



上海大学

SHANGHAI UNIVERSITY

矩阵微分与梯度分析

主讲人：马丽艳

办公室：计1013

Email: liyanma@t.shu.edu.cn

计算机工程与科学学院

作业

矩阵论及其工程应用, p.250

- ① 7.2
- ② 7.5
- ③ 7.8
- ④ 7.9
- ⑤ 7.10
- ⑥ 7.12



7.2 证明: 若 $\phi(\mathbf{x}) = (\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{A} \mathbf{g}(\mathbf{x})$, 则

$$\mathbf{D}_{\mathbf{x}} \phi(\mathbf{x}) = (\mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \mathbf{A}^T \mathbf{D}_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + (\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{A} \mathbf{D}_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

7.5 证明

$$d[\text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})] = 2\text{tr}(\mathbf{X}^T d\mathbf{X})$$

7.8 证明

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \text{tr}[(\mathbf{X}^T \mathbf{C} \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{B} \mathbf{X})]}{\partial \mathbf{X}} \\ &= -(\mathbf{C} + \mathbf{C}^T) \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^T \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{B}^T \mathbf{X}) (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^T \mathbf{X})^{-1} \\ & \quad + (\mathbf{B} + \mathbf{B}^T) \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^T \mathbf{X})^{-1} \end{aligned}$$

7.9 求实标量函数 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{x}$ 和 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ 的 Hessian 矩阵。



7.10 求行列式对数 $\log |\mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X}|$, $\log |\mathbf{X} \mathbf{A} \mathbf{X}^T|$ 和 $\log |\mathbf{X} \mathbf{A} \mathbf{X}|$ 的 Hessian 矩阵。

7.12 求下列迹函数的梯度矩阵：

(1) $\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B})$ 。

(2) $\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X}^T \mathbf{B} \mathbf{X} \mathbf{C})$ 。



上海大学
SHANGHAI UNIVERSITY

谢 谢 !

