编码理论
总复习

主要内容

第一章 纠错编码的基本概念

第二章 纠错编码的代数基础

第三章 线性分组码

考核方式

- 平时成绩（30%）
  - 依据：出勤&课堂作业
- 考试（70%）
  - 判断题（10分）；
  - 选择题（10分）；
  - 计算题、简答题、证明题（8*10分）；

例题

例：用辗转相除法求 $\mathbf{Z}_3[x]$ 中多项式

$a(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$ 和 $b(x)=x^3+2x+1$

的最高公因式 $\gcd\big(a(x),b(x)\big)$，（5分）

并将 $\gcd\big(a(x),b(x)\big)$ 表成 $a(x)$ 和 $b(x)$ 的线性组合。（5分）

例题

例：（10分）考察 $\mathbf{Z}_3[x]$ 中多项式 $f(x)=x^3+x^2+2$,

（1）试说明 $f(x)$ 是 $\mathbf{Z}_3[x]$ 上的不可约多项式；（3分）

（2）在 $\mathbf{Z}_3[x]_{f(x)}$ 上定义加法运算 $\oplus$ 和乘法运算 $\otimes$ 分别为:

$$a(x)\oplus b(x)=a(x)+\ b(x)$$

$$a(x)\otimes b(x)=(a(x)\,b(x))_{f(x)}$$

请求出 $(x^2+2)\oplus(2x^2+x+1)$ 和 $(x^2+2)\otimes(2x^2+x+1)$ 的值。（4分）

（3）则 $\mathbf{Z}_3[x]_{f(x)}$ 对于上面定义的加法运算 $\oplus$ 和乘法运算 $\otimes$ 构成一个有限域，请求出 x^2+x 的逆元；（3分）

例题

例：（10分）将域F_5上的 4×4 矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&4&3&1\\0&2&4&1\\0&3&1&4\\4&2&0&1\end{pmatrix}$，化为与之行等价的阶梯形矩阵 A_0，其中A_0形如：

$$\begin{pmatrix}
0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\
\cdots & & & & & \cdots & & & & & & \cdots & & & & & & & \cdots \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & & & & & \cdots & & & & & & \cdots & & & & & & & \cdots \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0
\end{pmatrix};$$ （7分）

并求出矩阵A的秩。（3分）

例题

例：（10分）根据本原多项式$p(x)=x^3+x+1$，按照下列步骤，在GF(2)上对x^8-x做因式分解。

（1）设α为$p(x)$的根，写出GF(2^3)中元素的幂级数表示和矢量表示的对照表；（3分）

（2）求出所有的共轭根组；（2分）

（3）求出对应于每个共轭根组的最小多项式(要求化简后的多项式)；（3分）

（4）在GF(2)上分解多项式x^8-x；（2分）

例题

例：（10分）证明：设p为素数，$f(x)$是$\mathbf{Z}_p[x]$上的n次不可约多项式，在$\mathbf{Z}_p[x]_{f(x)}$上定义乘法运算$\otimes$为：$a(x)\otimes b(x)=(a(x)\,b(x))_{f(x)}$，试证明关于该乘法运算$\otimes$，$\mathbf{Z}_p[x]_{f(x)}$中的所有元素有逆元。

例题

例：设C是一个三元（4, 2）线性码，其生成矩阵为

$$G=\begin{pmatrix}1&0&1&2\\0&1&2&1\end{pmatrix},$$

（1）求校验矩阵H；（4分）

（2）判断字$x=(1\ 2\ 1\ 2)$和$y=(0\ 1\ 2\ 1\ )$是否为码字；（4分）

（3）判断字$x=(1\ 2\ 1\ 2)$和$y=(0\ 1\ 2\ 1\ )$是否在同一陪集内。（2分）

例题

例：（10分）设C是一个二元（6, 3）线性码，其生成矩阵为

$$G=\begin{pmatrix}1&0&1&0&0&1\\1&1&0&1&1&0\\0&1&0&1&1&0\end{pmatrix},$$

（1）求出其校验矩阵H；（4分）

（2）求出所有的校验子（伴随式）Hx'和与之相对应的陪集首（差错模式）e；（3分）

（3）设收到的字为 $r=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0)$，计算 r 的校验子Hr',并确定 r 的译码。（3分）

例题

例：设C是一个二元（6, 3）线性码，其校验矩阵为

$$H=\begin{pmatrix}1&0&0&1&0&1\\0&1&0&0&1&1\\0&0&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

（1）求出所有的校验子Hx'和与之相对应的陪集首e；（7分）

（2）设收到的字为 r＝(0 1 1 0 1 1)，计算r的校验子Hr'，并确定r的译码。（3分）

例题

例：（10分）某二元（n,k）线性分组码的校验矩阵为

$$H=\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0&0 \\ 1&0&1&0&1&0 \\ 1&1&0&0&0&1 \end{pmatrix},$$

（1）n=？ k=？ 该码的码字有多少个？（3分）

（2）求该码的生成矩阵；（3分）

（3）简述一种判断线性码的纠错能力和检错能力的方法；（2分）

（4）判断该线性码C是可以检几错的检错码和可以纠几错的纠错码。（2分）

祝大家取得好成绩！