

1

试题类型	单选题
题目	甲、乙、丙三人各向目标射击一发子弹，以 A 、 B 与 C 分别表示甲、乙、丙命中目标，以下表示不多于两人命中目标的是 ()。
目录	/概率论与数理统计（中欧）/概率论的基本概念
难易度	中
是否带[考研]标识	
正确答案	A
解析	正确答案是 A。 由积事件定义。
A	\overline{ABC}
B	$AB \cup BC \cup AC$
C	$\overline{A \cup B \cup C}$
D	$A \cup B \cup C$

2

试题类型	单选题
题目	将 n 个相互独立且可靠性为 p 的元件相互并联起来组成系统 S ，则系统 S 的可靠性为 ()
目录	概率与统计 A/试卷 B
难易度	易
是否带[考研]标识	否
正确答案	B
解析	<p>正确答案是 B</p> <p>因为是并联所以只有在 n 个元件都不能正常工作时候系统才会不能正常工作，而 n 个元件都不能正常工作的概率为 $(1-p)^n$，所以系统 S 能正常工作的概率为 $1-(1-p)^n$</p>
A	p^n
B	$1-(1-p)^n$
C	$1-p^n$
D	$(1-p)^n$

3

试题类型	单选题
题目	设连续型随机变量 X 的密度函数满足 $f(x) = f(-x)$ ，则当 $x > 0$ 时，分布函数 $F(x)$ 一定有 ()
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	难
是否带[考研]标识	否
正确答案	A
解析	<p>正确答案是 A</p> <p>$f(x)$ 对 称 ， 故 $F(x) + F(-x) = 1$ ， $F(0) = 1/2$ ，</p> <p>$F(-x) = \int_{-\infty}^{-x} f(u)du = F(0) - \int_0^x f(u)du$；故 A 对；</p> <p>C 不能对所有 x 都成立；</p> <p>若 D 正确，则 $F(x) \equiv \frac{2}{3}$，故不成立</p>
A	$F(-x) = \frac{1}{2} - \int_0^x f(u)du$
B	$F(-x) = 1 - \int_0^x f(u)du$
C	$F(x) = F(-x)$
D	$F(-x) = 2F(x) - 1$

4

试题类型	单选题
题目	二维随机变量 (X, Y) 服从单位圆盘上的均匀分布，则下面结论正确的是 ()
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	难
是否带[考研]标识	否
正确答案	C
解析	<p>正确答案是 C。</p> $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$

	$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\pi} dy = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi}, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \frac{1}{\pi} dx = \frac{2\sqrt{1-y^2}}{\pi}, & -1 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ <p>故 X, Y 同分布，但不独立：因 $f(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$</p>
A	X 与 Y 是独立同分布的随机变量
B	X 与 Y 是独立但分布不同的随机变量
C	X 与 Y 是不独立但同分布的随机变量
D	X 与 Y 是不独立也非同分布的随机变量

5

试题类型	单选题
题目	对任意两个独立且发生概率均大于零的事件 A 和 B ，不正确的是（ ）
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	易
是否带[考研]标识	否
正确答案	B
解析	<p>正确答案是 B</p> <p>由假设 $P(AB) = P(A)P(B) > 0 \Rightarrow AB \neq \emptyset$ 即 A 和 B 相容</p>
A	\bar{A} 与 \bar{B} 一定独立
B	A 与 B 一定互不相容
C	A 与 \bar{B} 一定独立
D	\bar{A} 与 B 一定独立

6

试题类型	单选题
题目	如果两个独立的随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数分别为 $F_1(x)$

	和 $F_2(x)$ ，那么 $X = \min\{X_1, X_2\}$ 的分布函数是 ()
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	中
是否带[考研]标识	否
正确答案	D
解析	<p>正确答案是 D</p> $F_X(x) = P\{X \leq x\} = 1 - [1 - F_1(x)][1 - F_2(x)]$
A	$F_1(x)F_2(x)$
B	$(1 - F_1(x))(1 - F_1(x))$
C	$1 - F_1(x)F_2(x)$
D	$1 - (1 - F_1(x))(1 - F_2(x))$

7

试题类型	单选题
题目	<p>两个盒子中各放了十只球，球颜色都是一只红球九只黑球。现从第一个盒中随机取出两球放入第二个盒中，然后再从第二个盒中随机抽取两球。则“第二次抽出的球是一红一黑”的概率”和“第二次抽出的球是一红一黑条件下，第一次抽取的球也是一红一黑”的概率是 ()</p>
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	中
是否带[考研]标识	否
正确答案	C
解析	<p>正确答案是 C</p> $A_i: \text{“第 } i \text{ 次取到一红一黑”}, P(A_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{5},$ $P(\bar{A}_1) = \frac{4}{5} \quad P(A_2 A_1) = \frac{C_2^1 C_{10}^1}{C_{12}^2} = \frac{10}{33},$ $P(A_2 \bar{A}_1) = \frac{C_{11}^1}{C_{12}^2} = \frac{1}{6}.$

	$P(A_2) = P(A_2 A_1)P(A_1) + P(A_2 \bar{A}_1)P(\bar{A}_1)$ $= \frac{10}{33} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{32}{165};$ $P(A_1 A_2) = \frac{P(A_2 A_1)P(A_1)}{P(A_2)} = \frac{\frac{10}{33} \times \frac{1}{5}}{\frac{32}{165}} = \frac{5}{16}$
A	$\frac{15}{32}$ 和 $\frac{25}{146}$
B	$\frac{5}{24}$ 和 $\frac{47}{120}$
C	$\frac{32}{165}$ 和 $\frac{5}{16}$
D	$\frac{63}{125}$ 和 $\frac{7}{15}$

8

试题类型	单选题
题目	设离散型随机变量 X 与 Y 独立，且都服从相同的分布律。则一定成立的是（ ）
目录	概率与统计 A/试卷 1
难易度	易
是否带[考研]标识	否
正确答案	D
解析	<p>正确答案是 D</p> <p>由对称性 $P(X > Y) = P(X < Y)$，其它结论未必正确</p>
A	$P(X = Y) = \frac{1}{2}$
B	$P(X = Y) = 1$
C	$P(X > Y) = P(X < Y) = \frac{1}{2}$
D	$P(X > Y) = P(X < Y)$

9

试题类型	单选题
题目	设随机变量 X 的密度函数 $f_X(x)$ 。令 $Y = -2X$ ，则 Y 的密度函数 $f_Y(y)$ 为 ()。
目录	/概率论与数理统计（中欧）/随机变量及其分布
难易度	中
是否带[考研]标识	否
正确答案	C
解析	正确答案为 C，考察随机变量函数分布的计算。
A	$2f_X(-2y)$
B	$2f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$
C	$\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$
D	$-\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$

10

试题类型	单选题
题目	设随机变量 X 服从参数为 p 的 0-1 分布，则 $E(X) = ()$
分值	2
难易度	易
正确答案	A
A	p
B	$2p$
C	1
D	0
答案解析	解: $E(X) = 0 \times (1-p) + 1 \times p = p.$

11

试题类型	单选题
题目	对任意随机变量 X , 若 $E(X)$ 存在, 则 $E\{E[E(X)]\}=()$
分值	2
难易度	易
正确答案	B
A	0
B	$E(X)$
C	1
D	不能确定
答案解析	解: 由 $E(C)=C$ 可得。

12

试题类型	单选题
题目	<p>设随机变量 X 的概率密度为</p> $f(x) = \begin{cases} 1- 1-x , & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$ <p>则 $E(X)=()$</p>
分值	2
难易度	易
正确答案	C
A	0
B	2
C	1
D	0.5
答案解析	<p>解:</p> $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ $= \int_0^1 x \square x dx + \int_1^2 x \square (2-x) dx = 1.$

13

试题类型	单选题
题目	设随机变量 X 服从泊松分布, 且

	$P\{X=1\}=P\{X=2\}$,则 $D(X)=$ ()
分值	2
难易度	易
正确答案	D
A	1
B	0.5
C	0.75
D	2
答案解析	<p>解:</p> $P\{X=1\}=P\{X=2\} \Rightarrow e^{-\lambda} \frac{\lambda^1}{1!} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^2}{2!}$ $\Rightarrow \lambda = 2.$ <p>所以 $D(X) = 2$</p>

14

试题类型	单选题
题目	设(X,Y)服从二维正态分布,则下列条件中不是 X, Y 相互独立的充要条件是 ()
分值	2
难易度	易
正确答案	D
A	X, Y 不相关
B	$E(XY)=E(X)E(Y)$
C	$\text{cov}(X,Y)=0$
D	$E(X)=E(Y)=0$
答案解析	<p>解:</p> <p>由二维正态分布 X,Y 相互独立的定义及 X,Y 不相关的定义及其二者之间的关系可得。</p>

15

试题类型	单选题
题目	<p>设随机变量 (X,Y) 具有概率密度</p> $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$

	则 $\rho_{XY} = ()$
分值	2
难易度	易
正确答案	C
A	$\frac{1}{11}$
B	1
C	$-\frac{1}{11}$
D	0.5
答案解析	<p>解:</p> $E(X) = \int_0^2 \int_0^2 x \cdot \frac{1}{8}(x+y) dx dy = \frac{7}{6} = E(Y).$ $D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ $= \int_0^2 \int_0^2 x^2 \cdot \frac{1}{8}(x+y) dx dy - \frac{49}{36}$ $= \frac{5}{3} - \frac{49}{36} = \frac{11}{36} = D(Y).$ $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ $= \int_0^2 \int_0^2 xy \cdot \frac{1}{8}(x+y) dx dy - \frac{7}{6} \cdot \frac{7}{6}$ $= \frac{4}{3} - \frac{49}{36} = -\frac{1}{36}.$ $\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}} = \frac{-\frac{1}{36}}{\frac{11}{36}} = -\frac{1}{11}.$

16

试题类型	单选题
题目	<p>设总体 X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布,</p> <p>X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 则</p> <p>当 $n \rightarrow \infty$ 时, 由大数定理可得 $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$</p> <p>依概率收敛于 ()</p>
分值	2

难易度	易
正确答案	A
A	0.5
B	0
C	2
D	1
答案解析	<p>解:</p> $E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot 2e^{-2x} dx = \frac{1}{2}.$ <p>所以由大数定理可得结论。</p>

17

试题类型	单选题
题目	<p>对于给定的正数 $\alpha (0 < \alpha < 1)$, 设 z_α , $\chi_\alpha^2(n)$, $t_\alpha(n)$, $F_\alpha(n_1, n_2)$ 分别是标准正态分布, $\chi^2(n)$, $t(n)$, $F(n_1, n_2)$ 分布的上 α 分位点, 则下面的结论中不正确的是 ()</p>
分值	2
难易度	易
正确答案	B
A	$z_{1-\alpha} = -z_\alpha$
B	$\chi_{1-\alpha}^2(n) = -\chi_\alpha^2(n)$
C	$t_{1-\alpha}(n) = -t_\alpha(n)$
D	$F_{1-\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_\alpha(n_2, n_1)}$
答案解析	<p>解: 标准正态分布, $\chi^2(n)$, $t(n)$, $F(n_1, n_2)$ 分布的上 α 分位点的定义及性质可得结论。</p>

18

试题类型	单选题
题目	<p>设总体 X 服从正态分布 $N(10, 3^2)$,</p> <p>X_1, X_2, \dots, X_6 是它的一个样本 ,</p> <p>$\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i$, 则由中心极限定理可得</p> <p>$P\{\bar{X} > 11\} = ()$</p>
分值	2
难易度	易
正确答案	A
A	$1 - \varphi(\frac{\sqrt{6}}{3})$
B	$\varphi(\frac{\sqrt{6}}{3})$
C	$\varphi(\frac{\sqrt{2}}{3})$
D	$1 - \varphi(\frac{\sqrt{2}}{3})$
答案解析	<p>解:</p> <p>$X \sim N(10, 3^2), \bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i \sim N(10, \frac{3^2}{6}).$</p> <p>$P\{\bar{X} > 11\} = P\{\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{11-10}{\frac{3}{\sqrt{6}}}\}$</p> <p>$= 1 - \varphi(\frac{\sqrt{6}}{3}).$</p>

试题类型	单选题
题目	<p>做点估计时，下述哪些是我们对估计量的要求 ()</p>

分值	2
难易度	难
正确答案	D
A	估计是渐近相合估计
B	估计是相合估计
C	估计是无偏估计
D	以上都对
答案解析	解: 点估计的估计量的评价标准。

20

试题类型	单选题
题目	设 X 服从 $b(1,p)$ 分布。令 X_1, X_2, \dots, X_n 为简单样本，则 p 的矩估计，最佳选项是()
分值	2
难易度	难
正确答案	A
A	\bar{X}
B	$\frac{1 + \sqrt{1 - 4S^2}}{2}$
C	$\frac{1 - \sqrt{1 - 4S^2}}{2}$
D	X_1
答案解析	解: 由 \bar{X} 是 $E[X]$ 的无偏估计可知。

21

试题类型	单选题
题目	设随机变量 $X \sim \pi(\lambda)$ ，这里 $\lambda > 0$ 。 X_1, \dots, X_n 是简单样本，则 λ 的最大似然估计为 ()
分值	2
难易度	难
正确答案	A
A	\bar{X}
B	S
C	$\sqrt{B_2}$ ，这里 B_2 是样本二阶中心矩
D	以上都对
答案解析	解：似然函数为：

	$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda^{X_i}}{X_i!} e^{-\lambda} \right) = e^{-n\lambda} \frac{\lambda^{\sum_{j=1}^n X_j}}{\prod_{j=1}^n X_j!}$ <p>最大似然方程为</p> $0 = \frac{d \ln L(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{\lambda} - n$ <p>解得 $\hat{\lambda}_{MLE} = \bar{X}$</p>
--	--

22

试题类型	单选题
题目	设随机变量 X 方差存在且有限, 则对均值 μ 以及 σ^2 的估计, 下述说法不正确的是 ()
分值	2
难易度	难
正确答案	C
A	\bar{X} 是 μ 的无偏估计
B	S^2 是 σ^2 的无偏估计
C	S 是 σ 的无偏估计
D	矩法估计与最大似然估计都是相合估计
答案解析	解: $E[\bar{X}] = \mu, E[S^2] = \sigma^2$, 一般的, 即使 $E[\hat{\theta}] = \theta$, 等式 $E[g(\hat{\theta})] = g(\theta)$ 也不成立, 除非 g 是一个线性函数。

23

试题类型	单选题
题目	设 $X \sim N(\mu, 100^2)$, 随机抽取一组容量为 25 的样本。在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验问题 $H: \mu \geq 100$ vs. $K: \mu < 100$ 的拒绝域是 ()
分值	2
难易度	难
正确答案	D
A	$W = (-\infty, 100 - 20u_{0.025}) \cup (100 + 20u_{0.025}, \infty)$
B	$W = (-\infty, 100 - 20t_{0.025}) \cup (100 + 20t_{0.025}, \infty)$
C	$W = (-\infty, 100 - 20t_{0.05})$
D	$W = (-\infty, 100 - 20u_{0.05})$
答案解析	解:

	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 已知。则单边检验问题 $H: \mu \geq \mu_0$ vs. $K: \mu < \mu_0$ 的拒绝域为 $W = \left(-\infty, \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\alpha \right)$
--	--

24

试题类型	单选题
题目	某牛奶厂生产一种盒装牛奶, 其容量 $X \sim N(100, \sigma^2)$, μ 的单位是 ml , σ^2 的单位是 ml^2 。根据经验, 总体方差不超过 3^2 。某日, 为了检验产品是否合格, 质检部门随机抽取了 16 盒牛奶进行检验, 检验结果是平均容量为 $103 ml$, 样本方差为 $13.84 ml^2$ 。在显著性水平 0.05 下, 检验问题 $H_0: \sigma^2 \leq 9$ vs. $H_1: \sigma^2 > 9$ 的拒绝域为 ()。
分值	2
难易度	难
正确答案	A
A	$S^2 \in \left(\frac{3}{5} \chi_{0.05}^2(15), \infty \right)$
B	$S^2 \in \left(\frac{9}{16} \chi_{0.05}^2(16), \infty \right)$
C	$S^2 \in \left(\frac{3}{5} \chi_{0.025}^2(15), \infty \right)$
D	$S^2 \in \left(\frac{9}{16} \chi_{0.025}^2(16), \infty \right)$
答案解析	解: 单正态总体的方差单边检验问题 $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ vs. $\sigma^2 > \sigma_0^2$ 水平 α 拒绝域为 $S^2 \in \left(\frac{\sigma_0^2}{n-1} \chi_\alpha^2(n-1), \infty \right)$

25

试题类型	单选题
题目	用铂球测万有引力常数值 (单位: $10^{-11} m^3 / (kg \cdot s^2)$)。所得观察数据为 6.661, 6.661, 6.667, 6.667, 6.664。设测定值总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知。则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间()
分值	2
难易度	难
正确答案	D
A	$\left(6.664 - \frac{3\sqrt{5}}{5000} t_{0.05}(5), 6.664 + \frac{3\sqrt{5}}{5000} t_{0.05}(5) \right)$

B	$\left(6.664 - \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.025}(5), 6.664 + \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.025}(5)\right)$
C	$\left(6.664 - \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.05}(4), 6.664 + \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.05}(4)\right)$
D	$\left(6.664 - \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.025}(4), 6.664 + \frac{3\sqrt{5}}{5000}t_{0.025}(4)\right)$
答案解析	<p>解:方差未知的正态分布均值置信问题的枢轴量为</p> $T = \sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/S \sim t(n-1)$ <p>由此可得水平$1 - \alpha$的双侧置信区间为</p> $\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right)$