

上海大学 2011~2012 学年冬季学期试卷（A 卷）

成	
绩	

课程名: 概率论与数理统计 A 课程号: _____ 学分: 5

应试人声明:

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 _____ 应试人学号 _____ 应试人所在院系 _____

题号	一	二	三	四	五
得分					5

得分	评卷人

一. 是非题（每小题 2 分，5 题共 10 分）

1、事件 A 与 B 互不相容，若 A 不发生，那么 B 一定发生。 ()

2、事件 $\overline{A \cup B}$ 表示事件“ A 与 B 都没有发生”。 ()

3、设 \bar{X} 和 S^2 分别是总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本均值和样本方差，样本容量是 n ， μ 和 σ^2 是未知参数，但 $U = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$ 仍是一个统计量。 ()

4、如果 X 是一个连续型的随机变量，那么 $P(X = x) = 0$ 。 ()

5、如果 $X \sim \chi^2(n)$ ， $Y \sim \chi^2(m)$ ，则一定有结论： $F = \frac{X / n}{Y / m} \sim F(n, m)$ 。 ()

得分	评卷人

二. 填空题（每空 3 分，共 15 分）

6、已知随机事件 A 和 B 的概率分别为 $P(A) = 0.7$ 和 $P(B) = 0.5$ ，且这两个事件独立，那么， $P(B - A) =$ _____。

7、设随机变量 X 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布，则随机变量 $Y = e^X$ 的数学期望 $EY =$ _____；方差 $DY =$ _____。

8、把 5 只球随机放入三个盒中，则每个盒子中至少有一球的概率为_____。

9、设 X_1, \dots, X_{10} 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本，当常数 $c =$ _____ 时，统计量 $c \sum_{i=1}^9 (X_{i+1} - X_i)^2$ 为参数 σ^2 的无偏估计。

草 稿 纸

得分	评卷人

三. 选择题 (每小题 2 分, 5 题共 10 分)

10、随机事件 A 和 B 的概率为 $P(A)=0.6$, $P(B)=0.4$, 则正确的是_____。

- (A) $A \supset B$; (B) A 与 B 互不相容;
(C) $P(AB)=0$; (D) 上述结论不一定成立。

11、设随机变量 X 和 Y 服从指数分布, 且相互独立, 则下列分布一定服从指数分布的是_____。

- (A) $Z = X + Y$; (B) $Z = \min\{X, Y\}$; (C) $Z = \max\{X, Y\}$; (D) $Z = XY$ 。

12、设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, 总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, 且相互独立, X_1, \dots, X_{n_1} 和 Y_1, \dots, Y_{n_2} 分别是它们的简单样本, 那么不正确的是_____。

- (A) $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}} \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t(n_1+n_2-1)$; (B) $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_1 \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t(n_1-1)$;
(C) $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}} \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t(n_1+n_2-2)$; (D) $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_2 \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t(n_2-1)$ 。

13、如果总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中, μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 是取自总体的一个样本, 那么是统计量的是_____。

- (A) $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{3}}$; (B) $\frac{2S^2}{\sigma^2}$;
(C) $\max\{X_1, X_2, X_3\}$; (D) $\frac{1}{\sigma^2}(X_1 + X_2 + X_3)$ 。

14、设随机变量 $X \sim t(n)$, 则正确的是_____。

- (A) $P(X \leq 0) > \frac{1}{2}$; (B) $P(X \leq 0) = \frac{1}{2}$;
(C) $P(X \leq 0) < \frac{1}{2}$; (D) 以上结论都不正确。

得分	评卷人

四. 计算题: (5 题, 共 60 分)

15、(10 分) 设市场共有 n 种品牌的电脑, 市场占有率分别为 $\alpha_i > 0$, $i=1, \dots, n$, 其中 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ 。第 i 种品牌电脑有质量问题的概率为 β_i 。现在对市场上的这些品牌电脑进行质量抽查, 计算

- 1) 电脑产品的抽样合格率;
2) 如果发现一台电脑被抽检后判断为不合格, 那么该电脑是第一种品牌的概率是多大。

草 稿 纸

16、(15 分) 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{-2x} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases},$$

- 1) 确定参数 A 的值并计算相应的概率分布函数 $F(x)$;
- 2) 计算 $P(-1 < X < 2)$;
- 3) 计算 $Y = \ln X$ 的概率密度函数;
- 4) 计算 $E(2\sqrt{X-1})$ 。

17、(10 分) 设某种产品的寿命 $X \sim N(\mu, 200^2)$ 。以往的统计数据显示，旧工艺下生产的产品寿命的均值不超过1500小时。现在，改进了生产工艺。为弄清新工艺是否有效提高了产品的寿命，做了样本容量为25的抽样，得到的样本均值的观测值为 $\bar{x} = 1575$ 。由此抽样结果，你对此新工艺可作出什么样的判断？给出相应的参数假设检验问题，并在置信水平为 $\alpha = 0.05$ 时，对你的假设作出判断。
(附注)， $u_{0.025} = 1.96$ ， $u_{0.05} = 1.645$ 。

草 稿 纸

18、(10 分) 一位顾客进入银行柜台等候服务, 他前面还有二位顾客, 其中一位顾客刚刚开始接受服务。假设每位顾客完成服务所需时间是随机的, 并且独立, 服从参数为 λ 的指数分布, 即密度函数都为 $\lambda e^{-\lambda x}$ 。那么,

- (1) 给出这位顾客在接受服务之前所需的等待时间的概率密度函数;
- (2) 该顾客所需等待的平均时间是多长;
- (3) 如果顾客不是刚刚开始接受服务, 已经过了一段时间的服务, 那么由 (1), (2) 给出的结论是否仍正确? 是否进入顾客的等待时间会缩短?

19、(15 分) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x < 0, x > 1 \end{cases},$$

其中 $\sqrt{\theta}$ 为未知参数。

- (1) 求参数 $\sqrt{\theta}$ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$;
- (2) 求参数 $\sqrt{\theta}$ 的最大似然估计 $\hat{\theta}_2$;
- (3) 此时, 参数 θ 的矩估计和最大似然估计是否相应为 $\hat{\theta}_1^2$ 和 $\hat{\theta}_2^2$ 。

草 稿 纸

得分	评卷人

五. 计算题: (5 分)

20、(5 分) 设随机变量 X 和 Y 独立, 且均服从正态分布 $N(0, \frac{1}{2})$ 。

草 稿 纸