

中 原 大 學  
國 際 貿 易 學 系  
碩 士 學 位 論 文

台股指數現貨與期貨市場波動性之  
長短期效果及關聯性

Exploring the effect of the long-run and short-run components of volatilities and  
correlations between TAIEX and TAIEX markets

指導教授： 巫春洲 博士  
江長周 博士

研 究 生： 蘇義凱

中 華 民 國 九 十 六 年 七 月

## 中文摘要

市場間的訊息傳遞效果可藉由跨市場波動性之關聯性來加以說明，若我們能精確的估計出市場間的關聯性，則可以有效的將此資訊運用在市場的交易行為上。本研究以 Engle 和 Lee (1999) 提出之 component GARCH 模型為基礎，一方面進行台股指數與台股指數期貨市場波動性的長短期效果分析以及討論不對稱長短期效果的表現，此外我們亦分析非經濟事件對長短期波動性的影響，另一方面將 component GARCH 模型結合雙變數 GARCH 模型，進一步討論台股指數與台股指數期貨市場波動性長短期效果的關聯性。實證結果顯示，台股指數與台股指數期貨市場之長短期波動性表現顯著異於零，我們用波動性長期效果的估計參數來計算兩市場的半衰期，結果發現台股指數期貨市場波動性具有較快的均數回復特性；兩市場皆存在短期槓桿效果但不存在長期的槓桿效果；非經濟事件對兩市場短期波動性的影響不一致，其對兩市場長期波動性的影響有限；在跨市場長短期波動性的分析中，我們證實前期市場未預期的訊息會影響另一市場的條件變異數，此亦表示市場間具有訊息傳遞的效果；我們亦證明主要影響台股指數與台股指數期貨市場條件變異數的變數為過去累積的訊息流量；長期波動性只影響個別市場的條件變異數，其在跨市場的交互影響上表現並不顯著；跨市場條件共變異數的相關係數相當高，表示市場間確實存在相當程度的關聯性。

**關鍵詞：**component GARCH 模型、雙變數 GARCH 模型、關聯性、槓桿效果、長短期效果。

## Abstract

The volatility linkages across market are based on the relation between volatility and information flow. We apply to the component GARCH model by Engle and Lee (1999) for the TAIEX and TAIEX markets. We also combine component GARCH model and bi-variate GARCH model, trying to discuss complete volatility linkages. The empirical results represent the trend and the transitory components are significant. And we also used the estimates of trend component to calculate the half-lives of two markets. We consider that the TAIEX market has quick mean-reverting. The leverage term is significant in the short-run component for both of markets. The unexpected information flows will affect the cross conditional covariance. It shows that the volatility linkages between markets are really potent. We also find that the most important variable of the conditional variance equation is the accumulative information flow. Moreover the correlation coefficient of the conditional covariance is quite high. Given this, it can be inferred that highly linkages between TAIEX and TAIEX markets are indeed strong.

Keywords: Component GARCH model, Bi-variate GARCH model, Linkages, Leverage effect, Trend and transitory component volatilities.

## 目錄

中文摘要 .....	I
ABSTRACT.....	II
表目錄 .....	IV
圖目錄 .....	V
第一章 前言 .....	1
第二章 文獻探討 .....	5
第三章 研究方法 .....	9
第一節 COMPONENT GARCH 模型 .....	9
第二節 不對稱 COMPONENT GARCH 模型 .....	12
第三節 雙變數 GARCH 模型 .....	13
第四章 資料分析 .....	15
第五章 實證結果分析 .....	26
第一節 COMPONENT GARCH 模型的參數估計 .....	26
第二節 不對稱 COMPONENT GARCH 模型的參數估計 .....	30
第三節 非經濟事件對長短期波動性的影響 .....	32
第四節 雙變數 GARCH 模型與跨市場長短期波動性之關聯 .....	35
第六章 結論與建議 .....	39
參考文獻 .....	42
附錄 A .....	44
附錄 B .....	46

## 表目錄

表 1：台股指數與台股指數期貨報酬日資料之統計特性分析 .....	16
表 2：台股指數與台股指數期貨日資料之 ARCH-LM 統計量 .....	17
表 3：台股指數日報酬之 GARCH 模型估計結果 .....	19
表 4：台股指數期貨日報酬之 GARCH 模型估計結果 .....	20
表 5：台股指數報酬波動性對台股指數市場殘差項的不對稱結構 .....	24
表 6：台股指數期貨報酬波動性對台股指數期貨市場殘差項的不對稱結構 .....	25
表 7：台股指數之組合型 GARCH 參數估計 .....	27
表 8：台股指數期貨之組合型 GARCH 參數估計 .....	29
表 9：台股指數之不對稱組合型 GARCH 參數估計 .....	30
表 10：台股指數期貨之不對稱組合型 GARCH 參數估計 .....	31
表 11：非經濟事件下台股指數之組合型 GARCH 參數估計 .....	33
表 12：非經濟事件下台股指數期貨之組合型 GARCH 參數估計 .....	34
表 13：跨市場報酬率相關係數 .....	36
表 14：雙變數 GARCH 模型進行市場資料配適 .....	37
表 15：雙變數 GARCH 模型搭配波動性長短期效果進行市場資料配適 .....	38

## 圖目錄

圖 1：台股指數與台股指數期貨年成交量圖.....	3
圖 2：台股指數與台股指數期貨日資料報酬率走勢圖 .....	21
圖 3：台股指數與台股指數期貨日資料分量圖.....	22



中原大學

## 第一章 前言

近年來由於衍生性金融商品的蓬勃發展，使得投資管道趨於多元化，金融業者有必要強化其在資產上的風險控管，即資產配置的適切程度，而資產配置受許多因素影響，包括風險、報酬率和風險趨避程度等。一般而言，風險是無法由市場直接量化的變數，故尋找一個適合的風險代理變數絕對有其必要性，傳統財務文獻大多支持以波動性（volatility）做為風險代理變數的觀點，波動性也隨著計量工具的發展，從靜態的估計，延伸至以動態模型來進行預測，爾後由於衍生性金融商品的發展日新月異，同一標的物的衍生金融商品往往就很豐富，例如期貨、選擇權以及遠期契約等，若同時考慮這些衍生商品對標的資產的影響，則此時波動性的預測更為複雜且難以取決。Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 表示股票、債券和貨幣三個市場的訊息流量與波動性具有某種程度上的關聯性；Sun, Tong 和 Yan (2006) 表示財務市場整合的影響效果可以藉由許多層面來觀察，包括流動性、週轉率、波動性、交易成本、定價差異和訊息流量的關聯性等，此亦說明，我們可以藉由訊息流量變化來衡量市場間的關聯性，然而訊息流量亦是無法藉由市場交易直接量化的變數，Ross (1989) 建議可以利用波動性做為資訊流量變動的代理變數。不同市場間波動性的交互作用更是值得討論的議題之一，特別是相同標的物在現貨市場和衍生商品市場中波動性的關聯性；Engle 和 Lee (1999) 認為可以將波動性區分為長期波動因子與短期波動因子，說明了波動性行程對標的資產的影響相當複雜，另一方面若我們可以利用歷史資訊準確預測波動性行程，則被量化的風險將可以提供市場參與者更多的訊息，同時波動性的預測能力也可以輔助探討市場效率性的問題，一般財務文獻的觀點認為若市場的交易活動可以被準確的預測，則表示市場不具資訊效率性。Engle 和 Lee (1999) 所建立的 component GARCH 模型可以協助說明市場效率性方面的問題。

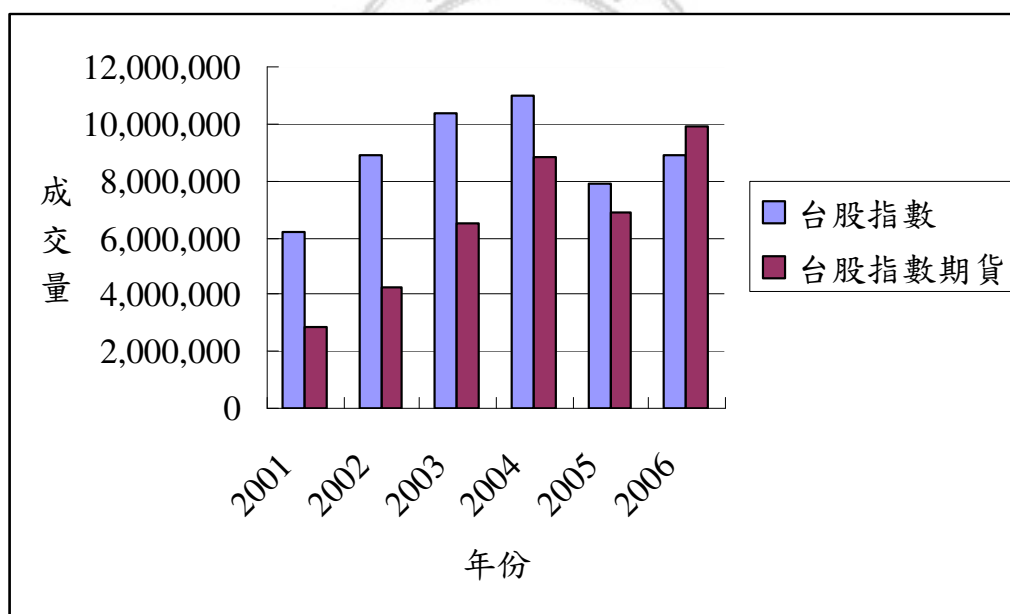
觀察許多財務或經濟的時間序列資料，往往具有條件變異數不齊一的現象，波動性常表現出一些特殊的性質，例如波動叢聚現象與高狹峰分配。Engle (1982) 提出 ARCH (Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) 模型，可以將變異數不齊一的現象納入在 ARCH 模型中來剖析。Bollerslev (1986) 則根據 ARCH 模型進一步發展出 GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) 模型，模型中除了加入殘差落後期平方項外，並加入條件變異數的落後期，能夠更精簡的描述變異數不齊一的現象。

Engle 和 Lee (1999) 提出 component GARCH 模型，可以將波動性行程區隔為長期 (permanent) 波動性因子以及短期 (transitory) 波動性因子，component GARCH 模型藉由不同均數回復率的調整，來反應波動性的長短期效果。長短期效果的區隔，可以協助我們觀察市場是否具有效率性，若模型中的長期效果項顯著，則表示市場不具效率性，亦即當市場受到外生變數干擾時，波動性的影響效果無法立即停止，使市場持續維持震盪。反之，若模型中的短期效果項顯著而長期效果項不顯著，則表示市場具有效率性，即市場受到外生變數干擾後，可以迅速回復平穩的狀態。Engle 和 Lee (1999) 亦考慮槓桿效果 (leverage effect) 而提出具不對稱性的 component GARCH 模型，此模型主要將不對稱性表現為長短期槓桿效果，所謂的槓桿效果為股票市場中壞消息的發生會讓股價下跌，使資本結構比率 (D/E ratio) 上升，即負債比率上升，使權益持有者的風險增加，造成股價波動性增加；反之，若為好消息，則股價上升，資本結構比下降，即負債比率降低，使權益持有者的風險降低，股價波動性相對低於前者。

Christofferson, Jacobs 和 Wang (2006) 將 Heston 和 Nandi (2000) 所建構的 GARCH 型選擇權評價模型結合 Engle 和 Lee (1999) component



GARCH 模型的作法，分析歐式選擇權價格波動性的長短期組成，以更詳細的動態波動模型說明複雜的波動性結構，降低波動性的估計偏誤，提升選擇權評價的準確性。資訊流量無法由市場直接量化的變數，Ross (1989) 和 Andersen (1996) 表示實證分析上可以利用日報酬變異數做為日資訊流量的代理變數，Fleming，Kirby 和 Ostdiek (1998) 表示資訊流量會影響多個市場間波動性的關聯性，他們使用一般動差法 (general moment method) 衡量市場間波動性的關聯性。此外，Sun，Tong 和 Yan (2006) 表示財務市場整合將影響報酬率的相關係數以及兩個市場之間共整合的關係，他們使用雙變數 GARCH 模型來衡量市場之間的關聯性。



說明：1.期間為 2001 年至 2006 年。

2.台股指數成交量單位為十萬股，期貨成交量單位為口數。

3.資料來源：台灣證券交易所與台灣期貨交易所。

圖 1：台股指數與台股指數期貨年成交量圖

本文將探討台股指數與台股指數期貨兩個市場長短期波動性交互作用的實證分析。台股指數與台股指數期貨兩個市場是台灣交易量最活絡的

金融市場，圖 1 表示台股指數與台股指數期貨年成交量圖，由市場實際交易可得知，台股指數市場的年交易量確實有逐年增加的趨勢，由 2001 年的年交易量 6,176,325 百萬股增加至 2006 年的年交易量 890,679 百萬股；台股指數期貨市場的年交易量亦有日漸增加的趨勢，由 2001 年的年交易量 2,844,709 口增加至 2006 年的年交易量 9,914,999 口，上述資料顯示台股指數與台股指數期貨兩個市場實為重要的交易市場而且仍然持續成長中，具有研究其交互作用的必要性，本文將利用雙變數 GARCH 模型討論股票市場與指數期貨市場之間的關聯性，利用市場資料來驗證兩個市場長短期波動性是否存在顯著的關聯性，若兩個市場確實存在顯著之關聯性，則市場參與者可以藉由單一市場的變化，立即調整另一個市場的交易策略，例如避險或交換等交易策略，進一步得到規避風險與投機套利的目的。除前言外，本文其他架構分述如下：第二章為文獻探討，第三章為本文相關研究方法的介紹，第四章為資料分析，第五章為實證結果分析，第六章為本文之結論與建議。

中原大學

## 第二章 文獻探討

二階動差可以用來衡量資料的離散程度，就報酬率變數而言，離散程度越高可以表示風險水準越大，反之亦然。對市場參與者而言，報酬率高固然重要，報酬率的離散程度也值得關注，因此許多文獻致力於二階動差的研究，同時研究變異數行程的持續性以及變異數間因果關係，例如 Ding 和 Granger (1996) ，Ding，Granger 和 Engle (1993) 與 Engle，Granger 和 Robins (1986) 等，皆支持波動性具有高度的持續性，且可能為長記憶 (long memory) 或部分整合<sup>1</sup> (fractionally integrated) 行程。

長記憶的行為在波動性行程的模型化中可以被區分為兩個部份，包括近似單根<sup>2</sup> (unit root) 與隨時間經過而快速遞減兩個部份。French，Schwert 和 Stambaugh (1987) ，Chou(1988)，Nelson (1989,1990) ，Pagan 和 Schwert (1990) ，與 Engle，Bollerslev 和 Nelson (1994) 等，則將這兩部分組成結構延伸至更複雜的動態過程，並將其歸納為永久 (permanent) 波動成份以及暫時 (transitory) 波動成份兩類。其中，永久波動成份可視為長期波動性，暫時波動成份則表示為短期波動性，兩者的區隔條件為短期波動性相較於長期波動性具有較迅速的均數回復<sup>3</sup> (mean-reverting) 特性。

在股票市場的交易方面，槓桿效果是普遍存在的現象，Nelson (1991) 提出 EGARCH (exponential GARCH) 模型，修正了原始 GARCH 模型在資產定價應用上的不足，主要是 EGARCH 模型架構中，考慮不對稱的問題。Brandt 和 Jones (2006) 提出以變幅資料結合 EGARCH 模型進行波動性預

<sup>1</sup> 部分整合常被用來討論長記憶行程，而部分整合與一般常見的共整合最大的差異在於，部分整合將整合係數的限制放寬，使其可以介於 0 與 1 之間。其目的在於，部分整合的設定使觀察值之間自我相關係數隨時間經過遞減至零的速度會較具有彈性。

<sup>2</sup> 單根被用來判斷資料是否具有定態的特性，若資料具有單根即表示資料具有非定態的特性，且特性根方程式其中一個解等於 1。

<sup>3</sup> 均數回復在此表示，長期下波動性將收斂至平均值的特性。

測，他們認為此模型預測的準確性可長達一年，與 West 和 Cho (1995) 以及 Christoffersen 和 Diebold (2000) 以報酬建構的波動性預測模型，其預測能力之準確性只在短期中有效的推論不同。Engle 和 Lee (1999) 亦提出不對稱 component GARCH 模型，進一步將長短期不對稱效果納入波動性行程中，並且指出文獻中所指稱的槓桿效果在股票市場中是代表一種暫時性的反應，亦即在長期波動項中的槓桿效果並不顯著。

就選擇權評價方面，在處理衍生性證券評價時的標的資產行程，主要可分為連續時間以及間斷時間兩種評價模式。在連續時間的選擇權評價文獻中，Heston (1993) 利用隨機波動 (stochastic volatility) 模型，來估計選擇權波動性的隨機行程；另一方面，在間斷時間的選擇權評價文獻中，Duan (1995) 提出 GARCH 的選擇權評價模型，此模型包含動態的條件變異數以及槓桿效果的討論。Heston 和 Nandi (2000) 提出的模型與 Duan (1995) 的模型類似，他們的模型相較於 Black 和 Scholes (1973) 提出的選擇權評價模型，具有較小的訂價偏誤，亦表示選擇權評價模型中波動性估計的準確性是影響選擇權訂價準確性的主要因素之一，且動態波動模型所估計之波動性相較於靜態波動性具有較低的估計偏誤，因此波動性估計的準確度相對於衍生證券的評價上，是相當重要的。

近年來許多文獻將 component GARCH 模型應用在實證分析上。Christofferson, Jacobs 和 Wang (2006) 認為傳統 GARCH 模型並無法適切地捕捉歐式選擇權標的資產報酬波動性複雜的動態結構，試圖尋找一個更優良的動態波動模型，以避免波動性估計偏誤導致的選擇權評價偏誤，提出 component GARCH 行程之下的歐式選擇權評價模型，將選擇權報酬率波動性的長短期效果加以區隔，得到更有解釋能力的動態波動結構模型。證實將選擇權報酬波動性區隔為長短期效果進行分析，可以降低選擇權報

酬波動性估計偏誤。此結論亦說明波動性長短期效果的應用不只限於現貨市場，也可以應用在衍生證券市場。Tobias 和 Rosenberg (2006) 將股票市場的風險拆解為受長期與短期不同波動因子的影響，其中短期波動因子主要是用來捕捉市場偏態風險，長期波動因子則用以說明景氣循環風險，他們發現即使平均的風險溢酬小於長期波動因子，但短期波動因子仍為影響跨部位風險<sup>4</sup>的重要因素。

Ross (1989) 研究不同市場間波動性的關連性，主要著重討論波動性與資訊流量的關係。Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 認為連結不同市場波動性傳遞的因素有兩個，包括一般訊息 (common information) 以及資訊外溢 (information spillover) 兩種不同的資訊流，所謂一般訊息，亦即可同時在不只一個市場中產生預期影響的訊息，例如關於通貨膨脹方面的訊息，能同時影響投資人在多個市場上的預期；資訊外溢效果起因於不同市場之間的避險行為。若投資人同時持有包含債券與股票的投資組合，在利率並未改變的條件下，當投資人修正其對股票的期望報酬時，一方面會立即反應在投資人對股票的需求上，另一方面也會改變其對債券的需求，原因在於投資人相信兩個市場存在關聯性，故持有債券部位以規避持有股票部位的投機風險。換言之，若市場間存在關聯性，當訊息事件發生時，除了會影響個別市場的波動性外，訊息的傳遞過程亦會藉由避險的行為影響另一個市場的波動性。Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 利用波動性和資訊流量之間的關係產生非條件的日報酬動差之限制，並以一般動差法 (general moment method) 估計不同市場對數化資訊流在同一時期的相關性。由於最大概似法 (Maximum Likelihood) 估計的殘差可能存在自我相關的問題，而且 MLE 包含多重的動差限制且並不容易進行統計估計，因此 Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 在研究方法上採行 GMM 代替 MLE。

---

<sup>4</sup> 跨部位風險表示以公司規模與淨值市價估計的跨部位報酬率之波動性。

另一方面許多財務文獻藉由多變數 GARCH 模型 (Multivariate GARCH) 來衡量波動性之間的相關程度，多變數 GARCH 模型在本質類似單變數 GARCH 模型，最大的差異在於多變數 GARCH 模型多考慮了條件共變異數項，亦即多變數 GARCH 模型可以將兩種以上資產報酬率的變異數以及共變異數行程予以模型化。Bollerslev, Engle 和 Wooldridge (1988) 提出 VECG 模型，此模型可以將兩種以上資產報酬率的變異數以及共變異數行程予以模型化為多變數 GARCH 模型的型態，雖然 VECG 模型可以用來衡量數種資產報酬的條件變異數與條件共變異數，但其存在一些缺點，即 VECG 模型並未能保證條件共變異數矩陣必然符合正定<sup>5</sup>的條件，以及參數估計過多的問題。Engle 和 Kroner (1995) 提出 BEKK 模型，此模型修正 VECG 模型中，條件共變異數矩陣不一定為正定的問題，並導出共變異數為定態的充分與必要條件。近幾年財務文獻廣泛討論多變數 GARCH 模型延伸的應用，例如 Karolyi 和 Stulz (1996) 提出含有常數項條件相關方程式的多變數 GARCH 模型。Sun, Tong 和 Yan (2006) 表示財務市場整合對市場的影響，可以藉由許多層面來印證，而財務市場整合將帶來許多正面的影響，例如：資金成本下降、資訊環境的改善、流動性增加、波動性趨於和緩、降低買賣價差等正面的影響。此外財務市場整合亦促使市場間定價差異縮小，市場間報酬率的相關性增加、共整合的關係也趨於緊密。Sun, Tong 和 Yan (2006) 利用多變數 GARCH 模型分析財務市場整合後市場之間的關聯性，他們認為在財務市場整合後，波動外溢效果顯著，此亦說明訊息流量會影響跨市場波動性的關聯性。

---

<sup>5</sup> 由於變異數必為正，故條件共變異數矩陣必須符合正定條件，若條件共變異數矩陣不為正定的條件，則估計之變異數可能為負值。

### 第三章 研究方法

本章節的內容包括 component GARCH 模型、不對稱 component GARCH 模型以及雙變數 GARCH 模型的介紹，由於本研究也討論 component GARCH 模型與不對稱 component GARCH 模型在樣本內及樣本外預測能力的表現，因此相關的預測方法自此也予以簡單介紹。

#### 第一節 component GARCH 模型

Engle 和 Lee (1999) 延伸 Bollerslev (1986) GARCH 模型的設定方法，將前期的殘差與變異數項之參數和，視為條件變異數的均數回復率，進一步放寬模型之設定條件，並假設長期波動性的代理變數為一隨機變數，進而發展出 component GARCH 模型，波動性的結構模型如(1)至(3)式所示，詳細之推導過程請參考附錄 A：

$$h_t = q_t + s_t \quad (1)$$

$$s_t = (\alpha + \beta)s_{t-1} + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (2)$$

$$q_t = \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (3)$$

其中  $h_t$  表示條件變異數可視做是由長期與短期波動因子所組成；其中  $q_t$  表示長期波動因子， $s_t$  表示短期波動因子。短期波動因子方程式中顯示  $s_t$  服從 AR(1) 的隨機行程， $\varepsilon_{t-1}^2$  表示前期波動性的衝擊項或未預期項， $(\alpha + \beta)$  可以表示為短期波動性因子的均數回復率或持續率，其值介於 0 與 1 間，且  $(\alpha + \beta) < 1$ 。條件變異數會以  $(\alpha + \beta)$  的幾何比率均數回復至非條件變異<sup>6</sup>。

<sup>6</sup>我們用遞迴推算推估短期波動因子方程式至第 0 期，則可得到  $s_t = (\alpha + \beta)^t s_0$ ，若  $t$  趨近於無

在經濟意義的表現上，若均數回復率越小，則表示市場衝擊對波動性期望值持續影響的敏感程度越小，即市場接受到衝擊訊息後，波動性的反應效果能迅速反應市場所釋放的衝擊，且具有較低的持續影響力。另外，長期波動因子方程式中顯示  $q_t$  亦服從 AR(1) 的隨機行程， $\rho$  可視為長期波動因子的均數回復率，其值也介於 0 與 1 間，長期下將收斂於  $\frac{\omega}{(1-\rho)}$ ；且假設長期因子相較於短期因子具有較慢的均數回復率，即  $0 < (\alpha + \beta) < \rho < 1$ 。

短期波動因子預測可表現如(4)式所示<sup>7</sup>：

$$(h_{t+k|t-1} - q_{t+k|t-1}) = (\alpha + \beta)^k (h_t - q_t) \quad (4)$$

將短期波動因子預測對波動性衝擊進行微分，可以得到敏感度為<sup>8</sup>：

$$\frac{\partial(h_{t+k|t-1} - q_{t+k|t-1})}{\partial \varepsilon_{t-1}^2} = (\alpha + \beta)^k \frac{\partial(h_t - q_t)}{\partial \varepsilon_{t-1}^2} = (\alpha + \beta)^k \alpha \quad (5)$$

另外波動性趨勢項預測可以表示成(6)式：

$$q_{t+k|t-1} = \omega + \rho q_{t+k-1|t-1} + \phi E_{t-1}[\varepsilon_{t+k-1}^2 - h_{t+k-1}] = \omega + \rho q_{t+k-1|t-1} \quad (6)$$

若  $0 < \rho < 1$ ，則(6)式可重新整理表示為：

$$q_{t+k|t-1} = \frac{\omega}{(1-\rho)} + \rho^k \left( q_t - \frac{\omega}{(1-\rho)} \right) \quad (7)$$

窮大，則條件變異數會等於非條件變異數。此亦表示條件變異數會以  $(\alpha + \beta)$  的幾何比率均數回復至非條件變異數。

<sup>7</sup>由於  $h_{t+k|t-1} \equiv E_{t-1}[\varepsilon_{t+k}^2]$  與  $q_{t+k|t-1} \equiv E_{t-1}[q_{t+k}]$  恆成立，且  $h_t - q_t = s_t$ ，因此經由遞迴推算，可以推導出短期波動因子預測值可以表示為  $(\alpha + \beta)^k (h_t - q_t)$ 。

<sup>8</sup>由於短期波動因子預測為  $(\alpha + \beta)^k (h_t - q_t)$ ，且  $h_t - q_t = s_t$ ，因此短期波動因子預測對波動性的衝擊即  $(\alpha + \beta)^k \frac{\partial s_t}{\partial \varepsilon_{t-1}^2} = (\alpha + \beta)^k \alpha$ 。



長期下，由於  $0 < \rho < 1$  且  $k \rightarrow \infty$ ，因此  $\rho^k \rightarrow 0$ ，上式將收斂於  $\frac{\omega}{(1-\rho)}$ 。

而長期波動因子預測對波動性衝擊的敏感度為：

$$\frac{\partial q_{t+k|t-1}}{\partial \varepsilon_{t-1}^2} = \rho^k \frac{\partial q_t}{\partial \varepsilon_{t-1}^2} = \rho^k \varphi \quad (8)$$

長期下條件變異數  $h_{t+k}$  會趨近於長期波動因子  $q_{t+k}$ ，且  $\rho^k > (\alpha + \beta)^k$ ，又  $\alpha \geq \varphi$  條件成立，所以(5)式與(8)式相等，此亦表示我們預期長期中的立即反應項會小於短期中的立即反應項。

Component GARCH 模型必須符合定態 (stationarity) 以及非負 (non-nagativity) 兩個統計特性。定態條件即為  $\rho < 1$ 、 $(\alpha + \beta) < 1$ ，此時模型才會存在長期非條件變異數估計值。由於波動性衡量必為非負條件，因此須符合  $\rho > (\alpha + \beta) > 0$ 、 $\beta > \varphi > 0$ 、 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\omega > 0$ 、 $\varphi > 0$  的條件，然而上述條件為充分但非必要條件，故短期波動組成項不一定要符合非負的限制。

## 第二節 不對稱 component GARCH 模型

Engle 和 Lee (1999) 在考慮市場可能存在槓桿效果後，進一步提出不對稱 component GARCH 模型，可以表示為(9)與(10)式所示：

$$h_t = q_t + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \delta_2(D_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 - 0.5q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \quad (9)$$

$$q_t = \omega + \rho q_{t-1} + \varphi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) + \delta_1(D_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 - 0.5h_{t-1}) \quad (10)$$

其中  $D_t$  為虛擬變數，當  $\varepsilon_t < 0$  則  $D_t=1$ ，若  $\varepsilon_t > 0$  則  $D_t=0$ ，式中的 0.5 則表示為虛擬變數的平均影響，此乃建構於對稱報酬率分配的假設上。不對稱 component GARCH 模型長期波動組成項對壞消息的反應為  $\varphi + \delta_1$ ，而好消息的反應則為  $\varphi^9$ ；短期波動因子對壞消息的反應為  $\alpha + \delta_2$ ，而好消息的反應則為  $\alpha^{10}$ 。在不對稱 component GARCH 模型中  $\delta_1$  及  $\delta_2$  分別表示為長期及短期的槓桿效果；若訊息反應在長短期效果下存在不一致的現象，表示槓桿效果為顯著。一般而言，如果長期不對稱效果顯著，則表示訊息對報酬率的波動性影響具有持續的特性，因此在長期下，市場參與者應考慮槓桿效果對交易的影響。反之，若短期不對稱效果顯著，則市場參與者應該將槓桿效果納入短期交易中。

<sup>9</sup>在前一期報酬率為負的條件下，即  $\varepsilon_{t-1} < 0$ ，長期波動因子對波動性衝擊進行微分，可以得到敏感度為  $\varphi$ ；在前一期報酬率為正的條件下，即  $\varepsilon_{t-1} > 0$ ，長期波動因子對波動性衝擊進行微分，可以得到敏感度為  $\varphi + \delta_1$ 。

<sup>10</sup>在前一期報酬率為負的條件下，即  $\varepsilon_{t-1} < 0$ ，短期波動因子對波動性衝擊進行微分，可以得到敏感度為  $\alpha + \delta_2$ ；在前一期報酬率為正的條件下，即  $\varepsilon_{t-1} > 0$ ，短期波動因子對波動性衝擊進行微分，可以得到敏感度為  $\alpha$ 。

### 第三節 雙變數 GARCH 模型

跨市場分析可以幫助我們進一步了解市場關聯的程度，亦可清楚說明訊息在市場上流動的動向與影響程度，若市場參與者能得知跨市場波動性交互作用的充分資訊，便可以進一步妥善規劃其交易策略。Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 指出市場與市場之間存在資訊流量的交互作用，但此一交互作用無法由市場交易來觀察，主張進行市場關聯性之研究時，可以將日報酬之波動性視為一種日內資訊流，做為資訊流量的代理變數，由此直接進行不同市場間落後期資訊流之同步相關性估計。本文將建構在此觀念下進行跨市場分析，並配合 Sun, Tong 和 Yan (2006) 所應用之雙變數 GARCH 模型，來協助這部份分析工作。

雙變數 GARCH 模型如(11)至(15)式所示：

$$r_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad (11)$$

$$r_{f,t} = \varepsilon_{f,t} \quad (12)$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \beta_i h_{ii,t-1} + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \tau_i \varepsilon_{f,t-1}^2 \quad (13)$$

$$h_{ff,t} = \omega_f + \beta_f h_{ff,t-1} + \alpha_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + \tau_f \varepsilon_{i,t-1}^2 \quad (14)$$

$$h_{if,t} = \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}} \quad (15)$$

$r_{i,t}$  與  $r_{f,t}$  可以分別表示在 t 期台股指數與台股指數期貨的報酬率， $\varepsilon_{i,t}$  與  $\varepsilon_{f,t}$  表示均數方程式中，台股指數與台股指數期貨在 t 期的殘差項， $h_{ii,t}$ 、 $h_{ff,t}$  以及  $h_{if,t}$  分別表示台股指數、台股指數期貨的市場條件變異數以及跨市場條

件共變異數。其中， $\beta_i$ 與 $\beta_f$ 表示為過去累積的訊息流量對市場條件變異數的影響， $\alpha_i$ 與 $\alpha_f$ 表示為前期市場未預期的訊息對市場條件變異數的影響， $\tau_i$ 與 $\tau_f$ 則表示為訊息流量對跨市場條件變異數的影響， $\kappa$ 表示條件共變異數的相關係數。我們進一步將長短期效果納入雙變數 GARCH 模型中，相關推導過程可以參考附錄 B。

考慮長短期效果後的雙變數 GARCH 模型，如(16)至(20)式所示：

$$r_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad (16)$$

$$r_{f,t} = \varepsilon_{f,t} \quad (17)$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \rho_i q_{i,t-1} + \varphi_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - h_{ii,t-1}) + \alpha_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - q_{i,t-1}) + \beta_i (h_{ii,t-1} - q_{i,t-1}) + v_i q_{f,t-1} \quad (18)$$

$$h_{ff,t} = \omega_f + \rho_f q_{f,t-1} + \varphi_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - h_{ff,t-1}) + \alpha_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - q_{f,t-1}) + \beta_f (h_{ff,t-1} - q_{f,t-1}) + v_f q_{i,t-1} \quad (19)$$

$$h_{if,t} = \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}} \quad (20)$$

$q_{i,t-1}$ 與 $q_{f,t-1}$ 表示在 t-1 期下，台股指數與台股指數期貨波動性的長期效果。 $\rho_i$ 與 $\rho_f$ 分別表示長期效果對該市場條件變異數的估計係數，可視為長期效果對條件變異數方程式的直接影響； $\varphi_i$ 與 $\varphi_f$ 表示條件變異數中殘差項的估計係數； $v_i$ 與 $v_f$ 表示長期效果對跨市場條件變異數的估計係數，可視為長期效果對跨市場條件變異數的交叉影響； $\kappa$ 表示條件共變異數方程式的相關係數。

#### 第四章 資料分析

本文針對台股指數與台股指數期貨日資料為主要分析對象，起迄時間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日止<sup>11</sup>，總計有 1392 筆指數報酬日資料觀察值，以及 1392 筆台股指數期貨報酬日資料觀察值，樣本中的期貨價格資料為當月契約 (front-month contract) 或主要交易月份契約的期貨價格，其中當月是交易最為活絡的交易月份，而當月契約則是最接近交割日期的契約。本文將每日交易量最大的契約價格視為期貨價格，資料來源主要取自於台灣經濟新報資料庫。

本文以日報酬率做為研究期間樣本之敘述統計量。日報酬率則由每日台股指數與台股指數期貨日資料收盤價格進行轉換，本文所定義之報酬率的計算方式如下：

$$\text{台股指數報酬率} = 100 \times [\ln(P_t^{close}) - \ln(P_{t-1}^{close})]$$

$$\text{台股指數期貨報酬率} = 100 \times [\ln(F_t^{close}) - \ln(F_{t-1}^{close})]$$

其中  $P_t^{close}$  表示台股指數在第  $t$  期的收盤價格， $F_t^{close}$  表示台股指數期貨在第  $t$  期的收盤價格。

---

<sup>11</sup> 台股指數期貨交易紀錄始於 1999 年 1 月 2 日，此時一週之交易天數為 6 天；2000 年 1 月 2 日起一週之交易天數改為隔週休二日；2001 年 1 月 2 日起因市場交易受週休二日的影響，故一週之交易天數為 5 天。由於市場交易天數不一致，為了避免研究結論受市場結構改變的影響，故本文研究期間取樣起於 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日。

表 1：台股指數與台股指數期貨報酬日資料之統計特性分析

	日 資 料	
	台股指數報酬	台股指數期貨報酬
樣本數	1392	1392
平均數	0.0222	0.0226
最大值	5.6126	6.7657
最小值	-6.9123	-7.2555
標準差	1.4861	1.6773
偏態係數	-0.0010	-0.0645
峰態係數	4.7165	5.8027
Jarque-Bera	170.891(0.000)	456.557(0.000)

說明：1.研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

2.Jarque-Bera 檢定統計量， $JB=T[(sk^2/6)+(k-3)^2/24]$ ，T 表示樣本觀察值數目，sk 表示偏態係數，k 表示峰態係數，且 Jarque-Bera 檢定統計量漸近服從自由度為 2 的卡方分配。

3.台股指數日報酬率的計算方式為： $100 \times [\ln(P_t^{close}) - \ln(P_{t-1}^{close})]$ ，而台股指數期貨日報酬率的計算方式為： $100 \times [\ln(F_t^{close}) - \ln(F_{t-1}^{close})]$ ，其中  $P_t^{close}$  表示台股指數在第 t 期的收盤價格， $F_t^{close}$  表示台股指數期貨在第 t 期的收盤價格。

4.Jarque-Bera 列中的括號內表示 p 值。

表 1 為台股指數與台股指數期貨報酬率的統計特性分析，在進行樣本分配的常態檢定上，可以利用 Jarque-Bera (JB) 的統計量為指標，由表 1 得知，台股指數期貨與台股指數報酬日資料的平均數以及標準差的差異不大，隱含同一標的資產在兩個市場的分配情形大致相似。台股指數期貨報酬資料的 JB 值為 456.557，台股指數報酬日資料的 JB 值為 170.891，兩組資料 JB 值都明顯拒絕了常態分配的虛無假設。此外，台股指數期貨及台股指數資料的峰態係數都顯著大於 3，代表資料均呈現高狹峰 (leptokurtic) 的現象。表 2 表示對資料進行簡易之 ARCH-LM 檢定 (Lagrange Multiplier Test)，ARCH-LM 檢定可以檢定條件變異是否存在 ARCH 效果(ARCH-effect)，即資料是否存在異質變異的特性。由表 2 得知，在最小平方估計法下的 LM 統計量明顯大於顯著水準值為 5%的卡方分配臨界值，表示以最小平方估計，無法說明資料存在異質變異的特性，使殘差項中仍存在 ARCH 效果。若進一步以 GARCH 模型進行估計，使其

LM 統計量皆小於顯著水準值為 5% 的卡方分配臨界值，則表示 GARCH 模型可以解釋資料異質變異的特性，讓殘差項中不存在 ARCH 效果。綜合以上推論可以支持採用 GARCH 模型來進行進一步的分析。

表 2：台股指數與台股指數期貨日資料之 ARCH-LM 統計量

k	1	2	3	4	5
台股指數	6.916**	31.602**	67.596**	85.176**	113.030**
台股指數期貨	12.456**	30.333**	71.885**	91.002**	111.840**

說明：1. \*\*表示在顯著水準 5% 下顯著。

2. 表中的值表示為 LM 檢定的統計量  $TR^2$ ，服從自由度為 k 的  $\chi^2$  分配，其中 T 為樣本個數， $R^2$  為以 OLS 估計的輔助迴歸式之判定係數，k 為落後期數。均數方程式為  $r_{i,t} = \alpha_1 r_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{i,t}$ ，將殘差的平方項存成一個時間序列，進一步將  $\hat{\varepsilon}_{i,t}^2$  對截距項 k 個落後項做輔助迴歸，且計算此輔助迴歸的判定係數，即估計  $\hat{\varepsilon}_{i,t}^2 = a_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\varepsilon}_{i,t-j}^2$ 。

3. 虛無假設表示不存在 ARCH 效果。

4. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

中原大學

表 3 表示對台股指數進行 GARCH 模型的參數估計，分別估計 GARCH(1,1)、GARCH(1,2)、GARCH(2,1)及 GARCH(2,2)模型配適市場實際交易資料的結果。由表 3 進行 LR-test<sup>12</sup>分析，已知 GARCH(1,2)模型的 LLF<sup>13</sup>為-2398.038、GARCH(2,1)模型的 LLF 為-2396.566、GARCH(2,2)模型的 LLF 為-2394.454，以及 GARCH(1,1)模型的 LLF 為-2398.985，在  $\alpha=0.01$  的顯著水準與臨界值為  $\chi^2_{0.01}(1)=6.635$  的條件下，GARCH(1,1)與 GARCH(1,2)相較，其 LR=1.894，GARCH(1,1)與 GARCH(2,1)相較，其 LR=4.838，GARCH(2,2)與 GARCH(1,1)相較，其 LR=5.062，皆不在拒絕域的範圍，表示模型並沒有因為增加解釋變數而明顯增加其解釋能力，且 GARCH(1,2)模型中係數  $\hat{\beta}_2$  的估計值為-0.341，其對應 t 值為-0.753。GARCH(2,1)模型中，係數  $\hat{\alpha}_2$  的估計值為 0.053，其對應 t 值為 1.305。GARCH(2,2)模型中，係數  $\hat{\alpha}_2$  的估計值 0.061，其對應 t 值為 0.825，以及係數  $\hat{\beta}_2$  的估計值為 0.127，其對應 t 值為 0.138，皆無法拒絕係數值為 0 的虛無假設。因此在台股指數日報酬資料配適能力的比較上，採用 GARCH(1,1)模型較為適當。

<sup>12</sup>  $LR = -2(L_{null} - L_{alternative}) \sim \chi^2(k)$ ，其中 k 表示在對立假設下多引進的解釋變數個數。當 k=1 及顯著水準  $\alpha=1\%$  時，若  $LR > \chi^2_{1-\alpha}(1)=6.635$ ，則拒絕虛無假設，虛無假設為增加的解釋變數具有解釋能力。

<sup>13</sup> LLF 表示 log likelihood function 之概似值。



表 3：台股指數日報酬之 GARCH 模型估計結果

$$y_t = \varepsilon_t$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)
$\hat{\omega}$	0.015( 2.012 )**	0.010( 1.198 )	0.017( 1.936 )**	0.019(1.010)
$\hat{\alpha}_1$	0.057( 3.403 )**	0.040( 1.333 )	0.011( 0.339 )	0.011(0.333)
$\hat{\alpha}_2$			0.053( 1.305 )	0.061(0.825)
$\hat{\beta}_1$	0.935( 57.102 )**	1.296( 2.680 )**	0.928( 46.934 )**	0.792(0.802)
$\hat{\beta}_2$		-0.341(-0.753 )		0.127(0.138)
Q(5)	9.6876[0.085]	10.603[0.060]	11.924[0.036]	11.872[0.037]
Q(10)	12.902[0.229]	13.765[0.184]	14.959[0.134]	14.907[0.135]
LLF	- 2398.985	- 2398.038	-2396.566	-2396.454

- 說明：1.  $y_t$  為台股指數日報酬率， $h_t$  為台股指數日報酬率的條件變異數， $\varepsilon_{t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方。
2. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error 下之 t-value，而中括號的值表示為 p-value，且 \*\* 表示在顯著水準 5% 下顯著。
3. Q(5) 表示落後 5 期的 Q 統計量，Q(10) 表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設分別表示直到 5 期與 10 期之前不存在統計上的自我相關。
4. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。
5. LLF 表示 log likelihood function 之概似值。

表 4 表示對台股指數期貨日收盤價資料進行 GARCH 模型的參數估計，分別估計 GARCH(1,1)、GARCH(1,2)、GARCH(2,1)及 GARCH(2,2)模型配適市場實際交易資料的結果。由表 4 進行 LR-test 分析，可知 GARCH(1,2)模型的 LLF 為 -2529.581、GARCH(2,1)模型的 LLF 為 -2528.437、GARCH(2,2)模型的 LLF 為 -2528.408，以及 GARCH(1,1)模型的 LLF 為 -2531.122，在  $\alpha = 0.01$  的顯著水準與臨界值為  $\chi(1)_{0.01}^2 = 6.635$  的條件下，GARCH(1,1)與 GARCH(1,2)相較，其 LR=3.224，GARCH(1,1)與 GARCH(2,1)相較，其 LR=5.37，GARCH(2,2)與 GARCH(1,1)相較，其 LR=5.428，皆不在拒絕域的範圍，表示模型並沒有因增加解釋變數而明顯增加其解釋能力，且 GARCH(1,2)模型中係數  $\hat{\beta}_2^f$  之估計值為 -0.393，其對

應的 t 值為-1.190，GARCH(2,1)模型中，係數 $\hat{\alpha}_2^f$ 之估計值為 0.063，其對應的 t 值為 1.531，GARCH(2,2)模型中，係數 $\hat{\alpha}_2^f$ 之估計值為 0.059，其對應的 t 值為 0.917，以及係數 $\hat{\beta}_2^f$ 之估計值為-0.057，其對應的 t 值為-0.097，並無法拒絕係數值為 0 的虛無假設。因此在台股指數期貨日報酬資料配適能力的比較上，採用 GARCH(1,1)模型較為適當。

表 4：台股指數期貨日報酬之 GARCH 模型估計結果

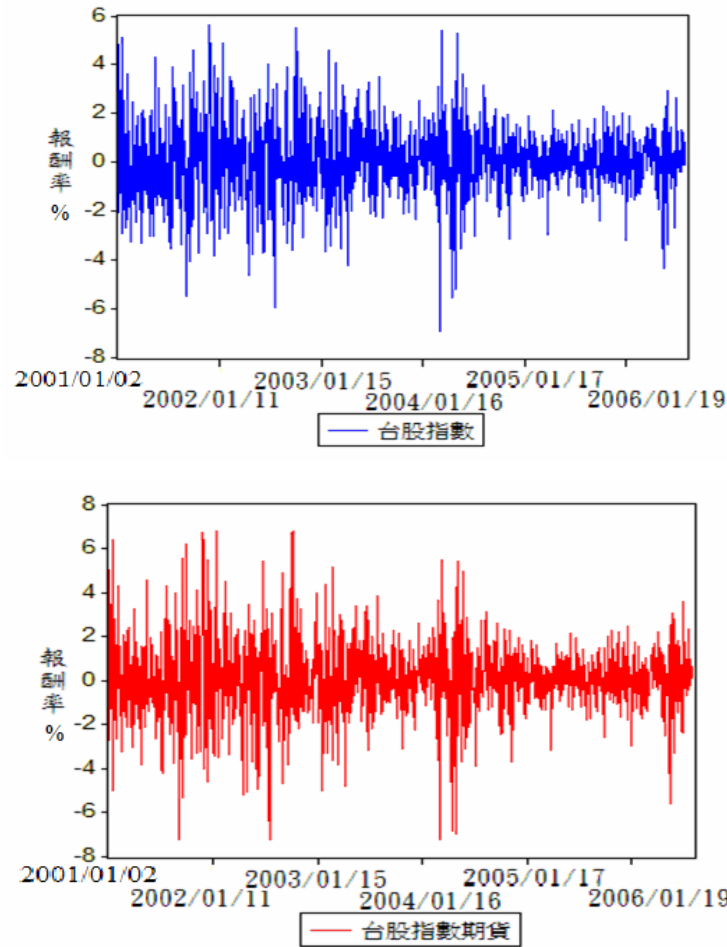
$$y_t^f = \varepsilon_t$$

$$h_t^f = \omega^f + \sum_{i=1}^p \alpha_i^f (\varepsilon_{t-i}^f)^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j^f h_{t-j}^f$$

$$\varepsilon_t^f | I_{t-1} \sim N(0, h_t^f)$$

	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)
$\hat{\omega}^f$	0.024( 2.278 )**	0.016( 1.452 )	0.028( 2.149 )**	0.027(1.291)
$\hat{\alpha}_1^f$	0.073( 4.404)**	0.047( 1.797 )**	0.020( 0.605 )	0.020(0.600)
$\hat{\alpha}_2^f$			0.063( 1.531 )	0.059(0.917)
$\hat{\beta}_1^f$	0.919( 60.912 )**	1.340( 3.754 )**	0.907( 47.155)**	0.969(1.497)
$\hat{\beta}_2^f$		-0.393(-1.190 )		-0.057(-0.097)
$Q^f(5)$	5.450[0.363]	6.076[0.299]	6.276[0.280]	6.325[0.276]
$Q^f(10)$	10.980[0.398]	11.087[0.351]	11.277[0.336]	11.320[0.333]
LLF	- 2531.122	- 2529.581	-2528.437	-2528.408

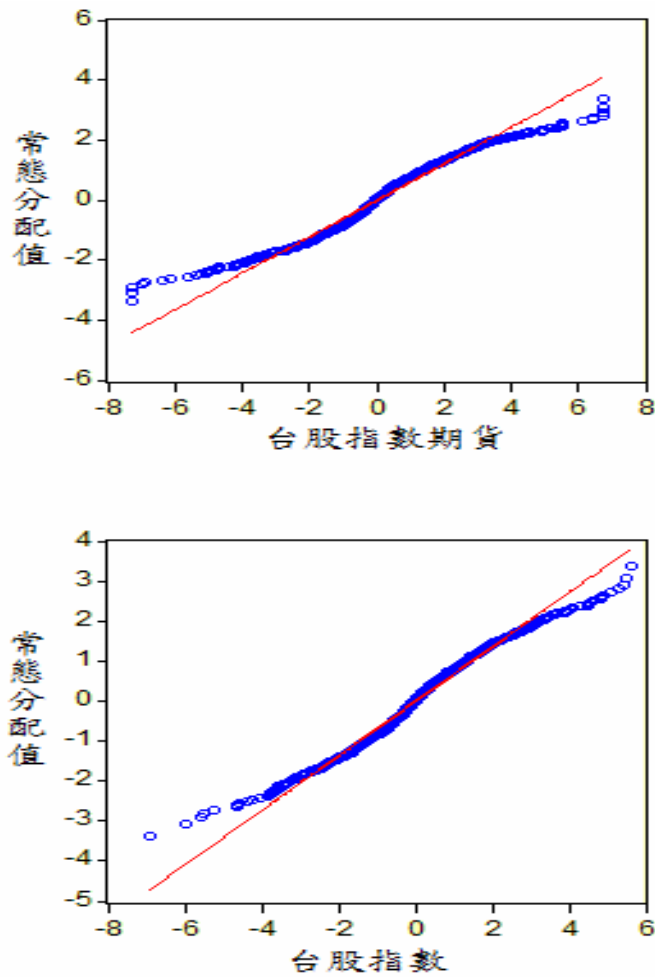
- 說明：1.  $y_t^f$  為台股指數期貨日報酬率， $h_t^f$  為台股指數期貨日報酬率的條件變異數， $(\varepsilon_{t-1}^f)^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方。
2. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error 下之 t-value，而中括號的值表示為 p-value，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。
3.  $Q^f(5)$ 表示落後 5 期的 Q 統計量， $Q^f(10)$ 表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設分別表示直到 5 期與 10 期之前不存在統計上的自我相關。
4. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。
5. LLF 表示 log likelihood function 之概似值。



說明:1. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料，資料間隔筆數為 250 筆。

圖 2：台股指數與台股指數期貨日資料報酬率走勢圖

由圖 2 台股指數與台股指數期貨日資料報酬率走勢圖可發現，台股指數與台股指數期貨的時間序列資料，確實存在波動叢聚的現象，此亦是支持我們對其波動性行程配適 GARCH 模型的理由之一；台股指數資料的變動情形較台股指數期貨資料和緩，即報酬率的變動較小。由於標的資產相同，故台股指數期貨與台股指數資料的變動是同向波動，這與表 1 的推論一致。



說明:1. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

2. 對角線的分配設定為常態分配，若資料分配與事先設定之分配一致，則分量點會沿著對角線分佈。

圖 3：台股指數與台股指數期貨日資料分量圖

圖 3 表示台股指數與台股指數期貨日資料分量圖 (Quantile-Quantile plot)，分量圖是由 Cleveland (1994) 提出的工具，分量圖可以用來比較兩種分配的異同，若兩種分配同態 (identified) 則分量點會沿著對角線分佈，反之亦然。首先我們對對角線的分配設定為常態分配，由圖 3 可以發現，台股指數與台股指數期貨日資料的分量點在尾部分配方面並不完全沿著對角線分佈，隱含台股指數與台股指數期貨日資料分配並不服從常態分配，更強化了表 1 的推論。

本文引用 Engle 和 Lee (1999) 的概念，運用不同期間波動性以及殘差項的相關係數進行分析。表 5 表示台股指數報酬波動性( $\varepsilon_{t+k}^2$ )對台股指數市場殘差項( $\varepsilon_t$ )的不對稱結構分析，其中  $k=1,2,\dots,5$ ，表示為未來五日之期間，首先運用簡單的推論統計，分析台股指數報酬波動性與台股指數市場殘差項的相關係數是否顯著異於零，由於台股指數報酬波動性必為正而台股指數市場殘差項則不受正負號的限制，若台股指數市場殘差項不論正負對台股指數報酬波動性的影響均一致，則兩者之相關係數必不顯著異於零，若台股指數市場殘差項為負對台股指數報酬波動性的影響，大於台股指數市場殘差項為正對台股指數報酬波動性的影響，則兩者之相關係數必然存在顯著的負相關，此即表示存在不對稱結構。我們亦使用標準化後的台股指數報酬波動性( $(\frac{\varepsilon_{t+k}}{\sqrt{h_{t+k}}})^2$ )進行對台股指數市場殘差項( $\varepsilon_t$ )的不對稱結構分析，其想法在於，若不對稱結構起因於台股指數報酬波動性存在異質變異的原因，則分析標準化後的台股指數報酬波動性對台股指數市場殘差項的相關係數，將會有不存在不對稱結構的結論，反之亦然。在顯著水準為 5% 以及臨界值為 -1.645 的條件下，我們可以得知台股指數報酬率具有不對稱結構，特別是在  $k=2,3,5$ ，其  $t$  值皆大於臨界值，表示第  $t$  期的市場殘差項會影響第  $t+2$  期、第  $t+3$  期與第  $t+5$  期之報酬波動性。且在考慮 GARCH 模型後，相關係數仍然存在異於零的結果，亦說明台股指數報酬仍然存在不對稱結構，此結論支持我們使用不對稱的 GARCH 模型對台股指數資料進行分析。

表 5：台股指數報酬波動性對台股指數市場殘差項的不對稱結構

	$corr1(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}^2)$		$corr2(\varepsilon_t, (\frac{\varepsilon_{t+k}}{\sqrt{h_{t+k}}})^2)$		
k	1	2	3	4	5
corr1	-0.022 (-0.825)	-0.085** (-3.180)	-0.047** (-1.754)	-0.024 (-0.900)	-0.091** (-3.410)
corr2	-0.028 (-1.044)	-0.058** (-2.166)	-0.067** (-2.504)	-0.014 (-0.522)	-0.091** (-3.410)

說明：1. 括號的值表示 t 值， $t = corri / \sqrt{1 - corri^2 / n - 2}$ ， $i=1$  或 2，且\*\*表示在顯著水準 5% 下顯著。

2. corr1 表示台股指數報酬率波動性( $\varepsilon_{t+k}^2$ )與台股指數市場殘差項( $\varepsilon_t$ )的相關係數，corr2 表示標準化後台股指數報酬率波動性( $(\varepsilon_{t+k} / \sqrt{h_{t+k}})^2$ )與台股指數市場殘差項( $\varepsilon_t$ )的相關係數，其中  $k=1, 2, \dots, 5$ ，表示為未來 5 日的期間。

3. 虛無假設為相關係數為 0，即不存在不對稱的結構，且 t 檢定統計量服從自由度為 2 的 t 分配。

4. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

表 6 表示台灣股價指數期貨報酬波動性( $(\varepsilon_{t+k}^f)^2$ )對台股指數期貨市場殘差項( $\varepsilon_t^f$ )的不對稱結構分析，討論台股指數期貨報酬波動性與台股指數期貨市場殘差項的相關係數是否顯著異於零。由於台股指數期貨報酬波動性必為正值，而台股指數期貨市場殘差項則不受正負號的限制，若台股指數期貨市場殘差項不論正負對台股指數期貨報酬波動性的影響均一致，則兩者之相關係數必不顯著異於零，反之，當台股指數期貨市場殘差項為負對台股指數期貨報酬波動性的影響，大於台股指數期貨市場殘差項為正對台股指數期貨報酬波動性的影響，則兩者之相關係數必然存在顯著的負相關，此即說明存在不對稱結構。此外我們亦使用標準化後台股指數期貨報酬波動性( $(\frac{\varepsilon_{t+k}^f}{\sqrt{h_{t+k}^f}})^2$ )進行對台股指數期貨市場殘差項( $\varepsilon_t^f$ )的不對稱結構分

析，我們欲探討台股指數期貨報酬波動性存在異質變異為造成不對稱結構的原因，則分析標準化後台股指數期貨報酬波動性對台股指數期貨市場殘差項的相關係數，將會有不存在不對稱結構的結論，反之亦然。在顯著

水準為 5% 以及臨界值為 -1.645 的條件下，我們發現在  $k=2,5$  的情況下台股指數期貨報酬率具有不對稱結構，其  $t$  值皆落入拒絕域，此亦表示市場殘差會影響第  $t+2$  期與第  $t+5$  期之報酬波動性。在考慮異質變異的情形下，相關係數仍然具有顯著異於零的結果，表示以 GARCH 模型配適台股指數期貨資料，仍然無法消除資料存在不對稱結構的問題，此結論支持我們使用不對稱的 GARCH 模型對台股指數期貨資料進行分析。

表 6：台股指數期貨報酬波動性對台股指數期貨市場殘差項的不對稱結構

	$corr1^f(\varepsilon_t^f, (\varepsilon_{t+k}^f)^2)$		$corr2^f(\varepsilon_t^f, ((\frac{\varepsilon_{t+k}^f}{\sqrt{h_{t+k}^f}})^2))$		
k	1	2	3	4	5
$corr1^f$	-0.020 (-0.746)	-0.064** (-2.391)	-0.030 (-1.119)	-0.021 (-0.783)	-0.060** (-2.241)
$corr2^f$	-0.028 (-1.044)	-0.050** (-1.866)	-0.044 (-1.642)	-0.012 (-0.447)	-0.070** (-2.616)

說明：1. 括號的值表示  $t$  值， $t = corri^f / \sqrt{1 - (corri^f)^2} / n - 2$ ， $i=1$  或  $2$ ，且 \*\* 表示在顯著水準 5% 下顯著。

2.  $corr1^f$  表示台股指數報酬率波動性  $((\varepsilon_{t+k}^f)^2)$  與台股指數期貨市場殘差項  $(\varepsilon_t^f)$  的相關係數， $corr2^f$  表示標準化後的台股指數報酬率波動性  $((\varepsilon_{t+k}^f / \sqrt{h_{t+k}^f})^2)$  與台股指數期貨市場殘差項  $(\varepsilon_t^f)$  的相關係數，其中  $k=1,2,\dots,5$ ，表示為未來 5 日的期間。

3. 虛無假設為相關係數為 0，即不存在不對稱的結構，且  $t$  檢定統計量服從自由度為 2 的  $t$  分配。

4. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

## 第五章 實證結果分析

在資料分析章節裡，我們證明資料確實存在異質變異的特性，這個結果支持我們以 GARCH 族模型進行資料配適，GARCH 族模型發展至今已有許多的延伸，比較常見的 GARCH 族模型有 E-GARCH 模型、GARCH-in-mean 模型、Asymmetric GARCH 模型以及 GJR-GARCH 模型等(參 Brooks(2004)p.468)。上述之模型大多被用來討論波動性議題中槓桿效果以及風險溢酬的部份。而本文的焦點為探討台股指數與台股指數期貨波動性長短期效果的表現，因此將運用 Engle 和 Lee (1999) 提出之 component GARCH 模型來進行實證研究。文中所提之波動性長短期效果已在財務上廣泛被應用，包括在股票市場、期貨市場以及選擇權市場等。在資料分析章節中，我們亦證實資料存在不對稱之結構，故本研究亦會以不對稱的 component GARCH 模型來討論不對稱性的長短期效果。本章討論資料配適 component GARCH 模型、不對稱 component GARCH 模型以及跨市場波動性關聯方程的實證分析結果，首先進行 component GARCH 模型的參數估計，同時進行不對稱 component GARCH 模型的參數估計，接著討論非經濟事件對長短期效果的影響，最後並以雙變數 GARCH 模型討論長短期波動性之關聯。

### 第一節 component GARCH 模型的參數估計

表 7 表示 component GARCH 模型配適台股指數資料的結果。首先，我們可以發現短期中的立即反應效果會大於長期的立即反應效果，即  $\hat{\alpha} > \hat{\phi}$ 。而且波動性短期效果與長期效果表現顯著，即表示所選取的市場資料不具資訊效率，可由 component GARCH 模型進行配適與預測，表現波動性短期效果的參數估計值( $\hat{\alpha} + \hat{\beta}$ )為 0.9817，亦即表示條件變異數會以 0.9817 的幾何比率均數回復至非條件變異數，而波動性長期效果的參數估



計值( $\hat{\rho}$ )為 0.9959，這些結果與模型的穩定條件相符，即波動性長期效果相較於短期效果具有較大的均數回復率。經由計算台股指數波動性的半衰期<sup>14</sup> (half-lives) 為 169 天，即外生干擾因子對台股指數波動性的影響，經過 169 天後，其影響程度剩一半。

表 7：台股指數之組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned} r_t &= \varepsilon_t \\ (h_t - q_t) &= \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\ q_t &= \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \\ \varepsilon_t | I_{t-1} &\sim N(0, h_t) \end{aligned}$$

	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數	0.073 (0.046)	0.909** (0.041)	0.863** (0.409)	0.996** (0.002)	-0.022 (0.040)	8.780 [0.118]	12.035 [0.283]

說明:1. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，而中括號的值表示為 p-value，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

2. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。
3. 組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation)進行估計。
4. Q(5)表示落後 5 期的 Q 統計量，Q(10)表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設表示直到第 5 期與第 10 期之前不存在統計上的自我相關。
5.  $r_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率、 $h_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率的條件變異數、 $q_t$  表示第 t 期台股指數波動性長期因子、 $\varepsilon_{t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方。

中原大學

<sup>14</sup> 半衰期的計算公式表示為  $\frac{1}{2} = e^{y \times \ln(\rho)}$ ，y 表示半衰期。

表 8 表示 component GARCH 模型配適台股指數期貨日資料的結果。我們可以發現短期中的立即反應效果表現在  $\hat{\alpha}=0.0726$  大於長期的立即反應效果表現在  $\hat{\phi}=-0.0220$ ，即  $\hat{\alpha}>\hat{\phi}$ 。而且波動性短期效果與長期效果表現顯著，即表示市場不具效率，可由 component GARCH 模型進行配適與預測，波動性短期效果( $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ )為 0.9847，亦即表示條件變異數會以 0.9847 的幾何比率均數回復至非條件變異數，而波動性長期效果( $\hat{\rho}$ )為 0.9950，這與模型的假設條件相符，即波動性長期效果相較於短期效果具有較大的均數回復率。經由計算台股指數期貨波動性的半衰期 (half-lives) 為 138 天，即外生干擾因子對台股指數期貨波動性的影響，經過 138 天後，其影響程度剩一半，與台股指數波動性的半衰期相比較，台股指數期貨市場波動性具有較快的均數回復特性。Engle 和 Lee (1999) 表示 S&P500 指數的半衰期長達 532 天，日經 225 指數的半衰期長達 144 天，與本研究相比較，可以發現台股指數市場的市場效率性介於日經 225 指數與 S&P500 指數市場之間，而台股指數期貨市場的市場效率性最高，市場效率越高表示價格越能充分反應所有可用的資訊。比較表 7 及表 8，可以發現，在 component GARCH 模型下，台股指數期貨與台股指數的波動性長短期效果差異不甚明顯，此結果似乎意味著兩個市場波動性具有關聯性。進一步比較台股指數市場與台股指數期貨市場在模型中波動性長短期效果的表現，可知台股指數期貨市場波動性的短期反應較為敏感，即台股指數期貨波動性對市場訊息揭露的反應調整較為迅速；而台股指數市場波動性的長期效果較持久，即市場訊息揭露對台股指數波動性的影響較為持續。

表 8：台股指數期貨之組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned} r_t^f &= \varepsilon_t^f \\ (h_t^f - q_t^f) &= \alpha((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - q_{t-1}^f) + \beta(h_{t-1}^f - q_{t-1}^f) \\ q_t^f &= \omega + \rho q_{t-1}^f + \phi((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - h_{t-1}^f) \\ \varepsilon_t^f | I_{t-1} &\sim N(0, h_t^f) \end{aligned}$$

	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數期貨	0.099 (0.078)	0.886** (0.071)	1.385** (0.451)	0.995** (0.003)	-0.041 (0.077)	3.663 [0.454]	8.340 [0.596]

說明:1. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，而中括號的值表示為 p-value，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

2. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

3. 組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation)進行估計。

4. Q(5)表示落後 5 期的 Q 統計量，Q(10)表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設表示直到 5 期與 10 期之前不存在統計上的自我相關。

5.  $r_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率、 $h_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率的條件變異數、 $q_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨波動性長期因子、 $(\varepsilon_{t-1}^f)^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方。



中原大學

## 第二節 不對稱 component GARCH 模型的參數估計

表 9 表示不對稱 component GARCH 模型配適台股指數日資料報酬率的結果。由表可知，長期槓桿效果  $\hat{\delta}_1$  不顯著而短期槓桿效果  $\hat{\delta}_2$  顯著，表示台股指數報酬波動性不存在長期的槓桿效果，但存在短期槓桿效果。在此說明，在短期中股價下跌對報酬波動性的影響大於股價上漲的影響，而長期下股價的表現對報酬波動性的影響一致。不對稱 component GARCH 模型對台股指數市場波動性的解釋，與經濟意義相符，即長期下效率市場會使槓桿效果不斷的遞減其影響力，此亦呼應效率市場假說。

表 9：台股指數之不對稱組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned} r_t &= \varepsilon_t \\ h_t &= q_t + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \delta_2(D_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 - 0.5q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\ q_t &= \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) + \delta_1(D_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 - 0.5h_{t-1}) \\ \varepsilon_t | I_{t-1} &\sim N(0, h_t) \end{aligned}$$

	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\phi}$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
台股指數	-0.018 (0.012)	-0.004 (0.008)	0.053** (0.015)	0.009 (0.012)	0.940** (0.011)

說明：1. 括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

2. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

3. 不對稱組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation)進行估計。

4.  $r_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率、 $h_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率的條件變異數、 $q_t$  表示第 t 期台股指數波動性長期因子、 $\varepsilon_{t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方， $D_{t-1}$  表示虛擬變數，當  $\varepsilon_{t-1} < 0$  則  $D_{t-1} = 1$ ，若  $\varepsilon_{t-1} > 0$  則  $D_{t-1} = 0$ 。

表 10 表示不對稱 component GARCH 模型配適台股指數期貨資料的結果。由表可知短期槓桿效果估計值  $\hat{\delta}_2$  顯著而長期槓桿效果估計值  $\hat{\delta}_1$  不顯著，表示台股指數期貨報酬波動性存在短期槓桿效果而長期的槓桿效果不顯著。值得說明的是，在短期中股價下跌對報酬波動性的影響大於股價上漲的影響，而長期下股價的表現對報酬波動性的影響一致。不對稱 component GARCH 模型對台股指數期貨市場波動性的解釋，與經濟意義相符，長期下效率市場會使槓桿效果不斷的遞減其影響力，此亦呼應效率市場假說中，弱式效率 (weak form) 市場假說的敘述，即股價已充分反應過去所有相關資訊，故槓桿效果在長期下不具影響力。

表 10：台股指數期貨之不對稱組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned}
 r_t^f &= \varepsilon_t^f \\
 h_t^f &= q_t^f + \alpha((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - q_{t-1}^f) + \delta_2(D_{t-1}^f(\varepsilon_{t-1}^f)^2 - 0.5q_{t-1}^f) + \beta(h_{t-1}^f - q_{t-1}^f) \\
 q_t^f &= \omega + \rho q_{t-1}^f + \phi((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - h_{t-1}^f) + \delta_1(D_{t-1}^f(\varepsilon_{t-1}^f)^2 - 0.5h_{t-1}^f) \\
 \varepsilon_t^f | I_{t-1} &\sim N(0, h_t^f)
 \end{aligned}$$

	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\phi}$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
台股指數期貨	-0.024 (0.013)	0.037 (0.016)	0.073** (0.020)	0.005 (0.019)	0.927** (0.018)

說明:1. 括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

2. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。
3. 不對稱組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation) 進行估計。
4.  $r_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率、 $h_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率的條件變異數、 $q_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨波動性長期因子、 $(\varepsilon_{t-1}^f)^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方， $D_{t-1}^f$  表示虛擬變數，當  $\varepsilon_{t-1}^f < 0$  則  $D_{t-1}^f = 1$ ，若  $\varepsilon_{t-1}^f > 0$  則  $D_{t-1}^f = 0$ 。

### 第三節 非經濟事件對長短期波動性的影響

資料研究期間包括 2004 年 3 月 20 日總統大選，由於總統大選後可能會牽涉政局與經濟政策的變動，所以總統大選屬於重大的非經濟事件，故本文在此討論非經濟事件在長短期波動性的表現。首先，我們先定義非經濟事件發生前的樣本期間為 2001 年 1 月 2 日至 2004 年 3 月 19 日，共有 790 筆日報酬資料，以及非經濟事件發生後的樣本期間為 2004 年 3 月 22 日至 2006 年 8 月 18 日，共有 602 筆日報酬資料。表 11 表示在總統大選前後台股指數報酬波動性對 component GARCH 模型的配適值，由表 11 可知，非經濟事件發生前，台股指數報酬波動性的長短期效果皆顯著；非經濟事件發生後，台股指數報酬波動性的短期效果不顯著而長期效果顯著。因此此一非經濟事件對台股指數報酬波動性的影響，可以解釋為，事件發生前市場參與者認為局勢不穩定，此時市場對訊息的反應相當敏銳，任何相關的資訊皆會立即影響台股指數市場，故波動性的短期效果顯著；而非經濟事件發生後，市場參與者普遍認為局勢已趨於穩定，故波動性的短期效果不顯著而長期效果仍然顯著。進一步比較表 7 與表 11，可以發現波動性長期效果的部份變動不大，而波動性的長期效果由 0.9959 下降為 0.9656，因此此一非經濟事件對台股指數報酬波動性的長期影響相當有限。

表 11：非經濟事件下台股指數之組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned}
 r_t &= \varepsilon_t \\
 (h_t - q_t) &= \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\
 q_t &= \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \\
 \varepsilon_t | I_{t-1} &\sim N(0, h_t)
 \end{aligned}$$

事件發生前	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數	-0.036 (0.023)	-0.886** (0.089)	2.458** (0.836)	0.990** (0.006)	0.044** (0.013)	8.154 [0.148]	11.630 [0.311]
事件發生後	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數	0.229 (3.979)	0.730 (3.871)	0.832** (0.106)	0.966** (0.035)	-0.180 (3.997)	4.711 [0.452]	7.077 [0.718]

說明：1. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，而中括號的值表示為 p-value，且\*\*表示在顯著水準 5% 下顯著。

2. 研究期間區分為事件發生前，即 2001 年 1 月 2 日至 2004 年 3 月 19 日，共 790 筆日報酬資料，以及事件發生後即 2004 年 3 月 22 日至 2006 年 8 月 18 日，共 602 筆日報酬資料。
3. 組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation) 進行估計。
4. Q(5) 表示落後 5 期的 Q 統計量，Q(10) 表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設表示直到 5 期與 10 期之前不存在統計上的自我相關。
5.  $r_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率、 $h_t$  表示第 t 期台股指數日報酬率的條件變異數、 $q_t$  表示第 t 期台股指數波動性長期因子、 $\varepsilon_{t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方。

表 12 表示在總統大選前后台股指數期貨報酬波動性對 component GARCH 模型的配適值，由表 12 可知非經濟事件發生前，台股指數期貨報酬波動短期效果不顯著而長期效果顯著；非經濟事件發生後，台股指數期貨報酬波動性短期效果顯著且長期效果顯著。即表示非經濟事件在台股指數期貨與台股指數市場，其波動性的長短期效果表現不一致，不一致的原因大致可以歸因於市場對訊息的反應不甚相同。謝文良 (2002) 表示台股期貨市場相較於現貨市場具有較強烈的訊息反應，且市場間具有反饋的資訊傳遞效果。此外，許多實證研究發現美國 S&P500 股價指數期貨具有領先 S&P500 大盤指數的情形。對本研究而言，可能因為股價指數期貨的反應領先股價指數現貨，故非經濟局勢的影響可能先在台股指數期貨市場的波動性行程中看到影響效果，而後才反應到台股指數市場，致使台股指數期貨波動性的短期效果顯著而台股指數波動性的短期效果不顯著。進一步

比較表 8 與表 12，可以發現期貨市場波動性短期效果的部分變動情形相當顯著，波動性短期效果由 0.8857 下降為-0.9285，但在波動性長期效果的部分變動不大，波動性長期效果由 0.9959 下降為 0.9656，因此此一非經濟事件對台股指數期貨報酬短期波動性雖然具有影響力，但對長期波動性的影響則不甚顯著。

表 12：非經濟事件下台股指數期貨之組合型 GARCH 參數估計

$$\begin{aligned} r_t^f &= \varepsilon_t^f \\ (h_t^f - q_t^f) &= \alpha((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - q_{t-1}^f) + \beta(h_{t-1}^f - q_{t-1}^f) \\ q_t^f &= \omega + \rho q_{t-1}^f + \phi((\varepsilon_{t-1}^f)^2 - h_{t-1}^f) \\ \varepsilon_t^f | I_{t-1} &\sim N(0, h_t^f) \end{aligned}$$

事件發生前	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數期貨	-0.095** (0.041)	0.090 (0.500)	4.090** (2.043)	0.984** (0.012)	0.095** (0.020)	8.395 [0.136]	14.878 [0.137]
事件發生後	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\rho}$	$\hat{\phi}$	Q(5)	Q(10)
台股指數期貨	0.020 (0.023)	-0.929** (0.068)	1.073** (0.246)	0.974** (0.010)	0.041 (0.021)	3.626 [0.604]	5.119 [0.883]

說明:1. 小括號的值表示 Bollerslev 和 Wooldridge (1992) robust standard error，而中括號的值表示為 p-value，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

- 研究期間區分為事件發生前，即 2001 年 1 月 2 日至 2004 年 3 月 19 日，共 790 筆日報酬資料，以及事件發生後即 2004 年 3 月 22 日至 2006 年 8 月 18 日，共 602 筆日報酬料。
- 組合型 GARCH 模型以 QMLE (Quasi-Maximum Likelihood Estimation)進行估計。
- Q(5)表示落後 5 期的 Q 統計量，Q(10)表示落後 10 期的 Q 統計量，其虛無假設表示直到 5 期與 10 期之前不存在統計上的自我相關。
- $r_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率、 $h_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率的條件變異數、 $q_t^f$  表示第 t 期台股指數期貨波動性長期因子、 $(\varepsilon_{t-1}^f)^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方。



#### 第四節 雙變數 GARCH 模型與跨市場長短期波動性之關聯

在關聯性的議題上，若分析的對象為跨市場報酬率之關聯性，比較常見的分析工具有靜態的相關係數分析以及向量自我迴歸 (vector autoregression) 模型；若分析的對象為跨市場波動性之關聯性，則較適合以一般動差法或多變數 GARCH 模型進行分析。由於報酬率的二階動差可以表現資料的波動性，所以波動性與報酬率具有直接的關係，因此在進行跨市場長短期波動性之關聯的分析前，值得先檢定跨市場報酬率之關聯性。表 13 表示跨市場報酬率的相關係數，其中  $r$  表示報酬率、 $|r|$  表示絕對報酬率、而  $r^2$  表示報酬率平方，絕對報酬率與報酬率平方為一般常可以用來解釋報酬波動性的代理變數，由表 13 可知台股指數與台股指數期貨市場的報酬率以及波動性的代理變數皆具有高度相關，此亦支持我們探討跨市場波動的關聯性。若市場間避險行為相當頻繁，則資產報酬率必具有關聯性，此關聯性又可以相關係數來衡量，因此報酬率的相關係數，可以說是建構在跨市場的有效避險行為上，而避險行為亦會影響資訊外溢效果之程度，因此相關係數的判定可視為資訊外溢效果的度量方法之一。跨市場波動性方程式可以明確指出訊息關聯反應在波動性的相關係數，非報酬率的相關係數。而絕對報酬率與報酬率平方雖然常用來衡量波動性，但其具有非定態的特性，故其相關係數並不適合用來反應市場之間的關聯程度。因此我們使用雙變數 GARCH 模型所估計出之條件變異數做為波動性的代理變數，進一步以此條件變異數討論市場的關連性。

表 13：跨市場報酬率相關係數

$$\begin{aligned} \text{corr}(r_i, r_f) &= \rho(r) \\ \text{corr}(|r_i|, |r_f|) &= \rho(|r|) \\ \text{corr}(r_i^2, r_f^2) &= \rho(r^2) \end{aligned}$$

	$\rho(r)$	$\rho( r )$	$\rho(r^2)$
跨市場相關係數	0.942	0.907	0.925

說明：1.  $r_i$  表示台股指數報酬率、 $r_f$  表示台股指數期貨報酬率、 $|r_i|$  表示台股指數報酬率之絕對值、 $|r_f|$  表示台股指數期貨報酬率之絕對值、 $r_i^2$  表示台股指數報酬率平方、 $r_f^2$  表示台股指數期貨報酬率平方。  
2. 研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

表 14 表示雙變數 GARCH 模型進行市場資料配適的結果。由表 14 我們可以發現過去累積的訊息流量對台股指數市場以及台股指數期貨市場條件變異數的影響分別為 0.9637 與 0.9554，而前期市場未預期訊息對台股指數市場以及台股指數期貨市場條件變異數的影響為 0.1869 與 0.2603。相互比較兩個變數對其市場條件變異數的影響，我們不難發現過去累積的訊息流量對市場條件變異數的影響遠大於前期末預期訊息對市場條件變異數的影響，此亦表示過去累積的訊息流量實為主要影響市場條件變異數的變數，而前期市場未預期的訊息亦影響市場條件變異數，但其影響程度不及過去累積的訊息流量，此與經濟直覺相符，亦表示市場條件變異數是建構在過去所有累積的訊息條件下，並非只考慮前期末預期之訊息流量；台股指數市場的訊息流量對台股指數期貨市場條件變異數的影響為 0.1287，其所對應的 t 值為 2.0726，而台股指數期貨市場的訊息流量對台股指數市場條件變異數的影響為 0.1492，其所對應的 t 值為 5.0157，此亦說明前期市場未預期的訊息具有交互影響，即表示前期市場未預期的訊息可以視為影響另一市場條件變異數的一個重要解釋變數；跨市場條件共變異數的相關係數高達 0.9443，其 t 值為 233.831。表示兩個市場確實存在訊息外溢效果，亦即表示兩個市場之間的市場參與者確實有採取避險或套利策略。

表 14：雙變數 GARCH 模型進行市場資料配適

$$\begin{aligned}
 r_{i,t} &= \varepsilon_{i,t} & \varepsilon_{i,t} | I_{t-1} &\sim N(0, h_{ii,t}) \\
 r_{f,t} &= \varepsilon_{f,t} & \varepsilon_{f,t} | I_{t-1} &\sim N(0, h_{ff,t}) \\
 h_{ii,t} &= \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{ii,t-1} + \tau_i \varepsilon_{f,t-1}^2 \\
 h_{ff,t} &= \omega_f + \alpha_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + \beta_f h_{ff,t-1} + \tau_f \varepsilon_{i,t-1}^2 \\
 h_{if,t} &= \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}}
 \end{aligned}$$

	$\hat{\omega}_i$	$\hat{\omega}_f$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_f$	$\hat{\beta}_i$	$\hat{\beta}_f$	$\hat{\tau}_i$	$\hat{\tau}_f$	$\hat{\omega}_{if}$	$\hat{\kappa}$
台股指數	0.138** (0.020)		0.187** (0.037)		0.964** (0.004)		0.149** (0.029)		0.003	0.944**
台股指數期貨		0.147** (0.023)		0.260** (0.024)		0.955** (0.004)		0.129** (0.062)	(0.036)	(0.004)

說明：1.研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

2.括號的值表示 standard error，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

3.  $r_{i,t}$  表示第 t 期台股指數日報酬率、 $r_{f,t}$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率、 $h_{ii,t}$  表示第 t 期台股指數日報酬率的條件變異數、 $h_{ff,t}$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率的條件變異數、 $\varepsilon_{i,t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方、 $\varepsilon_{f,t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方。

表 15 表示考慮長短期效果後雙變數 GARCH 模型進行市場資料配適的結果。我們可以發現過去累積的訊息流量對台股指數市場以及台股指數期貨市場條件變異數的影響分別為 0.9535 與 0.9411，此與表 14 的估計值差異不大，表示過去累積的訊息流量仍為主要影響市場條件變異數的因子；前期市場未預期的訊息對台股指數市場以及台股指數期貨市場條件變異數的影響為 0.2694 與 0.3147；長期效果對台股指數市場的影響為 0.9980，其 t 值表示為 1075.764，而長期效果對台股指數期貨市場的影響為 0.9975，其 t 值為 2.5584。由此可見，長期效果對其本身的市場條件變異數皆具有非常顯著的影響；反觀長期效果對市場條件變異數的交互影響皆不顯著，此與經濟直覺相符，表 15 亦說明長期波動性對跨市場條件變異數的影響並不顯著；考慮長短期效果後的跨市場條件共變異數的相關係數高達 0.8120，其 t 值為 2.5085。表示兩個市場確實存在相當程度的關聯。

表 15：雙變數 GARCH 模型搭配波動性長短期效果進行市場資料配適

$$r_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad \varepsilon_{i,t} | I_{t-1} \sim N(0, h_{ii,t})$$

$$r_{f,t} = \varepsilon_{f,t} \quad \varepsilon_{f,t} | I_{t-1} \sim N(0, h_{ff,t})$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \rho_i q_{i,t-1} + \varphi_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - h_{ii,t-1}) + \alpha_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - q_{i,t-1}) + \beta_i (h_{ii,t-1} - q_{i,t-1}) + v_i q_{f,t-1}$$

$$h_{ff,t} = \omega_f + \rho_f q_{f,t-1} + \varphi_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - h_{ff,t-1}) + \alpha_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - q_{f,t-1}) + \beta_f (h_{ff,t-1} - q_{f,t-1}) + v_f q_{i,t-1}$$

$$h_{if,t} = \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}}$$

	$\hat{\omega}_i$	$\hat{\omega}_f$	$\hat{\rho}_i$	$\hat{\rho}_f$	$\hat{\varphi}_i$	$\hat{\varphi}_f$	$\hat{\alpha}_i$
台股指數	0.929** (0.000)		0.998** (0.001)		0.149** (0.005)		0.269 (0.745)
台股指數期貨		1.177 (19.600)		0.998** (0.390)		0.204 (1.751)	
	$\hat{\alpha}_f$	$\hat{\rho}_i$	$\hat{\beta}_f$	$\hat{v}_i$	$\hat{v}_f$	$\hat{\omega}_{if}$	$\hat{\kappa}$
台股指數		0.954** (0.255)		-0.255 (0.336)		0.000 (2.669)	0.812** (0.324)
台股指數期貨	0.315 (0.751)		0.941** (0.327)		-2.000 (0.707)		

說明：1.研究期間為 2001 年 1 月 2 日至 2006 年 8 月 18 日，共 1392 筆日報酬資料。

2.括號的值表示 standard error，且\*\*表示在顯著水準 5%下顯著。

3.  $r_{i,t}$  表示第 t 期台股指數日報酬率、 $r_{f,t}$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率、 $h_{ii,t}$  表示第 t 期台股指數日報酬率的條件變異數、 $h_{ff,t}$  表示第 t 期台股指數期貨日報酬率的條件變異數、 $q_{i,t-1}$  表示第 t-1 期台股指數波動性長期因子、 $q_{f,t-1}$  表示第 t-1 期台股指數期貨波動性長期因子、 $\varepsilon_{i,t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數日報酬率的殘差項平方、 $\varepsilon_{f,t-1}^2$  表示第 t-1 期台股指數期貨日報酬率的殘差項平方。

## 第六章 結論與建議

Engle 和 Lee (1999) 放寬長期波動性的代理變數為常數的限制，令長期波動性的代理變數為一隨機變數，進而提出 component GARCH 模型，模型能夠將波動性變動區隔為長期波動因子與短期波動因子，讓波動性的分析可以更具有彈性，提供另一種分析市場效率性的方法。Fleming, Kirby 和 Ostdiek (1998) 認為資訊流量會影響多個市場間波動性的關聯性，他們證明股票、債券和貨幣市場確實存在波動性的關聯性。Sun, Tong 和 Yan (2006) 利用雙變數 GARCH 模型分析中國財務市場整合後市場之間的關聯性，他們亦說明訊息流量會影響跨市場波動性的關聯性。由於市場間的訊息流量會反應在市場間波動性的關聯性，而波動性長短期的區隔可以輔助說明市場效率性，若進一步以較具有彈性的波動性估計模型來討論波動性的關聯性，則可以讓我們更明白市場間的訊息流量對長短期的波動性的影響，本文以 component GARCH 模型為波動性的估計模型，進一步將 component GARCH 模型搭配雙變數 GARCH 模型的結構，試圖探討台股指數與台股指數期貨市場波動性的長短期效果以及兩個市場間的關聯性。在資料分析中，我們證實台股指數與台股指數期貨報酬率的波動性確實存在異質變異以及不對稱的特性，本文欲以 component GARCH 模型作為主要的配適模型，以探討更深入的經濟涵義。以下為歸納的研究結果：

1. 本文以 component GARCH 模型配適市場資料，發現短期波動性的立即反應效果皆大於長期的立即反應效果，此與模型的穩定假設相符。而台股指數期貨與台股指數的波動性長短期效果表現差異不甚顯著。若仔細比較台股指數市場波動性與台股指數期貨市場波動性的長短期效果，則可知台股指數期貨市場波動性的短期反應較為敏感，而台股指數市場波動性的長期效果較持久，即台股指數期貨波動性對市場訊

息揭露的反應較迅速，而市場訊息揭露對台股指數市場波動性的影響較為持續。我們亦藉由半衰期以及波動性長短期效果的表現，來解釋台股指數市場與台股指數期貨市場的效率性，實證發現台股指數與台股指數期貨市場皆不具市場效率性，但相較於 S&P500 指數與日經 225 指數，台股指數與台股指數期貨市場是具有相對的效率性。

2. 在不對稱 component GARCH 模型配適市場資料的結果中。得知台股指數與台股指數期貨市場的短期槓桿效果表現皆顯著而長期槓桿效果表現皆不顯著，即台股指數與台股指數期貨報酬波動性皆存在短期槓桿效果而不存在長期的槓桿效果。亦說明在短期中股價下跌對報酬波動性的影響大於股價上漲的影響，而長期下股價的表現對報酬波動性的影響一致。此與經濟意義相符，即長期下效率市場會使槓桿效果不斷的遞減其影響力，亦呼應效率市場假說中弱式效率 (weak form) 市場假說的敘述，即股價已充分反應過去所有相關資訊，因此槓桿效果在長期下不具影響力。
3. 本文亦討論非經濟事件對長短期波動性的影響，結果顯示非經濟事件對台股指數與台股指數期貨市場短期波動性的影響不一致，不一致的原因可歸因於，市場間訊息傳遞的效果不同。台股指數期貨市場對訊息的反應較為強烈，因此台股指數期貨波動性的短期效果表現顯著；台股指數市場對訊息的反應較不敏銳，其波動性的短期效果表現不顯著。對兩市場長期波動性的表現，非經濟事件的影響則相當有限。
4. 針對訊息流量對跨市場波動性影響的討論，本文以雙變數 GARCH 模型配適市場資料，實證結果發現影響波動性的變數包含過去累積的訊息流量以及前期市場未預期的訊息，我們可藉由參數估計值發現，過

去累積的訊息流量對市場條件變異數的影響較大，而前期市場未預期的訊息對市場條件變異數的影響較小，且前期市場未預期的訊息亦會影響另一市場的條件變異數，此亦說明台股指數市場與台股指數期貨市場具有訊息傳遞的效果。此外我們亦發現，跨市場條件共變異數的相關係數高達 0.9443，表示兩個市場確實存在訊息外溢效果，亦說明兩個市場之間的市場參與者確實有採取避險或套利策略。本文亦將長短期效果納入雙變數 GARCH 模型進行市場資料配適，結果發現過去累積的訊息流量仍為主要影響市場條件變異數的變數，而長期效果對其本身的市場條件變異數皆具有非常顯著的影響，但長期效果對市場條件變異數的交互影響皆不顯著，考慮長短期效果後跨市場條件共變異數的相關係數仍高達 0.8120。表示兩個市場仍然存在相當程度的關聯。



中原大學

## 參考文獻

1. 楊奕農 (2005), 「時間序列分析經濟與財務上之應用」, 雙葉書廊。
2. 謝文良 (2002), 「價格發現、資訊傳遞、與市場共整合-台股期貨市場之研究」, 財務金融學刊, 第十卷, 頁 1-31。
3. Andersen, T. G. (1996), "Return volatility and trading volume: an information flow interpretation of stochastic volatility," *Journal of Finance*, 51, 169-204.
4. Black, F. and M. Scholes (1973), "The pricing of options and corporate liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
5. Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
6. Bollerslev, T. and J. Wooldridge (1992), "Quasi Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances," *Econometric Reviews*, 11, 143-172.
7. Bollerslev, T., R. Chou and K. Kroner (1992), "ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence," *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
8. Bollerslev, T., R. Engle and J. Wooldridge (1988), "A capital asset pricing model with time varying covariances," *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
9. Brandt, M. and C. Jones (2006), "Volatility forecasting with range-based EGARCH models," *Journal of Business and Economic Statistics*, 24, 470-486.
10. Brooks, C. (2004), *Introductory Econometrics for Finance*, Cambridge.
11. Christoffersen P. and F. X. Diebold (2000), "How Relevant is Volatility Forecasting for Financial Risk Management?," *Review of Economics and Statistics*, 82, 1-11.
12. Christoffersen, P., K. Jacobs and Y. Wang (2006), "Option Valuation with Long-run and Short-run Volatility Components," working paper, McGill University.
13. Chou, R. (1988), "Volatility persistence and stock valuations: some empirical evidence using garch," *Journal of Applied Econometrics*, 3, 279-294.
14. Duan, J.-C. (1995), "The GARCH option pricing model," *Mathematical Finance*, 5, 13-32.
15. Engle, R. (1982), "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K inflation," *Econometrica*, 50, 987-1008.



16. Engle, R. and Kroner, K. (1995), "Multivariate Simultaneous GARCH," *Econometric Theory*, 11, 122-150.
17. Engle, R. and G. Lee (1999), "A Long-Run and Short-Run Component Model of Stock Return Volatility," in *Cointegration, Causality and Forecasting*, edited by R. Engle and H. White, Oxford University Press.
18. Fleming, J., C. Kirby and B. Ostdiek (1998), "Information and Volatility Linkages in the Stock, Bond, and Money Markets," *Journal of Financial Economics*, 49, 111-137.
19. Heston, S. and S. Nandi (2000), "A closed-form GARCH option pricing model," *Review of Financial Studies*, 13, 585-626.
20. Karolyi, G. Andrew and Rene M. Stulz (1996), "Why do markets move together? An investigation of U.S.-Japan stock return comovements," *Journal of Finance*, 51, 951-986.
21. Nelson, D. (1991), "Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach," *Econometrica*, 59, 347-370.
22. Ross S. A. (1989), "Information and volatility: the no-arbitrage martingale approach to timing and resolution irrelevancy," *Journal of Finance*, 44, 1-17.
23. Sun Q., H. S. Tong and Y. Yan (2006), "Market Liberalization within a Country," working paper, Xiamen University.
24. Tobias A. and J. Rosenberg (2006), "Stock Returns and Volatility: Pricing the Short-Run and Long-Run Components of Market Risk," Capital Markets Research, Federal Reserve Bank of New York.
25. West K. D. and D. Cho (1995), "The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate Volatility," *Journal of Econometrics*, 69, 367-391.

## 附錄 A

Engle 和 Lee (1999) 稍加修改 Bollerslev (1986) GARCH 模型，推導出條件變異數的動態結構：

$$h_t = \sigma^2 + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2) + \beta(h_{t-1} - \sigma^2) \quad (1A)$$

$h_t$  表示條件變異數、 $\sigma^2$  表示非條件變異數、 $(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2)$  表示資產波動的衝擊， $(\alpha + \beta) < 1$  表示均數回復率或持續率，而條件變異數會以  $(\alpha + \beta)$  的幾何比率均數回復至非條件變異數。均數回復率越小，市場衝擊對期望值波動性長期的敏感程度越小。

在更具有彈性的模型設定上，令  $q_t$  為  $\sigma^2$  表示長期的波動性，且  $q_t$  為隨機變數：

$$(h_t - q_t) = \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \quad (2A)$$

$$q_t = \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (3A)$$

$(h_t - q_t)$  表示條件變異數與條件變異數趨勢的差亦稱為短期波動成分表示為  $s_t$ 。對稱的 component GARCH 模型表示為：

$$h_t = q_t + s_t \quad (4A)$$

$$s_t = (\alpha + \beta)s_{t-1} + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (5A)$$

$$q_t = \omega + \rho q_{t-1} + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (6A)$$

$(\alpha + \beta)$  表示短期波動性因子的均數回復率，其值介於 0~1 間； $\rho$  為長期波動因子的均數回復率，其值也介於 0~1 之間，長期下將收斂於  $\omega/(1-\rho)$ ；且假設長期因子相較於短期因子具有較慢的均數回復率，即  $0 < (\alpha + \beta) < \rho < 1$ 。



中原大學

## 附錄 B

Engle 和 Lee (1999) 提出之 component GARCH 模型如式(1B)至(3B)所示：

$$h_{j,t} = q_{j,t} + s_{j,t} \quad (1B)$$

$$s_{j,t} = (\alpha + \beta)s_{j,t-1} + \alpha(\varepsilon_{j,t-1}^2 - h_{j,t-1}) \quad (2B)$$

$$q_{j,t} = \omega + \rho q_{j,t-1} + \phi(\varepsilon_{j,t-1}^2 - h_{j,t-1}) \quad (3B)$$

式中  $j=i$  和  $f$  分別表示台股指數與台股指數期貨兩個市場，接著將式(2B)與(3B)代入式(1B)並重新整理得式(4B)：

$$\begin{aligned} h_{j,t} &= (\alpha + \beta)s_{j,t-1} + \alpha(\varepsilon_{j,t-1}^2 - h_{j,t-1}) + \omega + \rho q_{j,t-1} + \phi(\varepsilon_{j,t-1}^2 - h_{j,t-1}) \\ &= \omega + \rho q_{j,t-1} + \phi(\varepsilon_{j,t-1}^2 - h_{j,t-1}) + \alpha(\varepsilon_{j,t-1}^2 - q_{j,t-1}) + \beta(h_{j,t-1} - q_{j,t-1}) \end{aligned} \quad (4B)$$

式(4B)說明條件變異數是由前期的條件變異數、前期殘差平方項與前期的長期效果所構成的。稍加修改 Sun, Tong 和 Yan (2006) 所應用之雙變數 GARCH 模型如式(5B)至(9B)所示：

$$r_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad (5B)$$

$$r_{f,t} = \varepsilon_{f,t} \quad (6B)$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{ii,t-1} \quad (7B)$$

$$h_{ff,t} = \omega_f + \alpha_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + \beta_f h_{ff,t-1} \quad (8B)$$

$$h_{if,t} = \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}} \quad (9B)$$

進一步將式(4B)代入式(7B)與式(8B)，並考慮長短期效果在跨市場條件變異數中的交叉影響，重新整理後得式(10B)至(14B)：

$$r_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad (10B)$$

$$r_{f,t} = \varepsilon_{f,t} \quad (11B)$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \rho_i q_{i,t-1} + \varphi_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - h_{ii,t-1}) + \alpha_i (\varepsilon_{i,t-1}^2 - q_{i,t-1}) + \beta_i (h_{ii,t-1} - q_{i,t-1}) + v_i q_{f,t-1} \quad (12B)$$

$$h_{ff,t} = \omega_f + \rho_f q_{f,t-1} + \varphi_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - h_{ff,t-1}) + \alpha_f (\varepsilon_{f,t-1}^2 - q_{f,t-1}) + \beta_f (h_{ff,t-1} - q_{f,t-1}) + v_f q_{i,t-1} \quad (13B)$$

$$h_{if,t} = \omega_{if} + \kappa \sqrt{h_{ii,t} h_{ff,t}} \quad (14B)$$

式(10B)至(14B)即表示為納入長短期效果後的雙變數 GARCH 模型。



中原大學