

* 作业请在超星平台提交，可以手写拍照，或者提交 word、pdf，截止时间为：10 月 10 日。

第 1 题 递归式求解

假定 $n \leq 2$ 时， $T(n)$ 是常数，给出下列递归式尽量紧的界，并验证其正确性。

1) $T(n) = 7T(n/3) + n^2$

2) $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$

3) $T(n) = T(n-2) + n^2$

第 2 题 Strassen 算法

请使用 Strassen 算法计算如下矩阵乘法，给出计算过程。

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

第 3 题 逆序对

假设 $A[1:n]$ 是一个长度为 n 的数组，若 $i < j$ 且 $A[i] > A[j]$ ，则 (i, j) 称为 A 的一个逆序对。

- 1) 列出数组 $(2, 3, 8, 6, 1)$ 的 5 个逆序对。
- 2) 由集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中的元素构成的什么数组具有最多的逆序对？有多少个逆序对？
- 3) 给出一个确定在 n 个元素的任何排列中逆序对数量的算法，最坏情况需要 $\Theta(n \log n)$ 时间。