上海大学 2013～2014 学年冬季学期试卷（A 卷）

成绩	

课程名：概率论与数理统计（A）课程号：01014016 学分：5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ______________ 应试人学号________________应试人所在院系_______________

题号	一	二	三	四	五
得分	10	30	10	42	8

一、是非题 (2 分×5=10 分)

1、对任意两个事件 A 和 B，一定有 $A-\overline{B}=A\cup B$。 （ ）

2、对任意两个事件 A 和 B，若 $P(B)>0$，则一定有 $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$。 （ ）

3、二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布，X 与 Y 不相关时，X 与 Y 不一定独立。 （ ）

4、在对总体 X 做参数假设检验时，如果样本容量 n 保持不变，则不可能同时降低犯第一类和第二类错误的概率。 （ ）

5、如果总体 X 服从的分布函数含未知参数 θ，统计量 $\hat{\theta}$ 是其无偏估计，则对任意连续函数 h，统计量 $h(\hat{\theta})$ 一定也是 $h(\theta)$ 的无偏估计。 （ ）

二、填空题 (3 分×10=30 分)

6、设 $P(A)=0.4$，$P(A\cup B)$=0.8，则 $P(B|\overline{A})=$____________________。

7、甲乙丙三人同时向目标独立射击，命中率均为 0.6，则至多有一人击中目标的概率为________________。

8、从数字 **1~9** 中可重复地任取 n 次数字，则所取数字的乘积能被 **10** 整除的概率为__________。

9、一袋中装有编号为 **1** 到 **5** 的 **5** 只球，一次随机抽取三球，记 X 为所取球的最小编号，则 $EX=$___。

10、罐中有红球 **6** 只，黑球 **4** 只，从中同时随机抽取两球。已知其中一球为红球，则另一个球也是红球的概率为：__________________。

11、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} a\cos x, & x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}) \\ 0, & x\notin(0,\frac{\pi}{2}) \end{cases}$，则 $a=$___。

12、设随机变量 X 与 Y 独立，且都服从参数为 1 的指数分布，则 $P(1<\min\{X,Y\}\leq 2)=$__________________________。

13、设随机变量 $X\sim B(2,p)$，$Y\sim B(3,p)$，且 $P(X\geq 1)=\frac{16}{25}$，则 $P(Y\geq 1)=$____________。

14、如果总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 都是未知参数，总体的样本均值和样本方差分别为 $\overline{X}$ 和 S^2，样本容量为 n，则参数 σ 的双侧置信区间为______________________，设置信度为 $1-\alpha$。

15、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 都是未知参数，总体的样本均值和样本方差分别为 $\overline{X}$ 和 S^2，样本容量为 n，则假设检验问题

原假设 H_0：$\mu\geq\mu_0$；备选假设 H_1：$\mu<\mu_0$

的显著性水平为 α 的拒绝域为______________。

三、选择题 （共 2 分×5=10 分）

16、设 $P(AB)=0$ 与，那么一定有___。

（A） A 和 B 互不相容； （B） A 和 B 独立；

（C） $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$； （D） $P(A-B)=P(A)$。

17、设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{1}{2}, & 0\le x<1\\ 1-e^{-x}, & x\ge 1\end{cases},$$

则 $P(X=1)$ 的概率为________。

（A）0； （B） $\frac{1}{2}$； （C） $\frac{1}{2}-e^{-1}$； （D） $1-e^{-1}$。

18、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 是未知参数。设 X_1,X_2,X_3 是来自该总体的简单样本，则下面关于均值 μ 的估计中，最有效的是_______。

（A） $\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3$； （B） $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$；

（C） $\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{1}{6}X_3$； （D） $-\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+X_3$。

19、如果两个独立的随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，那么 $X=\max\{X_1,X_2\}$ 的分布函数是________。

（A） $F_1(x)F_2(x)$； （B） $(1-F_1(x))(1-F_1(x))$；

（C） $1-F_1(x)F_2(x)$； （D） $1-(1-F_1(x))(1-F_2(x))$。

20、对给定的某一种区间估计及一组样本观测值 $x_1,x_2,\ldots,x_n$，结论正确的是______。

（A）置信度越大，则置信区间长度越短；（B）置信度越大，则置信区间长度越长；

（C）置信区间的长度与置信度无关； （D）以上结论都不一定成立。

四、计算题（共 42 分）

21、（本题 10 分）有两只盒子，第一个盒子中有 2 个白球和 4 个黑球，第二个盒子中有 4 个白球和 2 个黑球。现在掷一枚均匀硬币，如果是正面，就从第一个盒子中有返回地连续摸 3 个球，如果是反面，就从第二个盒子中有返回地连续模 3 个球。

（1）（+6 分）计算取到的三个球都是白球的概率；

（2）（+4 分）如果已知取到三个都是白球，计算掷出的硬币是正面的概率。

22、（本题 12 分）已知随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}a-|x|, & -1<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

（1）（+2 分）确定常数 a；

（2）（+6 分）计算分布函数 $F(x)$；

（3）（+4 分）计算 $Y=X^2+1$ 的概率密度函数。

23、（本题 10 分）设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	-1	0
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{6}$	a

（1）（+2 分）确定常数 a；

（2）（+3 分）计算 X 与 Y 的边缘分布律，并判断这两个随机变量是否独立；

（3）（+4 分） X 与 Y 的相关系数。

24、（本题 10 分）从某校一个班级的体检记录中随机抽取 **25** 名男生的身高数据，测得平均身高为 **170** 厘米，标准差为 **12** 厘米。如果假设该班级男生的身高 X 服从正态分布 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中，μ 和 σ^2 均为未知参数。试求总体均值和标准差的置信度为 **0.95** 的置信区间。

（附分位数：$u_{0.025}=1.96$，$u_{0.05}=1.65$；

$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.05}(25)=1.7081$，

$\chi^2_{0.025}(24)=39.364$，$\chi^2_{0.025}(25)=40.646$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.415$，$\chi^2_{0.05}(25)=37.652$，

$\chi^2_{0.975}(24)=12.401$，$\chi^2_{0.975}(25)=13.120$，$\chi^2_{0.95}(24)=13.848$，$\chi^2_{0.95}(25)=14.611$）

五、证明题（共 8 分）

25、设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ 1-\theta, & 1\le x<2\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

其中 $0<\theta<1$ 是未知参数。如果 $X_1,\cdots,X_n$ 是一个简单样本，而统计量 T 是样本值小于 1 的样本个数。

（1）（+3 分）证明：参数 θ 的矩估计为 $\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$；

（2）（+5 分）证明：参数 θ 的最大似然估计为 $\dfrac{T}{n}$。