

BGuide - Cálculo 1

Bruno Geronymo

2018-03-05

Contents

Prefácio	5
1 Números reais	7
1.1 Os Números Racionais	7
1.2 Os Números Reais	7
2 Sem Título	11
3 Sem Título	13
4 Sem Título	15
5 Sem Título	17

Prefácio

Este material trata-se de um manual de resoluções dos exercícios propostos no livro *Um Curso de Cálculo, Volume 1, 5ª Edição* de *Hamilton Luiz Guidorizzi*. Ao decorrer das resoluções o material busca apresentar, adicionalmente, resoluções computacionais através do software R de computação estatística para facilitar a visualização do problema e também o aprendizado da linguagem R.

O material procura abordar todos os assuntos tratados no livro do *Guidorizzi*, seguindo também a mesma ordem dos capítulos, para facilitar a dinâmica de pesquisa por assuntos específicos.

Chapter 1

Números reais

1.1 Os Números Racionais

Por uma questão de notação admitiremos aqui que, sendo r um número racional, se $r \leq 0$, dizemos que r é não positivo. Da mesma forma, se $r \geq 0$, dizemos que r é não negativo.

Vale acrescentar aqui algumas definições que poderão auxiliar na leitura do livro.

- **Abscissa:** Trata-se da coordenada de um ponto sobre uma reta.
- **Irredutível:** Algo que não se pode reduzir. Uma fração é dita irredutível quando está em sua forma mais reduzida possível.

1.2 Os Números Reais

EXEMPLO 4. (*Página 6*) Suponha $x \geq 0$ e $y \geq 0$. Prove:

b) $x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$.

Resolução:

$$\text{e } \left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq y \\ 0 \leq x \leq y \end{array} \right\} \xrightarrow{(OM)} \text{e } \left. \begin{array}{l} xx \leq xy \\ xy \leq yy \end{array} \right\} \xrightarrow{(O3)} xx \leq xy \leq yy \Rightarrow xx \leq yy \Rightarrow x^2 \leq y^2$$

```
# Estudo por simulação:
```

```
## Semente:
```

```
set.seed(sum(utf8ToInt("BGuide")))
```

```
## Quantidade de números a serem gerados:
```

```
n <- 1000000
```

```
## Gera-se aqui 'n' números aleatórios seguindo a distribuição Uniforme de  
## parâmetros 'min = 0' e 'max = 1':
```

```
x <- runif(n)
```

```
## Em seguida geramos mais 'n' números aleatórios seguindo uma distribuição
## Uniforme de parâmetros 'min = x' e 'max = 1'. Isto faz com que todos os
## números armazenados em y[i] sejam maiores do que os armazenados em x[i], com
## 'i' variando de 1 a 'n'. Mas não implica que y[i] seja maior do que x[j] com
## 'j' também variando de 1 a 'n' e 'i != j':

y <- runif(n, min = x)

## Soma a quantidade de verificações onde a afirmação 'x^2 <= y^2' for
## verdadeira:

sum(x^2 <= y^2)

## [1] 1000000

## Observe que o resultado é 1.000.000, exatamente a quantidade de números
## uniformes no intervalo (0, 1) que foram gerados. Logo para todas as
## simulações obteve-se 'x^2 <= y^2'.

## Obs.: O resultado obtido por simulação não prova a propriedade acima, apenas
## cria evidências a favor dela. A simulação não é necessária aqui pois a
## propriedade pode ser provada analiticamente.
```

EXEMPLO 9. (*Página 10*) Resolva a inequação $\frac{3x-1}{x+2} \geq 5$.

Sendo $x < 2$:

$$\frac{3x-1}{x+2} \geq 5 \Leftrightarrow 3x-1 \leq 5(x+2).$$

Então o autor pergunta: Por quê?

Sabemos que $1 < 2$, se multiplicássemos esta expressão por -1 sem alterarmos o sentido da desigualdade teríamos $-1 < -2$ e sabemos que esta afirmação não é verdadeira. Considerando $a < 0$, se multiplicarmos uma desigualdade por a altera-se o sentido da desigualdade pois refletimos estes valores para o outro lado de um eixo com relação a origem a uma taxa de progressão $|a|$. Porém, ao realizar este processo a direção de crescimento das unidades permanece a mesma (não é refletida).

Exemplo gráfico

```
## O gráfico a seguir tem como objetivo a visualização do que foi dito
## anteriormente. Nele pode-se observar a propriedade 'x <= y ==> ky <= kx'
## quando 'k < 0'. No exemplo utilizaremos 'x = 2' e 'y = 3'.

## Cria um vetor dos valores a serem plotados:
xy <- c(2, 3)
k <- -2
pontos <- c(k*xy, xy)

## Atribui 0 aos valores de y
pontos <- cbind(pontos, 0)

## Atribui nome às coordenadas
```



```

rownames(pontos) <- c("kx", "ky", "x", "y")

## Cria gráfico unidimensional:
plot(pontos, bty = 'n', xaxt = 'n', yaxt = 'n', ylab = '', xlab = '',
      xlim = c(pontos[2, 1] - 2, pontos[4, 1] + 2), pch = 19, cex = 2)

## Eixo do sistema:
arrows(x0 = pontos[2, 1] - 2, x1 = pontos[4, 1] + 2,
        y0 = 0, y1 = 0, lwd = 2)

## Retas de distância:
arrows(x0 = pontos[1, 1], x1 = c(0, pontos[3, 1]),
        y0 = 0.3, y1 = 0.3,
        angle = 90, code = 3, col = "red", lwd = 2, length = 0.1)

arrows(x0 = pontos[2, 1], x1 = c(0, pontos[4, 1]),
        y0 = 0.6, y1 = 0.6,
        angle = 90, code = 3, col = "red", lwd = 2, length = 0.1)

## Enumeração do eixo:
axis(side=1, seq(-7, 4, 1), pos=0)

## Legenda:
text(pontos, labels = rownames(pontos), pos = 3, offset = 1, font = 2)

text(x = pontos[1, 1]/2, labels = rownames(pontos)[1], y = 0.3,
      pos = 3, font = 2)
text(x = pontos[2, 1]/2, labels = rownames(pontos)[2], y = 0.6,
      pos = 3, font = 2)
text(x = pontos[3, 1]/2, labels = rownames(pontos)[3], y = 0.3,
      pos = 3, font = 2)
text(x = pontos[4, 1]/2, labels = rownames(pontos)[4], y = 0.6,
      pos = 3, font = 2)

text(y = 0, x = (pontos[2, 1] + pontos[4, 1])/2,
      labels = "Gráfico Unidimensional para Avaliação das Desigualdades",
      pos = 1, offset = 3, font = 2)

```

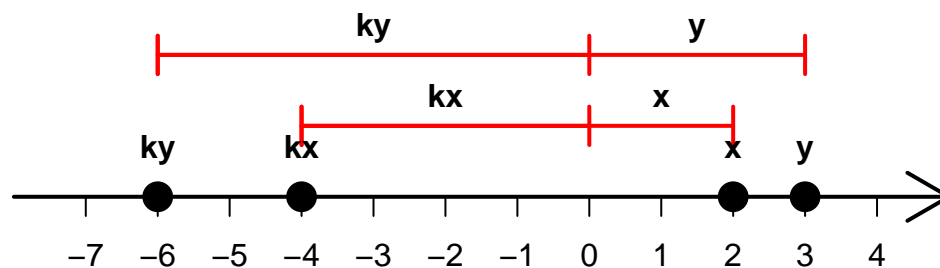


Gráfico Unidimensional para Avaliação das Desigualdades

1.2.1 Exercícios Resolvidos

1. Resolva a inequação.

$$\text{a) } 3x + 3 < x + 6$$

$$3x + 3 \ (-x) < x + 6 \ (-x)$$

$$2x + 3 < 6$$

$$2x + 3 \ (-3) < 6 \ (-3)$$

$$2x < 3$$

$$\frac{2x}{2} < \frac{3}{2}$$

$$x < \frac{3}{2}$$

Chapter 2

Sem Título

Chapter 3

Sem Título

Chapter 4

Sem Título

Chapter 5

Sem Título