



上海大学

SHANGHAI UNIVERSITY

# 广义逆与 矩阵方程求解

主讲人：马丽艳

办公室：计1013

Email: [liyanma@t.shu.edu.cn](mailto:liyanma@t.shu.edu.cn)

计算机工程与科学学院

# 作业

## 矩阵论及其工程应用, p.210

- ① 6.4
- ② 6.5
- ③ 6.7
- ④ 6.9
- ⑤ 6.13

# 作业

6.4 求  $3 \times 1$  向量  $\mathbf{a} = [1, 5, 7]^T$  的 Moore-Penrose 逆矩阵。

6.5 证明  $\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-2} \mathbf{A}^T$  是  $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$  的 Moore-Penrose 逆矩阵。

6.7 设  $\mathbf{A}$  是一对称矩阵, 并且  $\mathbf{M}$  是  $\mathbf{A}$  的 Moore-Penrose 逆矩阵。证明: 矩阵  $\mathbf{M}^2$  是  $\mathbf{A}^2$  的 Moore-Penrose 逆矩阵。

6.9 已知矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

利用矩阵的满秩分解法, 求 Moore-Penrose 逆矩阵  $\mathbf{A}^\dagger$ 。

# 作业

**6.13** 考虑线性方程  $A\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{x}$ , 其中,  $\boldsymbol{\epsilon}$  为加性有色噪声向量, 满足条件  $E\{\boldsymbol{\epsilon}\} = \mathbf{0}$  和  $E\{\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon}^T\} = \mathbf{R}$ . 令  $\mathbf{R}$  已知, 并使用加权误差函数  $Q(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\epsilon}$  作为求参数向量  $\mathbf{x}$  最优估计  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{WLS}}$  的代价函数。这种方法称为加权最小二乘方法。证明

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{WLS}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$$

其中, 加权矩阵  $\mathbf{W}$  的最优选择为  $\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1}$ 。



上海大学  
SHANGHAI UNIVERSITY

谢谢!

