a_{4,32} = 1$					
14	$d_{4}$	$d_{4,7} = 1$ , $d_{4,28} = 1$ , $d_{4,29} = 1$ , $d_{4,30} = 1$ , $d_{4,31} = 1$ , $d_{4,32} = 1$					
15	$c_{4}$	$c_{4,7}=0, c_{4,15}=d_{4,15}$					
16	$b_4$	$b_{4,15} = 0, b_{4,7} = c_{4,7}$					
17	$a_5$	$a_{5,11} = c_{4,11}$ , $a_{5,12} = b_{4,12}$ , $a_{5,13} = b_{4,13}$ , $a_{5,14} = b_{4,14}$					
18	$d_5$	$d_{5,12}=0$ , $d_{5,13}=0$ , $d_{5,14}=0$ , $d_{5,15}=1$					
19	$c_{5}$	$c_{5,12} = a_{5,12}$ , $c_{5,13} = a_{5,13}$ , $c_{5,14} = a_{5,14}$ , $c_{5,15} = a_{5,15} + 1$					
20	$b_5$	$b_{5,12}=c_{5,12}$ , $b_{5,13}=c_{5,13}$ , $b_{5,14}=c_{5,14}$ , $b_{5,15}=c_{5,15}$					
21	$a_6$	$a_{6,17} = b_{5,17}$					
22	$d_6$	$d_{6,17} = 1$					
23	$c_6$	$c_{6,17} = a_{6,17}$					
24	$b_6$	$b_{6,17}=c_{6,17}$					
25	$a_7$	$a_{7,22} = b_{6,22}$					
26	$d_7$	$d_{7,22}=1$					
27	$c_7$	$c_{7,22} = a_{7,22}$					
28	$b_7$	$b_{7.22} = c_{7.22}$					
29	$a_8$						
30	$d_8$						
31	$c_8$						

续表			
Step	Output for M		
32	$b_9$		
•••	•••		
43	$oldsymbol{c}_{11}$		
44	$oldsymbol{b}_{11}$		
45	$a_{12}$		
46	$d_{12}$		
47	$c_{12}$	$c_{12,1} = 0$	
48	$b_{12}$	$c_{12,1} = 0$ $b_{12,17} = 0$	

根据表 1 和表 2,我们给定一消息 m,可以找到另一消息 m',产生碰撞,其概率为  $2^{-8}$ , Hamming 重量为 2.

### 3 结论

本文采用比特追踪法对 MD4 进行攻击,利用差分特性,找到近似碰撞路线,使得给定一个消息 m,可以以高概率找到另一消息 m'产生碰撞,其概率为  $2^{-56}$ , Hamming 重量为 2.通过给定的路线跟条件,可能存在两个明文分组间的较好的第二原根攻击.也可用于秘密前缀的 HMAC-MD4 的密钥恢复攻击.

#### 参考文献:

- [1] Rivest R L. The MD4 message digest algorithm[A]. Advances in Cryptology, Crypto'90[C]. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- [2] Rivest R L. The MD5 message digest algorithm [S]. Request for Comments (RFC 1320), Internet Activities Board, Internet Privacy Task Force, 1992.
- [3] Zheng Y, Pieprzyk J, Seberry J. Haval-A one-way hashing algorithm with variable length of output [A]. Advances in Cryptology, Auscrypto'92 Processings [C]. New York: Springer-Verlag, 1992. 83 ~ 104.
- [4] Dobbertin H, Bosselaers A, Preneel B. RIPEMD-160: A strengthened version of RIPEMD[A]. Fast Software Encryption, LNCS 1039 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 1996. 71-82.
- [5] Dobbertin H. RIPEMD with two round compress function is not collision-free [J]. Journal of Cryptology, 1997, 10:51 ~ 69.
- [6] Dobbertin H. Cryptanalysis of MD4[A]. Fast Software Encryption, LNCS 1039[C]. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [7] Dobbertin H. The first two rounds of MD4 are not one-way [A]. Fast Software Encryption, LNCS 1372 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 1998. 284 ~ 292.
- [8] Wang X Y, Yu H B. How to break MD5 and other hash functions [A]. Eurocrypt '05, LNCS 3621 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 19 ~ 35.
- [9] Wang X Y, Lai X J, Feng D G, et al. Cryptanalysis of the hash functions mD4 and RIPEMD[A]. Advances in Cryptology-Eurocrypt 05, LNCS3494[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 1 ~ 18.
- [10] Wang X Y, Feng D G, Yu X Y. An attack on HAVAL function Haval-128[J]. Science in China Ser F Information Sciences, 2005, 48 (5):1 ~ 12.
- [11] Wang X Y, Yu H B, Lisa Y. Efficient collision search attacks on SHA-0[A]. Crypto'05, LNCS 3621[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 1 ~ 16.
- [12] Wang X Y, Lisa Y, Yu H B. Finding collisions on the full SHA-1[A]. Crypto'05, LNCS 3621[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 17 ~ 36.

(编辑:李晓红)