第八章　假设检验

毛雪峰

上海大学理学院数学系

3月4日～3月11日

内容介绍

Outline

假设检验的定义

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断， 首先对它提出一个假设H_0, 然后在H_0为真的条件下, 通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件， 若在一次试验中, 小概率事件居然发生了, 与小概率原理矛盾, 就完全有理由拒绝H_0的正确性, 否则没有充分理由拒绝H_0的正确性， 从而接受H_0.

假设检验的定义

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断, 首先对它提出一个假设H_0, 然后在H_0为真的条件下, 通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件, 若在一次试验中, 小概率事件居然发生了, 与小概率原理矛盾, 就完全有理由拒绝H_0的正确性, 否则没有充分理由拒绝H_0的正确性, 从而接受H_0.

假设检验的定义

假设检验是统计推断的另一类重要问题. 在总体分布函数未知或已知其形式而不知其参数的情况下, 为推断总体的性质而提出某些关于总体的假设. 假设检验就是根据样本得到的信息, 对提出的假设进行判断: 确定接受假设还是拒绝假设.

假设检验的基本思想

为了对总体的分布类型或分布中未知参数作出推断, 首先对它提出一个假设H_0, 然后在H_0为真的条件下, 通过选取适当的统计量来构造一个小概率事件, 若在一次试验中, 小概率事件居然发生了, 与小概率原理矛盾, 就完全有理由拒绝H_0的正确性, 否则没有充分理由拒绝H_0的正确性, 从而接受H_0.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49　0.506　0.518　0.524　0.498　0.511　0.520　0.515　0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49	0.506	0.518	0.524	0.498	0.511	0.520	0.515	0.512

问机器是否正常?

以μ,σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.520 0.515 0.512

问机器是否正常?

以μ,σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0: \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1: \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49	0.506	0.518	0.524	0.498	0.511	0.520	0.515	0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0: \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1: \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

引例

某车间用一台包装机包装葡萄糖. 袋装糖的净重是一个随机变量, 它服从正态分布. 当机器正常时, 其均值为0.5公斤, 标准差为0.015公斤. 某日开工后为检验包装机是否正常, 随机地抽取它所包装的糖9袋, 称得净重为（单位公斤）

0.49　0.506　0.518　0.524　0.498　0.511　0.520　0.515　0.512

问机器是否正常?

以μ, σ分别表示这一天袋装糖重总体X的均值和标准差, 实践表明标准差比较稳定的, 所以在这里我们认为标准差$\sigma = 0.015$ 是已知的. 为了检验机器是否正常工作, 我们提出以下两个相互独立的假设$H_0 : \mu = \mu_0 = 0.5$和$H_1 : \mu \neq \mu_0$. 接下来讨论如何检验假设H_0是错误还是正确的? 根据实际推断原理（即小概率事件在一次试验中是几乎不发生的）, 从给定的样本值出发, 去考察是否有一个拒绝H_0 的小概率事件发生.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.
下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.
当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.
令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而, 若$Z$的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k， 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$， 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$， 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策， 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而, 若$Z$的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时， 则拒绝$H_0$, 而若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时， 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而, 若$Z$的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.
下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而,

若Z的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而

若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$. 下面选定一正数$k$, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}\le\alpha}$.

令$P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而, 若$Z$的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\ge k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.
下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而,

若Z的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而

若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而,

若Z的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而

若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$. 因而,

若Z的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而

若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而, 若$Z$的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

$\overline{X}$是μ的无偏估计量, $\overline{X}$的观察值$\overline{x}$反映μ的大小, 因此观察值$\overline{x}$与μ_0的偏差$|\overline{x}-\mu_0|$不应太大. 若H_0为真, 则$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

下面选定一正数k, 使得当观察值$\overline{x}$满足$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k$时就拒绝假设$H_0$, 反之, 若$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}<k$, 就接受假设$H_0$.

当实际上H_0为真时仍可能作出拒绝H_0的决策, 这是一种错误, 其概率记为$P\{当H_0为真拒绝H_0\}$. 希望将犯这类错误的概率控制在一定限度内, 即给出一个较小的数$\alpha(0<\alpha<1)$, 使犯这类错误的概率不超过α, 即$\underline{P\{当H_0为真拒绝H_0\}\leq\alpha}$.

令$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu_0}\{\frac{|\overline{X}-\mu_0|}{(\sigma/\sqrt{n})}\geq k\}=\alpha\Rightarrow k=z_{\frac{\alpha}{2}}$.因而,

若Z的观察值满足$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|\geq k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则拒绝$H_0$, 而

若$|z|=|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|<k=z_{\frac{\alpha}{2}}$时, 则接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$,

于是拒绝H_0, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{\left|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\overline{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\bar{x} = 0.511$, 即有$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\bar{x}$, 满足不等式$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\bar{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\bar{x}$满足$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha=0.05$, 则有$k=z_{0.025}=1.96$, 已知$n=9, \sigma=0.015$, $\mu_0=0.5$, 再由样本算得$\overline{x}=0.511$, 即有$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|=2.2>1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu=\mu_0$时, $\{\left|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha = 0.05$, 则有$k = z_{0.025} = 1.96$, 已知$n = 9, \sigma = 0.015$, $\mu_0 = 0.5$, 再由样本算得$\bar{x} = 0.511$, 即有$|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| = 2.2 > 1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu = \mu_0$时, $\{|\frac{\bar{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\bar{x}$, 满足不等式$|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\bar{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\bar{x}$满足$|\frac{\bar{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}| < z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

本例取$\alpha=0.05$, 则有$k=z_{0.025}=1.96$, 已知$n=9, \sigma=0.015$, $\mu_0=0.5$, 再由样本算得$\overline{x}=0.511$, 即有$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|=2.2>1.96$, 于是拒绝$H_0$, 认为这天包装机工作不正常.

如上采用的检验法则符合实际推断原理: α取值较小, 若H_0为真, 即当$\mu=\mu_0$时, $\{\left|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}\}$是一个小概率事件, 由实际推断原理可认为如果$H_0$为真, 则依次试验得到的观察值$\overline{x}$, 满足不等式$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$几乎是不会发生的. 现在在一次观察中竟然出现了满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$的$\overline{x}$, 则有理由怀疑原假设$H_0$的正确性, 因而拒绝$H_0$. 若出现的观察值$\overline{x}$满足$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right|<z_{\frac{\alpha}{2}}$, 此时没有理由拒绝假设$H_0$, 只能接受$H_0$.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想, 为了检验“假设”是否成立, 先假设这个“假设”成立, 看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说,“假设”是不能成立的.因此应拒绝这个“假设”.
- 如果没有导致一个小概率事件发生, 则没有理由拒绝原假设.

实际上, 假设检验的基本思想是一种<u>带有概率的反证法</u>.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想, 为了检验“假设”是否成立, 先假设这个“假设”成立, 看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, “假设”是不能成立的.因此应拒绝这个“假设”.
- 如果没有导致一个小概率事件发生, 则没有理由拒绝原假设.

实际上, 假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想，为了检验“假设”是否成立，先假设这个“假设”成立，看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生)，就表明原来的假设不正确，也就是说，“假设”是不能成立的.因此应拒绝这个“假设”.
- 如果没有导致一个小概率事件发生，则没有理由拒绝原假设.

实际上，假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想, 为了检验“假设”是否成立, 先假设这个“假设”成立, 看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, “假设”是不能成立的.因此应拒绝这个“假设”.
- 如果没有导致一个小概率事件发生, 则没有理由拒绝原假设.

实际上, 假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想, 为了检验“假设”是否成立, 先假设这个“假设”成立, 看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, “假设”是不能成立的.因此应拒绝这个“假设”.
- 如果没有导致一个小概率事件发生, 则没有理由拒绝原假设.

实际上, 假设检验的基本思想是一种带有概率的反证法.

假设检验是一种带有概率的反证法

采用反证法的思想, 为了检验"假设"是否成立, 先假设这个"假设"成立, 看由此会产生什么后果.

- 如果导致了一个不合理的现象出现(小概率事件发生), 就表明原来的假设不正确, 也就是说, "假设"是不能成立的.因此应拒绝这个"假设".
- 如果没有导致一个小概率事件发生, 则没有理由拒绝原假设.

实际上, 假设检验的基本思想是一种<u>带有概率的反证法</u>.

假设检验的几个相关概念

通常称H_0为原假设(或称零假设), 而称H_1 为备择假设(或称对立假设), 称数α 为显著性水平, 称统计量$Z=|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|$ 为检验统计量. 当检验统计量取某个区域C中的值时, 就拒绝原假设, 则称区域C为拒绝域, 拒绝域的边界点为临界点.

上例的拒绝域为$|z|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$, 而$z_{\frac{\alpha}{2}}$为临界点.

假设检验的几个相关概念

通常称H_0为原假设(或称零假设), 而称H_1 为备择假设(或称对立假设), 称数α 为显著性水平, 称统计量$Z = |\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|$ 为检验统计量. 当检验统计量取某个区域C中的值时, 就拒绝原假设, 则称区域C为拒绝域, 拒绝域的边界点为临界点.

上例的拒绝域为$|z| \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$, 而$z_{\frac{\alpha}{2}}$为临界点.

假设检验的几个相关概念

通常称H_0为原假设(或称零假设), 而称H_1 为备择假设(或称对立假设), 称数α 为显著性水平, 称统计量$Z=|\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}|$ 为检验统计量. 当检验统计量取某个区域C中的值时, 就拒绝原假设, 则称区域C为拒绝域, 拒绝域的边界点为临界点.
上例的拒绝域为$|z|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$, 而$z_{\frac{\alpha}{2}}$为临界点.

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \le \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误；该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \le \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \leq \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误；该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \le \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \leq \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \leq \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P\{H_1|H_0\} \le \alpha.$$

根据一次抽样结果(一个样本)作出判断, 不可避免会犯以下错误:

1. 当H_0为真时, 我们可能犯拒绝H_0的错误, 将这类错误称之为第I类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_1|H_0\}$或$P_{H_0}\{H_1\}$, 该类错误是“弃真”错误.
2. 当H_0不真时, 我们也可能犯接受H_0的错误, 将这类错误称为第II类错误; 该错误的概率可表示为$P\{H_0|H_1\}$(或$P_{H_1}\{H_0\}$), 该类错误是“取伪”错误.

以上所讲的假设检验就是对犯第一类错误的概率加以控制, 而没有考虑犯第II类错误的概率, 我们将这类假设检验称为显著性检验. 即对事先给定的小数α, 寻找拒绝域C, 使得

$$P\{\text{当}H_0\text{为真时拒绝}H_0\} = P\{H_1|H_0\} \leq \alpha.$$

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为“无效率”, “无改进”, “无价值”等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为"无效率", "无改进", "无价值"等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为“无效率”, “无改进”, “无价值”等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为“无效率”, “无改进”, “无价值”等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为“无效率”, “无改进”, “无价值”等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为"无效率", "无改进", "无价值"等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

如何选定原假设和备择假设?

尽管在一对对立假设中, 可以挑选其中之一作为原假设, 但在进行显著性检验时, 我们是通过使犯第I类错误的概率很小, 而不考虑犯第II类错误的概率, 这就意味着H_0是受保护的, 也表明H_0, H_1的地位不是对等的. 因此选择哪一个假设作为原假设是有区别的, 选择原假设H_0和备择假设H_1的原则是:

1. 使得两类错误中后果严重的错误成为第I类错误;
2. 持谨重的态度, 取原假设为维持现状; 即取为 “无效率”, “无改进”, “无价值” 等.

特别是对单边假设检验, 如果没有明确告诉采用怎样的假设作为原假设, 一般都要根据以上的原则来选择原假设.

例8.1

设一袋中装有黑球和白球共5个, 可能是2黑3白, 也可能4黑1白, 为了检验假设: H_0袋中有2个黑球, H_1袋中有4个黑球从该袋中抓取两个球, 检验规则为: 当取到的两个都是黑球时, 就拒绝H_0 否则接受H_1, 求该检验方法犯第一类错误的概率和犯第二类错误的概率.

解: 由定义
犯第一类错误的概率为

$$P(H_1|H_0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

犯第二类错误的概率

$$P(H_0|H_1) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{4}{10}$$

例8.1

设一袋中装有黑球和白球共5个，可能是2黑3白，也可能4黑1白，为了检验假设：H_0袋中有2个黑球，H_1袋中有4个黑球从该袋中抓取两个球，检验规则为：当取到的两个都是黑球时，就拒绝H_0 否则接受H_1，求该检验方法犯第一类错误的概率和犯第二类错误的概率.

解：由定义
犯第一类错误的概率为

$$P(H_1|H_0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

犯第二类错误的概率

$$P(H_0|H_1) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{4}{10}$$

双边和单边假设检验的定义

- 将形如$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$的假设检验称为双边检验.
- 有时需作$H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$或$H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验. 左边检验和右边检验统称为单边检验.

双边和单边假设检验的定义

- 将形如$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$的假设检验称为双边检验.
- 有时需作$H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$或$H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验. 左边检验和右边检验统称为单边检验.

双边和单边假设检验的定义

- 将形如$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$的假设检验称为双边检验.
- 有时需作$H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$或$H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验. 左边检验和右边检验统称为单边检验.

双边和单边假设检验的定义

- 将形如$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$的假设检验称为双边检验.
- 有时需作$H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$或$H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$的假设检验. 这两种假设检验分别称为左边假设检验和右边假设检验. 左边检验和右边检验统称为单边检验.

单边检验的拒绝域

设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0 : \mu \le \mu_0, H_1 : \mu > \mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x} \ge k, k \in \mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$P\{当H_0为真拒绝H_0\} = P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}$$
$$\le P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}.$$

要控制$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \le \alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha$. $\because \frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0,1)$, $\therefore \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = z_\alpha$

$\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X} \ge \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$,

即$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0:\mu\le\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x}\ge k, k\in\mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}$$
$$\le P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}.$$

要控制$P\{当H_0为真拒绝H_0\}\le\alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}=\alpha$. $\because$ $\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\sim N(0,1)$, $\therefore$ $\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}=z_\alpha$

$\Rightarrow k=\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X}\ge\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$,

即$z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0:\mu\le\mu_0$, $H_1:\mu>\mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x}\ge k, k\in\mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$P\{当H_0为真拒绝H_0\}=P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}\le P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}.$$

要控制$P\{当H_0为真拒绝H_0\}\le\alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}=\alpha$. $\because$ $\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\sim N(0,1)$, $\therefore$ $\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}=z_\alpha$

$\Rightarrow k=\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X}\ge\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$,

即$z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0:\mu\le\mu_0$, $H_1:\mu>\mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x}\ge k, k\in\mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}=P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}$$
$$\le P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}.$$

要控制$P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}\le\alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\left\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\right\}=\alpha$. $\because$ $\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\sim N(0,1)$, $\therefore$ $\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}=z_\alpha$

$\Rightarrow k=\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X}\ge\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$,

即$z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0: \mu \le \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x} \ge k, k \in \mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$\begin{aligned} P\{当H_0为真拒绝H_0\} &= P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} \\ &\le P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}. \end{aligned}$$

要控制$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \le \alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha$. $\because$ $\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0,1)$, $\therefore$ $\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = z_\alpha$ $\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X} \ge \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$, 即$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0:\mu\le\mu_0$, $H_1:\mu>\mu_0$的拒绝域.

解: $\because H_0$中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x}\ge k, k\in\mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$\begin{aligned}P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\} &= P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}\\ &\le P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}.\end{aligned}$$

要控制$P\{\text{当}H_0\text{为真拒绝}H_0\}\le\alpha$, 只需令

$P_{\mu\le\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}=\alpha$. $\because \frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})}\sim N(0,1)$, $\therefore \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}=z_\alpha$

$\Rightarrow k=\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X}\ge\mu_0+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_\alpha$,

即$z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\ge z_\alpha$.

单边检验的拒绝域

设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ未知、σ已知, $X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自X的样本. 给定显著性水平α. 求检验问题$H_0 : \mu \leq \mu_0$, $H_1 : \mu > \mu_0$的拒绝域.

解: $\because$ H_0中的μ都比H_1中的μ小, 当H_1为真时, 观察值$\overline{x}$往往偏大, $\therefore$ 拒绝域的形式为$\overline{x} \geq k, k \in \mathbb{R}^+$. 下面来确定$k$, 因为

$$P\{当H_0为真拒绝H_0\} = P_{\mu\leq\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}$$

$$\leq P_{\mu\leq\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\}.$$

要控制$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$, 只需令

$P_{\mu\leq\mu_0}\{\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq \frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})}\} = \alpha$. $\because$ $\frac{\overline{X}-\mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \sim N(0,1)$, $\therefore$ $\frac{k-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} = z_\alpha$

$\Rightarrow k = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$. $\therefore$ 检验问题的拒绝域为$\overline{X} \geq \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha$,

即$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{(\sigma/\sqrt{n})} \geq z_\alpha$.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\overline{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\bar{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\overline{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \le \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0(\text{即掺水})$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\overline{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\bar{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \le \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\bar{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \le \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\bar{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$, z的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝H_0,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\bar{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{(即掺水)}$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

例8.2

公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利. 通过测定牛奶的冰点, 可以检验出牛奶是否掺水. 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布$N(-0.545, 0.008^2)$. 牛奶掺水可使冰点温度升高而接近于水的冰点温度(0^oC). 测得生产商提交的5批牛奶的冰点温度, 其均值为$\overline{x} = -0.535^oC$, 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取$\alpha = 0.05$.

解: 按题意需检验假设$H_0 : \mu \leq \mu_0 = -0.545$(即未掺水);

$$H_1 : \mu > \mu_0 (\text{即掺水})$$

这是右边检验问题,其拒绝域为$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq z_{0.05} = 1.645$. 由已知$z = \frac{-0.535-(-0.545)}{\frac{0.008}{\sqrt{5}}} = 2.7951 > 1.645$,$z$的值落在拒绝域中, 所以在显著性水平$\alpha = 0.05$下拒绝$H_0$,即认为牛奶中掺水了.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求，提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$求出拒绝域;
5. 取样，根据样本观察值作出决策，是接受H_0，还是拒绝.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求，提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$求出拒绝域;
5. 取样，根据样本观察值作出决策，是接受H_0，还是拒绝.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求, 提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$求出拒绝域;
5. 取样, 根据样本观察值作出决策, 是接受H_0, 还是拒绝.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求，提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \le \alpha$求出拒绝域;
5. 取样，根据样本观察值作出决策，是接受H_0，还是拒绝.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求, 提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$求出拒绝域;
5. 取样, 根据样本观察值作出决策, 是接受H_0, 还是拒绝.

处理参数的假设检验问题的步骤

1. 根据实际问题的要求, 提出原假设H_0即备择假设H_1;
2. 给定显著性水平α以及样本容量n;
3. 确定检验统计量以及拒绝域的形式;
4. 按$P\{当H_0为真拒绝H_0\} \leq \alpha$求出拒绝域;
5. 取样, 根据样本观察值作出决策, 是接受H_0, 还是拒绝.

Outline

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知，关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于，μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知，关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题：$H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题：$H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于，μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题：$H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题：$H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知，关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知，关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于，μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值μ的检验

1. σ^2已知, 关于μ的检验(Z检验)
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|z|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$Z$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\geq z_\alpha$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\leq -z_\alpha$.
2. σ^2未知关于, μ的检验
   - 双边检验　双边检验问题: $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$ 拒绝域为$|t|=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. 通常称为$t$检验法.
   - 单边检验　右边检验问题: $H_0:\mu\leq\mu_0, H_1:\mu>\mu_0$ 在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\geq t_\alpha(n-1)$. 而左边检验问题在显著水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\leq -t_\alpha(n-1)$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于$225h$?

解:按题意需检验$H_0 : \mu \le \mu_0 = 225, H_1 : \mu > 225$. 取$\alpha = 0.05$
此检验的拒绝域为$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \ge t_\alpha(n-1)$. 现
在$n = 16, t_{0.05}(15) = 1.7531, \overline{x} = 241.5, s = 98.7259$, 从
而$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = 0.6685 < 1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0:\mu\le\mu_0=225, H_1:\mu>225.$ 取$\alpha=0.05$ 此检验的拒绝域为$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ge t_\alpha(n-1)$. 现在$n=16$,$t_{0.05}(15)=1.7531$,$\overline{x}=241.5$,$s=98.7259$, 从而$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=0.6685<1.7531$不在拒绝域里,

故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0:\mu\le\mu_0=225, H_1:\mu>225$. 取$\alpha=0.05$
此检验的拒绝域为$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ge t_\alpha(n-1)$. 现在$n=16$,$t_{0.05}(15)=1.7531$,$\overline{x}=241.5$,$s=98.7259$, 从而$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=0.6685<1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0:\mu\le\mu_0=225, H_1:\mu>225$. 取$\alpha=0.05$
此检验的拒绝域为$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ge t_\alpha(n-1)$. 现在$n=16, t_{0.05}(15)=1.7531, \overline{x}=241.5, s=98.7259$, 从而$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=0.6685<1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0:\mu\le\mu_0=225, H_1:\mu>225$. 取$\alpha=0.05$
此检验的拒绝域为$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ge t_\alpha(n-1)$. 现
在$n=16, t_{0.05}(15)=1.7531, \overline{x}=241.5, s=98.7259$, 从
而$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=0.6685<1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0: \mu \le \mu_0 = 225, H_1: \mu > 225$. 取$\alpha = 0.05$
此检验的拒绝域为$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \ge t_\alpha(n-1)$. 现
在$n = 16$,$t_{0.05}(15) = 1.7531$,$\overline{x} = 241.5$,$s = 98.7259$, 从
而$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = 0.6685 < 1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.3

某种元件的寿命X(以h计)服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2均未知, 现在测得16只元件的寿命如下:

159	280	101	212	224	379	179	264	
222	362	168	250	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于225h?

解:按题意需检验$H_0:\mu\le\mu_0=225, H_1:\mu>225$. 取$\alpha=0.05$
此检验的拒绝域为$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\ge t_\alpha(n-1)$. 现
在$n=16, t_{0.05}(15)=1.7531, \overline{x}=241.5, s=98.7259$, 从
而$t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=0.6685<1.7531$不在拒绝域里,
故接受H_0,认为元件寿命$\le 225h$.

例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升, 随机抽取10个容器, 测得其容量为:

10.2	9.7	10.1	10.3	10.1
9.8	9.9	10.3	10.4	10.3

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为$\alpha = 0.01$下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验$H_0 : \mu = \mu_0 = 10, H_1 : \mu \neq 10$. 取$\alpha = 0.01$ 此检验的拒绝域为$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. 由假设已知

$n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$得$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| = 1.47$

而$t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$ 故$|t|$的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升，随机抽取10个容器，测得其容量为:

$$\begin{array}{ccccc} 10.2 & 9.7 & 10.1 & 10.3 & 10.1 \\ 9.8 & 9.9 & 10.3 & 10.4 & 10.3 \end{array}$$

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为$\alpha = 0.01$下，检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验$H_0 : \mu = \mu_0 = 10, H_1 : \mu \neq 10$. 取$\alpha = 0.01$ 此检验的拒绝域为$|t| = |\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. 由假设已知

$n = 10, \bar{x} = 10.11, s = 0.238$得$|t| = |\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| = 1.47$

而$t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$ 故$|t|$的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升, 随机抽取10个容器, 测得其容量为:

$$\begin{array}{ccccc} 10.2 & 9.7 & 10.1 & 10.3 & 10.1 \\ 9.8 & 9.9 & 10.3 & 10.4 & 10.3 \end{array}$$

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为$\alpha = 0.01$下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验$H_0 : \mu = \mu_0 = 10, H_1 : \mu \neq 10$. 取$\alpha = 0.01$ 此检验的拒绝域为$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. 由假设已知

$n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$得$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| = 1.47$

而$t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$ 故$|t|$的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升, 随机抽取10个容器, 测得其容量为:

$$\begin{array}{ccccc} 10.2 & 9.7 & 10.1 & 10.3 & 10.1 \\ 9.8 & 9.9 & 10.3 & 10.4 & 10.3 \end{array}$$

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为$\alpha = 0.01$下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验$H_0 : \mu = \mu_0 = 10, H_1 : \mu \neq 10$. 取$\alpha = 0.01$ 此检验的拒绝域为$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. 由假设已知 $n = 10, \overline{x} = 10.11, s = 0.238$得$|t| = |\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| = 1.47$

而$t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$ 故$|t|$的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

例8.4

为检验某种含有特殊润滑油的容器的容量是否为10公升, 随机抽取10个容器, 测得其容量为:

$$\begin{array}{ccccc} 10.2 & 9.7 & 10.1 & 10.3 & 10.1 \\ 9.8 & 9.9 & 10.3 & 10.4 & 10.3 \end{array}$$

设容器的容量服从正态分布; 在显著水平为$\alpha = 0.01$下, 检验这批容器的容量是否符合标准?

解: 按题意需检验$H_0 : \mu = \mu_0 = 10, H_1 : \mu \neq 10$. 取$\alpha = 0.01$ 此检验的拒绝域为$|t| = |\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. 由假设已知

$n = 10, \bar{x} = 10.11, s = 0.238$得$|t| = |\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}| = 1.47$

而$t_{0.005}(9) = 3.2498 > 1.47$ 故$|t|$的值不在拒绝域内,认为这批容器的容量符合标准.

两个正态总体均值差的检验方差σ_1^2, σ_2^2已知的情形

- 双边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$,
- 右边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha}$,

  左边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -z_{\alpha}$.

两个正态总体均值差的检验方差σ_1^2, σ_2^2已知的情形

- 双边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$,
- 右边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\alpha}$,

  左边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -z_{\alpha}$.

两个正态总体均值差的检验方差σ_1^2, σ_2^2已知的情形

- 双边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_{\frac{\alpha}{2}}$,
- 右边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq z_\alpha$,

  左边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -z_\alpha$.

两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$但未知的情形

- 双边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)$, 其中
$$S_W = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}.$$
- 右边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \geq t_{\alpha}(n_1+n_2-2)$,
左边检验问题: $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \leq -t_{\alpha}(n_1+n_2-2)$.

两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差$\sigma_1^2=\sigma_2^2$但未知的情形

- 双边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2=\delta, H_1:\mu_1-\mu_2\neq\delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)$, 其中
$$s_w=\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}.$$
- 右边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2\leq\delta, H_1:\mu_1-\mu_2>\delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\geq t_\alpha(n_1+n_2-2)$,

  左边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2\geq\delta, H_1:\mu_1-\mu_2<\delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\leq -t_\alpha(n_1+n_2-2)$.

两个正态总体均值差的检验(t检验), 方差$\sigma_1^2=\sigma_2^2$但未知的情形

- 双边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2=\delta, H_1:\mu_1-\mu_2\neq\delta$. 在显著水平为$\alpha$的拒绝域为 $\frac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)$, 其中
$$s_w=\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}.$$
- 右边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2\leq\delta, H_1:\mu_1-\mu_2>\delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\geq t_\alpha(n_1+n_2-2)$,

  左边检验问题: $H_0:\mu_1-\mu_2\geq\delta, H_1:\mu_1-\mu_2<\delta$ 在显著水平为α下的拒绝域为 $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{s_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\leq -t_\alpha(n_1+n_2-2)$.

- 双边检验问题$H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 是双边检验问题$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 = \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.
- 单边检验问题$H_0: \mu_1 \leq \mu_2, H_1: \mu_1 > \mu_2$ 或$H_0: \mu_1 \geq \mu_2, H_1: \mu_1 < \mu_2$ 是单边检验问题$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 或$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.

- 双边检验问题$H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ 是双边检验问题$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 = \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.
- 单边检验问题$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$ 或$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$ 是单边检验问题$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 或$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.

- 双边检验问题$H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ 是双边检验问题$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 = \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.
- 单边检验问题$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$ 或$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$ 是单边检验问题$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \delta$ 或$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \delta$ 当$\delta = 0$时的特殊情形.

例8.5

用两种方法(A和B)测定冰自-0.72^oC转变成0^oC的水的融化热(以cal/g计). 测得一下数据:
方法A: 79.98 80.04 80.02 80.04 80.03 80.03 80.04 79.97 80.05 80.03 80.02 80.00 80.02
方法B: 80.02 79.94 79.98 79.97 79.97 80.03 79.95 78.97.
设这两个样本相互独立, 且分别来自正态总体$N(\mu_1,\sigma^2)$和$N(\mu_2,\sigma^2)$, μ_1,μ_2,σ^2均未知, 试检验假设(取显著性水平$\alpha=0.05$)$H_0:\mu_1-\mu_2\leq 0, H_1:\mu_1-\mu_2>0$.

解:由已知数据可知$n_1=13, \overline{x_A}=80.2, s_A^2=0.024^2$

$$n_2=8, \overline{x_B}=79.98, s_B^2=0.03^2$$

$$s_w^2=\frac{12\times s_A^2+7\times s_B^2}{19}=0.0007178.$$

$$t=\frac{\overline{x_A}-\overline{x_B}}{s_w\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}}=3.33>t_{0.05}(19)=1.7291.$$

故拒绝H_0,认为方法A比方法B测得的融化热要大.

Outline

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2.$

取$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2$.

$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\}=P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}\bigcup\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}).$

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}=\frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}=\frac{\alpha}{2}.$

★ $k_1=\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2=\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$.

取$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式

为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$.

$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\})$.

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2}$.

★ $k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

在显著水平为α下的拒绝域

为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$.

取$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$.

$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\})$.

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2}$.

★ $k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2.$

取$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2$.

$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}\bigcup\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}).$

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}=\frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}=\frac{\alpha}{2}.$

★ $k_1=\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2=\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$.

取$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2$.

$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\}=P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}\bigcup\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\})$.

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}=\frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}=\frac{\alpha}{2}$.

★ $k_1=\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2=\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$.

取$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2$.

$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\}=P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}\bigcup\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\})$.

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq k_1\}=\frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq k_2\}=\frac{\alpha}{2}$.

★ $k_1=\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2=\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

单个总体方差的双边假设检验(χ^2检验法)

双边检验问题: $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$.

取$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$作为检验统计量, 检验问题拒绝域的形式为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1$或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2$.

$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\} = P(\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} \bigcup \{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\})$.

通常取$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2}$.

★ $k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

在显著水平为α下的拒绝域为$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$, 或$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$.

$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\Downarrow$$

★ $$k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$$

$$P\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\right\} = \frac{\alpha}{2}, P\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\right\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\Downarrow$$

★ $$k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$$

$$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\} = \frac{\alpha}{2}, P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\Downarrow$$

★ $$k_1 = \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), k_2 = \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).$$

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2, H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2\ge k$. $\because\ \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{S^2\ge k\}$$
$$=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$
$$\le P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}\le\alpha$$
$$\Rightarrow\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)\Rightarrow k\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0 : \sigma^2 \le \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2 \ge k$. $\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{S^2 \ge k\}$$

$$= P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$

$$\le P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \ge \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\} \le \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1) \Rightarrow k \ge \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2 \ge \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0 : \sigma^2 \le \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2 \ge k$. $\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{S^2 \ge k\}$$

$$= P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \ge \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$

$$\le P_{\sigma^2 \le \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \ge \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\} \le \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1) \Rightarrow k \ge \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2 \ge \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2 \geq k$.$\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2}\{S^2 \geq k\}$$

$$= P_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$

$$\leq P_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \geq \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\} \leq \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)k}{\sigma_0^2} \geq \chi_\alpha^2(n-1) \Rightarrow k \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2 \geq \frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2, H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2\ge k$.$\because\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{S^2\ge k\}$$
$$=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$
$$\le P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}\le\alpha$$
$$\Rightarrow\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)\Rightarrow k\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2, H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2\ge k$.$\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{S^2\ge k\}$$
$$=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$
$$\le P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}\le\alpha$$
$$\Rightarrow\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)\Rightarrow k\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$, 即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2, H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2\ge k$. $\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$, 由

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{S^2\ge k\}$$
$$=P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$
$$\le P_{\sigma^2\le\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}\le\alpha$$
$$\Rightarrow\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)\Rightarrow k\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2\ge\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

单个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma^2\leq\sigma_0^2, H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$拒绝域的形式为$s^2\geq k.\because \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$, 由

$$P\{\text{当}H_0\text{为真时拒绝}H_0\}=P_{\sigma^2\leq\sigma_0^2}\{S^2\geq k\}$$

$$=P_{\sigma^2\leq\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}$$

$$\leq P_{\sigma^2\leq\sigma_0^2}\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\geq\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\}\leq\alpha$$

$$\Rightarrow\frac{(n-1)k}{\sigma_0^2}\geq\chi_\alpha^2(n-1)\Rightarrow k\geq\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1).$$

$\therefore$ 在显著水平为α下的拒绝域为$s^2\geq\frac{\sigma_0^2}{n-1}\chi_\alpha^2(n-1)$,

即$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\geq\chi_\alpha^2(n-1)$. 对应的左边检验问题留作课后练习.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2)\}$$

$$= P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2)\} = \alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1\} = \frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$,

$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1$ 或者$\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2)\}$$
$$=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2)\}=\alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1\}=\frac{\alpha}{2}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$,

$\therefore k_1=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1), k_2=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2)\}$$

$$= P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2)\} = \alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1\} = \frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$,

$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2)\}$$

$$= P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2)\} = \alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq k_1\} = \frac{\alpha}{2} = P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$,

$\therefore k_1 = F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1), k_2 = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2)\}$$
$$=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2)\}=\alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1\}=\frac{\alpha}{2}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$,

$\therefore k_1=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1), k_2=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2)\}$$
$$=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2)\}=\alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1\}=\frac{\alpha}{2}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2\}$

$\because\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$,

$\therefore k_1=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1), k_2=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2)\}$$
$$=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2)\}=\alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1\}=\frac{\alpha}{2}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$,

$\therefore k_1=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1), k_2=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

两个总体方差的双边假设检验

双边检验问题: $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

拒绝域的形式为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq k_1$ 或者$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq k_2$.

$$P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq k_2)\}$$
$$=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1)\bigcup(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2)\}=\alpha$$

通常取$P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k_1\}=\frac{\alpha}{2}=P_{\sigma_1^2=\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\leq k_2\}$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$,

$\therefore k_1=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1), k_2=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

$\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域

为$\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$或$\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)$.

两个总体方差的单边假设检验

右边检验问题: $H_0:\sigma_1^2\leq\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2>\sigma_2^2$ 拒绝域的形式为: $\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k$. $P\{当H_0为真时拒绝H_0\}=P_{\sigma_1^2\leq\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq k\}$

$$\leq P_{\sigma_1^2\leq\sigma_2^2}\{\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\geq k\}=\alpha$$

$\because \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1), \therefore k=F_\alpha(n_1-1,n_2-1)$. $\therefore$ 在显著水平α下的拒绝域为$\frac{S_1^2}{S_2^2}\geq F_\alpha(n_1-1,n_2-1)$.

类似地, 左边检验问题$H_0:\sigma_1^2\geq\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2<\sigma_2^2$在置信水平为$\alpha$下的拒绝域为$\frac{S_1^2}{S_2^2}\leq F_{1-\alpha}(n_1-1,n_2-1)$.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2 = 5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2 = 9200$. 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha = 0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha = 0.02$下检验假设$H_0 : \sigma^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq 5000$. 已知$n = 26$, $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.01}(25) = 44.314$, $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^2_{0.99}(25) = 11.524$. $\sigma_0^2 = 5000$,拒绝域为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524$. 由观察值$s^2 = 9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$, 所以拒绝$H_0$,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2 = 5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2 = 9200$. 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha = 0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha = 0.02$下检验假设$H_0 : \sigma^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq 5000.$ 已知$n = 26,$ $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.01}(25) = 44.314,$ $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^2_{0.99}(25) = 11.524.$ $\sigma_0^2 = 5000,$拒绝域为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524.$ 由观察值$s^2 = 9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314,$ 所以拒绝H_0,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2 = 5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变。现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2 = 9200$. 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha = 0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha = 0.02$下检验假设$H_0 : \sigma^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq 5000$. 已知$n = 26$,
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.01}(25) = 44.314$,
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^2_{0.99}(25) = 11.524$. $\sigma_0^2 = 5000$,拒绝域为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524$. 由观察值$s^2 = 9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$, 所以拒绝$H_0$,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2 = 5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2 = 9200$. 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha = 0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha = 0.02$下检验假
设$H_0 : \sigma^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq 5000$. 已知$n = 26$,
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.01}(25) = 44.314$,
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^2_{0.99}(25) = 11.524$. $\sigma_0^2 = 5000$,拒绝域
为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524$. 由观察
值$s^2 = 9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$, 所以拒绝$H_0$,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2=5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2=9200$. 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha=0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha=0.02$下检验假设$H_0:\sigma^2=5000, H_1:\sigma^2\neq 5000$. 已知$n=26$,
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.01}(25)=44.314$,
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25)=\chi^2_{0.99}(25)=11.524$. $\sigma_0^2=5000$,拒绝域为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\leq 11.524$. 由观察值$s^2=9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=46>44.314$, 所以拒绝$H_0$,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

例8.6

某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以小时计）长期以来服从方差为$\sigma^2 = 5000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变．现随机取26只电池，测出其寿命的样本方差$s^2 = 9200$．问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往有显著的变化（取显著水平$\alpha = 0.02$ ）？

解:由题意需在水平$\alpha = 0.02$下检验假设$H_0 : \sigma^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq 5000$. 已知$n = 26$,
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.01}(25) = 44.314$,
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(25) = \chi^2_{0.99}(25) = 11.524$. $\sigma_0^2 = 5000$,拒绝域为$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$ 或$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524$. 由观察值$s^2 = 9200$得$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$, 所以拒绝$H_0$,认为这批电池寿命得波动性较以往有显著变化.

Outline

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta}, +\infty)$且$\theta_0 \in (\underline{\theta}, +\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta}, +\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta}, +\infty)$.

左边检验问题为: $H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty, \overline{\theta})$且$\theta_0 \in (-\infty, \overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty, \overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty, \overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

双边检验与置信区间的关系

双边检验问题为: $H_0:\theta=\theta_0, H_1:\theta\neq\theta_0$. 若$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 且$\theta_0\in(\underline{\theta},\overline{\theta})$, 则在置信水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在置信水平为$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},\overline{\theta})$.

单边检验与单侧置信区间的关系

右边检验问题为: $H_0:\theta\leq\theta_0, H_1:\theta>\theta_0$, 若参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(\underline{\theta},+\infty)$且$\theta_0\in(\underline{\theta},+\infty)$, 则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(\underline{\theta},+\infty)$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(\underline{\theta},+\infty)$.

左边检验问题为: $H_0:\theta\geq\theta_0, H_1:\theta<\theta_0$ 若参数θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是$(-\infty,\overline{\theta})$且$\theta_0\in(-\infty,\overline{\theta})$,则在显著水平$\alpha$下接受$H_0$, 否则拒绝$H_0$; 反之, 若在显著水平$\alpha$下的接受域为$(-\infty,\overline{\theta})$,则参数$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为$(-\infty,\overline{\theta})$.

1. 双边检验问题$H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.
2. 右边检验问题$H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(\underline{\theta}, +\infty)$.
3. 左边检验问题$H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(-\infty, \overline{\theta})$.

1. 双边检验问题$H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.
2. 右边检验问题$H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(\underline{\theta}, +\infty)$.
3. 左边检验问题$H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(-\infty, \overline{\theta})$.

1. 双边检验问题$H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.
2. 右边检验问题$H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(\underline{\theta}, +\infty)$.
3. 左边检验问题$H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间$(-\infty, \overline{\theta})$.

1. 双边检验问题$H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$.
2. 右边检验问题$H_0: \theta \leq \theta_0, H_1: \theta > \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(\underline{\theta}, +\infty)$.
3. 左边检验问题$H_0: \theta \geq \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$的显著水平为$\alpha$的接受域就等于置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(-\infty, \overline{\theta})$.

Outline

1. 假设检验
2. 正态总体均值的假设检验
3. 正态总体方差的假设检验
4. 置信区间与假设检验的关系
5. 分布拟合检验

前面介绍的各种检验法都是在总体分布形式为已知的条件下进行参数的假设检验，在本节中我们将根据样本来检验关于分布的假设．分布检验的方法有：χ^2 拟合检验法，偏度、峰度检验和秩和检验，我们主要介绍χ^2拟合检验法．

χ^2 拟合检验法的定义

χ^2拟合检验法是在总体X的分布未知时, 根据样本$X_1, \cdots, X_n$来检验关于总体的原假设H_0 :总体的分布为$F(x)$的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时, H_0 :总体X的分布律为$P\{X = t_i\} = p_i$;
- 若总体X为连续型的随机变量时, H_0 :总体X的概率密度为$f(x)$;

χ^2 拟合检验法的定义

χ^2拟合检验法是在总体X的分布未知时，根据样本$X_1, \cdots, X_n$来检验关于总体的原假设H_0 :总体的分布为$F(x)$的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时，H_0 :总体X的分布律为$P\{X = t_i\} = p_i$;
- 若总体X为连续型的随机变量时，H_0 :总体X的概率密度为$f(x)$;

χ^2 拟合检验法的定义

χ^2拟合检验法是在总体X的分布未知时, 根据样本$X_1, \cdots, X_n$来检验关于总体的原假设H_0 :总体的分布为$F(x)$的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时, H_0 :总体X的分布律为$P\{X = t_i\} = p_i$;
- 若总体X为连续型的随机变量时, H_0 :总体X的概率密度为$f(x)$;

χ^2 拟合检验法的定义

χ^2拟合检验法是在总体X的分布未知时, 根据样本$X_1, \cdots, X_n$来检验关于总体的原假设H_0 :总体的分布为$F(x)$的一种方法.

- 若总体X为离散型的随机变量时, H_0 :总体X的分布律为$P\{X = t_i\} = p_i$;
- 若总体X为连续型的随机变量时, H_0 :总体X的概率密度为$f(x)$;

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率。
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i 的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 不应太大。
3. 采用形如$\sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度。**皮尔逊**证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布。

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率.
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$不应太大.
3. 采用形如$\sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布.

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率.
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$不应太大.
3. 采用形如$\sum_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布.

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率.
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i 的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 不应太大.
3. 采用形如$\sum_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. **皮尔逊**证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布.

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率.
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i 的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 不应太大.
3. 采用形如$\sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. 皮尔逊证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布.

分布函数$F(x)$不含未知参数的情形

1. 在H_0下，将X可能取值的全体Ω分成k个两两不相交的子集$A_1, A_2, \cdots, A_k$，以f_i表示样本观察值$x_1, x_2, \cdots, x_n$中落在A_i中的个数，则$\frac{f_i}{n}$表示在n次试验中事件A_i发生的频率.
2. 当H_0为真时，可以根据X的分布函数$F(x)$(分布律或概率密度)来计算事件A_i 的概率$P(A_i) = p_i$，通常频率$\frac{f_i}{n}$与概率p_i会有差异，但一般来说，试验的次数较大时，$(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 不应太大.
3. 采用形如$\sum\limits_{i=1}^{k} h_i(\frac{f_i}{n} - p_i)^2$ 的统计量来度量样本与假设的分布的吻合程度. **皮尔逊**证明若取$h_i = \frac{n}{p_i}$，当n充分大($n \geq 50$)时，统计量$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{n}{p_i}(\frac{f_i}{n} - p_i)^2 = \sum\limits_{i=1}^{k} \frac{f_i^2}{np_i} - n$近似服从$\chi^2(k-1)$分布.

由以上的讨论可知, 当H_0为真时, χ^2不应太大, 若χ^2 过分大就拒绝H_0, 因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α, 确定G使得$P\{$当H_0为真时拒绝$H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow$ $G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼, 现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $\quad H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知，当H_0为真时，χ^2不应太大，若χ^2 过分大就拒绝H_0，因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α，确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼，现在在鱼塘里获得一样本如下：

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解：设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$，　$H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知, 当H_0为真时, χ^2不应太大, 若χ^2 过分大就拒绝H_0, 因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α, 确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼, 现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $\quad H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知，当H_0为真时，χ^2不应太大，若χ^2 过分大就拒绝H_0，因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α，确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼，现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解：设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$， $H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知，当H_0为真时，χ^2不应太大，若χ^2过分大就拒绝H_0，因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α，确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$投放了四种鱼，现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1,2,3,4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知, 当H_0为真时, χ^2不应太大, 若χ^2 过分大就拒绝H_0, 因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α, 确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼, 现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知, 当H_0为真时, χ^2不应太大, 若χ^2 过分大就拒绝H_0, 因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α, 确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼, 现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $H_0: p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知，当H_0为真时，χ^2不应太大，若χ^2 过分大就拒绝H_0，因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α，确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20 : 15 : 40 : 25 投放了四种鱼，现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知，当H_0为真时，χ^2不应太大，若χ^2 过分大就拒绝H_0，因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α，确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

例8.7 一农场10年前在一鱼塘里按比例20 : 15 : 40 : 25 投放了四种鱼，现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $\quad H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$. 故拒绝$H_0$.

由以上的讨论可知, 当H_0为真时, χ^2不应太大, 若χ^2 过分大就拒绝H_0, 因此拒绝域的形式为$\chi^2 \geq G$.对于给定的显著性水平α, 确定G使得$P\{当H_0为真时拒绝H_0\} = P_{H_0}\{\chi^2 \geq G\} = \alpha \Rightarrow G = \chi^2_\alpha(k-1)$. 于是拒绝域为$\chi^2 \geq \chi^2_\alpha(k-1)$.

<u>例8.7</u> 一农场10年前在一鱼塘里按比例$20:15:40:25$ 投放了四种鱼, 现在在鱼塘里获得一样本如下:

种类	鲑鱼	鲈鱼	夹竹鱼	鲇鱼
数量	132	100	200	168

试取$\alpha = 0.05$检验各类鱼数量的比例较10年前是否有显著的改变.

解: 设$X = 1, 2, 3, 4$分别表示鱼为鲑鱼、鲈鱼、夹竹鱼和鲇鱼.将$n = 600$条鱼样本集对应分成A_1, A_2, A_3, A_4四类.需检验假设记$p_i = P\{x = i\}$, $\quad H_0 : p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{3}{20}, p_3 = \frac{2}{5}, p_4 = \frac{1}{4}$.

由数据 $\chi^2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i^2}{np_i} - n = 11.137 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$.故拒绝$H_0$.

例8.8

为检验总体是否服从$(0,1)$区间上的均匀分布，对该总体观察了100次, 结果如下:

样本值所在区间	$[0,0.25)$	$[0.25,0.5)$	$[0.5,0.75)$	$[0.75,1]$
频数	20	27	26	27

试在$\alpha=0.05$水平下, 检验假设$H_0: X\sim U(0.1)$.

解: 以A_i表示X的值落在区间$[0.25(i-1),0.25i), i=1,2,3$, A_4表示X的值落在区间$[0.75,1]$. 在H_0下, $p_i=P(A_i)=\frac{1}{4}$.

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{4}\frac{n}{p_i}\left(\frac{f_i}{n}-p_i\right)^2 \overset{\text{近似}}{\sim} \chi^2(3)$$

由$n=100, f_1=20, f_2=27, f_3=26, f_4=27$, 得$\chi^2$的观察值

$$\chi^2=0.0136<\chi^2_{0.05}(3)=7.815$$

所以接受H_0.

分布函数$F(x)$含有未知参数的情形

先利用样本求出未知参数的最大似然估计，以估计值作为参数值，然后根据H_0中所假设的分布函数，求出p_i的估计值$\hat{p}_i=\hat{P}(A_i)$，取$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{f_i^2}{n\hat{p}_i}-n$作为检验统计量，有以下结论:

定理: 若n充分大($n\geq 50$)，则当H_0为真时，统计量$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{f_i^2}{n\hat{p}_i}-n$近似服从$\chi^2(k-r-1)$，其中$r$是被估计的参数的个数.

$$\Downarrow$$

对于给定的显著性水平α，拒绝域为$\chi^2\geq\chi^2_\alpha(k-r-1)$.

例8.9

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏震级4级和4级以上地震计162次, 统计如下:

间隔天数	0 – 4	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布. $\alpha = 0.05$

解: 按题意需检验假设H_0 : X服从参数为θ的指数分布.

1. 用最大似然法求得θ的最大似然估计值$\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$.
2. $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$.
3. 在H_0为真的条件下, 以θ的极大似然估计值$\hat{\theta}$为参数求出
$$\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$$
4. 得$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} - 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592$, 故接受$H_0$.

例8.9

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏震级4级和4级以上地震计162次，统计如下：

间隔天数	0 – 4	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布. $\alpha = 0.05$

解：按题意需检验假设H_0 : X服从参数为θ的指数分布.

1. 用最大似然法求得θ的最大似然估计值$\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$.
2. $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$.
3. 在H_0为真的条件下，以θ的极大似然估计值$\hat{\theta}$为参数求出
$$\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$$
4. 得$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} - 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592$, 故接受$H_0$.

例8.9

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏震级4级和4级以上地震计162次, 统计如下:

间隔天数	0 – 4	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布. $\alpha = 0.05$

解: 按题意需检验假设$H_0 : X$服从参数为θ的指数分布.

1. 用最大似然法求得θ的最大似然估计值$\hat{\theta} = \bar{x} = 13.77$.
2. $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$.
3. 在H_0为真的条件下, 以θ的极大似然估计值$\hat{\theta}$为参数求出
$$\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$$
4. 得$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} - 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592$, 故接受$H_0$.

例8.9

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏震级4级和4级以上地震计162次，统计如下:

间隔天数	0 – 4	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布. $\alpha = 0.05$

解: 按题意需检验假设$H_0 : X$服从参数为θ的指数分布.

1. 用最大似然法求得θ的最大似然估计值$\hat{\theta} = \bar{x} = 13.77$.
2. $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$.
3. 在H_0为真的条件下, 以θ的极大似然估计值$\hat{\theta}$为参数求出

$$\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$$

4. 得$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} - 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592$, 故接受$H_0$.

例8.9

自1965年1月1日至1971年2月9日共2231天中全世界记录到里氏震级4级和4级以上地震计162次，统计如下:

间隔天数	0 – 4	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	≥ 40
出现频率	50	31	26	17	10	8	6	6	8

试检验相继两次地震间隔的天数X服从指数分布. $\alpha = 0.05$

解: 按题意需检验假设$H_0: X$服从参数为θ的指数分布.

1. 用最大似然法求得θ的最大似然估计值$\hat{\theta} = \overline{x} = 13.77$.
2. $A_1 = [0, 4.5], A_2 = (4.5, 9.5), \cdots, A_8 = (34.5, \infty)$.
3. 在H_0为真的条件下, 以θ的极大似然估计值$\hat{\theta}$为参数求出
$$\hat{p}_i = \hat{P}\{X \in A_i\}, i = 1, \cdots, 9.$$
4. 得$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{f_i^2}{162\hat{p}_i} - 162 = 1.5633 < \chi^2_{0.05}(8-1-1) = 12.592$,

故接受H_0.

作业

设某人射击的命中率为p, 他独立地射击直到首次命中目标为止, 此时他总共射击了X次, 则的分布律为$P\{X=x\}=p(1-p)^{x-1}, x=1,2,\cdots$

(1)若此人这样的射击活动进行了n次, 结果为$x_1, x_2, \cdots, x_n$(即他在第i次射击活动中共射了x_i次才击中目标), 求p的极大似然估计.

(2)若此人共进行了$n=100$次这样的射击活动, 结果如下:

x_i的取值	1	2	3
频数	86	10	4

其中频数是指n个样本中取某一值的个数, 试在$\alpha=0.05$ 下, 检验此人的命中率是否稳定.

作业2

在平炉上进行一项试验以确定改变操作方法的建议是否会增加钢的得率, 试验是在同一只平炉上进行的. 每炼一炉钢时除操作方法外, 其它条件都尽可能做到相同. 先用标准方法炼一炉, 然后用建议的新方法炼一炉, 以后交替进行, 各炼了10炉, 其得率分别为

(1)标准方法: 78.1 72.4 76.2 74.3 77.4
78.4 76.0 75.5 76.7 77.3

(2)新方法: 79.1 81.0 77.3 79.1 80.0
79.1 79.1 77.3 80.2 82.1

设这两个样本相互独立,且分别来自正态总体$N(\mu_1, \sigma_1^2)$和$N(\mu_2, \sigma_2^2)$, $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$, 均未知, 首先检验两个方差是否相等? 如果相同, 问建议的的新操作方法能否提高得率?(取$\alpha = 0.01$)