

姓名: _____

学号: _____

4. 有一因果线性时不变系统, 其传递函数为:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

对于某一特定的输入 $x(t)$, 观察到该系统的输出是

$$y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$$

求 $x(t)$ 。

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)] e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{+\infty} e^{-(j\omega+3)t} dt - \int_0^{+\infty} e^{-(j\omega+4)t} dt \\ &= -\frac{1}{j\omega+3} (0-1) - \left(-\frac{1}{j\omega+4}\right) (0-1) = \frac{1}{j\omega+3} - \frac{1}{j\omega+4} \end{aligned}$$

$$X(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{H(j\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega+3} - \frac{1}{j\omega+4}}{\frac{1}{j\omega+3}} = 1 - \frac{j\omega+3}{j\omega+4} = \frac{1}{j\omega+4}$$

由 $y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t) \xleftrightarrow{F} Y(j\omega) = \frac{1}{j\omega+3} - \frac{1}{j\omega+4}$ 可知:

$$x(t) = e^{-4t}u(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega) = \frac{1}{j\omega+4}$$

5. 有以下连续时间的线性时不变系统, 其传递函数为:

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{\sin(4\omega)}{\omega}$$

如果该系统的输出信号为一个周期信号:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ -1, & 4 \leq t < 8 \end{cases}$$

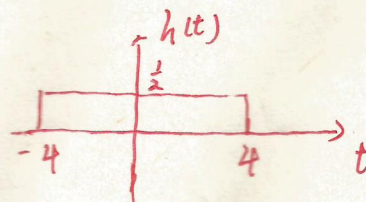
周期为 8, 计算该系统的输出信号 $y(t)$

由傅里叶变换关系:

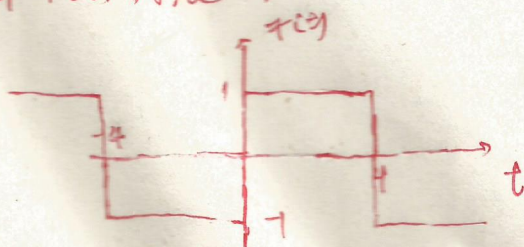
$$\begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & |t| > T_1 \end{cases} \xleftrightarrow{F} \frac{2\sin \omega T_1}{\omega}$$

则:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |t| < 4 \\ 0, & |t| > 4 \end{cases} \xleftrightarrow{F} H(j\omega) = \frac{\sin(4\omega)}{\omega}$$



画出 $x(t)$ 的波形:



因此: $y(t) = x(t) * h(t) = 0$