

上海大学 2012~2013 学年秋季学期试卷（A 卷）

成	
绩	

课程名： 概率论与数理统计 A 课程号： 01014016 学分： 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 _____ 应试人学号 _____ 应试人所在院系 _____

题号	一	二	三	四	五
得分	10	15	10	60	5

得分	评卷人

一、是非题：（每小题 2 分，5 题共 10 分）

- 1、对事件 A 与 B ，一定成立等式 $(A \cup B) - B = A$ 。（ ）
- 2、对事件 A 和 B ，若 $P(A) + P(B) > 1$ ，则这两个事件一定不是互不相容的。（ ）
- 3、设 X_1, K, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本，则统计量 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 和 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 不独立。（ ）
- 4、若事件 A 的概率 $P(A) = 0$ ，则该事件一定不发生。（ ）
- 5、设总体 X 的期望 $\mu = EX$ 存在，但未知，那么 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为参数 μ 的相合估计量。（ ）

得分	评卷人

二、填空题：（每格 3 分，共 15 分）

- 6、已知随机事件 A 和 B 的概率分别为 $P(A) = 0.7$ 和 $P(B) = 0.5$ ，且 $P(B - A) = 0.15$ ，那么，
 $P(B | A) =$ _____。
- 7、设随机变量 X 服从区间 $[-1, 1]$ 上的均匀分布，随机变量 $Y = X^2$ ，则它们的协方差函数
 $\text{cov}(X, Y) =$ _____；事件 $\{Y \leq \frac{1}{2}\}$ 的概率 $P(Y \leq \frac{1}{2}) =$ _____。
- 8、甲乙两人独立抛掷一枚均匀硬币各两次，则甲抛出的正面次数不少于乙的概率为_____。
- 9、如果 X_1, K, X_n 是来自总体 $X \sim b(1, p)$ （服从 0-1 分布）的简单样本，而 x_1, K, x_n 是其样本观测值。那么最大似然函数为_____。

草 稿 纸

得分	评卷人

三、选择题：（每小题 2 分，5 题共 10 分）

10、随机变量 X 以概率 1 取值为零， Y 服从 $b(1, p)$ (0-1 分布)，则正确的是_____。

- (A) X 与 Y 一定独立； (B) X 与 Y 一定不独立；
(C) X 与 Y 不相关但不独立； (D) 不能确定 X 与 Y 的独立性。

11、设随机变量 X 和 Y 的联合密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，则一定有_____。

- (A) X 和 Y 独立； (B) $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$ ；
(C) $f_X(x) = 1$ ； (D) X 和 Y 不独立。

12、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, \dots, X_n 是简单样本， $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ， $S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ，

$S_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ， $S_3^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ ， $S_4^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 。那么服从 $t(n-1)$ 分布的是_____。

- (A) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_1 / \sqrt{n}}$ ； (B) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_2 / \sqrt{n}}$ ； (C) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_3 / \sqrt{n}}$ ； (D) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_4 / \sqrt{n}}$ 。

13、设某人罚篮命中率为 70%，独立罚篮 100 次，那么罚篮命中总次数用中心极限定理估计的近似分布为_____。（这里， $\phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数）

- (A) $\phi(x)$ ； (B) $\phi(x-70)$ ； (C) $\phi\left(\frac{x-70}{\sqrt{21}}\right)$ ； (D) $\phi\left(\frac{x-70}{21}\right)$ 。

14、设连续型随机变量 X 的密度函数满足 $f(x) = f(-x)$ ，则对 $x > 0$ ，分布函数 $F(x)$ 一定有_____。

- (A) $F(-x) = 1 - \int_0^x f(u) du$ ； (B) $F(-x) = \frac{1}{2} - \int_0^x f(u) du$ ；
(C) $F(x) = F(-x)$ ； (D) $F(-x) = 2F(x) - 1$

得分	评卷人

四、计算题：（5 题共 60 分）

15、（本题共 10 分）已知某地区某种疾病男性的发病率是 5%，而女性的发病率是 0.25%。

如果该地区男女的人数相同。计算，

(1)(6 分)该地区这种疾病的发病率；

(2)(4 分)如果某人未患这种疾病，那么患者是男性的概率是多大？

草 稿 纸

- 16、(本题共 15 分) 设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为
- $$f(x,y)=Ax(1-y), \quad 0 < x < 1, \quad x < y < 1; \quad f(x,y)=0, \quad \text{其它}.$$
- (1) (4 分) 求系数 A 的值;
- (2) (5 分) 求 (X,Y) 落在区域 $D=\{(x,y)|\frac{1}{2} < x < 1, \frac{1}{2} < y < 1\}$ 的概率;
- (3) (6 分) 计算边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 并判断这两个随机变量是否独立。

- 17、(本题 15 分) 机器包装食盐, 包装的重量服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。要求每袋的标准重量为 **1kg**, 且方差 $\sigma^2 \leq 0.02^2$ 。每天设备正式运行时, 要做抽样检验, 抽取 9 个样本, 得到的数据如下: 样本均值 $\bar{x} = 0.998 \text{ kg}$, 样本标准差 $s = 0.032$ 。问:
- (1) (7 分) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 就平均重量而言, 机器设备是否处于正常工作状态?
- (2) (7 分) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 就方差而言, 机器设备是否处于正常工作状态?
- (3) (1 分) 你认为设备是否处于正常工作状态。
- (附注: $t_{0.025}(8) = 2.306$, $t_{0.025}(9) = 2.262$, $u_{0.025} = 1.960$, $u_{0.05} = 1.645$, $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$, $\chi^2_{0.025}(9) = 19.023$, $\chi^2_{0.975}(8) = 2.180$, $\chi^2_{0.975}(9) = 2.700$, $\chi^2_{0.05}(8) = 15.057$, $\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$, $\chi^2_{0.95}(8) = 2.733$, $\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$)

草 稿 纸

18、(本题 10 分) 设某种商品的需求量 X 服从区间 $(10,30)$ 上的均匀分布, 而进货数为区间 $(10,30)$ 中的某一整数。商店每正常销售 1 单位商品可获利 500 元; 若供大于求, 多余商品则削价处理, 每处理 1 单位商品亏损 100 元; 若供不应求, 则可从外部调剂供应, 此时每 1 单位商品仅获利 300 元。为使商店所获利润期望值不少于 9280 元, 确定最少进货量。

19、(本题 10 分) 设总体 X 的分布律为

$$p_k(\theta) = \frac{\theta^x}{x!} e^{-\theta}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \theta > 0,$$

其中 θ 为未知参数。

- (1) (4 分) 求参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$;
- (2) (6 分) 求参数 θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}_2$ 。

草 稿 纸

得分	评卷人

五、证明题：（1 题共 5 分）

20、（本题 5 分）设口袋中有一个球，可能是白球，也可能是黑球，没有任何信息。现在放入一个白球，然后等可能地任取一个球。证明：如果拿出的是白球时，原来的球也是白球的概率是 $\frac{2}{3}$ 。

草 稿 纸