

上海大学 2012~2013 学年春季学期试卷（A 卷）

成	
绩	

课程名： 概率论与数理统计 A 课程号： 1014016 学分： 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 _____ 应试人学号 _____ 应试人所在院系 _____

题号	一	二	三	四	五
得分	10	15	10	57	8

一、是非题（本题共 2 分×5=10 分）

- 1、对任意两个事件 A 与 B ，一定有 $(A \cup B) - B \subset A$ 。（ ）
- 2、若随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$ ，则 $P(X = x) = f(x)$ 。（ ）
- 3、如果 X 和 Y 都服从正态分布，那么 $X + Y$ 也一定服从正态分布。（ ）
- 4、如果总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，要提高参数 μ 估计的置信度，同时又不降低估计的精度，就一定要加大样本容量。（ ）
- 5、如果统计量 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的最大似然估计，则 $\hat{\theta}^2$ 也是 θ^2 的最大似然估计。（ ）

二、填空题（每格 3 分，共计 15 分）

- 6、设事件 A ， B 和 C 独立，且 $P(A) = 0.2$ ， $P(B) = 0.3$ ， $P(C) = 0.4$ ，那么事件 $(A \cup B) - C$ 的概率为_____。
- 7、如果在罐中放入一球，该球是红色或黑色的可能性是相同的。再放入一个红球，随后从罐中任意选取一球，发现是红球。那么原来放入的是红球的概率为_____。
- 8、如果随机变量 $X \sim N(-1, 3)$ ，在 $c \neq 0$ 时，随机变量 $Y = cX + d$ 服从的分布为_____。
- 9、设随机变量 $X \sim B(m, p)$ ， $Y \sim B(n, p)$ （二项分布），且相互独立，则 $Z = X + Y$ 服从的分布为_____， $E(XY) =$ _____。

草 稿 纸

三、选择题 (本题共 2 分 \times 5 = 10 分)

10、对任意两个独立且发生概率均大于零的事件 A 和 B ，不正确的是_____。

- (A) \bar{A} 与 \bar{B} 一定独立； (B) A 与 B 一定互不相容；
(C) A 与 \bar{B} 一定独立； (D) \bar{A} 与 B 一定独立。

11、函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$ 是随机变量 X 的概率密度，则 $[a, b]$ 必须是_____。

- (A) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ ； (B) $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ ； (C) $[0, \pi]$ ； (D) $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 。

12、随机变量 $X \sim F(n, m)$ ，即服从 F 分布。对 $0 < \alpha < 1$ ，不一定成立的是_____。

- (A) $\frac{1}{X} \sim F(m, n)$ ； (B) $F_{0.5}(m, m) = F_{0.5}(n, n)$ ；
(C) $F_{\alpha}(m, n) + F_{1-\alpha}(n, m) = 1$ ； (D) $F_{\alpha}(m, n) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(n, m)}$ 。

13、设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，但不一定独立。那么结论一定正确的是_____。

- (A) $X + Y$ 服从正态分布； (B) $X^2 + Y^2$ 服从 χ^2 分布；
(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布； (D) $\frac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布。

14、设离散型随机变量 X 与 Y 独立，且都服从相同的分布律。则一定成立的是_____。

- (A) $P(X = Y) = \frac{1}{2}$ ； (B) $P(X = Y) = 1$ ；
(C) $P(X > Y) = P(X < Y) = \frac{1}{2}$ ； (D) $P(X > Y) = P(X < Y)$ 。

四、计算题: (共 57 分)

15、(本题共 10 分) 两个盒子中各放了 10 只球，球的颜色都是一只红球九只黑球。现在从第一个盒中随机取出两球放入第二个盒中，然后再从第二个盒中随机抽取两球。

(1) 第二次抽出的球是一红一黑的概率是多少？

(2) 如果第二次抽出的球是一红一黑，则第一次抽取的球也是一红一黑的概率是多大？

草 稿 纸

16、（本题共 15 分）设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	$\frac{8}{100}$	a	$\frac{20}{100}$
1	b	$\frac{18}{100}$	$\frac{30}{100}$

且 X 与 Y 独立。

1) 确定参数 a 和 b ； 2) 计算 $Z_1 = X + Y$ 的分布律； 3) 计算 $Z_2 = \min\{X,Y\}$ 的分布律。

17、（本题 10 分）设某种元器件的寿命 $X \sim N(\mu,100^2)$ 。现在随机抽取 25 件元器件，测得其平均寿命为 950 小时。该种元器件的寿命超过 1000 小时才认为是合格的。由这些数据，对元器件的质量可作何种判断？（显著性水平取为 $\alpha = 0.05$ ）

（附注： $u_{0.05} = 1.65$ ， $u_{0.025} = 1.96$ ，
 $t_{0.05}(25) = 1.7081$ ， $t_{0.05}(24) = 1.7109$ ， $t_{0.025}(25) = 2.0595$ ， $t_{0.025}(24) = 2.0639$ ）

草 稿 纸

18、(本题 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 1 \geq y \geq x \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}。$$

- (1) 确定常数 c 的值;
- (2) 计算 X 的边际密度函数和数学期望;
- (3) 计算 $f_{Y|X}(y|x)$;
- (4) 计算 $P(X + Y < 1)$ 的概率。

)

19、(本题 7 分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}。$$

分别给出参数 θ 的矩估计和最大似然估计, 此处 $\theta > -1$ 。

草 稿 纸

五、证明题（共 8 分）

20、（本题 8 分）如果 X 和 Y 是独立同分布的连续型随机变量，证明：

$$P(X \leq Y) = \frac{1}{2}。$$

并举例说明，对离散型随机变量，结论不正确。

草 稿 纸