注意事项

1. 课前将手机调节至振动档, 上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食, 不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业, 双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

注意事项

1. 课前将手机调节至振动档, 上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食, 不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业, 双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

注意事项

1. 课前将手机调节至振动档，上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食，不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业，双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

注意事项

1. 课前将手机调节至振动档, 上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食, 不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业, 双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

注意事项

1. 课前将手机调节至振动档, 上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食, 不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业, 双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

注意事项

1. 课前将手机调节至振动档, 上课时不准接手机打电话.
2. 上课时不准吃零食, 不要随意走动、交头接耳.
3. 保证出勤率. 不要随意迟到、早退. 病假、事假请提前请假.
4. 课后认真完成作业, 双周星期三交作业.
5. 我的联系方式：Email: xuefengmao@shu.edu.cn

第一章　概率论的基本概念

毛雪峰

上海大学数学系

11月25日—11月2日

第一章　概率论的基本概念

毛雪峰

上海大学数学系

11月25日—11月2日

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型,进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶,是由保险事业的发展而产生的.目前,概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面.许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础.随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

概率论是怎样一门学科?

概率论是从数量侧面研究随机现象规律性的数学学科,它的目的是构造所研究的随机现象的数学模型, 进而透过大量表面的偶然性去发现内部隐藏着的规律.

学好概率论的重要意义

概率论的研究开始于17世纪中叶, 是由保险事业的发展而产生的. 目前, 概率论的理论和方法已经广泛的应用于自然科学、技术科学、社会科学与人文科学的各个方面. 许多新的学科,如信息论、控制论、排队论、预测论、可靠性理论和人工智能等都以概率论为理论基础. 随着计算机的发展与普及,概率论及数理统计已成为处理信息、进行决策的重要理论与方法.

内容介绍

1. 随机试验、样本空间和随机事件
2. 频率、概率与等可能概形（古典概形）
3. 条件概率和和独立性

Outline

1.1.1 随机试验的定义

概率论中,“试验”是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, "试验" 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中,“试验”是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为<u>随机试验</u>:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中,"试验"是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为<u>随机试验</u>:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中,“试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.1 随机试验的定义

概率论中, “试验” 是一个含义广泛的术语. 它包含各种各样的科学实验, 甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 特别地, 具有以下三个特点的试验称为随机试验:

1. 可以在相同条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会发生.

例1.1.1

1. E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
2. E_2: 在一大批灯泡中, 任意抽取一只测试它的寿命.
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t|t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1:\{1,2,3,4,5,6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2:\{t|t\geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3:\{0,1,2,\cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4:\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的**样本空间**，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为**样本点**.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t|t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的**样本空间**，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为**样本点**.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1:\{1,2,3,4,5,6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2:\{t|t\geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3:\{0,1,2,\cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4:\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t | t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t|t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
   $$S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
   $$S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t | t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数. $S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}$.
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况. $S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1: \{1,2,3,4,5,6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2: \{t|t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数. $S_3: \{0,1,2,\cdots\}$.
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况. $S_4: \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2 : \{t | t \geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3 : \{0, 1, 2, \cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4 : \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

1.1.2 样本空间的定义

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间，记为S. 样本空间的元素,即E的每个结果，称为样本点.

例1.1.2

1. E_1: 抛一颗骰子，观察出现的点数. $S_1:\{1,2,3,4,5,6\}$
2. E_2: 在一批灯泡中任意抽取一只测试寿命. $S_2:\{t|t\geq 0\}$
3. E_3: 记录某城市120急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.
$$S_3:\{0,1,2,\cdots\}.$$
4. E_4: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.
$$S_4:\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$$

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1:“第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2:“三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次， 观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次, 观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1："第一次出现的是正面"，即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2："三次出现同一面"，即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 :“第一次出现的是正面”，即
  $$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”，即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即

$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$

- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的**随机事件**,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该**事件发生**. 由一个样本点组成的单点集称为**基本事件**.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为**必然事件**.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为**不可能事件**.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 :“第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次，观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 :“第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.3 随机事件的定义

随机试验E的样本空间S的任一子集称为E的随机事件,简称事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生. 由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

- 样本空间S包含所有的样本点, 它是S自身的子集, 在每次试验中它总是发生的,S称为必然事件.
- 空集$\emptyset$ 是样本空间的子集, 它在每次试验中都不发生, 称为不可能事件.

例1.1.3

设E_1: 将一枚硬币抛掷三次， 观察正面H,反面T出现的情况.

- 在E_1中随机事件A_1 : “第一次出现的是正面”, 即
$$A_1 = \{HHH, HHT, HTH, HTT\}.$$
- 随机事件A_2 : “三次出现同一面”, 即$A_2 = \{HHH, TTT\}$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x | x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x | x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x | x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x | x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x | x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x | x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x | x \in A或x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x | x \in A且x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x | x \in A且x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A或x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A且x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A且x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A或x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A且x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A且x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x | x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x | x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x | x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.4 事件间的关系与事件的运算

设试验E的样本空间为S, 而A, B 是S的子集.

- 若$A \subset B$, 则称事件B包含A, 事件A发生必导致B发生.
  若$A \subset B$ 且$B \subset A$,则称事件A与事件B相等.
- 事件$A \cup B = \{x|x \in A$或$x \in B\}$ 称为事件A, B的和事件.
- 事件$A \cap B = \{x|x \in A$且$x \in B\}$ 称为事件A和B的积事件.
  $A \cap B$ 也记作AB.
- 事件$A - B = \{x|x \in A$且$x \notin B\}$ 称为事件A与B的差事件.
- 若$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A与B是互不相容的, 或互斥的.
- 若$A \cup B = S$ 且$A \cap B = \emptyset$, 则称事件A, B互为逆事件, 或对立事件. A的对立事件记为$\overline{A}$.
- 差事件可用对立事件表示: $A - B = A\overline{B}$. 特别地, $\overline{A} = S - A$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$.
- 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB = \emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB = \emptyset$ 且$A \cup B = S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\overline{B}$: $\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B} \neq \overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A}\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A\cup B=B\cup A$; $A\cap B=B\cap A$.
- 结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$;
  $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- 分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;
  $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$, $\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB=\emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB=\emptyset$ 且$A\cup B=S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\bar{A}\bar{B}$: $\overline{AB}=\bar{A}\cup\bar{B}\neq\bar{A}\cap\bar{B}=\bar{A}\bar{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A\cup B=B\cup A$;　　$A\cap B=B\cap A$.
- 结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$;
  $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- 分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;
  $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$,　　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB=\emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB=\emptyset$ 且$A\cup B=S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\overline{B}$:　$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}\neq\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A}\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A\cup B=B\cup A$; $A\cap B=B\cap A$.
- 结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$;
  $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- 分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;
  $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB=\emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB=\emptyset$ 且$A\cup B=S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\overline{B}$: $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}\neq\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A}\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$.
- 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB = \emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB = \emptyset$ 且 $A \cup B = S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\,\overline{B}$: $\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B} \neq \overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A}\,\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A \cup B = B \cup A$; $\quad A \cap B = B \cap A$.
- 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$, $\quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB = \emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB = \emptyset$ 且$A \cup B = S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\bar{A}\bar{B}$: $\quad \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B} \neq \bar{A} \cap \bar{B} = \bar{A}\bar{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A\cup B=B\cup A$;　　$A\cap B=B\cap A$.
- 结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$;
  $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- 分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;
  $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$,　　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB=\emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB=\emptyset$ 且 $A\cup B=S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\overline{B}$:　　$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}\neq\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A}\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A\cup B=B\cup A$;　　$A\cap B=B\cap A$.
- 结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$;
  $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- 分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;
  $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$,　　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB=\emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB=\emptyset$ 且$A\cup B=S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\overline{A}\,\overline{B}$:　　$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}\neq\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A}\,\overline{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A \cup B = B \cup A$; $\quad A \cap B = B \cap A$.
- 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分<u>互逆事件</u>和<u>互斥事件</u>: A与B互斥$\Leftrightarrow AB = \emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB = \emptyset$ 且$A \cup B = S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\bar{A}\bar{B}$: $\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B} \neq \overline{A} \cap \overline{B} = \bar{A}\bar{B}$.

1.1.5 事件间的运算规律

- 交换律: $A \cup B = B \cup A$;　　$A \cap B = B \cap A$.
- 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;
  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 德摩根律: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$,　　$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

容易混淆的知识点

1. 区分互逆事件和互斥事件: A与B互斥$\Leftrightarrow AB = \emptyset$;
   A与B互逆$\Leftrightarrow AB = \emptyset$ 且$A \cup B = S$.
2. 区分$\overline{AB}$与$\bar{A}\bar{B}$:　　$\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B} \neq \overline{A} \cap \overline{B} = \bar{A}\bar{B}$.

Outline

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率. 记作$f_n(A)$.

1.2.2 频率的性质

1. $0 \leq f_n(A) \leq 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件，则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性: 当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数.

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率. 记作$f_n(A)$.

1.2.2 频率的性质

1. $0 \leq f_n(A) \leq 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件，则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性：当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数.

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率．记作$f_n(A)$．

1.2.2 频率的性质

1. $0 \leq f_n(A) \leq 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件，则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性：当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数．

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率. 记作$f_n(A)$.

1.2.2 频率的性质

1. $0 \le f_n(A) \le 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件,则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性： 当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数.

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率. 记作$f_n(A)$.

1.2.2 频率的性质

1. $0 \leq f_n(A) \leq 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件，则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性：当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数.

1.2.1 频率的定义

在相同条件下，进行n次试验，在这n次试验中，事件A发生的次数n_A称为事件A发生的频数，比值n_A/n称为事件A发生的频率. 记作$f_n(A)$.

1.2.2 频率的性质

1. $0 \leq f_n(A) \leq 1$.
2. $f_n(S) = 1$.
3. 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两互不相容的事件,则$f_n(A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \cdots + f_n(A_k)$.
4. 频率的稳定性: 当重复试验的次数n逐渐增大时，频率$f_n(A)$呈现出稳定性，逐渐稳定于某个常数.

1.2.3 概率的公理化定义（柯尔莫格洛夫[1933年]）

设E是随机试验, S是它的样本空间. 对于E的每一事件A赋予一个实数,记为$P(A)$,如果集合函数$P(\cdot)$满足下列条件:

- 非负性: 对于每一事件A, 有$P(A) \geq 0$;
- 规范性: 对于必然事件S, 有$P(S) = 1$;
- 可列可加性: 设$A_1, A_2, \cdots$是两两互不相容的事件, 即对于$A_iA_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots$,有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots,$$

则称$P(A)$为事件A概率.

1.2.3 概率的公理化定义（柯尔莫格洛夫[1933年]）

设E是随机试验, S是它的样本空间. 对于E的每一事件A赋予一个实数,记为$P(A)$,如果集合函数$P(\cdot)$满足下列条件:

- 非负性: 对于每一事件A, 有$P(A) \geq 0$;
- 规范性: 对于必然事件S, 有$P(S) = 1$;
- 可列可加性: 设$A_1, A_2, \cdots$是两两互不相容的事件, 即对于$A_iA_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots$,有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots ,$$

则称$P(A)$为事件A概率.

1.2.3 概率的公理化定义（柯尔莫格洛夫[1933年]）

设E是随机试验, S是它的样本空间. 对于E的每一事件A赋予一个实数,记为$P(A)$,如果集合函数$P(\cdot)$满足下列条件:

- 非负性: 对于每一事件A, 有$P(A) \geq 0$;
- 规范性: 对于必然事件S, 有$P(S) = 1$;
- 可列可加性: 设$A_1, A_2, \cdots$是两两互不相容的事件, 即对于$A_iA_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots$,有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots,$$

则称$P(A)$为事件A概率.

1.2.3 概率的公理化定义（柯尔莫格洛夫[1933年]）

设E是随机试验, S是它的样本空间. 对于E的每一事件A赋予一个实数,记为$P(A)$,如果集合函数$P(\cdot)$满足下列条件:

- 非负性: 对于每一事件A, 有$P(A) \geq 0$;
- 规范性: 对于必然事件S, 有$P(S) = 1$;
- 可列可加性: 设$A_1, A_2, \cdots$是两两互不相容的事件, 即对于$A_iA_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots$,有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots,$$

则称$P(A)$为事件A概率.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A)=P(B)-P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A})=1-P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall$ n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum\limits_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum\limits_{1 \leq i < j \leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A)=P(B)-P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall$ n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1A_2 \cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A)=P(B)-P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall\, n$个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1A_2 \cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset) = 0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B - A) = P(B) - P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall$ n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1\leq i<j\leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A) = P(B) - P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall$ n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i A_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A)=P(B)-P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A}) = 1-P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall$ n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1A_2\cdots A_n)$.

1.2.4 概率的性质

1. $P(\emptyset)=0 \Rightarrow$ 有限可加性: 若$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是两两互不相容的事件, 则有
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$
2. 设事件$A \subset B$, 则$P(B-A)=P(B)-P(A), P(B) \geq P(A)$.
3. 对于任一事件A, $P(A) \leq 1$, 且$P(\overline{A})=1-P(A)$.
4. 加法公式: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$, 对$\forall$事件$A, B$.
5. 对$\forall\, n$个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$, 可归纳证明$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$ 为$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i<j \leq n} P(A_iA_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1A_2\cdots A_n)$.

往年期末考题1

设事件A, B的概率均大于0, 则下列叙述可能对的是(　　).
(1)若A与B互不相容, 则他们相互独立.
(2)若A与B相互独立, 则他们互不相容.
(3)$P(A) = P(B) = 0.6$, 且A, B互不相容.
(4)$P(A) = P(B) = 0.6$, 且A, B相互独立.

往年期末考题2

设事件A, B互斥, 且$P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下面正确的是(　　)
(A)事件$\overline{A}$与$\overline{B}$互不相容　　(B)事件A与B相容.
(C)$P(AB) = P(A)P(B)$　　(D)$P(A - B) = P(A)$.

往年期末考题3

设A, B是两个事件，　(i)若$A\bar{B} = \bar{A}B$,验证$A = B$. (ii)验证事件A和事件B恰有一个发生的概率为$P(A) + P(B) - 2P(AB)$.

1.2.5 等可能概型的定义

如果一随机试验的样本空间只包含有限个元素并且试验中每个基本事件发生的可能性相同, 则称该试验是等可能概型, 又称古典概型.

1.2.6 等可能概型中事件概率的计算公式

设A是一等可能概型E中的一事件, 则事件A发生的概率$P(A)$ 为

$$P(A) = \frac{A\text{包含的基本事件数}}{\text{样本空间}S\text{中基本事件的总数}}.$$

例1.2.1

将一枚硬币抛掷三次, 设事件A_1为恰有一次出现正面,求$P(A_1)$. 设事件A_2为至少有一次出现正面,求$P(A_2)$.

1.2.5 等可能概型的定义

如果一随机试验的样本空间只包含有限个元素并且试验中每个基本事件发生的可能性相同, 则称该试验是等可能概型, 又称古典概型.

1.2.6 等可能概型中事件概率的计算公式

设A是一等可能概型E中的一事件, 则事件A发生的概率$P(A)$ 为

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件数}}{\text{样本空间}S\text{中基本事件的总数}}.$$

例1.2.1

将一枚硬币抛掷三次, 设事件A_1为恰有一次出现正面,求$P(A_1)$.
设事件A_2为至少有一次出现正面,求$P(A_2)$.

1.2.5 等可能概型的定义

如果一随机试验的样本空间只包含有限个元素并且试验中每个基本事件发生的可能性相同, 则称该试验是等可能概型, 又称古典概型.

1.2.6 等可能概型中事件概率的计算公式

设A是一等可能概型E中的一事件, 则事件A发生的概率$P(A)$ 为

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件数}}{\text{样本空间}S\text{中基本事件的总数}}.$$

例1.2.1

将一枚硬币抛掷三次, 设事件A_1为恰有一次出现正面,求$P(A_1)$. 设事件A_2为至少有一次出现正面,求$P(A_2)$.

1.2.7 排列与组合公式推导的两条计数原理

1. 乘法原理: 若某件事需经k个步骤才能完成, 做第一步有m_1种方法, 做第二步有m_2 种方法,$\cdots$, 做第k步有m_k种方法, 则完成该事共有$m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_k$种方法.
2. 加法原理: 若某事可由k类不同途径之一去完成,在第一类途径中有m_1种完成方法, 在第二类途径中有m_2种完成方法, $\cdots$, 在第k类途径中有m_k种完成方法,则完成该事共有

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_k \text{ 种方法.}$$

1.2.7 排列与组合公式推导的两条计数原理

1. 乘法原理: 若某件事需经k个步骤才能完成, 做第一步有m_1种方法, 做第二步有m_2 种方法,$\cdots$, 做第k步有m_k种方法, 则完成该事共有$m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_k$种方法.
2. 加法原理: 若某事可由k类不同途径之一去完成,在第一类途径中有m_1种完成方法, 在第二类途径中有m_2种完成方法, $\cdots$, 在第k类途径中有m_k种完成方法,则完成该事共有

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_k \text{ 种方法.}$$

1.2.7 排列与组合公式推导的两条计数原理

1. 乘法原理: 若某件事需经k个步骤才能完成, 做第一步有m_1种方法, 做第二步有m_2 种方法,$\cdots$, 做第k步有m_k种方法, 则完成该事共有$m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_k$种方法.
2. 加法原理: 若某事可由k类不同途径之一去完成,在第一类途径中有m_1种完成方法, 在第二类途径中有m_2种完成方法, $\cdots$, 在第k类途径中有m_k种完成方法,则完成该事共有
$$m_1 + m_2 + \cdots + m_k \text{ 种方法.}$$

1.2.7 排列与组合公式推导的两条计数原理

1. 乘法原理: 若某件事需经k个步骤才能完成, 做第一步有m_1种方法, 做第二步有m_2 种方法,$\cdots$, 做第k步有m_k种方法, 则完成该事共有$m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_k$种方法.
2. 加法原理: 若某事可由k类不同途径之一去完成,在第一类途径中有m_1种完成方法, 在第二类途径中有m_2种完成方法, $\cdots$, 在第k类途径中有m_k种完成方法,则完成该事共有

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_k \text{ 种方法.}$$

1.2.8排列与组合公式

1. 排列: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素排成一列, 称此为一个排列, 此种排列的总数记为P_n^r, 按乘法原理可得
$$P_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$
2. 组合: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素并成一组(不考虑元素间的先后次序),称此为一个组合,此种组合的总数记为C_n^r, 由乘法原理组合的总数为
$$C_n^r = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$
3. 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个, 放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列, 此种重复排列数共有n^r个.

1.2.8排列与组合公式

1. 排列: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素排成一列, 称此为一个排列, 此种排列的总数记为P_n^r, 按乘法原理可得
$$P_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$
2. 组合: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素并成一组(不考虑元素间的先后次序),称此为一个组合,此种组合的总数记为C_n^r, 由乘法原理组合的总数为
$$C_n^r = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$
3. 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个, 放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列, 此种重复排列数共有n^r个.

1.2.8排列与组合公式

1. 排列: 从n个不同的元素中任取$r(r \leq n)$个元素排成一列, 称此为一个排列, 此种排列的总数记为P_n^r, 按乘法原理可得
$$P_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

2. 组合: 从n个不同的元素中任取$r(r \leq n)$个元素并成一组(不考虑元素间的先后次序),称此为一个组合,此种组合的总数记为C_n^r, 由乘法原理组合的总数为
$$C_n^r = \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

3. 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个, 放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列, 此种重复排列数共有n^r个.

1.2.8排列与组合公式

1. 排列: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素排成一列, 称此为一个排列, 此种排列的总数记为P_n^r, 按乘法原理可得
$$P_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$
2. 组合: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素并成一组(不考虑元素间的先后次序),称此为一个组合,此种组合的总数记为C_n^r, 由乘法原理组合的总数为
$$C_n^r = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$
3. 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个, 放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列, 此种重复排列数共有n^r个.

1.2.8排列与组合公式

1. 排列: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素排成一列, 称此为一个排列, 此种排列的总数记为P_n^r, 按乘法原理可得
$$P_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$
2. 组合: 从n个不同的元素中任取$r(r \le n)$个元素并成一组(不考虑元素间的先后次序),称此为一个组合,此种组合的总数记为C_n^r, 由乘法原理组合的总数为
$$C_n^r = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$
3. 重复排列: 从n个不同元素中每次取出一个, 放回后再取下一个,如此连续取r次所得的排列称为重复排列, 此种重复排列数共有n^r个.

例1.2.2

1. 将n只球随机地放入N个盒子中去,试求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限).
2. 设有N件产品,其中有D件次品,今从中任取n件,问其中恰有k件$(k \le D)$次品的概率是多少?
3. 袋中有a只白球, b只红球, 现有k 个人依次在袋中取一只球, 作不放回抽取, 求第$i(i = 1, 2, \cdots, k)$人取到白球的概率.
4. 从1 到2000的整数中随机地抽取一个数,问取到的数既不能被6整除,又不能被8整除的概率是多少?

例1.2.2

1. 将n只球随机地放入N个盒子中去,试求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限).
2. 设有N件产品,其中有D件次品,今从中任取n件,问其中恰有k件$(k \leq D)$次品的概率是多少?
3. 袋中有a只白球, b只红球, 现有k 个人依次在袋中取一只球, 作不放回抽取, 求第$i(i = 1, 2, \cdots, k)$人取到白球的概率.
4. 从1 到2000的整数中随机地抽取一个数,问取到的数既不能被6整除,又不能被8整除的概率是多少?

例1.2.2

1. 将n只球随机地放入N个盒子中去,试求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限).
2. 设有N件产品,其中有D件次品,今从中任取n件,问其中恰有k件($k \leq D$)次品的概率是多少?
3. 袋中有a只白球, b只红球, 现有k 个人依次在袋中取一只球, 作不放回抽取, 求第$i(i = 1, 2, \cdots, k)$人取到白球的概率.
4. 从1 到2000的整数中随机地抽取一个数,问取到的数既不能被6整除,又不能被8整除的概率是多少?

例1.2.2

1. 将n只球随机地放入N个盒子中去,试求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限).
2. 设有N件产品,其中有D件次品,今从中任取n件,问其中恰有k件$(k \le D)$次品的概率是多少?
3. 袋中有a只白球, b只红球, 现有k 个人依次在袋中取一只球, 作不放回抽取, 求第$i(i = 1, 2, \cdots, k)$人取到白球的概率.
4. 从1 到2000的整数中随机地抽取一个数,问取到的数既不能被6整除,又不能被8整除的概率是多少?

例1.2.2

1. 将n只球随机地放入N个盒子中去,试求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限).
2. 设有N件产品,其中有D件次品,今从中任取n件,问其中恰有k件$(k \le D)$次品的概率是多少?
3. 袋中有a只白球, b只红球, 现有k 个人依次在袋中取一只球, 作不放回抽取, 求第$i(i = 1, 2, \cdots, k)$人取到白球的概率.
4. 从1 到2000的整数中随机地抽取一个数,问取到的数既不能被6整除,又不能被8整除的概率是多少?

例1.2.3

将15名新生随机地平均分配到三个班级中去,这15名新生中有3名是优秀生. 问(1)每个班级分配到一名优秀生的概率是多少? (2)3名优秀生分配在同一班级的概率是多少?

例1.2.3

将15名新生随机地平均分配到三个班级中去,这15名新生中有3名是优秀生. 问(1)每个班级分配到一名优秀生的概率是多少?
(2)3名优秀生分配在同一班级的概率是多少?

小结

1. 用古典概型来求事件A的概率时，首先要根据实际问题的需要，选择一个合适的样本空间，一定要使得该样本空间满足古典概型的两个条件.然后计算样本空间中的基本事件的个数和事件A中所包含基本事件的个数.
2. 要注意放回抽样和不放回抽样两种抽样方式的区别. 另外，在计算某一事件的概率时，可先求其它事件的概率，再利用事件的运算法则和概率的性质求得所要求的事件的概率.

小结

1. 用古典概型来求事件A的概率时，首先要根据实际问题的需要，选择一个合适的样本空间，一定要使得该样本空间满足古典概型的两个条件. 然后计算样本空间中的基本事件的个数和事件A中所包含基本事件的个数.
2. 要注意放回抽样和不放回抽样两种抽样方式的区别. 另外，在计算某一事件的概率时，可先求其它事件的概率，再利用事件的运算法则和概率的性质求得所要求的事件的概率.

小结

1. 用古典概型来求事件A的概率时，首先要根据实际问题的需要，选择一个合适的样本空间，一定要使得该样本空间满足古典概型的两个条件.然后计算样本空间中的基本事件的个数和事件A中所包含基本事件的个数.
2. 要注意放回抽样和不放回抽样两种抽样方式的区别. 另外，在计算某一事件的概率时，可先求其它事件的概率，再利用事件的运算法则和概率的性质求得所要求的事件的概率.

小结

1. 用古典概型来求事件A的概率时，首先要根据实际问题的需要，选择一个合适的样本空间，一定要使得该样本空间满足古典概型的两个条件.然后计算样本空间中的基本事件的个数和事件A中所包含基本事件的个数.
2. 要注意放回抽样和不放回抽样两种抽样方式的区别. 另外，在计算某一事件的概率时，可先求其它事件的概率，再利用事件的运算法则和概率的性质求得所要求的事件的概率.

小结

1. 用古典概型来求事件A的概率时，首先要根据实际问题的需要，选择一个合适的样本空间，一定要使得该样本空间满足古典概型的两个条件.然后计算样本空间中的基本事件的个数和事件A中所包含基本事件的个数.
2. 要注意放回抽样和不放回抽样两种抽样方式的区别. 另外，在计算某一事件的概率时，可先求其它事件的概率，再利用事件的运算法则和概率的性质求得所要求的事件的概率.

Outline

1. 随机试验、样本空间和随机事件
2. 频率、概率与等可能概形（古典概形）
3. 条件概率和和独立性

1.3.1 条件概率的定义

设A, B是两个事件,且$P(A) > 0$,称$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下, 事件$B$的条件概率. 当$A = S$时, 可得$P(B) = P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A) \geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A) = 1$.
3. 可列可加性: 设$B_1, B_2, \cdots,$是两两互不相容的事件,则有
$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i|A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A,B是两个事件,且$P(A)>0$,称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下, 事件$B$的条件概率. 当$A=S$时, 可得$P(B)=P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A)\geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A)=1$.
3. 可列可加性: 设$B_1,B_2,\cdots$,是两两互不相容的事件,则有

$$P(\cup_{i=1}^{\infty}B_i|A)=\sum_{i=1}^{\infty}P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A,B是两个事件,且$P(A)>0$,称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下,事件$B$的条件概率. 当$A=S$时,可得$P(B)=P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A)\geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A)=1$.
3. 可列可加性: 设$B_1,B_2,\cdots$,是两两互不相容的事件,则有
$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty}B_i|A)=\sum_{i=1}^{\infty}P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A,B是两个事件,且$P(A)>0$,称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下, 事件$B$的条件概率. 当$A=S$时, 可得$P(B)=P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A)\geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A)=1$.
3. 可列可加性: 设$B_1,B_2,\cdots$,是两两互不相容的事件,则有

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i|A)=\sum_{i=1}^{\infty} P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A,B是两个事件,且$P(A)>0$,称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下, 事件$B$的条件概率. 当$A=S$时, 可得$P(B)=P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A)\geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A)=1$.
3. 可列可加性: 设$B_1,B_2,\cdots$,是两两互不相容的事件,则有

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty}B_i|A)=\sum_{i=1}^{\infty}P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A, B是两个事件,且$P(A) > 0$,称$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下, 事件$B$的条件概率. 当$A = S$时, 可得$P(B) = P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A) \geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A) = 1$.
3. 可列可加性: 设$B_1, B_2, \cdots$,是两两互不相容的事件,则有
$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i|A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i|A).$$

1.3.1 条件概率的定义

设A,B是两个事件,且$P(A)>0$,称$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件$A$发生的条件下,事件$B$的条件概率. 当$A=S$时,可得$P(B)=P(B|S)$.

1.3.2 条件概率满足概率公理化定义的三个条件

1. 非负性: 对任一事件B有$P(B|A)\geq 0$.
2. 规范性: 对必然事件S有$P(S|A)=1$.
3. 可列可加性: 设$B_1,B_2,\cdots$,是两两互不相容的事件,则有

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty}B_i|A)=\sum_{i=1}^{\infty}P(B_i|A).$$

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1,B_2,\cdots,B_n$有 $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]=P(B_1|A)+P(B_2|A)+\cdots+P(B_n|A)$.
2. 若$B\subset C$, 则有 $P[(C-B)|A]=P(C|A)-P(B|A)$.
   由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A)\geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A)+P(\overline{B}|A)=1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
   $$P[(B\cup C)|A]=P(B|A)+P(C|A)-P(BC|A).$$
5. 对$\forall n$个事件$B_1,B_2,\cdots,B_n$, $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]$等于
   $\sum_{i=1}^{n}P(B_i|A)-\sum_{1\leq i<j\leq n}P(B_iB_j|A)+\sum_{1\leq i<j<k\leq n}P(B_iB_jB_k|A)+\cdots+(-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A)$.

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有 $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A] = P(B_1|A)+P(B_2|A)+\cdots+P(B_n|A)$.
2. 若$B \subset C$, 则有 $P[(C-B)|A] = P(C|A) - P(B|A)$.
   由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A) \geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A) + P(\overline{B}|A) = 1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
   $$P[(B \cup C)|A] = P(B|A) + P(C|A) - P(BC|A).$$
5. 对$\forall n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A]$等于
   $\sum_{i=1}^{n} P(B_i|A) - \sum_{1\leq i<j\leq n} P(B_iB_j|A) + \sum_{1\leq i<j<k\leq n} P(B_iB_jB_k|A) + \cdots + (-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A)$.

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有 $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]=P(B_1|A)+P(B_2|A)+\cdots+P(B_n|A)$.
2. 若$B\subset C$, 则有 $P[(C-B)|A]=P(C|A)-P(B|A)$.
   由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A)\geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A)+P(\overline{B}|A)=1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
$$P[(B\cup C)|A]=P(B|A)+P(C|A)-P(BC|A).$$
5. 对$\forall n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]$等于
$$\sum_{i=1}^{n}P(B_i|A)-\sum_{1\leq i<j\leq n}P(B_iB_j|A)+\sum_{1\leq i<j<k\leq n}P(B_iB_jB_k|A)+\cdots+(-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A).$$

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有
$P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A] = P(B_1|A) + P(B_2|A) + \cdots + P(B_n|A)$.
2. 若$B \subset C$, 则有 $P[(C-B)|A] = P(C|A) - P(B|A)$.
由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A) \geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A) + P(\overline{B}|A) = 1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
$$P[(B \cup C)|A] = P(B|A) + P(C|A) - P(BC|A).$$
5. 对$\forall\, n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A]$等于
$$\sum_{i=1}^{n} P(B_i|A) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(B_iB_j|A) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} P(B_iB_jB_k|A) + \cdots + (-1)^{n-1} P(B_1B_2 \cdots B_n|A).$$

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有 $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]=P(B_1|A)+P(B_2|A)+\cdots+P(B_n|A)$.
2. 若$B\subset C$, 则有 $P[(C-B)|A]=P(C|A)-P(B|A)$.
   由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A)\geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A)+P(\overline{B}|A)=1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
   $$P[(B\cup C)|A]=P(B|A)+P(C|A)-P(BC|A).$$
5. 对$\forall n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n)|A]$等于
   $$\sum_{i=1}^{n}P(B_i|A)-\sum_{1\leq i<j\leq n}P(B_iB_j|A)+\sum_{1\leq i<j<k\leq n}P(B_iB_jB_k|A)+\cdots+(-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A).$$

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A) > 0$, 则$P(\emptyset|A) = 0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有
$P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A] = P(B_1|A) + P(B_2|A) + \cdots + P(B_n|A)$.
2. 若$B \subset C$, 则有 $P[(C - B)|A] = P(C|A) - P(B|A)$.
由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A) \geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A) + P(\overline{B}|A) = 1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
$$P[(B \cup C)|A] = P(B|A) + P(C|A) - P(BC|A).$$
5. 对$\forall\, n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A]$等于
$\sum\limits_{i=1}^{n} P(B_i|A) - \sum\limits_{1\le i<j\le n} P(B_iB_j|A) + \sum\limits_{1\le i<j<k\le n} P(B_iB_jB_k|A) + \cdots + (-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A)$.

条件概率的性质: 设事件A的概率$P(A)>0$, 则$P(\emptyset|A)=0$, 以及

1. 有限可加性: 对任意的两两互不相容的事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$有 $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A] = P(B_1|A) + P(B_2|A) + \cdots + P(B_n|A)$.
2. 若$B \subset C$, 则有 $P[(C-B)|A] = P(C|A) - P(B|A)$.
   由条件概率的非负性, 可知 $P(C|A) \geq P(B|A)$.
3. 对于任意的事件B, 有 $P(B|A) + P(\overline{B}|A) = 1$.
4. 加法公式: 对于任意两个事件B和C, 有
   $$P[(B \cup C)|A] = P(B|A) + P(C|A) - P(BC|A).$$
5. 对$\forall\, n$个事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$, $P[(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n)|A]$等于
   $\sum\limits_{i=1}^{n} P(B_i|A) - \sum\limits_{1\leq i<j\leq n} P(B_iB_j|A) + \sum\limits_{1\leq i<j<k\leq n} P(B_iB_jB_k|A) + \cdots + (-1)^{n-1}P(B_1B_2\cdots B_n|A)$.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A)>0$, 则有 $P(AB)=P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB)>0$, 则有 $P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$, 则 $P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A)>0$, 则有 $P(AB)=P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB)>0$, 则有 $P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$, 则 $P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A) > 0$, 则有 $P(AB) = P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB) > 0$, 则有 $P(ABC) = P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1}) > 0$, 则
$P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A)>0$, 则有　$P(AB)=P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB)>0$, 则有　$P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$, 则
$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A)>0$, 则有 $P(AB)=P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB)>0$, 则有 $P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$, 则
$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

1.3.3 乘法定理

1. 设$P(A)>0$, 则有 $P(AB)=P(B|A)P(A)$.
2. 若$P(AB)>0$, 则有 $P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$.

一般地, 设n个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$满足$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$, 则
$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$.

例1.3.1

设袋中装有r只红球, t只白球, 每次自袋中任取一只球, 观察其颜色然后放回, 并再放入a只与所取出的那只球同色的球. 若在袋中连续取球四次, 试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率.

例1.3.2

设某光学仪器厂制造的透镜, 第一次落下时打破的概率为1/2, 若第一次落下未打破, 第二次打破的概率为7/10, 若前两次落下未打破, 第三次落下打破的概率为9/10. 试求透镜落下三次而未打破的概率.

例1.3.3

制造一种零件可采用两种工艺, 第一种工艺有两道工序, 每道工序的废品率都是0.3; 第二种工艺有三道工序, 每道工序的废品率分别为0.1, 0.2, 0.3. 如果用第一种工艺在合格的零件中, 一级品率为0.8; 而用第二种工艺, 合格品中的一级品率为0.9; 试问哪一种工艺能保证得到一级品的概率较大?

例1.3.2

设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为1/2，若第一次落下未打破，第二次打破的概率为7/10，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为9/10. 试求透镜落下三次而未打破的概率.

例1.3.3

制造一种零件可采用两种工艺，第一种工艺有两道工序，每道工序的废品率都是0.3；第二种工艺有三道工序，每道工序的废品率分别为0.1, 0.2, 0.3. 如果用第一种工艺在合格的零件中，一级品率为0.8；而用第二种工艺，合格品中的一级品率为0.9；试问哪一种工艺能保证得到一级品的概率较大?

例1.3.2

设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为$1/2$，若第一次落下未打破，第二次打破的概率为$7/10$，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为$9/10$. 试求透镜落下三次而未打破的概率.

例1.3.3

制造一种零件可采用两种工艺，第一种工艺有两道工序，每道工序的废品率都是0.3；第二种工艺有三道工序，每道工序的废品率分别为$0.1, 0.2, 0.3$. 如果用第一种工艺在合格的零件中，一级品率为0.8；而用第二种工艺，合格品中的一级品率为0.9；试问哪一种工艺能保证得到一级品的概率较大?

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n$;
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S$,

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n;$
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S,$

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n$;
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S$,

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n;$
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S,$

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n;$
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S,$

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n;$
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S,$

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.4 样本空间划分的定义

设S为试验E的样本空间, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为E的一组事件. 若满足

1. $B_iB_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, n;$
2. $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S,$

则称$B_1, B_2, \cdots, B_n$为样本空间S的一个划分.

例1.3.4

设E是随机试验：抛一颗骰子，观察出现的点数.

样本空间为$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

事件组$B_1 = \{1, 2, 3\}, B_2 = \{4, 5\}, B_3 = \{6\}$是$S$的一个划分.

事件组$C_1 = \{1, 2, 3\}, C_2 = \{3, 4\}, C_3 = \{5, 6\}$不是$S$的划分.

1.3.5 全概率公式

定理　设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分, 且$P(B_i) > 0(i = 1, 2, \cdots, n)$, 则对任意事件$A$, 有
$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n)$.

1.3.6 贝叶斯公式

定理　设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分, 且$P(B_i) > 0(i = 1, 2, \cdots, n)$, 若事件$A$的概率$P(A) > 0$, 则

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}, i = 1, 2, \cdots, n.$$

1.3.5 全概率公式

定理　设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分, 且$P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \cdots, n)$, 则对任意事件$A$, 有
$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n)$.

1.3.6 贝叶斯公式

定理　设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分, 且$P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \cdots, n)$, 若事件$A$的概率$P(A) > 0$, 则

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}, i = 1, 2, \cdots, n.$$

1.3.5 全概率公式

定理 设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分，且$P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \cdots, n)$, 则对任意事件$A$, 有
$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n)$.

1.3.6 贝叶斯公式

定理 设试验E的样本空间为S, $B_1, B_2, \cdots, B_n$为S的一个划分，且$P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \cdots, n)$, 若事件$A$的概率$P(A) > 0$, 则

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}, i = 1, 2, \cdots, n.$$

例1.3.5

某电子设备制造厂所用的元件是由三家元件制造厂提供的, 根据以往的记录有以下的数据:

元件制造厂	次品率	提供元件的份额
1	0.02	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设这三家工厂的产品在仓库中是均匀混合的, 且无区别的标志. (1)在仓库中随机地取一只元件, 求它是次品的概率; (2)在仓库中随机地取一只元件, 若已知取到的是次品, 为分析此次品出自何厂, 需求出此次品由三家工厂生产的概率分别是多少. 试求这些概率.

例1.3.6

对以往数据分析结果表明, 当机器调整得良好时, 产品合格率为0.98,而当机器发生某种故障时,其合格率为0.55. 每天早上机器开动时, 机器调整良好的概率为0.95. 试求已知某日早上第一件产品是合格品时, 机器调整良好的概率是多少?

例1.3.7

根据以往的临床记录, 某种诊断癌症的试验具有如下的效果： 若以A表示事件“试验反应为阳性”, 以C表示事件“被诊断者患有癌症”, 则有$P(A|C)=0.95, P(\bar{A}|\bar{C})=0.95$. 现在对自然人群进行普查, 设被试验的人患有癌症的概率为0.005, 即$P(C)=0.005$, 试求$P(C|A)$.

例1.3.6

对以往数据分析结果表明, 当机器调整得良好时, 产品合格率为0.98,而当机器发生某种故障时,其合格率为0.55. 每天早上机器开动时, 机器调整良好的概率为0.95. 试求已知某日早上第一件产品是合格品时, 机器调整良好的概率是多少?

例1.3.7

根据以往的临床记录, 某种诊断癌症的试验具有如下的效果: 若以A表示事件“试验反应为阳性”, 以C表示事件“被诊断者患有癌症”, 则有$P(A|C)=0.95$, $P(\bar{A}|\bar{C})=0.95$. 现在对自然人群进行普查, 设被试验的人患有癌症的概率为0.005, 即$P(C)=0.005$, 试求$P(C|A)$.

例1.3.6

对以往数据分析结果表明，当机器调整得良好时，产品合格率为0.98,而当机器发生某种故障时,其合格率为0.55. 每天早上机器开动时，机器调整良好的概率为0.95. 试求已知某日早上第一件产品是合格品时，机器调整良好的概率是多少?

例1.3.7

根据以往的临床记录，某种诊断癌症的试验具有如下的效果： 若以A表示事件“试验反应为阳性”，以C表示事件“被诊断者患有癌症”，则有$P(A|C)=0.95, P(\bar{A}|\bar{C})=0.95$. 现在对自然人群进行普查，设被试验的人患有癌症的概率为0.005，即$P(C)=0.005$，试求$P(C|A)$.

往年期末考题

1. **题 1** 商店论箱出售玻璃杯, 每箱20只, 其中每箱含0, 1, 2只次品的概率为0.8, 0.1, 0.1. 某顾客任选一箱, 挑出4只检查,若结果都是好的,就买下该箱玻璃.
(1)顾客买下该箱玻璃的概率是多少?
(2)问顾客买下的一箱中,含有一只次品的概率是多少?
2. **题 2** 有两箱同种类的零件,第一箱装50只, 其中10只一等品; 第二箱装30只,其中18只一等品. 今从两箱中任挑出一箱,然后从该箱中取零件两次,每次任取一只,作不放回抽样.求
(1)第一次取到的零件是一等品的概率.
(2)第一次取到的零件是一等品的条件下, 第二次取到的也是一等品的概率.

往年期末考题

1. 题 1 商店论箱出售玻璃杯，每箱20只，其中每箱含0, 1, 2只次品的概率为0.8, 0.1, 0.1. 某顾客任选一箱，挑出4只检查,若结果都是好的,就买下该箱玻璃.
(1)顾客买下该箱玻璃的概率是多少?
(2)问顾客买下的一箱中,含有一只次品的概率是多少?
2. 题 2 有两箱同种类的零件,第一箱装50只，其中10只一等品; 第二箱装30只,其中18只一等品. 今从两箱中任挑出一箱,然后从该箱中取零件两次,每次任取一只,作不放回抽样.求
(1)第一次取到的零件是一等品的概率.
(2)第一次取到的零件是一等品的条件下，第二次取到的也是一等品的概率.

往年期末考题

1. **题 1** 商店论箱出售玻璃杯, 每箱20只, 其中每箱含0, 1, 2只次品的概率为0.8, 0.1, 0.1. 某顾客任选一箱, 挑出4只检查,若结果都是好的,就买下该箱玻璃.
   (1)顾客买下该箱玻璃的概率是多少?
   (2)问顾客买下的一箱中,含有一只次品的概率是多少?
2. **题 2** 有两箱同种类的零件,第一箱装50只, 其中10只一等品; 第二箱装30只,其中18只一等品. 今从两箱中任挑出一箱,然后从该箱中取零件两次,每次任取一只,作不放回抽样.求
   (1)第一次取到的零件是一等品的概率.
   (2)第一次取到的零件是一等品的条件下, 第二次取到的也是一等品的概率.

往年期末考题

1. **题 1** 商店论箱出售玻璃杯, 每箱20只, 其中每箱含0, 1, 2只次品的概率为0.8, 0.1, 0.1. 某顾客任选一箱, 挑出4只检查,若结果都是好的,就买下该箱玻璃.
   (1)顾客买下该箱玻璃的概率是多少?
   (2)问顾客买下的一箱中,含有一只次品的概率是多少?
2. **题 2** 有两箱同种类的零件,第一箱装50只, 其中10只一等品;第二箱装30只,其中18只一等品. 今从两箱中任挑出一箱,然后从该箱中取零件两次,每次任取一只,作不放回抽样.求
   (1)第一次取到的零件是一等品的概率.
   (2)第一次取到的零件是一等品的条件下, 第二次取到的也是一等品的概率.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A, B是两事件, 如果满足等式$P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A, B独立. 事件A, B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A, B是两事件, 且$P(A) > 0$, 则
$$A, B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B);$$
2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A, B是两事件, 如果满足等式$P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A, B独立. 事件A, B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A, B是两事件, 且$P(A) > 0$, 则
$$A, B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B);$$
2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A, B是两事件, 如果满足等式$P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A, B独立. 事件A, B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A, B是两事件, 且$P(A) > 0$, 则
$$A, B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B);$$
2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A, B是两事件, 如果满足等式$P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A, B独立. 事件A, B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A, B是两事件, 且$P(A) > 0$, 则
$$A, B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B);$$
2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A, B是两事件, 如果满足等式$P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A, B独立. 事件A, B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A, B是两事件, 且$P(A) > 0$, 则

$$A, B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B);$$

2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.7 两个事件相互独立的定义

设A,B是两事件, 如果满足等式$P(AB)=P(A)P(B)$, 则称事件A和B相互独立, 简称A,B独立. 事件A,B相互独立的含义是它们中一个已发生, 不影响另一个发生的概率.

1.3.8 关于事件独立性的两个定理

1. 设A,B是两事件, 且$P(A)>0$, 则
$$A,B\text{相互独立} \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A)=P(B);$$
2. 若事件A与B相互独立, 则A与$\overline{B}$, $\overline{A}$与B和$\overline{A}$与$\overline{B}$ 都相互独立.

1.3.9 任意n个事件相互独立的定义($n \geq 3$)

设$A_1, A_2, \cdots, A_n$是n个事件($n \geq 2$), 如果对于其中任意两个, 三个, $\cdots$, 任意n个事件的积事件的概率,都等于各事件概率之积,则称事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$相互独立.

例如, 事件A, B, C相互独立 $\Leftrightarrow \begin{cases} P(AB) = P(A)P(B) \\ P(BC) = P(B)P(C) \\ P(AC) = P(A)P(C) \\ P(ABC) = P(A)P(B)P(C). \end{cases}$

1.3.9 任意n个事件相互独立的定义($n \geq 3$)

设$A_1, A_2, \cdots, A_n$是n个事件($n \geq 2$), 如果对于其中任意两个, 三个, $\cdots$, 任意n个事件的积事件的概率,都等于各事件概率之积,则称事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$相互独立.

例如, 事件A, B, C相互独立 $\Leftrightarrow \begin{cases} P(AB) = P(A)P(B) \\ P(BC) = P(B)P(C) \\ P(AC) = P(A)P(C) \\ P(ABC) = P(A)P(B)P(C). \end{cases}$

1.3.9 任意n个事件相互独立的定义($n \geq 3$)

设$A_1, A_2, \cdots, A_n$是n个事件($n \geq 2$), 如果对于其中任意两个, 三个, $\cdots$, 任意n个事件的积事件的概率,都等于各事件概率之积,则称事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$相互独立.

例如, 事件A, B, C相互独立 $\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} P(AB) = P(A)P(B) \\ P(BC) = P(B)P(C) \\ P(AC) = P(A)P(C) \\ P(ABC) = P(A)P(B)P(C). \end{cases}$$

命题1.3.10

若事件$A_1, A_2, \cdots, A_n (n \geq 2)$相互独立, 则其中任意$k (2 \leq k \leq n)$个事件也是相互独立的, 并且若将$A_1, A_2, \cdots, A_n$中任意多个事件换成他们的逆事件, 所得的$n$个事件仍相互独立.

例1.3.8

一盒子中有编号为1, 2, 3, 4的4只球, 随机地从盒子中取出一只球, A表示事件取到的是1号或2号, B表示事件取到的是1号或3号, C表示事件取到的是1或4号. 问A, B, C是否两两独立, A, B, C是否相互独立?

命题1.3.10

若事件$A_1, A_2, \cdots, A_n (n \geq 2)$相互独立, 则其中任意$k (2 \leq k \leq n)$个事件也是相互独立的, 并且若将$A_1, A_2, \cdots, A_n$中任意多个事件换成他们的逆事件, 所得的$n$个事件仍相互独立.

例1.3.8

一盒子中有编号为1, 2, 3, 4的4只球, 随机地从盒子中取出一只球, A表示事件取到的是1号或2号, B表示事件取到的是1号或3号, C表示事件取到的是1或4号. 问A, B, C是否两两独立, A, B, C是否相互独立?

命题1.3.10

若事件$A_1, A_2, \cdots, A_n (n \geq 2)$相互独立, 则其中任意$k(2 \leq k \leq n)$个事件也是相互独立的, 并且若将$A_1, A_2, \cdots, A_n$中任意多个事件换成他们的逆事件, 所得的$n$个事件仍相互独立.

例1.3.8

一盒子中有编号为1, 2, 3, 4的4只球, 随机地从盒子中取出一只球, A表示事件取到的是1号或2号, B表示事件取到的是1号或3号, C表示事件取到的是1或4号. 问A, B, C是否两两独立, A, B, C是否相互独立?

例1.3.9

设有1, 2, 3, 4四个元件, 按1, 2和3, 4分别串联再并联的方式连接. 设第i个元件的可靠性为$p_i(i=1,2,3,4)$ 试求系统的可靠性.

在实际应用中, 对于事件的独立性常常是根据事件的实际意义去判断. 一般, 若根据实际情况分析, 两事件之间没有关联或则关联很微弱, 那就认为它们是相互独立的.

例1.3.10

要验收一批100件乐器,验收方案如下,自该批乐器中随机地取3件测试. 假设3件乐器的测试结果是相互独立的. 如果3件中至少有一件在测试中被认为音阶不纯,这批乐器就被拒绝接收,设一件音色不纯的乐器经测试查处其音色不纯的概率为0.95, 而一件音色纯的乐器,经测试被误认为不纯的概率为0.01. 如果已知100件乐器中共有4件音色不纯,试问这批乐器被接受的概率为多少?

例1.3.9

设有1, 2, 3, 4四个元件, 按1, 2和3, 4分别串联再并联的方式连接. 设第i个元件的可靠性为$p_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 试求系统的可靠性.

在实际应用中, 对于事件的独立性常常是根据事件的实际意义去判断. 一般, 若根据实际情况分析, 两事件之间没有关联或则关联很微弱, 那就认为它们是相互独立的.

例1.3.10

要验收一批100件乐器,验收方案如下,自该批乐器中随机地取3件测试. 假设3件乐器的测试结果是相互独立的. 如果3件中至少有一件在测试中被认为音阶不纯,这批乐器就被拒绝接收,设一件音色不纯的乐器经测试查处其音色不纯的概率为0.95, 而一件音色纯的乐器,经测试被误认为不纯的概率为0.01. 如果已知100件乐器中共有4件音色不纯,试问这批乐器被接受的概率为多少?

例1.3.9

设有1, 2, 3, 4四个元件, 按1, 2和3, 4分别串联再并联的方式连接. 设第i个元件的可靠性为$p_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 试求系统的可靠性.
在实际应用中, 对于事件的独立性常常是根据事件的实际意义去判断. 一般, 若根据实际情况分析, 两事件之间没有关联或则关联很微弱, 那就认为它们是相互独立的.

例1.3.10

要验收一批100件乐器,验收方案如下,自该批乐器中随机地取3件测试. 假设3件乐器的测试结果是相互独立的. 如果3件中至少有一件在测试中被认为音阶不纯,这批乐器就被拒绝接收,设一件音色不纯的乐器经测试查处其音色不纯的概率为0.95, 而一件音色纯的乐器,经测试被误认为不纯的概率为0.01. 如果已知100件乐器中共有4件音色不纯,试问这批乐器被接受的概率为多少?

例1.3.9

设有1, 2, 3, 4四个元件, 按1, 2和3, 4分别串联再并联的方式连接. 设第i个元件的可靠性为$p_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 试求系统的可靠性.
在实际应用中, 对于事件的独立性常常是根据事件的实际意义去判断. 一般, 若根据实际情况分析, 两事件之间没有关联或则关联很微弱, 那就认为它们是相互独立的.

例1.3.10

要验收一批100件乐器,验收方案如下,自该批乐器中随机地取3件测试. 假设3件乐器的测试结果是相互独立的. 如果3件中至少有一件在测试中被认为音阶不纯,这批乐器就被拒绝接收,设一件音色不纯的乐器经测试查处其音色不纯的概率为0.95, 而一件音色纯的乐器,经测试被误认为不纯的概率为0.01. 如果已知100件乐器中共有4件音色不纯,试问这批乐器被接受的概率为多少?

解题思路总结

1. 看清题意, 弄清题中涉及哪些事件, 用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件, 用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时, 检查是否有独立性, 互不相容等条件, 要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时, 检查是否有互不相容, 互逆等条件.

解题思路总结

1. 看清题意，弄清题中涉及哪些事件，用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件，用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时，检查是否有独立性，互不相容等条件，要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时，检查是否有互不相容，互逆等条件.

解题思路总结

1. 看清题意，弄清题中涉及哪些事件，用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件，用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时，检查是否有独立性，互不相容等条件，要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时，检查是否有互不相容，互逆等条件.

解题思路总结

1. 看清题意, 弄清题中涉及哪些事件, 用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件, 用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时, 检查是否有独立性, 互不相容等条件, 要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时, 检查是否有互不相容, 互逆等条件.

解题思路总结

1. 看清题意, 弄清题中涉及哪些事件, 用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件, 用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时, 检查是否有独立性, 互不相容等条件, 要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时, 检查是否有互不相容, 互逆等条件.

解题思路总结

1. 看清题意，弄清题中涉及哪些事件，用字母(或文字)表示事件.
2. 将需要求出概率的事件，用已知概率的事件的运算表达出来.
3. 计算积事件的概率时，检查是否有独立性，互不相容等条件，要注意与条件概率之间的区别.
4. 在计算和事件的概率时，检查是否有互不相容，互逆等条件.

往年期末考题4

设$P(A)=0.3$,$P(B-A)=0.1$, 则$P(A\bigcup B)=$____.

往年期末考题5

设A,B为两个随机事件,下列命题不正确的有(　).
(1) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\geq P(A)$.
(2) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\leq P(A)$.
(3) 若A是必然事件或是不可能事件， 则A与B相互独立.
(4) 设A,B是非零概率事件且$P(A|B)=P(B|A)$, 则$P(A)=P(B)$.
(5) 设A,B为两随机事件,若$P(A)+P(B)>1$, 则A,B必相容.

往年期末考题4

设$P(A)=0.3$,$P(B-A)=0.1$, 则$P(A\bigcup B)=$____.

往年期末考题5

设A,B为两个随机事件,下列命题不正确的有(　).

(1) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\geq P(A)$.

(2) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\leq P(A)$.

(3) 若A是必然事件或是不可能事件, 则A与B相互独立.

(4) 设A,B是非零概率事件且$P(A|B)=P(B|A)$, 则$P(A)=P(B)$.

(5) 设A,B为两随机事件,若$P(A)+P(B)>1$, 则A,B必相容.

往年期末考题4

设$P(A)=0.3$,$P(B-A)=0.1$, 则$P(A\bigcup B)=$ ____.

往年期末考题5

设A,B为两个随机事件,下列命题不正确的有(　).

(1) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\geq P(A)$.

(2) 若$P(B)>0$, 则$P(A|B)\leq P(A)$.

(3) 若A是必然事件或是不可能事件，　则A与B相互独立.

(4) 设A,B是非零概率事件且$P(A|B)=P(B|A)$, 则$P(A)=P(B)$.

(5) 设A,B为两随机事件,若$P(A)+P(B)>1$, 则A,B必相容.

课堂练习3-6

3. 将n个相互独立且可靠性为p的元件相互并联起来组成系统S，则系统S的可靠性为( ).

$(A)p^n$ $(B)1-(1-p)^n$ $(C)1-p^n$ $(D)(1-p)^n$.

4. 设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$，则( ).

(A)事件A与B互不相容 (B)事件A与B互为对立事件.

(C)事件A与B不相互独立. (D)事件A与B相互独立.

6. 设A, B是两个相互独立的事件，$P(A)>0, P(B)>0$，则$A\cup B$的概率为( )

(A) $P(A)+P(B)$ (B)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(C)$1+P(\overline{A})P(\overline{B})$ (D) $1-P(\overline{AB})$

课堂练习3-6

3. 将n个相互独立且可靠性为p的元件相互并联起来组成系统S，则系统S的可靠性为(　).

$(A)p^n$　　$(B)1-(1-p)^n$　　$(C)1-p^n$　　$(D)(1-p)^n$.

4. 设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$, 则(　).

(A)事件A与B互不相容　　(B)事件A与B互为对立事件.

(C)事件A与B不相互独立.　(D)事件A与B相互独立.

6. 设A,B是两个相互独立的事件, $P(A)>0, P(B)>0$,
则$A\cup B$的概率为(　)

(A) $P(A)+P(B)$　　(B)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(C)$1+P(\overline{A})P(\overline{B})$　　(D) $1-P(\overline{AB})$

课堂练习3-6

3. 将n个相互独立且可靠性为p的元件相互并联起来组成系统S，则系统S的可靠性为(　).

$(A) p^n$　　$(B) 1-(1-p)^n$　　$(C) 1-p^n$　　$(D) (1-p)^n$.

4. 设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$, 则(　).

(A)事件A与B互不相容　　(B)事件A与B互为对立事件.

(C)事件A与B不相互独立.　(D)事件A与B相互独立.

6. 设A, B是两个相互独立的事件, $P(A)>0, P(B)>0$, 则$A\cup B$的概率为(　)

(A) $P(A)+P(B)$　　(B)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(C)$1+P(\overline{A})P(\overline{B})$　　(D) $1-P(\overline{AB})$

课堂练习3-6

3. 将n个相互独立且可靠性为p的元件相互并联起来组成系统S，则系统S的可靠性为(　).

$(A)p^n$　　$(B)1-(1-p)^n$　　$(C)1-p^n$　　$(D)(1-p)^n$.

4. 设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$, 则(　).

(A)事件A与B互不相容　　(B)事件A与B互为对立事件.

(C)事件A与B不相互独立.　(D)事件A与B相互独立.

6. 设A, B是两个相互独立的事件, $P(A)>0, P(B)>0$, 则$A\cup B$的概率为(　)

(A) $P(A)+P(B)$　　(B)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(C)$1+P(\overline{A})P(\overline{B})$　　(D) $1-P(\overline{AB})$

课堂练习3-6

3. 将n个相互独立且可靠性为p的元件相互并联起来组成系统S，则系统S的可靠性为(　).

$(A) p^n$　　$(B) 1-(1-p)^n$　　$(C) 1-p^n$　　$(D) (1-p)^n$.

4. 设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$, 则(　).

(A)事件A与B互不相容　　(B)事件A与B互为对立事件.

(C)事件A与B不相互独立.　(D)事件A与B相互独立.

6. 设A, B是两个相互独立的事件, $P(A)>0, P(B)>0$, 则$A\cup B$的概率为(　)

(A) $P(A)+P(B)$　　(B)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(C)$1+P(\overline{A})P(\overline{B})$　　(D) $1-P(\overline{AB})$