

姓名: _____

学号: _____

1. 对下面连续时间周期信号

$$x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$

1) 求基波频率 ω_0

2) 求傅里叶级数系数 a_k , 以表示成 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

3) 求傅里叶级数系数 A'_k 与相位 θ_k , 以表示成 $x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} A'_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k)$

1). $\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$ 周期为 $\frac{2\pi}{2\pi/3} = 3$ ($T_1=3$)

$\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$ 周期为 $\frac{2\pi}{5\pi/3} = \frac{6}{5}$ ($T_2=\frac{6}{5}$)

$\frac{1}{2} T = T_1, m = T_2, n$ (m, n 为整数)

则: $m=2, n=5$

$T = 6$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}$

2). $x(t) = 2 + \frac{1}{2} e^{j\frac{2\pi}{3}t} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{2\pi}{3}t} + \frac{2}{j} e^{j\frac{5\pi}{3}t} - \frac{2}{j} e^{-j\frac{5\pi}{3}t}$

$\therefore \omega_0 = \frac{\pi}{3}$

$\therefore a_0 = 2, a_2 = a_{-2} = \frac{1}{2}, a_5 = \frac{2}{j} = -2j$
 $a_{-5} = -\frac{2}{j} = 2j$

3). $A'_2 e^{j\theta_2} = a_2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow A'_2 = \frac{1}{2}, \theta_2 = 0$

$A'_5 e^{j\theta_5} = a_5 = -2j$

$\Rightarrow A'_5 = 2, \theta_5 = -\frac{\pi}{2}$

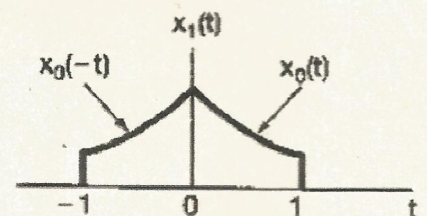
2. 有非周期的信号 $x_0(t) = \begin{cases} e^{-t}, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{其余} t \end{cases}$, 计算以下信号 $x_1(t)$ 的频域

表示 $X_1(j\omega)$.

$X_0(j\omega) = \int_0^1 e^{-t} e^{-j\omega t} dt = \frac{1 - e^{-(j\omega+1)}}{j\omega+1}$

由线性与时域反转性质:

$X_1(j\omega) = X_0(j\omega) + X_0(-j\omega) = \frac{1 - e^{-(j\omega+1)}}{j\omega+1} + \frac{1 - e^{-(-j\omega+1)}}{-j\omega+1}$
 $= \frac{1 - e^{-(j\omega+1)} - j\omega + j\omega e^{-(j\omega+1)} + 1 - e^{-(-j\omega+1)} + j\omega - j\omega e^{-(-j\omega+1)}}{1 + \omega^2}$



3. 对以下信号的频域表示 $X(j\omega)$, 其时域表示 $x(t)$ 是多少?

由傅里叶变换关系:

$X(j\omega) = \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{-j2\omega}$

$\begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & |t| > T_1 \end{cases} \xleftrightarrow{F} \frac{2 \sin \omega T_1}{\omega}$

因此: $\begin{cases} 1, & |t| < 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases} \xleftrightarrow{F} \frac{2 \sin \omega}{\omega}$

由时移性质:

$\begin{cases} 1, & |t-2| < 1 \\ 0, & |t-2| > 1 \end{cases} \xleftrightarrow{F} \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{-j2\omega}$

$x(t) = \begin{cases} 1, & -1 < t < 3 \\ 0, & t < -1 \text{ 或 } t > 3 \end{cases}$