上海大学 2013～2014 学年春季学期试卷（A 卷）

成绩	

课程名：概率论与数理统计（A）课程号：01014016 学分：5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ______________ 应试人学号________________应试人所在院系_______________

题号	一	二	三	四	五
得分	10	30	10	40	10

一、是非题 (2 分×5=10 分)

1、事件 A 和 B 若满足条件 $P(AB)=0$，则它们一定是互不相容的。 （ ）

2、若事件 A 的概率 $P(A)=0$，则 A 与任意事件 B 一定是相互独立的。 （ ）

3、二维随机变量 (X,Y) 的协方差函数 $\text{cov}(X,Y)=0$，则 X 与 Y 一定独立。 （ ）

4、设 $X_1,\ldots,X_n$ 是总体 X 的一个简单样本，那么统计量 $\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 一定是总体方差 σ^2 的一个无偏估计。 （ ）

5、总体 X 的分布函数含未知参数 θ，则 θ 的最大似然估计一定是唯一的。 （ ）

二、填空题 **(3 分×10=30 分)**

6、设 $P(A)=\dfrac{1}{2}$，$P(B\mid A)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(BA)=$ ______________。

7、某人在射击比赛中命中十环的概率为 0.8，每次射击是独立的，那么在第三次射击才命中十环的概率为______________。

8、随机变量 $X\sim N(-1,2)$，$Y\sim N(2,3)$，且 X 与 Y 独立，记 $Z=X-Y$，则 $Z\sim$ ________。

9、五个球分别具有编号 **1**，**2**，**3**，**4**，**5**。现在把它们随意排成一列。如果编号为 k 的球恰好在第 k 个位置，就称有一个巧合出现。记 X 为巧合出现的次数，则 $EX=$ __。

10、罐中有红球 **6** 只，黑球 **4** 只。现在有人从中拿走了一只球。为判断拿走的是红球还是黑球，从中抽取两球，发现都是红球，那么拿走的是红球的概率为：__。

11、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} axe^{-x}, & x>0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，则 $a=$ __。

12、设随机变量 X 与 Y 独立，且都服从参数为 1 的指数分布，则 $P(\min\{X,Y\}\le 1)=$ ______。

13、设随机变量 $X\sim B(2,0.5)$，$Y\sim B(3,0.5)$，则 $X+Y\sim$ ________。

14、如果总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 都是未知参数，总体的样本均值和样本方差的观测值分别为 $\overline{x}$ 和 s^2，样本容量为 n，则参数 μ 的双侧置信区间为______________________________，设置信度为 $1-\alpha$。

15、设 α 和 β 分别是假设检验中犯第一类和第二类错误的概率，H_0 为原假设，H_1 为备选假设。则在假设 H_0 成立条件下接受假设 H_1 的概率为__。

三、选择题 （共 2 分×5=10 分）

16、设 $P(B)>0$，$P(A|B)=1$，那么一定有___。

（**A**） A 和 B 互不相容； （**B**） A 和 B 独立；

（**C**） $B\subseteq A$ ； （**D**） $P(A\cup B)=P(A)$。

17、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $P(a<X<b)$ 的概率一定为_____。

（**A**）$F(b)-F(a)$； （**B**）$F(a)-F(b)$； （**C**）$F(b-0)-F(a)$； （**D**）$F(b)-F(a-0)$。

18、设总体 $X\sim U(\theta,2\theta)$（均匀分布），其中 θ 是未知参数， $X_1,\cdots,X_n$ 是来自该总体的简单样本，记 $T=\frac{2}{3n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ ，则下面正确的是_______。

（**A**）T 是 θ 的矩估计，是无偏估计； （**B**）T 是 θ 的最大似然估计，是无偏估计；

（**C**）T 是 θ 的矩估计，是有偏估计； （**D**）T 是 θ 的最大似然估计，是有偏估计。

19、如果两个独立的随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，那么 (X,Y) 的联合分布函数是_______。

（**A**） $(1-F_1(x))(1-F_1(x))$； （**B**） $F_1(x)F_2(x)$；

（**C**） $1-F_1(x)F_2(x)$； （**D**） $1-(1-F_1(x))(1-F_2(x))$。

20、对随机变量 (X,Y)，与协方差函数为 $\mathrm{cov}(X,Y)=0$ *不* 等价的是_____。

（A） $D(X+Y)=DX+DY$； （B） $D(X-Y)=DX+DY$；

（C） $E(XY)=EXEY$； （D） X 与 Y 独立。

四、计算题（共 **40** 分）

21、（本题 **10** 分）两台机床加工同样的零件，第一台出现不合格品的概率是 0.03。第二台出现不合格品的概率是 0.06。现在把加工的零件放在一起，且已知第一台机床加工的零件数是第二台机床加工零件数的两倍。现在从中随机取一个零件，计算

（**1**）（**+6** 分）取到的零件是次品的概率；

（**2**）（**+4** 分）如果已知取到的是次品，是第一台机床加工概率是多大？

22、（本题 **10** 分）设到某银行的顾客等待服务的时间 X（以分钟计）服从参数为 $\lambda=0.2$ 的指数分布，即

$$f(x)=\begin{cases}0.2e^{-0.2x}, & x>0\\ 0, & x<0\end{cases},$$

有一个顾客每月要去该银行 5 次等待服务，但如果等待服务的时间超过 10 分钟，他就离开，以 Y 记他一个月未接受服务就离开的次数，

（**1**）（**+3** 分）计算每次这位顾客未接受服务就离去的概率；

（**2**）（**+5** 分）给出 Y 的分布律；

（**3**）（**+2** 分）计算每月平均未接受服务就离去的次数。

23、（本题 **12** 分）设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	-1	1	2
-1	$\frac{1}{10}$	a	$\frac{3}{10}$
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

（1）（+3 分）确定常数a和 X 与Y 的边际分布律；

（2）（+4 分）计算$Z_1 = X + Y$与$Z_2 = \max\{Y, Y\}$的分布律；

（3）（+5 分）计算 X 与Y 的相关系数。

24、（本题 **8** 分）有一批袋装盐，先从中随机取 **16** 袋，称得重量（单位为克）如下，

506	508	499	503	504	510	497	512
514	505	493	496	506	502	509	496

正常情况下，包装重量服从正态分布$N(500, \sigma^2)$。由以上的数据，在显著性水平为 **0.05** 时，能否认为处于正常情况。

（附分位数：$u_{0.025} = 1.96$，$u_{0.05} = 1.65$；

$t_{0.025}(15) = 2.1314$，$t_{0.025}(16) = 2.1190$，$t_{0.05}(15) = 1.7531$，$t_{0.05}(16) = 1.7459$）

五、证明题（共 10 分）

25、（本题 5 分）设随机变量 $X \sim \pi(\lambda)$（服从参数为 λ 的泊松分布），即

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}，\quad k=0,1,2,\cdots 。$$

证明：参数 λ 的最大似然估计 $\hat{\lambda}=\bar{X}$ ，其中 $\bar{X}$ 是样本均值。