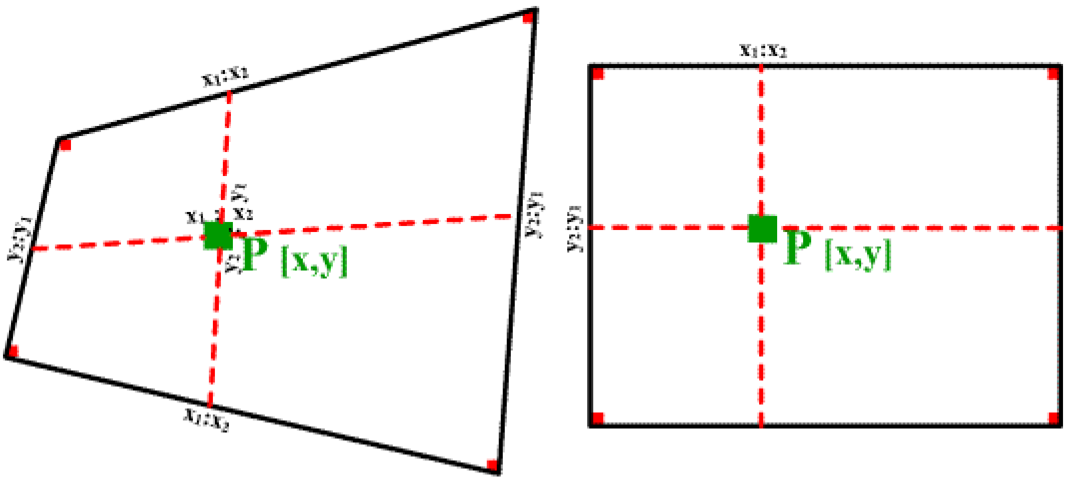
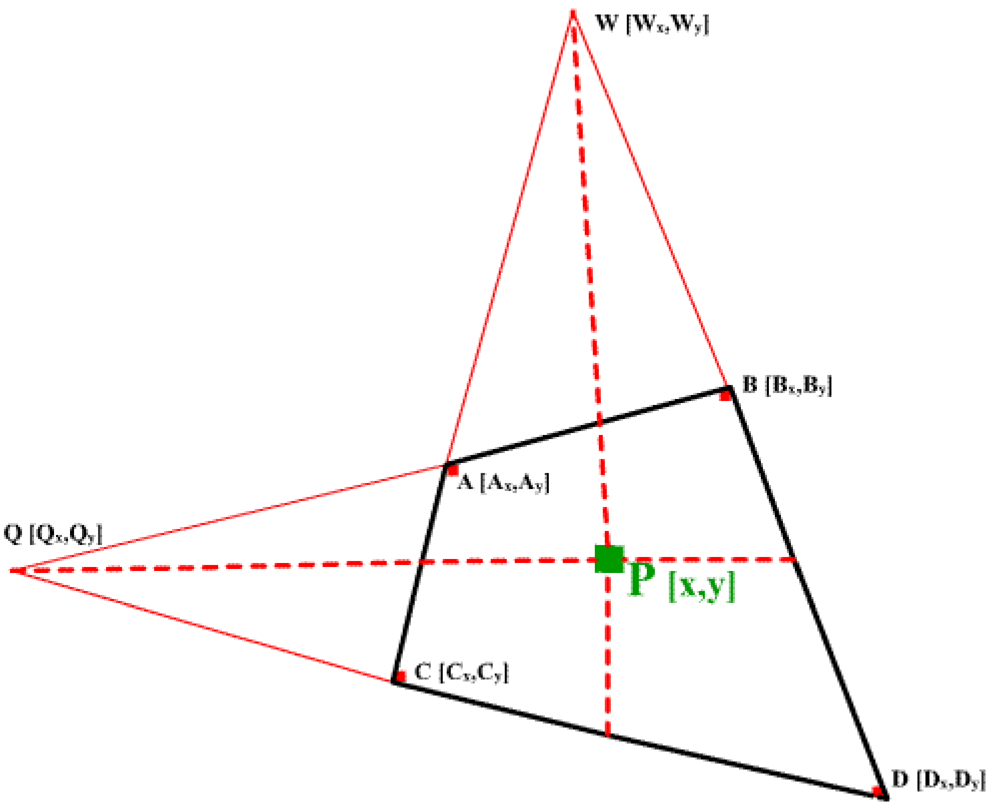
Poměrová transformace

Toto je plnohodnotná transformace, která nebude příliš přetěžovat procesor (ve srovnání s grafickou), avšak bude nejnáročnější na matematické popsání. Transformace je založená na zachování poměrů v odpovídajících si stranách předlohy a obrazu. Dále je potřeba pomocí prostředků analytické geometrie získat souřadnice obrazu bodu P. Jedna z mála podmínek funkčnosti je ta, že kameru nesmíme k obrazu natáčet, ale necháme její optickou osu kolmo na promítací plochu.





Matematický popis

Zjišťuji RCE přímek AB, CD

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{AB}} : \boldsymbol{kx + l}$

$$A_y = k\,.\,A_x + l$$
$$B_y = k\,.\,B_x + l$$

$$A_y - B_y = k\,(A_x - B_x)$$
$$k = \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x}$$
$$l = A_y - k.A_x = A_y - \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x}.A_x$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{CD}} : \boldsymbol{mx + n}$

$$C_y = m\,.\,C_x + n$$
$$D_y = m\,.\,D_x + n$$

$$C_y - D_y = m\,(C_x - D_x)$$
$$m = \frac{C_y - D_y}{C_x - D_x}$$
$$n = C_y - m.C_x = C_y - \frac{C_y - D_y}{C_x - D_x}.C_x$$

$\boldsymbol{\beta}\,[\,\boldsymbol{\beta}_x;\ \boldsymbol{\beta}_y]$

$\boldsymbol{\alpha}\,[\,\boldsymbol{\alpha}_x;\ \boldsymbol{\alpha}_y]$

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = Q\,[\,Q_x;\, Q_y]$

Najdu jejich průsečík

$$k.Q_x + l = m.Q_x + n$$
$$Q_x\,(k-m) = n - l$$
$$Q_x = \frac{n-l}{k-m}$$
$$Q_y = k.\,Q_x + l = \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x}\cdot\frac{n-l}{k-m} + A_y - \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x} = \left(\frac{n-l}{k-m} - A_x\right)\left(\frac{A_y - B_y}{A_x - B_x}\right) + A_y$$

Totéž provádím pro strany AC a BD

$\overleftrightarrow{AC} : gx + h$

$$A_y = g\,.A_x + h$$
$$C_y = g\,.C_x + h$$

$$A_y - C_y = g\,(A_x - C_x)$$
$$g = \frac{A_y - C_y}{A_x - C_x}$$
$$h = A_y - g.A_x = A_y - \frac{A_y - C_y}{A_x - C_x}.A_x$$

$\overleftrightarrow{BD} : ix + j$

$$B_y = i\,.B_x + j$$
$$D_y = i\,.D_x + j$$

$$B_y - D_y = i\,(B_x - D_x)$$
$$i = \frac{B_y - D_y}{B_x - D_x}$$
$$j = B_y - i.B_x = B_y - \frac{B_y - D_y}{B_x - D_x}.B_x$$

$\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD} = W\,[\,W_x;\, W_y]$

$$g.W_x + h = i.W_x + j$$
$$W_x\,(g-i) = j - h$$
$$W_x = \frac{j-h}{g-i}$$

$$W_y = g.\,W_x + h = \frac{A_y - C_y}{A_x - C_x}\cdot\frac{j-h}{g-i} + A_y - \frac{A_y - C_y}{A_x - C_x}.A_x = \left(\frac{j-h}{g-i} - A_x\right)\left(\frac{A_y - C_y}{A_x - C_x}\right) + A_y$$

$\overleftrightarrow{QP} : ex + f$

$$Q_y = e\,.\,Q_x + f$$
$$P_y = e\,.\,P_x + f$$

$$Q_y - P_y = e\,(Q_x - P_x)$$
$$e = \frac{Q_y - P_y}{Q_x - P_x}$$
$$f = P_y - e.P_x = P_y - \frac{Q_y - P_y}{Q_x - P_x}\,.\,P_x$$

$\overleftrightarrow{WP} : ox + p$

$$W_y = o\,.\,W_x + p$$
$$P_y = o\,.\,P_x + p$$

$$W_y - P_y = o\,(W_x - P_x)$$
$$o = \frac{W_y - P_y}{W_x - P_x}$$
$$p = P_y - o.P_x = P_y - \frac{W_y - P_y}{W_x - P_x}\,.\,P_x$$

Vytvořím přímku, která v obraze bude rovnoběžná s osou souřadného systému a budu pomocí ní a jejího průsečíku s jednou stranou ze dvou, které protíná, zjistit poměr $|A\alpha| : |AC|$

$$\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{PQ} = \alpha\,[\,\alpha_x;\ \alpha_y]$$

$$e.\alpha_x + f = g.\alpha_x + h$$
$$\alpha_x\,(e - g) = h - f$$
$$\alpha_x = \frac{h - f}{e - g}$$
$$\alpha_y = e.\ \alpha_x + f = \frac{Q_y - P_y}{Q_x - P_x}\,.\,\frac{h - f}{e - g} + P_y - \frac{Q_y - P_y}{Q_x - P_x}\,.\,P_x = \left(\frac{h - f}{e - g} - P_x\right)\left(\frac{Q_y - P_y}{Q_x - P_x}\right) + P_y$$

$$\overleftrightarrow{PW} \cap \overleftrightarrow{CD} = \beta\,[\,\beta_x;\ \beta_y]$$

$$o.\beta_x + p = m.\beta_x + n$$
$$\beta_x\,(o - m) = n - p$$
$$\beta_x = \frac{n - p}{o - m}$$
$$\beta_y = o.\ \beta_x + p = \frac{W_y - P_y}{W_x - P_x}\,.\,\frac{n - p}{o - m} + P_y - \frac{W_y - P_y}{W_x - P_x}\,.\,P_x = \left(\frac{n - p}{o - m} - P_x\right)\left(\frac{W_y - P_y}{W_x - P_x}\right) + P_y$$

$$\boldsymbol{Y_p} = |\boldsymbol{A\alpha}| : |\boldsymbol{AC}|$$
$$Y_p = \sqrt{(A_x - \alpha_x)^2 + \left(A_y - \alpha_y\right)^2} : \sqrt{(A_x - C_x)^2 + \left(A_y - C_y\right)^2}$$

$$\boldsymbol{X_p} = |\boldsymbol{C\beta}| : |\boldsymbol{CD}|$$
$$X_p = \sqrt{(C_x - \beta_x)^2 + \left(C_y - \beta_y\right)^2} : \sqrt{(C_x - D_x)^2 + \left(C_y - D_y\right)^2}$$

$$\boldsymbol{X'} = 780\,.\,X_p + 10$$
$$\boldsymbol{Y'} = 580\,.\,Y_p + 10$$

Pomocí poměru již velice snadno zjistím souřadnice, na které musím projektorem promítat záměrný kříž

1.1.1.1. *Programátorské řešení*

```
def kvadrat(a,b,c):
    diskr=b*b-4*a*c
    print diskr
    if diskr>=0 and a!=0:
        koren1=(-b+sqrt(diskr))/(2*a)
        koren2=(-b-sqrt(diskr))/(2*a)
    else:
        raise "Chybny diskriminant nebo deleni nulou"
    if 600>koren1>0:
        return koren1
    elif 600>koren1>0:
        return koren2
    else: raise "Mate tam bug"
```

Připravíme si metodu kvadratické funkce

Pokud kořen 1 nebude v rozmezí promítacího plátna, bereme kořen 2. Pokud ani ten nevyhovuje, dostáváme zpět chybovou hlášku

Celá metoda pomertrans vychází z upraveného tvaru matematického popisu.

```
def pomertrans(x,y):
    if x<=0 or y<=0: return (-100, -100)

    c1x=(kalibK[0][0]+kalibK[2][0]-kalibK[1][0]-
    KalibK[3][0])/(kalibP[1][0]*kalibP[2][1]*1.0)

    c1y=(kalibK[0][1]+kalibK[2][1]-kalibK[1][1]-
    kalibK[3][1])/(kalibP[1][0]*kalibP[2][1]*1.0)

    c2x=(-kalibK[0][0]+kalibK[3][0])/(kalibP[2][1]*1.0)
    c2y=(-kalibK[0][1]+kalibK[3][1])/(kalibP[2][1]*1.0)

    c3x=(kalibK[1][0]-kalibK[0][0])/(kalibP[1][0]*1.0)
    c3y=(kalibK[1][1]-kalibK[0][1])/(kalibP[1][0]*1.0)

    c4x=kalibK[0][0]
    c4y=kalibK[0][1]

    d1=c1x*c2y+c2x*c1y
    d2=c1y*c4x-x*c1y+c2y*c3x-c2x*c3y+c4x*c1x-c1x*y
    d3=x*c3y+c3x*c4x-c3y*c4x-y*c3x

    #print d1, d2, d3

    ytrans=kvadrat(d1,d2,d3)
    xtrans=(ytrans*c2x+c4x-x)/(-ytrans*c1x-c3x)
    print xtrans, ytrans
    return (xtrans,ytrans)
```

Metoda vrací souřadnice x, y transformovaného bodu P