Spirala - Rješenje

Za 40 bodova se mogla napisati simulacija svega napisanog u tekstu zadatka – obilazak oko matrice po spirali i brojanje.

Pogledajmo $O(N)$ rješenje za 100 bodova.

Razlikujemo dva slučaja

1) Polje (i, j) se nalazi na rubu matrice. Tada jednostavno izbrojimo koliko koraka trebamo napraviti da bi došetali do tog polja i uzmemo taj broj po modulu K.
2) Polje (i, j) nije na rubu matrice. Tj. nalazi se u unutrašnjosti. Tada uklonimo citav rub matrice i posmatramo dobijenu matricu. Broj elemenata na rubu koji smo uklonili predstavlja broj koraka potrebnih da dođemo sa polja $(1, 1)$ prethodne matrice na polje $(1, 1)$ novodobijene matrice.

Sve dok se nalazimo u slučaju 2, mi skidamo rub trenutne matrice i brojimo koliko bismo koraka prešli da smo hodali tim rubom. U nekom momentu se mora desiti da (i, j) postane rubno polje.

U najgorem slučaju, polje (i, j) je centralno polje u matrici pa moramo skinuti sve rubove sa početne matrice. To nam daje $n/2$ iteracija jer u svakom koraku 2) širina i visina matrice se smanjuju za 2. Korak 1) je moguće odraditi u $O(1)$ vremenu pa je ukupna složenost algoritma $O(N)$.

Sada smo samo korak daleko od $O(1)$ rješenja (koje doduše nije potrebno da bi se dobili svi bodovi ali ćemo ga navesti ipak).

U koraku 2), kada skinemo rub matrice koja ima trenutnu širinu i visinu M mi „pređemo“ $4 \cdot M - 4$ koraka duž ruba. Ako smo skinuli rub matrice R puta, onda je trenutna širina i visina matrice jednaka $N - 2 \cdot R$.

Dakle, ako smo ukupno D puta skinuli rub matrice, onda smo ukupno „prešli“ koraka:

$$\sum_{i=1}^{D}(4 \cdot (N - 2 \cdot (i - 1)) - 4) = \sum_{i=1}^{D}(4 \cdot N - 4) - \sum_{i=0}^{D-1} 8 \cdot i = D \cdot (4 \cdot N - 4) - 8 \cdot D \cdot \frac{D-1}{2}$$
$$= 4 \cdot (N \cdot D - D - D^2 + D) = 4 \cdot D \cdot (N - D)$$

Sada na ovu sumu samo dodamo rezultat koraka 1) i uzmemo ostatak pri dijeljenju sa K i posao je obavljen u $O(1)$ vremenu.