# 第八章 假设检验

毛雪峰

上海大学理学院数学系

3月4日~3月11日

# 内容介绍

- 1 假设检验
- 2 正态总体均值的假设检验
- ③ 正态总体方差的假设检验
- 4 置信区间与假设检验的关系
- 5 分布拟合检验

# **Outline**

- 假设检验
- 正态总体均值的假设检验
- 正态总体方差的假设检验

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

## 假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断, 首先对它提出一个假设 $H_0$ ,然后在 $H_0$ 为真的条件下,通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件, 若在一次试验中,小概率事件居然发生了,与小概率原理矛盾,就完全有理由拒绝 $H_0$ 的正确性,否则没有充分理由拒绝 $H_0$ 的正确性,从而接受 $H_0$ .

# 假设检验的定义

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

#### 假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断, 首先对它提出一个假设 $H_0$ , 然后在 $H_0$ 为真的条件下, 通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件, 若在一次试验中, 小概率事件居然发生了, 与小概率原理矛盾, 就完全有理由拒绝 $H_0$ 的正确性, 否则没有充分理由拒绝 $H_0$ 的正确性, 从而接受 $H_0$ .

# 假设检验的定义

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

## 假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断, 首先对它提出一个假设 $H_0$ ,然后在 $H_0$ 为真的条件下,通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件, 若在一次试验中,小概率事件居然发生了,与小概率原理矛盾,就完全有理由拒绝 $H_0$ 的正确性,否则没有充分理由拒绝 $H_0$ 的正确性, 从而接受 $H_0$ .

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ ,  $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ :  $\mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1$ :  $\mu \neq \mu_0$ . 接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的? 根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的), 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝 $H_0$ 的小概率事件发生.

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ , $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差,实践表明标准差比较稳定的,所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的.为了检验机器是否正常工作,我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ : $\mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1$ : $\mu \neq \mu_0$ .接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的?根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的),从给定的样本值出发,去考察是否有一个拒绝 $H_0$ 的小概率事件发生.

问机器是否正常?

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖.袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512

以 $\mu$ ,  $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ :  $\mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1$ :  $\mu \neq \mu_0$ . 接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的? 根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的), 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝 $H_0$ 的小概率事件发生

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ , $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差,实践表明标准差比较稳定的,所以在这里我们认为标准差 $\sigma$ =0.015 是已知的.为了检验机器是否正常工作,我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ : $\mu = \mu_0$ =0.5和 $H_1$ : $\mu \neq \mu_0$ .接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的?根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的),从给定的样本值出发,去考察是否有一个报纸号。的小概率事件发生

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ , $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体**X**的均值和标准差,实践表明标准差比较稳定的,所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的.为了检验机器是否正常工作。我们提出以下两个相互独立

设 $H_0$ 是错误还是正确的?根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的),从给定的样本值出发,去考察是

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ ,  $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1: \mu \neq \mu_0$ . 接下来讨论如何检验假

**设H**<sub>0</sub>是错误还是正确的! 恨掂头际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的), 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H<sub>0</sub>的小概率事件发生

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ , $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差,实践表明标准差比较稳定的,所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的.为了检验机器是否正常工作,我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ : $\mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1$ : $\mu \neq \mu_0$ .接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的?根据实际推断原理(即小概率事件在

一次试验中是几乎不发生的),从给定的样本值出发,去考察是不有一个拒绝。

假设检验

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量,它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为(单位公斤)0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512 问机器是否正常?

以 $\mu$ ,  $\sigma$ 分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差 $\sigma$  = 0.015 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设 $H_0$ :  $\mu = \mu_0 = 0.5$ 和 $H_1$ :  $\mu \neq \mu_0$ . 接下来讨论如何检验假设 $H_0$ 是错误还是正确的? 根据实际推断原理(即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的), 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝 $H_0$  的小概率事件发生.

X是 $\mu$ 的无偏估计量,X的观察值x反映 $\mu$ 的大小,因此观察值x与 $\mu$ 0的偏差 $|x-\mu_0|$ 不应太大. 若 $H_0$ 为真,则 $Z = \frac{X-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k, 使得当观察值x满足 $\frac{|x-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|x-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} < k$ ,就接受假设 $H_0$ . 当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错误,其概率记为P{当 $H_0$ </sub>为真拒绝 $H_0$ }.希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内,即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1),使犯这类错误的概率不超过 $\alpha$ ,即P{当 $H_0$ }为真拒绝 $H_0$ } <  $\alpha$ .

令P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } =  $P_{\mu_0}$ { $\frac{|X-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ } =  $\alpha \Rightarrow k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ .因而,若Z的观察值满足 $|z| = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \ge k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而 若 $|z| = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则接受 $H_0$ .

置信区间与假设检验的关系

下面选定一正数k, 使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ 时就拒绝假设 $\mu$ 

当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错

具概率记为P{当 $H_0$ 为具犯绝 $H_0$ }. 希望将犯区类错误的概率控制 在一定限度内, 即给出一个较小的数lpha(0<lpha< 1), 使犯这类错误 的概率不超过lpha, 即P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }<lpha.

 $\Diamond P\{ \exists H_0$ 为真拒绝 $H_0 \} = P_{\mu_0} \{ \frac{|X - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge K \} = \alpha \Rightarrow K = Z_{\frac{\alpha}{2}}.$ 因而

 $|\dot{z}| = |\frac{x - \mu_0}{(a/\sqrt{a})}| < k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则接受 $H_0$ .

的概率不超过 $\alpha$ ,即 $P\{ ext{ } ext{ } H_0 \}$  有担绝 $H_0 \} \leq \alpha$ 。 令 $P\{ ext{ } H_0 \}$  有担绝 $H_0 \} = P_{\mu_0} \{ \frac{|\overline{X} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq k \} = \alpha \Rightarrow k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ .因而若Z的观察值满 $Z | z | = | \frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} | \geq k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而

 $\overline{X}$ 是 $\mu$ 的无偏估计量, $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}$ 反映 $\mu$ 的大小,因此观察值 $\overline{x}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{x} - \mu_0|$ 不应太大. 若 $H_0$ 为真,则 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k, 使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} < k$ , 就接受假设 $H_0$ .

当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错误,其概率记为P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内,即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1),使犯这类错误的概率不超过 $\alpha$ , 即P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ .

 $|z| = \left| \frac{x - \mu_0}{(\sigma L/m)} \right| < k = z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则接受 $H_0$ .

 $\overline{X}$ 是 $\mu$ 的无偏估计量, $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}$ 反映 $\mu$ 的大小,因此观察值 $\overline{x}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{x}-\mu_0|$ 不应太大。若 $H_0$ 为真,则 $Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k, 使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}< k$ ,就接受假设 $H_0$ . 当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错误,其概率记为P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }。希望将犯这类错误的概率控制

的概率不超过 $\alpha$ , 即P{ $\underline{\exists} H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\underline{\le} \alpha$ .

 $\overline{A}$  若Z的观察值满足 $|Z| = |\overline{Z} - \overline{Z}| \ge K = Z_{\pm}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而

 $\Xi|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{\overline{x}-\overline{x}}|< k=z_2$ 时,则接受 $H_0$ .

 $\overline{X}$ 是 $\mu$ 的无偏估计量, $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}$ 反映 $\mu$ 的大小,因此观察值 $\overline{x}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{x}-\mu_0|$ 不应太大.若 $H_0$ 为真,则 $Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k,使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}< k$ ,就接受假设 $H_0$ . 当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错误,其概率记为 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$ .希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内,即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1),使犯这类错误的概率不超过 $\alpha$ ,即 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$   $\leq \alpha$ .

令P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } =  $P_{\mu_0}$ { $\frac{|X-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ } =  $\alpha \Rightarrow k = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .因而,若Z的观察值满Z|z| =  $|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \ge k = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而若 $|z| = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{2}| < k = Z_{\alpha}$ 时,则接受 $H_0$ .

 $\overline{X}$ 是 $\mu$ 的无偏估计量, $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}$ 反映 $\mu$ 的大小,因此观察值 $\overline{x}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{x}-\mu_0|$ 不应太大.若 $H_0$ 为真,则 $Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k, 使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}< k$ , 就接受假设 $H_0$ . 当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策, 这是一种错误,其概率记为 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$ .希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内,即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1),使犯这类错误的概率不超过 $\alpha$ ,即 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$   $\leq \alpha$ .

令P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } =  $P_{\mu_0}$ { $\frac{|\overline{X} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ } =  $\alpha \Rightarrow k = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .因而,若Z的观察值满足 $|z| = |\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \ge k = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而 若 $|z| = |\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < k = Z_{\alpha}$ 时,则接受 $H_0$ .

 $\overline{\mathbf{X}}$  是 $\mu$ 的无偏估计量,  $\overline{\mathbf{X}}$ 的观察值 $\overline{\mathbf{x}}$ 反映 $\mu$ 的大小, 因此观察值 $\overline{\mathbf{x}}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{\mathbf{x}} - \mu_0|$ 不应太大. 若 $H_0$ 为真, 则 $\mathbf{Z} = \frac{\overline{\mathbf{X}} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k, 使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ 时就拒绝假 设 $H_0$ , 反之, 若 $\frac{|\overline{\mathbf{x}} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} < \mathbf{k}$ , 就接受假设 $H_0$ . 当实际上H<sub>0</sub>为真时仍可能作出拒绝H<sub>0</sub>的决策, 这是一种错误, 其概率记为P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }. 希望将犯这类错误的概率控制 在一定限度内, 即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1), 使犯这类错误 的概率不超过 $\alpha$ , 即P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ .  $P\{ \exists H_0 \}$  为真拒绝 $P\{ \exists H_0 \} = P_{\mu_0} \{ \frac{|\overline{X} - \mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k \} = \alpha \Rightarrow k = \mathbf{Z}_{\frac{\alpha}{2}}.$ 因而, 若**Z**的观察值满足 $|\mathbf{z}| = |\frac{\overline{\mathbf{x}} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq \mathbf{k} = \mathbf{z}_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $\mathbf{H}_0$ ,而

 $\overline{X}$ 是 $\mu$ 的无偏估计量, $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}$ 反映 $\mu$ 的大小,因此观察值 $\overline{x}$ 与 $\mu_0$ 的偏差 $|\overline{x}-\mu_0|$ 不应太大.若 $H_0$ 为真,则 $Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ . 下面选定一正数k,使得当观察值 $\overline{x}$ 满足 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$ 时就拒绝假设 $H_0$ ,反之,若 $\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}< k$ ,就接受假设 $H_0$ . 当实际上 $H_0$ 为真时仍可能作出拒绝 $H_0$ 的决策,这是一种错误,其概率记为 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$ .希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内,即给出一个较小的数 $\alpha$ (0 <  $\alpha$  < 1),使犯这类错误的概率不超过 $\alpha$ ,即 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\}$   $\leq \alpha$ .

令P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } =  $P_{\mu_0}$ { $\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge k$ } =  $\alpha \Rightarrow k = \mathbf{Z}_{\frac{\alpha}{2}}$ .因而,若 $\mathbf{Z}$ 的观察值满足 $|\mathbf{z}| = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \ge k = \mathbf{Z}_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则拒绝 $H_0$ ,而 若 $|\mathbf{z}| = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < k = \mathbf{Z}_{\frac{\alpha}{2}}$ 时,则接受 $H_0$ .

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,

置信区间与假设检验的关系

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = Z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,  $\mu_0 = 0.5$ , 再由样本算得 $\overline{x} = 0.511$ , 即有 $|\frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$ ,

如上采用的检验法则符合实际推断原理:  $\alpha$ 取值较小, 若 $H_0$ 为真,即当 $\mu = \mu_0$ 时,{ $\left|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq Z_2$ }是一个小概率事件,由实际推断原理可认为如果 $H_0$ 为真,则依次试验得到的观察值 $\overline{X}$ , 满足不等式 $\left|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq Z_2$ 几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足 $\left|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq Z_2$ 的 $\overline{X}$ 的,则有理由怀疑原假设 $H_0$ 的正确性,因而拒绝 $H_0$ 。若出现的观察值 $\overline{X}$ 满足 $\left|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| < Z_2$ ,此时没有理由拒绝

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,  $\mu_0 = 0.5$ , 再由样本算得 $\overline{x} = 0.511$ , 即有 $|\frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$ , 于是拒绝 Но, 认为这天包装机工作不正常. 如上采用的检验法则符合实际推断原理:  $\alpha$ 取值较小, 若 $H_0$ 为真, 即当 $\mu = \mu_0$ 时, $\{|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{D})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$ 是一个小概率事件,由实际推断原

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,  $\mu_0 = 0.5$ , 再由样本算得 $\overline{x} = 0.511$ , 即有 $|\frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$ , 于是拒绝 Но, 认为这天包装机工作不正常. 如上采用的检验法则符合实际推断原理:  $\alpha$ 取值较小, 若 $H_0$ 为真, 即当 $\mu = \mu_0$ 时,  $\{|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{\rho})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$ 是一个小概率事件, 由实际推断原 理可认为如果 $H_0$ 为真,则依次试验得到的观察值 $\overline{x}$ ,满足不等 式 $|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现 了满足 $\left|\frac{x-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ 的 $\overline{x}$ ,则有理由怀疑原假设 $H_0$ 的正确性,因而 拒绝 $H_0$ . 若出现的观察值 $\overline{x}$ 满足 $\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(x/20)}\right| < z_{\frac{\alpha}{2}}$ ,此时没有理由拒绝

置信区间与假设检验的关系

本例取 $\alpha = 0.05$ , 则有 $k = z_{0.025} = 1.96$ , 已知n = 9,  $\sigma = 0.015$ ,  $\mu_0 = 0.5$ , 再由样本算得 $\overline{x} = 0.511$ , 即有 $|\frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$ , 于是拒绝 Но, 认为这天包装机工作不正常. 如上采用的检验法则符合实际推断原理:  $\alpha$ 取值较小, 若 $H_0$ 为真, 即当 $\mu = \mu_0$ 时,  $\{|\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{\rho})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$ 是一个小概率事件, 由实际推断原 理可认为如果 $H_0$ 为真,则依次试验得到的观察值 $\overline{x}$ ,满足不等 式 $|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现 了满足 $\left|\frac{x-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ 的 $\overline{x}$ ,则有理由怀疑原假设 $H_0$ 的正确性,因而 拒绝 $H_0$ . 若出现的观察值 $\overline{x}$ 满足 $|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$ , 此时没有理由拒绝 假设 $H_0$ , 只能接受 $H_0$ .

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设.

# 假设检验是一种带有概率的反证法

假设检验

采用反证法的思想,为了检验"假设"是否成立,先假设这个"假设"成立,看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设".
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设。 实际上。但没检验的其本思想是一种共有概要的与证法

采用反证法的思想,为了检验"假设"是否成立,先假设这个"假设"成立,看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设"。
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设

采用反证法的思想,为了检验"假设"是否成立,先假设这个"假设"成立,看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设".
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设实际上,假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

采用反证法的思想,为了检验"假设"是否成立,先假设这个"假设"成立,看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设".
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设.

头孙上, 恨又位短的奉本思想走一种 市有概率的及址法

采用反证法的思想,为了检验"假设"是否成立,先假设这个"假设"成立,看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设".
- 如果没有导致一个小概率事件发生,则没有理由拒绝原假设. 实际上,假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

置信区间与假设检验的关系

#### 假设检验的几个相关概念

通常称 $H_0$ 为原假设(或称零假设),而称 $H_1$  为<mark>备择假设</mark>(或称对立假设),称数 $\alpha$  为显著性水平,称统计量 $Z = |\frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|$  为检验统计量. 当检验统计量取某个区域C中的值时,就拒绝原假设,则称区域C为拒绝域,拒绝域的边界点为临界点.

#### 假设检验的几个相关概念

假设检验

通常称 $H_0$ 为原假设(或称零假设),而称 $H_1$  为备择假设(或称对立假设),称数 $\alpha$  为显著性水平,称统计量 $Z = |\frac{\mathbf{Z} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|$  为检验统计量. 当检验统计量取某个区域C中的值时,就拒绝原假设,则称区域C为拒绝域, 拒绝域的边界点为临界点. 上例的拒绝域为 $|\mathbf{z}| \geq \mathbf{z}_{\alpha}^{\alpha}$ ,而 $\mathbf{z}_{\alpha}^{\alpha}$ 为临界点.

## 根据一次抽样结果(一个样本)作出判断,不可避免会犯以下错误:

- 当 $H_0$ 为真时,我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误,将这类错误称之为第1类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该类错误是"弃真"错误.
- ② 当 $H_0$ 不真时,我们也可能犯接受 $H_0$ 的错误,将这类错误称为第II类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_1}\{H_0\}$ ),该类错误是"取伪"错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没有考虑犯第 $\|$ 类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性检验.即对事先给定的小数 $\alpha$ ,寻找拒绝域C,使得

 $P\{$ 当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0 \} = P\{ H_1 | H_0 \} < \alpha$ 

- ① 当 $H_0$ 为真时, 我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ , 该类错误是"弃直"错误
- ③ 当 $H_0$ 不真时, 我们也可能犯接受 $H_0$ 的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_1}\{H_0\}$ ), 该类错误是"取伪"错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没有考虑犯第II类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α,寻找拒绝域C,使得

分布拟合检验

# 根据一次抽样结果(一个样本)作出判断,不可避免会犯以下错误:

- ① 当 $H_0$ 为真时,我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误,将这类错误称之为第I类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该
- ② 当H<sub>0</sub>不真时, 我们也可能犯接受H<sub>0</sub>的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为P{H<sub>0</sub>|H<sub>1</sub>}(或P<sub>H<sub>1</sub></sub>{H<sub>0</sub>}), 该类错误是"取伪"错误. 以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

# 根据一次抽样结果(一个样本)作出判断,不可避免会犯以下错误:

- ① 当 $H_0$ 为真时, 我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误, 将这类错误称之为 第I类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该 类错误是"弃真"错误.

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断,不可避免会犯以下错误:

- ① 当 $H_0$ 为真时,我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误,将这类错误称之为第I类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该类错误是"弃真"错误.
- ② 当 $H_0$ 不真时,我们也可能犯接受 $H_0$ 的错误,将这类错误称为第 $\|$ 类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_0}\{H_0\}$ ),

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没有考虑犯第 $\parallel$ 类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性检验.即对事先给定的小数 $\alpha$ ,寻找拒绝域C,使得

分布拟合检验

- ① 当 $H_0$ 为真时,我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误,将这类错误称之为第I类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该类错误是"弃真"错误.
- ② 当 $H_0$ 不真时, 我们也可能犯接受 $H_0$ 的错误, 将这类错误称为第 $\parallel$ 类错误; 该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_1}\{H_0\}$ ), 该类错误是"取伪"错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没有考虑犯第 $\parallel$ 类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性检验.即对事先给定的小数 $\alpha$ ,寻找拒绝域C,使得

 $P\{$ 当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0 \} = P\{ H_1 | H_0 \} < \alpha$ .

分布拟合检验

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断,不可避免会犯以下错误:

假设检验

- ① 当 $H_0$ 为真时,我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误,将这类错误称之为第1类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该类错误是"弃真"错误.
- ② 当 $H_0$ 不真时, 我们也可能犯接受 $H_0$ 的错误, 将这类错误称为 第 $\parallel$ 类错误; 该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_1}\{H_0\}$ ), 该类错误是"取伪"错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没有考虑犯第II类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性格

4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 9

- ① 当 $H_0$ 为真时, 我们可能犯拒绝 $H_0$ 的错误, 将这类错误称之为 第I类错误;该错误的概率可表示为 $P\{H_1|H_0\}$ 或 $P_{H_0}\{H_1\}$ ,该 类错误是"弃真"错误.
- ② 当*H*<sub>6</sub>不真时, 我们也可能犯接受*H*<sub>6</sub>的错误, 将这类错误称为 第II类错误; 该错误的概率可表示为 $P\{H_0|H_1\}$ (或 $P_{H_1}\{H_0\}$ ), 该类错误是"取伪"错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制,而没 有考虑犯第11类错误的概率,我们将这类假设检验称为显著性检  $\frac{1}{1}$ . 即对事先给定的小数 $\alpha$ , 寻找拒绝域C, 使得

 $P\{\exists H_0$ 为真时拒绝 $H_0\} = P\{H_1|H_0\} < \alpha$ .

置信区间与假设检验的关系

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进行<u>显著性检验</u>时,我们是通过<mark>使犯第I类错误的概率很小</mark>,而不考虑犯第II类错误的概率,这就意味着 $H_0$ 是受保护的,也表明 $H_0$ , $H_1$ 的地位不是对等的.因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进行<u>显著性检验</u>时,我们是通过<mark>使犯第I类错误的概率很小</mark>,而不考虑犯第II类错误的概率,这就意味着 $H_0$ 是受保护的,也表明 $H_0$ , $H_1$ 的地位不是对等的.因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的,选择原假设 $H_0$ 和备择假设 $H_1$ 的原则是:

- 使得两类错误中后果严重的错误成为第Ⅰ类错误;
- ② 持谨重的态度,取原假设为维持现状;即取为"无效率" "无改讲","无价值"等
- 特别是对单边假设检验,如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原理的

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进行<u>显著性检验</u>时,我们是通过<mark>使犯第I类错误的概率很小</mark>,而不考虑犯第II类错误的概率,这就意味着 $H_0$ 是受保护的,也表明 $H_0$ , $H_1$ 的地位不是对等的.因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的,选择原假设 $H_0$ 和备择假设 $H_1$ 的原则是:

- 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
- ② 持谨重的态度,取原假设为维持现状;即取为"无效率" "无改进","无价值"等。

特别是对单边假设检验,如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设一般都要根据以上的原则来选择原假设

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进行<u>显著性检验</u>时,我们是通过<mark>使犯第I类错误的概率很小</mark>,而不考虑犯第II类错误的概率,这就意味着 $H_0$ 是受保护的,也表明 $H_0$ , $H_1$ 的地位不是对等的.因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的,选择原假设 $H_0$ 和备择假设 $H_1$ 的原则是:

- 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
- ② 持谨重的态度,取原假设为维持现状;即取为"无效率", "无改进","无价值"等.

特别是对单边假设检验,如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设,一般都要根据以上的原则来选择原假设.

尽管在一对对立假设中,可以挑选其中之一作为原假设,但在进行<u>显著性检验</u>时,我们是通过<mark>使犯第I类错误的概率很小</mark>,而不考虑犯第II类错误的概率,这就意味着 $H_0$ 是受保护的,也表明 $H_0$ , $H_1$ 的地位不是对等的.因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的,选择原假设 $H_0$ 和备择假设 $H_1$ 的原则是:

- 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
- ② 持谨重的态度,取原假设为维持现状;即取为"无效率", "无改进","无价值"等.

特别是对单边假设检验,如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设,一般都要根据以上的原则来选择原假设.

$$P(H_1|H_0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

$$P(H_0|H_1) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{4}{10}$$

#### 例8.1

设一袋中装有黑球和白球共5个,可能是2黑3白,也可能4黑1白,为了检验假设:  $H_0$ 袋中有2个黑球,  $H_1$ 袋中有4个黑球从该袋中抓取两个球,检验规则为: 当取到的两个都是黑球时,就拒绝 $H_0$  否则接受 $H_1$ , 求该检验方法犯第一类错误的概率和犯第二类错误的概率.

解: 由定义

犯第一类错误的概率为

$$P(H_1|H_0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

犯第二类错误的概率

$$P(H_0|H_1) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{4}{10}$$

置信区间与假设检验的关系

- 将形如 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为双边检验.
- 有时需作 $H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$ 或 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$

# 双边和单边假设检验的定义

#### 双边和单边假设检验的定义

假设检验

- 将形如 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为<mark>双边检验</mark>.
- 有时需作 $H_0: \mu \ge \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$ 或 $H_0: \mu \le \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验 左边检验和右边检验统称为单边检验

#### 双边和单边假设检验的定义

假设检验

- 将形如 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ 的假设检验称为双边检验.
- 有时需作 $H_0: \mu \ge \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$ 或 $H_0: \mu \le \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验. 左边检验和右边检验统称为单边检验.

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $M: : H_0$ 中的 $\mu$ 都比 $H_1$ 中的 $\mu$ 小, 当 $H_1$ 为真时, 观察值 $\overline{x}$ 往往偏大, 上拒绝域的形式为 $\overline{x} > k, k \in \mathbb{R}^+$ . 下面来确定k. 因为

要控制P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ , 只需令

$$P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \} = \alpha. \because \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0, 1), \therefore \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z_{\alpha}$$
  
 $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}. \therefore$  检验问题的拒绝域为 $\overline{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha},$   
 $\exists z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{n}} > Z_{\alpha}.$ 

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

解:  $:: H_0$ 中的 $\mu$ 都比 $H_1$ 中的 $\mu$ 小,当 $H_1$ 为真时,观察值 $\overline{x}$ 往往偏大 :: 拒绝域的形式为 $\overline{x} \geq k, k \in \mathbb{R}^+$ . 下面来确定k,因为

$$P\{ \, \, \, \, \, \, \exists \, H_0 \} = P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\lambda - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{\kappa - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \}$$

$$\leq P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \}.$$

要控制P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ , 只需令

$$P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \} = \alpha. \because \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0, 1), \therefore \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z_{\alpha}$$
  
 $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}. \therefore$  检验问题的拒绝域为 $\overline{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ ,  
即 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{n}} \geq Z_{\alpha}$ .

假设检验

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $P\{$  当 $H_0$  为真拒绝 $H_0 \} = P_{\mu \le \mu_0} \{ \frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \}$ 

 $\leq P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\lambda - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{\lambda - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \}$ 

分布拟合检验

要控制 $P\{$ 当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0\} \leq \alpha$ ,只需令

 $P_{\mu \leq \mu_0}\{\frac{X-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha. : \frac{X-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0,1), : \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z$ 

 $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{e}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ . ... 检验问题的拒绝域为 $X \ge \mu_0 + \frac{e}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ ,

◆ロ → ← 得 → ← 是 → → ま → り Q (

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $F(x) = H_0 + i h_0 + i h_1 + i h_2 + i h_2 + i h_3 + i h_4 + i h_4$ 

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0$ ,  $H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $\mathbf{M}: :: \mathbf{H}_0$ 中的 $\mu$ 都比 $\mathbf{H}_1$ 中的 $\mu$ 小, 当 $\mathbf{H}_1$ 为真时, 观察值 $\overline{\mathbf{x}}$ 往往偏大, :: 拒绝域的形式为 $\overline{\mathbf{x}} \geq \mathbf{k}, \mathbf{k} \in \mathbb{R}^+$ . 下面来确定 $\mathbf{k}$ , 因为

要控制P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ , 只需令

$$P_{\mu \leq \mu_0}\{\frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha \cdot \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0, 1), \quad \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z_{\alpha}$$

 $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ . : 检验问题的拒绝域为 $X \ge \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ ,

即
$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge z_{\alpha}$$

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $\mathbf{H}: :: \mathbf{H}_0$ 中的 $\mu$ 都比 $\mathbf{H}_1$ 中的 $\mu$ 小, 当 $\mathbf{H}_1$ 为真时, 观察值 $\overline{\mathbf{x}}$ 往往偏大, :: 拒绝域的形式为 $\overline{\mathbf{x}} > \mathbf{k}, \mathbf{k} \in \mathbb{R}^+$ . 下面来确定 $\mathbf{k}$ , 因为

要控制P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ , 只需令

$$P_{\mu \leq \mu_0}\{\frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha \cdot \because \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0, 1), \therefore \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = z_\alpha$$

 $\Rightarrow K = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ . :. 检验问题的拒绝域为 $X \ge \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}$ ,

 $\mathbb{P} Z = \frac{x - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq Z_{\alpha}.$ 

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$ 未知、 $\sigma$ 已知,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自X的样本. 给定显著性水平 $\alpha$ . 求检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 的<u>拒绝域</u>.

 $\mathbf{M}: : H_0$ 中的 $\mu$ 都比 $H_1$ 中的 $\mu$ 小,当 $H_1$ 为真时,观察值 $\overline{\mathbf{x}}$ 往往偏大, : 拒绝域的形式为 $\overline{\mathbf{x}} \geq \mathbf{k}, \mathbf{k} \in \mathbb{R}^+$ . 下面来确定 $\mathbf{k}$ , 因为

要控制P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ , 只需令

$$P_{\mu \leq \mu_0} \{ \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \} = \alpha. \because \frac{\overline{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0, 1), \therefore \frac{k - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z_{\alpha}$$
  $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha}. \therefore$  检验问题的拒绝域为 $\overline{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha},$  即 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq Z_{\alpha}.$ 

#### 例8.2

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度 $(0^\circ C)$ . 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{x}=-0.535^\circ C$ ,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取 $\alpha=0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水) 这是右边检验问题,其拒绝域为 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{n}} \geq Z_{0.05} = 1.645$ . 由已 知 $Z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\sqrt{5}} = 2.7951 > 1.645$ ,z的值落在拒绝域中,所以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

假设检验

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度 $(0^{\circ}C)$ . 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{\mathbf{x}} = -0.535^{\circ}C$ ,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水) 这是右边检验问题,其拒绝域为 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{n}} \geq Z_{0.05} = 1.645$ . 由已  $\pi Z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\sqrt{5}} = 2.7951 > 1.645, z$ 的值落在拒绝域中,所以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

假设检验

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度 $(0^{\circ}C)$ . 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{\mathbf{x}} = -0.535^{\circ}C$ ,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \le \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);

这是右边检验问题,其拒绝域为 $z = \frac{x-\mu_0}{\sqrt{n}} \ge z_{0.05} = 1.645$ . 由已  $\pi z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\sqrt{5}} = 2.7951 > 1.645,z$ 的值落在拒绝域中,所以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

假设检验

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水,天然牛奶的冰 点温度近似服从正态分布 $N(-0.545, 0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点 温度升高而接近于水的冰点温度(0°C). 测得生产商提交的5批牛 奶的冰点温度, 其均值为 $\overline{x} = -0.535$ °C, 问是否可以认为生产商 在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水)

分布拟合检验

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水,天然牛奶的冰 点温度近似服从正态分布N(-0.545, 0.0082). 牛奶掺水可使冰点 温度升高而接近于水的冰点温度(0°C). 测得生产商提交的5批牛 奶的冰点温度, 其均值为 $\overline{x} = -0.535$ °C, 问是否可以认为生产商 在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水)

这是右边检验问题,其拒绝域为 $z = \frac{x-\mu}{2} \ge z_{0.05} = 1.645$ . 由已

# 公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水.天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ .牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0°C).测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{x} = -0.535$ °C,问是否可以认为生产商

在牛奶中掺了水**?** 取 $\alpha$  = **0.05**.

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);

 $H_1: \mu > \mu_0$ (即<u>掺</u>水)

这是右边检验问题,其拒绝域为 $z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt[6]{n}} \ge z_{0.05} = 1.645$ . 由已

知 $z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$ ,z的值落在拒绝域中,所

以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度 $(0^{\circ}C)$ . 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{\mathbf{x}} = -0.535^{\circ}C$ ,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水)

这是右边检验问题,其拒绝域为 $z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{2\pi}\geq z_{0.05}=1.645$ . 由已

知 $z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$ ,之的值落在拒绝域中,所

以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度 $(0^{\circ}C)$ . 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{\mathbf{x}} = -0.535^{\circ}C$ ,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水?  $\mathbf{x}_{\alpha} = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);

 $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水)

这是右边检验问题,其拒绝域为 $z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{2}} \ge z_{0.05} = 1.645$ . 由已

知 $z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645,z$ 的值落在拒绝域中,所

以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

假设检验

公司从生产商购买牛奶,公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利.通过测定牛奶的冰点,可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布 $N(-0.545,0.008^2)$ . 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0°C). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度,其均值为 $\overline{\mathbf{x}} = -0.535$ °C,问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取 $\alpha = 0.05$ .

解: 按题意需检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 = -0.545$ (即未掺水);  $H_1: \mu > \mu_0$ (即掺水) 这是右边检验问题,其拒绝域为 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{n}} \geq Z_{0.05} = 1.645$ . 由已 知 $Z = \frac{-0.535 - (-0.545)}{\sqrt{5}} = 2.7951 > 1.645$ ,z的值落在拒绝域中,所以在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 $H_0$ ,即认为牛奶中掺水了.

分布拟合检验

- 根据实际问题的要求,提出原假设H<sub>0</sub>即备择假设H<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- ②  $按P\{ \exists H_0$ 为真拒绝 $H_0 \} \leq \alpha$ 求出拒绝域;
- ⑤ 取样,根据样本观察值作出决策,是接受H₀,还是拒绝.

- 根据实际问题的要求,提出原假设H<sub>0</sub>即备择假设H<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- ③ 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- ②  $\dot{g}$   $\dot{g}$
- ⑤ 取样,根据样本观察值作出决策,是接受Ho,还是拒绝

- 根据实际问题的要求,提出原假设H<sub>0</sub>即备择假设H<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- ◎ 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- ② 按P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } ≤  $\alpha$ 求出拒绝域;
- ⑤ 取样, 根据样本观察值作出决策, 是接受H₀, 还是拒绝

- 根据实际问题的要求, 提出原假设*H*<sub>0</sub>即备择假设*H*<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- ③ 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- ② 按P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ }  $\leq \alpha$ 求出拒绝域
- ⑤ 取样, 根据样本观察值作出决策, 是接受H₀, 还是拒绝

- 根据实际问题的要求, 提出原假设*H*<sub>0</sub>即备择假设*H*<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- ③ 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- **③** 按P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } ≤  $\alpha$ 求出拒绝域;
- ⑤ 取样,根据样本观察值作出决策,是接受H₀,还是拒绝

- 根据实际问题的要求,提出原假设H<sub>0</sub>即备择假设H<sub>1</sub>;
- ② 给定显著性水平 $\alpha$ 以及样本容量n;
- ③ 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
- **④** 按P{当 $H_0$ 为真拒绝 $H_0$ } ≤  $\alpha$ 求出拒绝域;
- ③ 取样,根据样本观察值作出决策,是接受H₀,还是拒绝.

# **Outline**

- 1 假设检验
- 2 正态总体均值的假设检验
- 3 正态总体方差的假设检验
- 4 置信区间与假设检验的关系
- 5 分布拟合检验

- $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水
- - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水

置信区间与假设检验的关系

# 单个总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 $\mu$ 的检验

- **①**  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{z} \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{Z-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq Z_{\alpha}$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{Z-\mu_0}{\sqrt{n}} \leq -Z_{\alpha}$ .
- ②  $\sigma^2$ 未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|X-\mu_0|}{s} \ge t_{\odot}$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{X-\mu_0}{2\pi} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显

著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu_0}{2} \leq -t_{\alpha}(n-1)$ .

- **①**  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{2}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq z_\alpha$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\overline{x}-\mu_0 < z_0$
  - $2\sigma^2$ 未知关于, $\mu$ 的检验
    - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\nabla \mu_0|}{2} \ge t_{\alpha}$ . 通常称为t检验法.
    - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu}{s} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显
      - 著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-t_0}{s} \leq -t_\alpha(n-1)$ .

- ①  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{z}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{z-\mu_0}{\sqrt{2}} \geq z_\alpha$ . 而左边检验问题在显著水平

(ロ) (部) (主) (主) (主) り(G)

- ①  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{2}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{\alpha}} \geq z_{\alpha}$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{2} \leq -z_{\alpha}$ .
- ②  $\sigma^2$ 未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{s} \geq t_g$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu_0}{s} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显
    - 著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu_0}{s} \leq -t_{\alpha}(n-1)$ .

- ①  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{2}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq z_\alpha$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{2} \leq -z_\alpha$ .
- ②  $\sigma^2$ 未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\underline{s}} \geq t_{\underline{s}}$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu_0}{s} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显
    - 著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-t_0}{s} \leq -t_{\alpha}(n-1)$ .

- **①**  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{2}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq z_\alpha$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{2} \leq -z_\alpha$ .
- ②  $\sigma^2$ 未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\frac{S}{2\pi}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\underline{s}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显

著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{x-\mu_0}{\underline{s}} \leq -t_{\alpha}(n-1)$ .

- **①**  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域  $|z| = \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{2} \ge z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水 平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{\mathbf{x}}-\mu_0}{\underline{\sigma}} \geq \mathbf{z}_{\alpha}$ . 而左边检验问题在显著水平 为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{\mathbf{z}}-\mu_0}{\underline{c}} \leq -\mathbf{z}_{\alpha}$ .
- $\circ$   $\sigma^2$  未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{s}{2}} \ge t_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水 平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\underline{s}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显

- **①**  $\sigma^2$ 已知, 关于 $\mu$ 的检验(Z检验)
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|z| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\sqrt{z}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为Z检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \leq -z_{\alpha}$ .
- ②  $\sigma^2$ 未知关于,  $\mu$ 的检验
  - 双边检验 双边检验问题:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$  拒绝域 为 $|t| = \frac{|\overline{x} \mu_0|}{\frac{S}{2\pi}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}$ . 通常称为t检验法.
  - 单边检验 右边检验问题:  $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 而左边检验问题在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\frac{\overline{x}-\mu_0}{\underline{s}} \leq -t_{\alpha}(n-1)$ .

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:接題意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \geq t_{\alpha}(n-1).$  现在 $n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259, 从而<math>t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{n}} = 0.6685 < 1.7531$ 不在拒绝域里, 拉择受好。认为元件基金< 225h

假设检验

某种元件的寿命X(Uh))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2), \mu, \sigma^2$ 均未知, 现 在测得16只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225. 取 \alpha = 0.05$ 

分布拟合检验

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得**16**只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{x_1 \mu_0}{\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 现在 $n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259, 从而<math>t = \frac{x_1 \mu_0}{\sqrt{n}} = 0.6685 < 1.7531$ 不在拒绝域里,故接受 $H_0$ 认为元件寿命< 225h.

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得**16**只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq t_{\alpha}(n-1).$  现

 $\epsilon n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259, 从$   $\overline{n}t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{25} = 0.6685 < 1.7531$ 不在拒绝域里,

故接受Ho.认为元件寿命<225h

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得**16**只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{5}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ . 现

在 $n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259,$ 从

故接受H₀,认为元件寿命 < 225h

假设检验

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得**16**只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \geq t_{\alpha}(n-1).$  现在 $n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259,$  从而 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = 0.6685 < 1.7531$ 不在拒绝域里,

故接受Ho.认为元件寿命 < 225h.

分布拟合检验

假设检验

某种元件的寿命X(以h))服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$ 均未知, 现在测得**16**只元件的寿命如下:

159 280 101 212 224 379 179 264 222 362 168 250 250 149 260 485 170 问是否有理由认为元件的平均寿命大于225*h*?

解:按题意需检验 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225.$  取 $\alpha = 0.05$  此检验的拒绝域为 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt[8]{n}} \geq t_{\alpha}(n-1).$  现在 $n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259,$  从而 $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt[8]{n}} = 0.6685 < 1.7531$ 不在拒绝域里,故接受 $H_0$ ,认为元件寿命 $\leq 225h$ .

分布拟合检验

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升,随机抽取10个容器,测得其容量为:

10.2 9.7 10.1 10.3 10.1

9.8 9.9 10.3 10.4 10.3

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为 $\alpha = 0.01$ 下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验 $H_0: \mu = \mu_0 = 10, H_1: \mu \neq 10.$  取 $\alpha = 0.01$  此检验的拒绝域为 $|t| = |\frac{x - \mu_0}{\sqrt{n}}| \ge t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ . 由假设已知  $n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$ 得 $|t| = |\frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{n}}| = 1.47$  而 $t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$  故|t|的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升,随机抽取10个容器,测得其容量为:

10.2 9.7 10.1 10.3 10.1

9.8 9.9 10.3 10.4 10.3

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为 $\alpha = 0.01$ 下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验 $H_0$ :  $\mu = \mu_0 = 10, H_1$ :  $\mu \neq 10$ .  $\Re \alpha = 0.01$  此

检验的拒绝域为 $|t|=|\frac{x-\mu_0}{2}|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ . 由假设已

而 $t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$  故|t|的值不在拒绝域内,认为这批容

器的容量符合标准.

置信区间与假设检验的关系

## 例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升,随机抽 取10个容器,测得其容量为:

10.2 9.7 10.1 10.3 10.1

9.8 9.9 10.3 10.4 10.3

设容器的容量服从正态分布: 在显著水平为 $\alpha = 0.01$ 下, 检验这批 容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验 $H_0: \mu = \mu_0 = 10, H_1: \mu \neq 10.$  取 $\alpha = 0.01$  此

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升,随机抽 取10个容器,测得其容量为:

设容器的容量服从正态分布: 在显著水平为 $\alpha = 0.01$ 下, 检验这批 容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验 $H_0: \mu = \mu_0 = 10, H_1: \mu \neq 10.$  取 $\alpha = 0.01$  此 检验的拒绝域为 $|t|=|rac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{x}{2}}|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ . 由假设已知

$$n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$$
得 $|t| = |rac{x - \mu_0}{s}| = 1.47$ 

#### 例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升,随机抽 取10个容器, 测得其容量为:

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为 $\alpha = 0.01$ 下, 检验这批 容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验 $H_0: \mu = \mu_0 = 10, H_1: \mu \neq 10.$  取 $\alpha = 0.01$  此 检验的拒绝域为 $|t|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{x}{2}}|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ . 由假设已知

$$n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$$
得 $|t| = |\frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{8}{\sqrt{n}}}| = 1.47$ 

而 $t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$  故|t|的值不在拒绝域内,认为这批容 器的容量符合标准.

# 两个正态总体均值差的检验方差 $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ 已知的情形

# 两个正态总体均值差的检验方差 $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ 已知的情形

- 双边检验问题:  $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta$ . 在显著水  $rac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{\sqrt{rac{\sigma_1^2}{n_1}+rac{\sigma_2^2}{n_2}}}\geq Z_{rac{lpha}{2}},$ 平为α的拒绝域为

# 两个正态总体均值差的检验方差o<sup>2</sup>,o<sup>2</sup>已知的情形

- 双边检验问题:  $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta$ . 在显著水 平为α的拒绝域为
- 右边检验问题:  $H_0: \mu_1 \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 \mu_2 > \delta$  在显著水 平为众下的拒绝域为

 $-\frac{\mu_2}{\mu_2} \ge \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$  在显著水  $\frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{1_1} + \frac{\sigma_2^2}{2}}} \le -z_{\alpha}.$ 左边检验问题:  $H_0: \mu_1$ 平为众下的拒绝域为

#### 两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 但未知的情形

• 双边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$ . 在显著水平为 $\alpha$ 的拒绝域为  $\frac{|(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta|}{s_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), \text{ 其中}$ 

$$S_W = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

• 右边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta}{s_w, \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}} \geq t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2),$ 

左边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \delta$ ,  $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta}{s_{w_1} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}} \le -t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2).$ 

#### 两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 但未知的情形

• 双边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$ . 在显著水平为 $\alpha$ 的拒绝域为  $\frac{|(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta|}{s_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), \text{ 其中}$ 

$$S_W = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

• 右边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \le \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta}{s_{w_*}/\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \ge t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2),$ 

左边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ ,  $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$  在显著办平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{s_{m_1}/2+1} \leq -t_{\alpha}(n_1+n_2-2)$ .

 $S_W \sqrt{\frac{n_1}{n_1} + \frac{n_2}{n_2}}$ 

### 两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 但未知的情形

• 双边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta$ ,  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$ . 在显著水平为 $\alpha$ 的拒绝域为  $\frac{|(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta|}{s_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), \text{ 其中}$ 

$$S_W = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

• 右边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(X-Y)-\delta}{s_w\sqrt{\frac{n_1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \geq t_{\alpha}(n_1+n_2-2),$ 

左边检验问题:  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ ,  $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为  $\frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - \delta}{s_{W_1} \sqrt{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}}} \leq -t_{\alpha} (n_1 + n_2 - 2).$ 

- 双边检验问题 $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  是双边检验问 题 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 = \delta$  当 $\delta = 0$ 时的特殊情形.

- 双边检验问题 $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  是双边检验问 题 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 = \delta$  当 $\delta = 0$ 时的特殊情形.
- 单边检验问题 $H_0: \mu_1 \leq \mu_2, H_1: \mu_1 > \mu_2$ 或 $H_0: \mu_1 > \mu_2, H_1: \mu_1 < \mu_2$  是单边检验问

题 $H_0: \mu_1 - \mu_2 < \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 

或 $H_0: \mu_1 - \mu_2 > \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta \ \text{ } \leq \delta = 0$ 时的特殊情形.

### 例8.5

用两种方法(A和B)测定冰自-0.72°C转变成0°C的水的融化 热(以cal/g计). 测得一下数据:

方法A: 79.98 80.04 80.02 80.04 80.03 80.03 80.04 79.97 80.05 80.03 80.02 80.00 80.02

方法B: 80.02 79.94 79.98 79.97 79.97 80.03 79.95 78.97. 设这两个样本相互独立, 且分别来自正态总

体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$ ,  $\mu_1, \mu_2, \sigma^2$ 均未知, 试检验假设(取显著 性水平 $\alpha = 0.05$ ) $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0, H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0.$ 

解:由已知数据可知
$$n_1=13$$
,  $\overline{x_A}=80.2$ , $s_A^2=0.024^2$  
$$n_2=8$$
, $\overline{x_B}=79.98$ , $s_B^2=0.03^2$  
$$s_w^2=\frac{12\times s_A^2+7\times s_B^2}{19}=0.0007178.$$
 
$$t=\frac{\overline{x_A}-\overline{x_B}}{s_w\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}}=3.33>t_{0.05}(19)=1.7291.$$
 故拒

绝 $H_0$ ,认为方法A比方法B测得的融化热要大.

#### **Outline**

假设检验

- 1 假设检验
- 2 正态总体均值的假设检验
- ③ 正态总体方差的假设检验
- 4 置信区间与假设检验的关系
- 5 分布拟合检验

分布拟合检验

 $\star$   $k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$ 

# 双边检验问题: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ .

双边检验问题.  $\mathbf{n}_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, \mathbf{n}_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ .  $\mathbf{n}_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式

为 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \le k_1$ 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \ge k_2$ .

 $\sqrt{\frac{1}{\sigma_0^2}} \leq K_1 \otimes \frac{1}{\sigma_0^2} \geq K_2.$ 

$$P\{ \exists H_0$$
为真时拒绝 $H_0 \} = P(\{ \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \le k_1 \} \bigcup \{ \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge k_2 \} )$ 

通常取 $P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$ 

 $\star$   $k_1 = \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), k_2 = \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1).$ 

在显著水平为α下的拒绝域

为 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \le \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ , 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \ge \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ .

### 单个总体方差的双边假设检验( $\chi^2$ 检验法)

双边检验问题:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ .

取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2}$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式

为 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \le k_1$ 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \ge k_2$ .

$$P\{ \exists H_0$$
为真时拒绝 $H_0 \} = P(\{ \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \le k_1 \} \bigcup \{ \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge k_2 \} ).$ 

通常取
$$P\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

双边检验问题:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ .

取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式

为
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$$
或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\}).$ 

通常取
$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\star$$
  $K_1 = \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), K_2 = \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1).$ 

为 $\frac{(n-1)S^2}{2}$   $< \sqrt{2}$   $_{\alpha}$  (n-1), 或 $\frac{(n-1)S^2}{2} > \sqrt{2}$  (n-1)

### 单个总体方差的双边假设检验( $\chi^2$ 检验法)

双边检验问题:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ . 取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$ 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\}).$ 

通常取
$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

 $\star k_1 = \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), k_2 = \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1).$ 

在显著水平为α卜的拒绝域

为
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$$
, 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ 

## 单个总体方差的双边假设检验( $\chi^2$ 检验法)

双边检验问题:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ . 取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_s^2}$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式

为
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$$
或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\}).$ 

通常取
$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\star k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$$

### 单个总体方差的双边假设检验( $\chi^2$ 检验法)

双边检验问题:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ . 取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_s^2}$ 作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式 为 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \leq k_1$ 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_n^2} \geq k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0 \} = P(\{ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1 \} \bigcup \{ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2 \} ).$ 

通常取
$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\star k_1 = \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), k_2 = \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1).$$

在显著水平为众下的拒绝域

为
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \le \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$$
, 或 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ .

$$P\{\frac{(n-1)S^{2}}{\sigma_{0}^{2}} \leq k_{1}\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^{2}}{\sigma_{0}^{2}} \geq k_{2}\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad$$









# 单个总体方差的单边假设检验

:在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $s^2 \ge \frac{\sigma_0}{n-1} \chi_{\alpha}^2 (n-1)$ ,

即 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \ge \chi^2_{\alpha}(n-1)$ . 对应的左边检验问题留作课后练习

右边检验问题:  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ 拒绝域的形式

为
$$\mathbf{s}^2 \ge \mathbf{k}$$
.  $\frac{(n-1)\mathbf{s}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ , 由

$$P\{ \exists H_0$$
为真时拒绝 $H_0 \} = P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2} \{ S^2 \ge k \}$ 

$$\sigma^2 \le \sigma_0^2$$
 (  $\sigma_0^2 = \sigma_0^2$  )  $< P$   $> \frac{(n-1)K}{2} > \frac{(n-1)K}{2} > 0$ 

$$\Rightarrow \frac{(n-1)k}{2} > \chi_0^2(n-1) \Rightarrow k > \frac{\sigma_0^2}{2} \chi_0^2(n-1).$$

F显著水平为
$$\alpha$$
下的拒绝域为 $\mathbf{s}^2 > \frac{\sigma_0^2}{2} \chi^2 (n-1)$ .

即 
$$\frac{(n-1)s^2}{s^2} \ge \chi^2_{\alpha}(n-1)$$
. 对应的左边检验问题留作课后练习

右边检验问题:  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ 拒绝域的形式 为 $s^2 \geq k$ :  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ , 由

 $P\{$ 当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0 \} = P_{\sigma^2 < \sigma_n^2} \{ S^2 \ge k \}$ 

$$= P_{\sigma^{2} \leq \sigma_{0}^{2}} \left\{ \frac{(n-1)S^{2}}{\sigma_{0}^{2}} \geq \frac{(n-1)k}{\sigma_{0}^{2}} \right\}$$

$$\leq P_{\sigma^{2} \leq \sigma_{0}^{2}} \left\{ \frac{(n-1)S^{2}}{\sigma^{2}} \geq \frac{(n-1)k}{\sigma_{0}^{2}} \right\} \leq \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)k}{\sigma_{0}^{2}} \geq \chi_{\alpha}^{2} (n-1) \Rightarrow k \geq \frac{\sigma_{0}^{2}}{n-1} \chi_{\alpha}^{2} (n-1).$$

:. 在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\mathbf{s}^2 \geq \frac{\sigma_0}{n-1}\chi_{\alpha}^2(n-1)$ ,

即 $\frac{(n-1)^{2}}{\alpha^{2}} \geq \chi_{\alpha}^{2}(n-1)$ . 对应的左边检验问题留作课后练习

∴ 在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $s^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1} \chi_\alpha^2 (n-1)$ ,

即 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_n^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1)$ . 对应的左边检验问题留作课后练习

:在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $s^2 \ge \frac{\sigma_0^2}{n-1} \chi_\alpha^2 (n-1)$ ,

即 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1)$ . 对应的左边检验问题留作课后练习

 $\therefore$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\mathbf{s}^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1} \chi_{\alpha}^2 (n-1)$ ,即 $\frac{(n-1)\mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha}^2 (n-1)$ .对应的左边检验问题留作课后练习.

 $\therefore$  在显著水平为 $\alpha$ 下的拒绝域为 $\mathbf{s}^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1} \chi_{\alpha}^2 (n-1),$ 即 $\frac{(n-1)\mathbf{s}^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha}^2 (n-1).$ 对应的左边检验问题留作课后练习.

#### 两个总体方差的双边假设检验

$$: \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1),$$

$$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1 - \frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

为
$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \ge F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$$
或 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \le F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ .

#### 两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{5}{62} \geq k_1$  或者 $\frac{5}{62} \leq k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0 \} = P_{\sigma_1^2 = \sigma_2^2} \{ (\frac{S_1^2}{S_2^2} \ge k_1) \bigcup (\frac{S_1^2}{S_2^2} \le k_2) \}$ 

$$= P_{\sigma_1^2 = \sigma_2^2} \{ \left( \frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \ge k_1 \right) \bigcup \left( \frac{S_1^2 / S_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \le k_2 \right) \} = \epsilon$$

通常取 $P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$ { $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \ge k_1$ } =  $\frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$ { $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \le k_2$ }

$$:: \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1),$$

: 
$$k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

: 在显著水平α下的拒绝域

为 
$$\frac{s_1^2}{2} \ge F_{\alpha}(n_1-1,n_2-1)$$
 或  $\frac{s_1^2}{2} \le F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)$ .

#### <u>两个总</u>体方差的双边假设检验

双边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$ .

#### 两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \ge k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \le k_2$ .

$$P\{$$
当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0\} = P_{\sigma_1^2 = \sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2} \ge k_1) \bigcup (\frac{S_1^2}{S_2^2} \le k_2)\}$ 

自常取
$$P_{-2}$$
  $= 2\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\frac{1}{2}+2} > k_1\} = \frac{\alpha}{2} = P_{-2}$   $= 2\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\frac{1}{2}+2} < k_2\}$ 

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left\{ \frac{\sigma_1^2 / \sigma_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \le K_1 \right\} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_2^2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} \le K_2 \right\}$$

$$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1 - \frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

为
$$\frac{s_2^2}{2} \ge F_2(n_1 - 1, n_2 - 1)$$
或 $\frac{s_1^2}{2} \le F_{1-2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 

双边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \ge k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \le k_2$ .

通常取
$$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \ge k_1\} = \frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \le k_2\}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sigma^2/\sigma^2} \sim F(n_1-1,n_2-1),$$

$$F_{1} = F_{2}(n_{1} - 1, n_{2} - 1), k_{2} = F_{1-2}(n_{1} - 1, n_{2} - 1)$$

. 在显著水平α卜的拒绝域

为 $\frac{s_1^2}{2} > F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 或 $\frac{s_1^2}{2} < F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ .

# 双边检验问题: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$ .

$$\therefore \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma^2/\sigma^2} \sim F(n_1-1, n_2-1),$$

$$K_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

为
$$\frac{s_1^s}{s_2^2} \ge F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$$
或 $\frac{s_1^s}{s_2^2} \le F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$ 

假设检验

双边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \ge k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \le k_2$ .

通常取
$$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$$
{ $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \ge k_1$ } =  $\frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$ { $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \le k_2$ }

$$\therefore \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1),$$

$$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

:: 在显著水平α下的拒绝域

为 $\frac{s_1^s}{s^2} \ge F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$ 或 $\frac{s_1^s}{s^2} \le F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$ 

假设检验

# 两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题:  $H_0$ :  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ,  $H_1$ :  $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 

拒绝域的形式为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$  或者 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$ .

通常取
$$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$$
{ $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \ge k_1$ } =  $\frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}$ { $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \le k_2$ }

$$\therefore \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1),$$

$$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), k_2 = F_{1 - \frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

为
$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \ge F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$$
或 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \le F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$ .

置信区间与假设检验的关系

#### 两个总体方差的单边假设检验

右边检验问题:  $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$  拒绝域的形式为:

$$\leq P_{\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2} \{ \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k \} = \alpha$$

$$\therefore \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1), \therefore k = F_{\alpha}(n_1-1,n_2-1).$$
 . 在显著

水平
$$\alpha$$
下的拒绝域为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\alpha}(n_1-1,n_2-1)$ .

类似地, 左边检验问题 $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ 在置信水平

为
$$\alpha$$
下的拒绝域为 $\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)$ .

#### 例8.6

某厂生产的某种型号的电池,其寿命(以小时计)长期以来服从 方差为 $\sigma^2 = 5000$  的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情 况来看,寿命的波动性有所改变.现随机取26只电池,测出其寿命 的样本方差 $s^2 = 9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿 命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha = 0.02$ )?

```
解:由题意需在水平\alpha = 0.02下检验假
```

置信区间与假设检验的关系

#### 例8.6

某厂生产的某种型号的电池,其寿命(以小时计)长期以来服从 方差为 $\sigma^2 = 5000$  的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情 况来看,寿命的波动性有所改变.现随机取26只电池,测出其寿命 的样本方差 $s^2 = 9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿 命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha = 0.02$ )?

解:由题意需在水平 $\alpha = 0.02$ 下检验假 设 $H_0: \sigma^2 = 5000, H_1: \sigma^2 \neq 5000.$  已知n = 26,

#### 例8.6

某厂生产的某种型号的电池,其寿命(以小时计)长期以来服从 方差为 $\sigma^2 = 5000$  的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情 况来看,寿命的波动性有所改变.现随机取26只电池,测出其寿命 的样本方差 $s^2 = 9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿 命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha = 0.02$ )?

解:由颢意需在水平 $\alpha = 0.02$ 下检验假 设 $H_0: \sigma^2 = 5000, H_1: \sigma^2 \neq 5000.$  已知n = 26,  $\chi^{2}_{\underline{\alpha}}(n-1) = \chi^{2}_{0.01}(25) = 44.314,$  $\chi^{2}_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^{2}_{0.99}(25) = 11.524.$   $\sigma^{2}_{0} = 5000$ ,拒绝域

为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge 44.314$  或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \le 11.524$ . 由观察 值 $s^2 = 9200$ 得 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$ ,所以拒绝 $H_0$ ,认为这批电

假设检验

某厂生产的某种型号的电池,其寿命(以小时计)长期以来服从 方差为 $\sigma^2 = 5000$  的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情 况来看,寿命的波动性有所改变.现随机取26只电池,测出其寿命 的样本方差 $s^2 = 9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿 命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha = 0.02$ )?

解:由题意需在水平 $\alpha = 0.02$ 下检验假 设 $H_0: \sigma^2 = 5000, H_1: \sigma^2 \neq 5000.$  已知n = 26,  $\chi^{2}_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^{2}_{0.01}(25) = 44.314,$  $\chi^{2}_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^{2}_{0.99}(25) = 11.524.$   $\sigma^{2}_{0} = 5000$ ,拒绝域 为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge 44.314$  或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \le 11.524$ . 由观察

值 $s^2 = 9200$ 得 $\frac{(n-1)s^2}{s^2} = 46 > 44.314$ ,所以拒绝 $H_0$ ,认为这批电

#### 例8.6

某厂生产的某种型号的电池, 其寿命(以小时计)长期以来服从方差为 $\sigma^2=5000$ 的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情况来看, 寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池, 测出其寿命的样本方差 $s^2=9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha=0.02$ )?

解:由题意需在水平 $\alpha=0.02$ 下检验假设 $H_0:\sigma^2=5000, H_1:\sigma^2\neq5000.$ 已知n=26,  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.01}(25)=44.314,$   $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25)=\chi^2_{0.99}(25)=11.524.$   $\sigma^2_0=5000,$ 拒绝域为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}\geq44.314$  或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}\leq11.524.$  由观察值 $s^2=9200$ 得 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}=46>44.314$ ,所以拒绝 $H_0$ ,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化。

# 某厂生产的某种型号的电池, 其寿命(以小时计)长期以来服从方差为 $\sigma^2 = 5000$ 的正态分布, 现有一批这种电池, 从它的生产情况来看, 寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池, 测出其寿命

的样本方差 $s^2 = 9200$ . 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化(取显著水平 $\alpha = 0.02$ )?

解:由题意需在水平 $\alpha=0.02$ 下检验假设 $H_0:\sigma^2=5000, H_1:\sigma^2\neq5000.$ 已知n=26,  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.01}(25)=44.314,$   $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25)=\chi^2_{0.99}(25)=11.524.$   $\sigma^2_0=5000,$ 拒绝域为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}\geq44.314$  或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}\leq11.524.$  由观察值 $s^2=9200$ 得 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_0}=46>44.314$ ,所以拒绝 $H_0$ ,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

4 □ ↑ 4 □ ↑ 4 ≡ ↑ 4 ≡ ↑ 9 Q (\*)

假设检验

# **Outline**

- 1 假设检验
- 2 正态总体均值的假设检验
- 3 正态总体方差的假设检验
- 4 置信区间与假设检验的关系
- 5 分布拟合检验

假设检验

为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\theta, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\theta, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1— $\alpha$ 的置信区间为( $\theta$ ,  $\overline{\theta}$ ),且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ ,否则拒绝 $H_0$ ;反之,若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\theta$ ,  $\overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1— $\alpha$ 的置信区间为( $\theta$ ,  $\overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是 $(\underline{\theta}, +\infty)$ 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ . 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是 $(-\infty, \overline{\theta})$ 且 $\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为 $(-\infty, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为 $(-\infty, \overline{\theta})$ .

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之,若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ),则是数据的意思,因为

#### 甲边检验与甲侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}$ , + $\infty$ ), 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ ). 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ).

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之,若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\theta, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为( $\theta, \overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0$ ,  $H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ), 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ). 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0$ ,  $H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ).

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ), 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}$ ,  $+\infty$ ). 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ).

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}$ , + $\infty$ ), 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}$ , + $\infty$ ). 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ )]且 $\theta_0 \in (-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $-\infty$ , $\overline{\theta}$ ).

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之,若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间是 $(\theta, +\infty)$ 且 $\theta_0 \in (\theta, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为 $(\theta, +\infty)$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $(\theta, +\infty)$ . 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间是 $(-\infty, \theta)$ 且 $\theta_0 \in (-\infty, \theta)$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平

分布拟合检验

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之,若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; <u>反之</u>, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, +\infty$ ), 则参数 $\theta$  的置信水平为1 –  $\alpha$  的置信区间为( $\underline{\theta}, +\infty$ ).

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; <u>反之</u>, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, +\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, +\infty$ ).

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平 为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\theta, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\theta, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接 受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域 为 $(\theta, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\theta, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平 为 $1 - \alpha$ 的置信区间是 $(\underline{\theta}, +\infty)$ 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下 接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域 为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ . 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ .

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\theta$ , + $\infty$ )且 $\theta$ 0 ∈ ( $\theta$ , + $\infty$ ), 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; <u>反之</u>, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\theta$ , + $\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\theta$ , + $\infty$ ). **左边检验问题**为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $-\infty, \overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, +\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, +\infty$ ). 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $-\infty, \overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ).

#### 单边检验与单侧置信区间的关系

**右边检验问题**为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $\underline{\theta}, +\infty$ )且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; <u>反之</u>, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, +\infty$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, +\infty$ ). **左边检验问题**为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1 –  $\alpha$ 的置信区间是( $-\infty, \overline{\theta}$ )且 $\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; <u>反之</u>, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为( $-\infty, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $-\infty, \overline{\theta}$ ).

假设检验

双边检验问题为:  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ . 若 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ), 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ , 则在置信水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在置信水平为 $\alpha$ 下的接受域为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ),则参数 $\theta$ 的置信水平为1 —  $\alpha$ 的置信区间为( $\underline{\theta}, \overline{\theta}$ ).

## 单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为:  $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ , 若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是 $(\underline{\theta}, +\infty)$ 且 $\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$ , 则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为 $(\underline{\theta}, +\infty)$ . 左边检验问题为:  $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$  若参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间是 $(-\infty, \overline{\theta})$ 且 $\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$ ,则在显著水平 $\alpha$ 下接受 $H_0$ , 否则拒绝 $H_0$ ; 反之, 若在显著水平 $\alpha$ 下的接受域为 $(-\infty, \overline{\theta})$ ,则参数 $\theta$ 的置信水平为1  $-\alpha$ 的置信区间为 $(-\infty, \overline{\theta})$ .

置信区间与假设检验的关系

- **①** 双边检验问题 $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(\theta, \overline{\theta})$ .

- **①** 双边检验问题 $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(\theta, \overline{\theta})$ .
- ② 右边检验问题 $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(\theta,+\infty)$ .

- **①** 双边检验问题 $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(\theta, \overline{\theta})$ .
- ② 右边检验问题 $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(\theta,+\infty)$ .
- **③** 左边检验问题 $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 的显著水平为 $\alpha$ 的接受 域就等于置信水平为 $1-\alpha$  的置信区间 $(-\infty, \overline{\theta})$ .

# **Outline**

假设检验

- 1 假设检验
- 2 正态总体均值的假设检验
- 3 正态总体方差的假设检验
- 4 置信区间与假设检验的关系
- 5 分布拟合检验

前面介绍的各种检验法都是在总体分布形式为已知 的条件下进行参数的假设检验,在本节中我们将根据样本来检验关于分布的假设.分布检验的方法有:  $\chi^2$  拟合检验法,偏度、峰度检验和秩和检验,我们主要介绍 $\chi^2$ 拟合检验法.

#### x<sup>2</sup> 拟合检验法的定义

 $\chi^2$ 拟合检验法是在总体X的分布未知时,根据样本 $X_1, \cdots, X_n$ 来检验关于总体的原假设 $H_0$ :总体的分布为F(x)的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的分布律为 $P\{X = t_i\} = p_i$ ;
- 若总体X为连续型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的概率密度为f(x):

## $\chi^2$ 拟合检验法的定义

假设检验

 $\chi^2$ <mark>拟合检验法</mark>是在总体X的分布未知时,根据样本 $X_1, \cdots, X_n$ 来检验关于总体的原假设 $H_0$ :总体的分布为F(x)的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的分布律为 $P\{X = t_i\} = p_i$ ;
- 若总体X为连续型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的概率密度为f(x):

# $\chi^2$ 拟合检验法的定义

假设检验

 $\chi^2$ 拟合检验法是在总体X的分布未知时,根据样本 $X_1, \cdots, X_n$ 来检验关于总体的原假设 $H_0$ :总体的分布为F(x)的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的分布律为 $P\{X = t_i\} = p_i$ ;
- 若总体X为连续型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的概率密度为f(x):

# $\chi^2$ 拟合检验法的定义

假设检验

 $\chi^2$ 拟合检验法是在总体X的分布未知时,根据样本 $X_1, \cdots, X_n$ 来检验关于总体的原假设 $H_0$ :总体的分布为F(x)的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的分布律为 $P\{X = t_i\} = p_i$ ;
- 若总体X为连续型的随机变量时,  $H_0$ :总体X的概率密度为f(x);

- EA 在A 下,将X 可能取值的全体 $\Omega$  分成K 个两两不相交的子 集 $A_1, A_2, \cdots, A_k, 以 f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$

假设检验

- ① 在 $H_0$ 下,将X可能取值的全体 $\Omega$ 分成k个两两不相交的子集 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ ,以 $f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$ 中的个数,则 $\frac{L}{2}$ 表示在n次试验中事件 $A_i$ 发生的频率.
- ② 当 $H_0$ 为真时,可以根据X的分布函数F(x)(分布律或概率密度)来计算事件 $A_i$  的概率 $P(A_i) = p_i$ ,通常频率 $\frac{p_i}{n}$ 与概率 $p_i$ 会有差异,但一般来说,试验的次数较大时, $(\frac{p_i}{n} p_i)^2$ 不应太大.
- ② 采用形如 $\sum_{i=1}^{K} h_i (\frac{f_i}{n} p_i)^2$  的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取 $h_i = \frac{n}{p_i}$ , 当n充分大 $(n \ge 50)$ 时,统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{n}{p_i} (\frac{f_i}{n} p_i)^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{f_i^2}{np_i} n$ 近似服

- ① 在 $H_0$ 下,将X可能取值的全体 $\Omega$ 分成k个两两不相交的子 集 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ ,以 $f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$ 中的个数,则 $\frac{L}{2}$ 表示在n次试验中事件 $A_i$ 发生的频率.
- ② 当 $H_0$ 为真时,可以根据X的分布函数F(x)(分布律或概率密度)来计算事件 $A_i$ 的概率 $P(A_i) = p_i$ ,通常频率 $\frac{r_i}{n}$ 与概率 $p_i$ 会有差异,但一般来说,试验的次数较大时, $(\frac{r_i}{n} p_i)^2$ 不应太大.
- ③ 采用形如 $\sum_{i=1}^{n} h_i (\frac{r_i}{n} p_i)^2$  的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取 $h_i = \frac{n}{p_i}$ , 当n充分大 $(n \ge 50)$ 时,统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i} (\frac{r_i}{n} p_i)^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{r_i^2}{np_i} n$ 近似服

- ① 在 $H_0$ 下,将X可能取值的全体 $\Omega$ 分成k个两两不相交的子集 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ ,以 $f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$ 中的个数,则 $\frac{L}{n}$ 表示在n次试验中事件 $A_i$ 发生的频率.
- ② 当 $H_0$ 为真时,可以根据X的分布函数F(x)(分布律或概率密度)来计算事件 $A_i$  的概率 $P(A_i) = p_i$ ,通常频率 $\frac{f_i}{n}$ 与概率 $p_i$ 会有差异,但一般来说,试验的次数较大时, $(\frac{f_i}{n} p_i)^2$  不应太大.
- ③ 采用形如 $\sum_{i=1}^{K} h_i (\frac{f_i}{n} p_i)^2$  的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. **皮尔逊**证明若取 $h_i = \frac{n}{p_i}$ , 当n充分大 $(n \ge 50)$ 时,统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{n}{p_i} (\frac{f_i}{n} p_i)^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{f_i^2}{np_i} n$ 近似服

假设检验

- ① 在 $H_0$ 下,将X可能取值的全体 $\Omega$ 分成k个两两不相交的子集 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ ,以 $f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$ 中的个数,则 $\frac{L}{2}$ 表示在n次试验中事件 $A_i$ 发生的频率.
- ② 当 $H_0$ 为真时,可以根据X的分布函数F(x)(分布律或概率密度)来计算事件 $A_i$  的概率 $P(A_i) = p_i$ ,通常频率 $\frac{f_i}{n}$ 与概率 $p_i$ 会有差异,但一般来说,试验的次数较大时, $(\frac{f_i}{n} p_i)^2$  不应太大.
- ③ 采用形如 $\sum_{i=1}^{k} h_i (\frac{f_i}{n} p_i)^2$  的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取 $h_i = \frac{h}{p_i}$ ,当n充分大 $(n \ge 50)$ 时,统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{g_i}{n_i} p_i)^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{n_i} n$ 近似服

从 $\chi^2(k-1)$ 分布。

- $\bullet$  在 $H_0$ 下,将X可能取值的全体 $\Omega$ 分成k个两两不相交的子 集 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ ,以 $f_i$ 表示样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中落在 $A_i$ 中的个数,则 $\frac{t_i}{n}$ 表示在n次试验中事件 $A_i$ 发生的频率.
- ② 当 $H_0$ 为真时,可以根据X的分布函数F(x)(分布律或概率密 度)来计算事件 $A_i$  的概率 $P(A_i) = p_i$ , 通常频率 $\frac{f_i}{n}$ 与概率 $p_i$ 会 有差异, 但一般来说, 试验的次数较大时,  $(\frac{f_i}{h} - p_i)^2$  不应太大.
- ③ 采用形如 $\sum_{i=1}^{k} h_i (\frac{f_i}{n} p_i)^2$  的统计量来度量样本与假设的分布  $h_i=1$  的吻合程度. **皮尔逊**证明若取 $h_i=\frac{n}{p_i}$ , 当n充分大 $(n \geq 50)$ 时, 统计量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{n}{p_i} (\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum_{i=1}^k \frac{f_i^2}{np_i} - n$ 近似服 从 $\chi^2(k-1)$ 分布.

假设检验

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{f_i^2}{p_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{n=0}^{4} \frac{f_n^2}{np_n^2} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

假设检验

分布拟合检验

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{n=0}^{4} \frac{f_n^2}{np_n} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

由以上的讨论可知, 当 $H_0$ 为真时,  $\chi^2$ 不应太大, 若 $\chi^2$  过分大就拒绝 $H_0$ , 因此拒绝域的形式为 $\chi^2 \geq G$ .对于给定的显著性水平 $\alpha$ , 确定G使得P{当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0$ } =  $P_{H_0}$ { $\chi^2 \geq G$ } =  $\alpha \Rightarrow G = \chi^2_{\alpha}(k-1)$ . 于是拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha}(k-1)$ .

<u>例8.7</u> 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{n=0}^4 \frac{f_n^2}{np_n} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

由以上的讨论可知, 当 $H_0$ 为真时,  $\chi^2$ 不应太大, 若 $\chi^2$  过分大就拒绝 $H_0$ , 因此拒绝域的形式为 $\chi^2 \geq G$ .对于给定的显著性水平 $\alpha$ , 确定G使得P{当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0$ } =  $P_{H_0}$ { $\chi^2 \geq G$ } =  $\alpha \Rightarrow G = \chi_{\alpha}^2 (k-1)$ . 于是拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2 (k-1)$ .

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i}{p_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼. 将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类. 需检验假设

由以上的讨论可知, 当 $H_0$ 为真时,  $\chi^2$ 不应太大, 若 $\chi^2$  过分大就拒绝 $H_0$ , 因此拒绝域的形式为 $\chi^2 \geq G$ .对于给定的显著性水平 $\alpha$ , 确定G使得P{当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0$ } =  $P_{H_0}$ { $\chi^2 \geq G$ } =  $\alpha \Rightarrow G = \chi_{\alpha}^2 (k-1)$ . 于是拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2 (k-1)$ .

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设

由数据  $\chi^2 = \sum_{i=1}^{\frac{t_i}{np_i}} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ .

由以上的讨论可知, 当 $H_0$ 为真时,  $\chi^2$ 不应太大, 若 $\chi^2$  过分大就拒绝 $H_0$ , 因此拒绝域的形式为 $\chi^2 \geq G$ .对于给定的显著性水平 $\alpha$ , 确定G使得P{当 $H_0$ 为真时拒绝 $H_0$ } =  $P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\}$  =  $\alpha \Rightarrow$   $G = \chi^2_{\alpha}(k-1)$ . 于是拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha}(k-1)$ .

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 

由数据  $\chi^2 = \sum \frac{t}{n_0} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$ .故拒绝 $H_0$ 

鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.$ 故拒绝 $H_0$ 

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25 投放了四种鱼,现在在鱼塘里获得一样本如

解: 设X = 1, 2, 3, 4分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将n = 600条鱼样本集对应分成 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 四类.需检验假设记 $p_i = P\{x = i\}, \quad H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}.$ 由数据  $\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815.故拒绝<math>H_0$ .

为检验总体是否服从(0,1)区间上的均匀分布,对该总体观察了100次,结果如下:

样本值所在区间	[0, 0.25)	[0.25, 0.5)	[0.5, 0.75)	[0.75, 1]					
频数	20	27	26	27					
试在 $\alpha = 0.05$ 水平下, 检验假设 $H_0: X \sim U(0.1)$ .									

试在 $\alpha = 0.05$ 水平下, 检验假设 $H_0: X \sim U(0.1)$ .

解: 以 $A_i$ 表示X的值落在区间[0.25(i-1), 0.25i),  $i=1,2,3, A_4$ 表示X的值落在区间[0.75, 1]. 在 $H_0$ 下,  $p_i=P(A_i)=\frac{1}{4}$ .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{n}{p_i} (\frac{f_i}{n} - p_i)^2 \stackrel{\text{if}}{\sim} \chi^2(3)$$

由n = 100,  $f_1 = 20$ ,  $f_2 = 27$ ,  $f_3 = 26$ ,  $f_4 = 27$ , 得 $\chi^2$ 的观察值  $\chi^2 = 0.0136 < \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$ 

所以接受 $H_0$ .

# 分布函数F(x)含有未知参数的情形

先利用样本求出未知参数的最大似然估计,以估计值作为参数值,然后根据 $H_0$ 中所假设的分布函数,求出 $p_i$ 的估计值 $\hat{p}_i = \hat{P}(A_i)$ ,

$$\overline{\mathbf{p}_{\chi^2}} = \sum_{i=1}^{K} \frac{f_i^2}{n \hat{\mathbf{p}}_i} - \mathbf{n}$$
作为检验统计量,有以下结论:

定理: 若n充分大( $n \ge 50$ ), 则当 $H_0$ 为真时, 统计

量 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{n\hat{p}_i} - n$ 近似服从 $\chi^2(k-r-1)$ ,其中r是被估计的参数的个数.

对于给定的显著性水平 $\alpha$ , 拒绝域为 $\chi^2 \ge \chi^2_{\alpha}(k-r-1)$ .

假设检验

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中<u>全世界记录到</u>里氏 震级4级和4级以上地震计162次统计加下:

晨级4级	(相43)	以工:	地農订]	ⅳ℃伏,ᢃ	<b>乳</b> 计如	<b>D</b> :			
间隔天数	0 - 4	5 — 9	10 — 14	15 — 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8
> D I A → A I	H /145 TT	* S. J. 1.1. i	<b>エッ</b> カー ロマ フ	1 1// 1	11 11.	ALL IL I.	_	~ -	

试检验相继两次地震间隔的大数X服从指数分布.  $\alpha = 0.05$ 

解:按题意需检验假设 $H_0: X$ 服从参数为 $\theta$ 的指数分布.

- ① 用最大似然法求得 $\theta$ 的最大似然估计值 $\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$
- $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$
- ② 在 $H_0$ 为真的条件下, 以 $\theta$ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}$ 为参数求出

故接受Ho.

分布拟合检验

假设检验

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏 震级4级和4级以上地震计162次,统计如下:

100 700 170	( ) ( )									
间隔天数	0 - 4	5 - 9	10 — 14	15 — 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	$\geq$	4
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8	Ī

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布.  $\alpha = 0.05$ 

解:按题意需检验假设 $H_0: X$ 服从参数为 $\theta$ 的指数分布.

- **①** 用最大似然法求得 $\theta$ 的最大似然估计值 $\hat{\theta} = \sqrt{\mathbf{x}} = \mathbf{13.77}$ .
- $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty).$
- ② 在 $H_0$ 为真的条件下, 以 $\theta$ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}$ 为参数求出  $\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$

分布拟合检验

假设检验

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏 震级4级和4级以上地震计162次统计加下:

	辰纵 <b>4</b> 纷	(小日 <b>十</b> 约)	・ハエノ	也辰り	1027人,5	兆り知	l'•			
	间隔天数	0 - 4	5 – 9	10 — 14	15 — 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	≥ 40
	出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8
) ALA 3A Le (A) 3T VA LL (E) 23 PG 4A T WA 7 PB 11 48 WA 7 3									^=	

试位验相继两次地震间隔的大数X服从指数分布.  $\alpha = 0.05$ 

解:按题意需检验假设 $H_0: X$ 服从参数为 $\theta$ 的指数分布.

- **①** 用最大似然法求得 $\theta$ 的最大似然估计值 $\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$ .
- ③ 在 $H_0$ 为真的条件下,以 $\theta$ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}$ 为参数求出  $\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$
- ④ 得 $\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592,$  故接受 $H_0$ .

假设检验

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏 震级4级和4级以上地震计162次,统计如下:

辰级49	(小口 <b>牛</b> 幼)(	・ムエ・	地 辰 りー	1021人,5	兆 朷 刄[1]				
间隔天数	0 - 4	5 - 9	10 — 14	15 — 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8
> b 1 A → A 1	i 201	S. F. T. J. C.	T. N - P - 1	1 - Not -		STATE AS A	_		

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布.  $\alpha = 0.05$ 

解:按题意需检验假设 $H_0: X$ 服从参数为 $\theta$ 的指数分布.

- **①** 用最大似然法求得 $\theta$ 的最大似然估计值 $\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$ .
- 2  $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty).$
- ③ 在 $H_0$ 为真的条件下,以 $\theta$ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}$ 为参数求出  $\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$
- ③ 得 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592,$  故接受 $H_0$ .

假设检验

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏 震级4级和4级以上地震计162次,统计如下:

反纵节纵	(414 - 43)	$(\mathcal{O}_{\perp})$	也反り「	1021八,2	키나 이 커티 I	•			_	
间隔天数	0 - 4	5 - 9	10 — 14	15 — 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	≥ 4	10
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8	Г
试检验机	相继两	次地角	<b>長间隔</b> 的	勺天数 <b>X</b>	服从指	数分布.	$\alpha = 0.$	05	- 1	

解:按题意需检验假设 $H_0: X$ 服从参数为 $\theta$ 的指数分布.

- **①** 用最大似然法求得 $\theta$ 的最大似然估计值 $\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$ .
- ③ 在 $H_0$ 为真的条件下,以 $\theta$ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}$ 为参数求出  $\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$
- ④ 得 $\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{f_i^2}{162\hat{\rho}_i} 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592,$ 故接受 $H_0$ .

分布拟合检验

假设检验

设某人射击的命中率为p, 他独立地射击直到首次命中目标为止, 此时他总共射击了X次, 则的分布律

为
$$P{X = x} = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, \cdots$$

(1) 若此人这样的射击活动进行了n次,结果为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ (即他在第i次射击活动中共射了 $x_i$ 次才击中目标),求p的极大似然估计.

(2) 若此人共进行了n = 100次这样的射击活动,结果如下:

其中频数是指n个样本中取某一值的个数, 试在 $\alpha = 0.05$  下, 检验此人的命中率是否稳定.

### 作业2

假设检验

在平炉上进行一项试验以确定改变操作方法的建议是否会增加钢的得率,试验是在同一只平炉上进行的.每炼一炉钢时除操作方法外,其它条件都尽可能做到相同.先用标准方法炼一炉,然后用建议的新方法炼一炉,以后交替进行,各炼了10炉,其得率分别为

(1)标准方法: 78.1 72.4 76.2 74.3 77.4 78.4 76.0 75.5 76.7 77.3

70.4 70.0 73.3 70.1 77.

(2)新方法: 79.1 81.0 77.3 79.1 80.0

79.1 79.1 77.3 80.2 82.1

设这两个样本相互独立,且分别来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 

和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,  $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ , 均未知, 首先检验两个方差是否相等? 如果相同, 问建议的的新操作方法能否提高得率?(取 $\alpha = 0.01$ )

◆ロト ◆卸 ▶ ◆ 重 ト ◆ 重 ・ 釣 へ ○