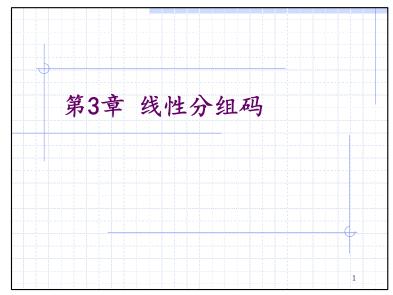
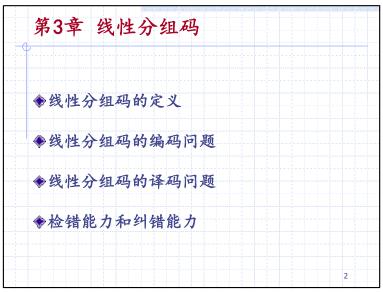
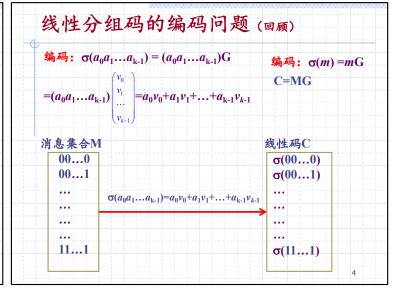
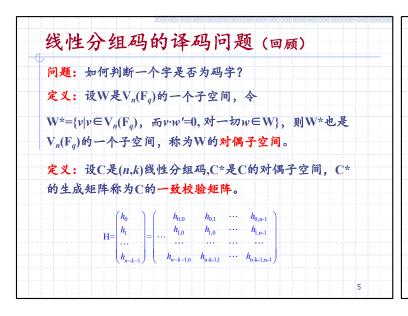
zheng

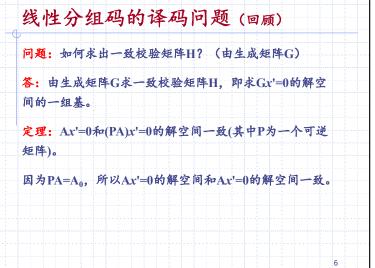




线性分组码的编码问题 (回顾) $\begin{array}{c} \textbf{发性分组码的编码问题} & \textbf{(回顾)} \\ \hline \textbf{定义:} \ \, \textbf{因为线性分组码C是V}_n(F_q) \textbf{的k维子空间,则存在-} \\ \textbf{组基}\{v_0, v_1, ..., v_{k-1}\}, \text{ C由这组基向量生成,即C=<}v_0, \\ v_1, ..., v_{k-1}>, \text{ 由这组基向量构成的矩阵记为G, 称为C} \\ \textbf{的生成矩阵} & \textbf{O} \\ \hline \textbf{G} = \begin{pmatrix} v_0 & v_{0,0} & v_{0,1} & \cdots & v_{0,n-1} \\ v_1 & \cdots & v_{1,0} & \cdots & v_{1,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{k-1,0} & v_{k-1,1} & \cdots & v_{k-1,n-1} \end{pmatrix}$







线性分组码的译码问题 (回顾)

例: 求域 F_2 上的齐次线性方程组Gx'=0的解空间的秩和解空间的一组基。

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

例: 求以G为生成矩阵的二元(6,3)线性分组码C的一致校验矩阵H。

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

线性分组码的译码问题 (回顾)

例: 求域 F_2 上的齐次线性方程组Gx'=0的解空间的秩和解空间的一组基。

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

解:将G通过行初等变换化为阶梯型矩阵 G_0 ,

Gx'=0的解空间<==>G₀x'=0的解空间

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad \mathbf{G}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

线性分组码的译码问题 (回顾)

一致校验矩阵的求法:

定理:设(n,k)系统码C的生成矩阵为Go,

$$\mathbf{G}_0 = egin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & a_{11} & \cdots & a_{1,n-k} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & a_{21} & \cdots & a_{2,n-k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & a_{k,1} & \cdots & a_{k,n-k} \end{pmatrix} = (\mathbf{I}_k, \mathbf{A}_{k,n-k})$$

则C的一致校验矩阵H:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -a_{11} & \cdots & -a_{k,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_{12} & \cdots & -a_{k,2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \cdots & & & & & & \\ -a_{1,n-k} & \cdots & -a_{k,n-k} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = (-\mathbf{A}_{k,\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}}^{'},\mathbf{I}_{\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}})$$

线性分组码的译码问题(回顾)

定义:设C是(n,k)线性分组码,H是C的一致校验矩阵

,则 $\forall x \in V_n(F_q)$,称Hx'为x的校验子。

译码表:

校验子 <i>Hx</i> ′	陪集首				
<i>H</i> 0′	0	c_1	c_2	 c_{q^k-1}	
He_1'	e_1	$e_1 + c_1$	$e_1 + c_2$	 $e_1 + c_{q^k - 1}$	
He_2'	e_2	$e_2 + c_1$	$e_2 + c_2$	 $e_2 + c_{q^k - 1}$	
$He_{q^{n-k}-1}$	$e_{q^{n-k}-1}$	$\begin{array}{c} e_{q^{n-k}-1} \\ +c_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} e_{q^{n-k}-1} \\ +c_2 \end{array}$	 $\begin{array}{c} e_{q^{n-k}-1} \\ +c_{q^k-1} \end{array}$	
				10	

线性分组码的译码问题---译码表

陪集首与校验子的求法:

- ① 选取重量为1的向量作为陪集首, 计算其校验子;
- ② 若重量为1的向量不够(不够校验子的个数,即 q^{n-k}),则选取重量为2的向量计算其校验子,直到获得 q^{n-k} 个校验子为止。

译码方法:

发a, 收r。

- ① 计算r的校验子Hr';
- ② 找到Hr'对应的陪集首e;
- ③ 将r译为r-e.

检错、纠错能力

编码器	存储器	运算器
一般的码	所有的码字	
线性码	生成矩阵G	线性组合
系统码	系统阵中的	
	$A_{k,n-k}$	

线性分组码的检错能力和纠错能力

定理1:设C为码长为n的一个码,

- (1) 若任意两个码字的距离≥1+1,则C是可检出1个差错的检错码;
- (2) 若确有两个码字的距离=t+1,则C不能检出t+1个差错;
- (3) 若任意两个码字的距离≥ 2t+1,则C是可纠正t个差错的纠错码; (4) 若确有两个码字的距离= 2t+1,则C不能纠正t+1个差错。

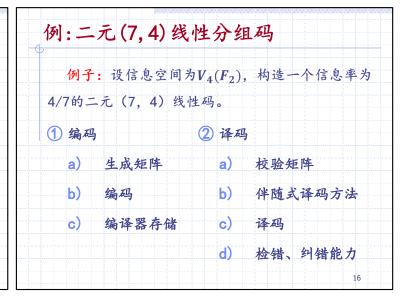
定理: 设C是q元(n,k)线性码,那么C的极小重量等于C的 极小距离。

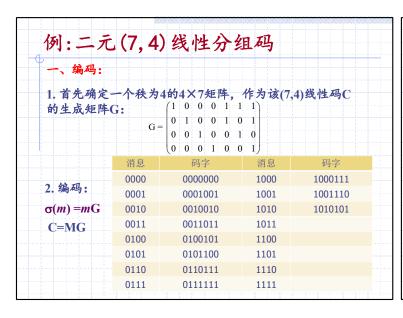
定理:设C是q元(n,k)线性码,H是它的一个一致校验矩阵 如果H的任意t列都线性无关,而有t+1列线性相关,那 么C的极小重量等于t+1,这时C是可检t错的检错码,是 可纠_t/2_错的纠错码。

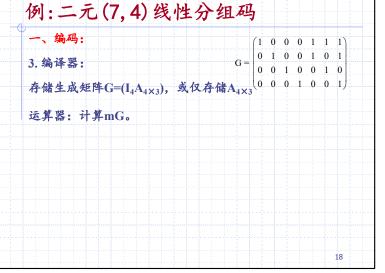
13

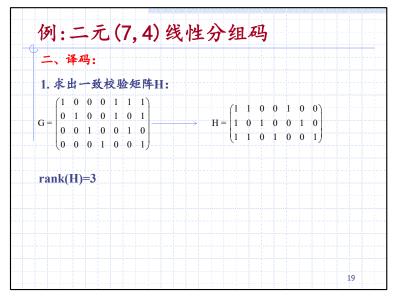
线性分组码的检错能力和纠错能力 例:二元(6,3)线性码C,其生成矩阵和校验矩阵 分别为 (100110) G= 010101 $H = \begin{bmatrix} 101010 \end{bmatrix}$ 001011 Min (C) =3, 检2错, 纠1错。

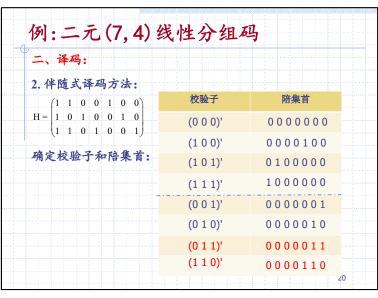
线性分组码的检错能力和纠错能力 推论:设C是一个二元线性码, H是它的一个一致 校验矩阵, 那么, C是可以纠正1个错误的纠错码 ⇔{H无全0列向量 H中任意两列不相等 15

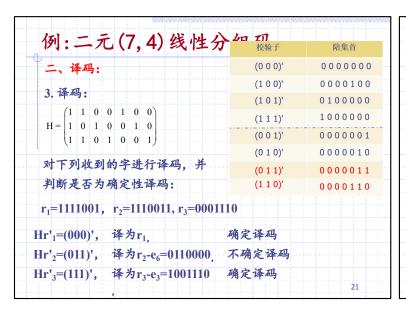


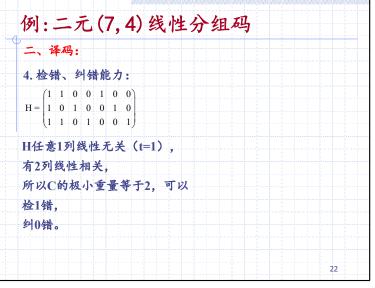


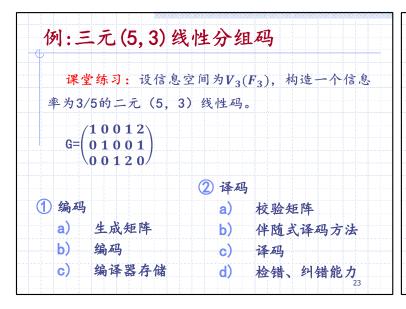


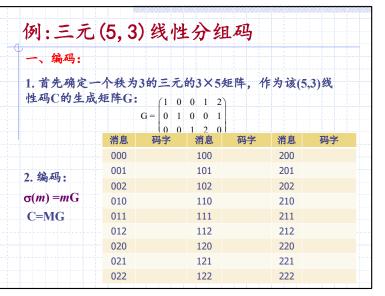


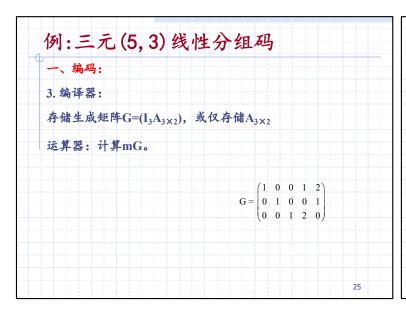


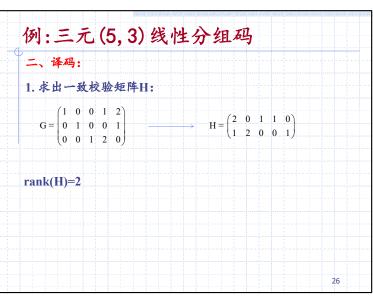
















```
例:三元(5,3)线性分组码
二、译码:
4. 检错、纠错能力:
H=(2 0 1 1 0)(1 2 0 0 1)

H任意1列线性无关(t=1),
有2列线性相关,
所以C的极小重量等于2,可以
检1错,
纠0错。
```