

编译原理

第五章 语法分析——自下而上分析

丁志军

dingzj@tongji.edu.cn

概述

- 自下而上分析法就是从输入串开始,逐步进行"归约",直至归约到 文法的开始符号。
- 从语法树的末端, 步步向上"归约", 直到根结。

自上而下分析法

开始符号S → 输入串α (推导)

自下而上分析法

输入串α ⇒ 开始符号S (归约)

内 容 线索

1. 自下而上分析基本问题

2. 算符优先分析方法

3. 规范归约

4. LR分析方法

给定文法 G:

- (1) S→aAcBe
- (2) A→b
- (3) A→Ab
- (4) B→d

输入串 abbcde是否为句子?

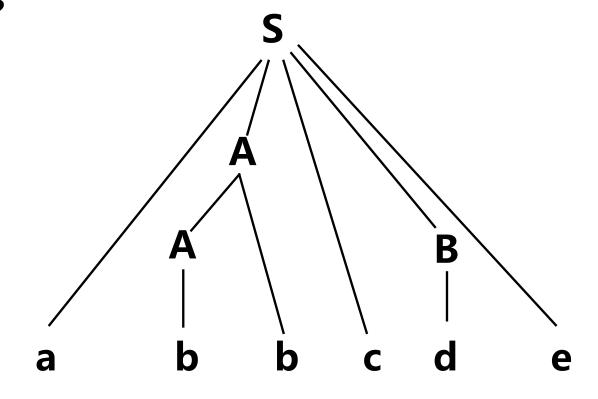
归约过程如下(分析树):

 $S \Rightarrow aAcBe$

 \Rightarrow aAcde

⇒ aAbcde

⇒ abbcde



归约

■ 移进-归约法

使用一个符号栈,把输入符号逐一移进栈,当栈顶形成某个产生式右部时,则将栈顶的这一部分替换(归约)为该产生式的左部符号。

给定文法 G: (1) S→aAcBe

(2) A→b

(3) A→Ab

(4) B→d

输入串 abbcde是否为句子?

归约过程如下:

给定文法 G: (1) S→aAcBe

(2) A→b

(3) A→Ab

(4) B→d

输入串 abbcde是否为句子?

归约过程如下:

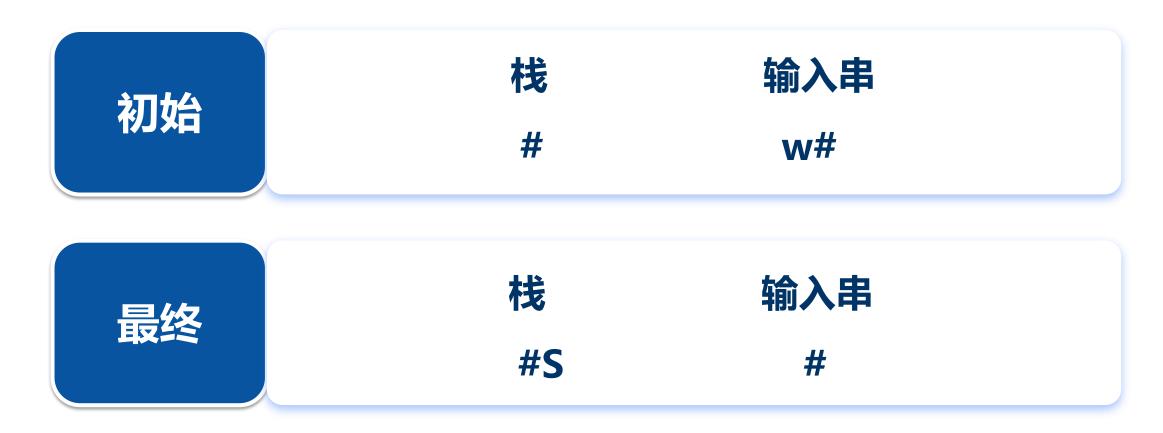
步骤:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

进 进归 进进 动作: **(4) (3)** d C

符号栈的使用

■ 实现移进-归约分析的一个方便途径是用一个栈和一个输入缓冲区, 用#表示栈底和输入的结束



G: E→E+E | E*E | (E) | i 给出 i1*i2+i3 的移进归约过程

步骤	<u>栈</u>	<u>输入串</u>	<u>动作</u>
0	#	i ₁ *i ₂ +i ₃ #	预备
1	#i ₁	*i ₂ +i ₃ #	移进
2	#E	*i ₂ +i ₃ #	归约E→i
3	#E*	i ₂ + i ₃ #	移进
4	# E *i ₂	+i ₃ #	移进
5	#E*E	+i ₃ #	归约E→i
6	#E	+i ₃ #	归约E→E*E
7	#E+	i ₃ #	移进
8	#E+i ₃	#	移进
9	#E+E	#	归约E→i
10	#E	#	归约E→E+E
11	#E	#	接受

语法分析的操作

■ 移进

下一输入符号移进栈顶,读头后移;

■ 归约

检查栈顶若干个符号能否进行归约,若能,就以产生式左部替代该符号串,同时输出产生式编号;

■ 接收

移进 - 归约的结局是栈内只剩下栈底符号和文法开始符号,读头也指向语句的结束符;

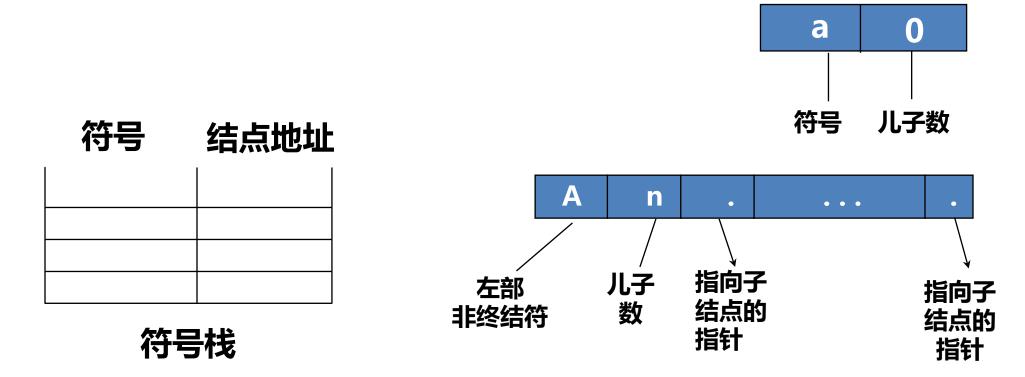
■ 出错

> 发现了一个语法错,调用出错处理程序

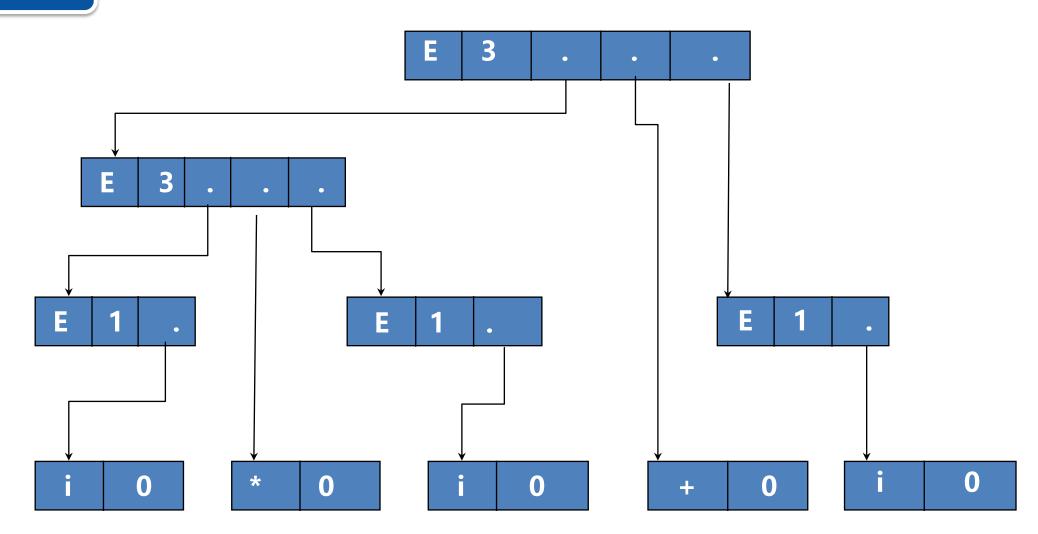
注: 可归约的串在栈顶,不会在内部

语法树的表示——穿线表

- 方法: 在移进-归约过程中自下而上构造句子的语法树
 - > 移进符号a时,构造表示端末结a的数据结构,其地址与 a 同时进栈
 - \rightarrow 用 $A \rightarrow X_1 X_2 ... X_n$ 归约时,构造新结A的数据结构,其地址与A同时进栈
 - > 接受时, 语法树已经构成, S 及根地址在栈中



i * i + i 的语法树



给定文法 G:

- (1) S→aA
- (2) C→a ab
- (3) **D**→ab
- (4) A→b
- (5) B→b

输入串 ab是否为句子?

自下而上分析的基本问题

$$\mathbf{X} \rightarrow \alpha \mathbf{b} \mathbf{\beta}$$
 $\mathbf{A} \rightarrow \alpha$
 $\mathbf{B} \rightarrow \alpha$

- 如何找出或确定可规约串?
- 对找出的可规约串替换为哪一个非终结符号?

内 容 线索

√. 自下而上分析基本问题

2. 算符优先分析方法

3. 规范归约

4. LR分析方法

算符优先分析方法

- 算符优先分析法是自下而上进行句型归约的一种分析方法。
- 定义终结符(算符)的优先关系,按终结符(算符)的优先关系控制 自下而上语法分析过程(寻找"可归约串"和进行归约)。
- 分析速度快,适于表达式的语法分析。

优先关系

■ 任何两个可能相继出现的终结符a和b(它们之间可能插有一个非终结符)的优先关系:

a <-b a的优先级低于b

a = b a的优先级等于b

a > b a的优先级高于b

注:这三种关系不同于数学中的<,=,>关系。

算符文法

■ 一个文法,如果它的任一产生式右部都不含两个相继(并列)的

非终结符,即不含如下形式的产生式右部:

...
$$QR ... , Q, R \in V_N$$

则称该文法为算符文法。

算符优先关系

■ 设 G为算符文法且不含 ϵ - 产生式, $a,b \in V_T$, 算符间的优先关系定 义为:

a = b

当且仅当G含有产生式 P →... ab... 或 P →... aQb...

a <· b 当且仅当G含有产生式 P →... aR ... 且 R → b... 或 R → Qb...

当且仅当G含有产生式 P →... Rb... 且 R ⁺ → ... a 或R ⁺ → ... aQ

算符优先文法

■ 如果一个算符文法G中的任何终结符对(a, b)至多满足下述 关系之一

a ⇒ b

则称 G 为算符优先文法。

给定文法G: E→E+E|E*E|(E)|i 其中: V_T={+, *, i, (,)}。

G是算符文法

G是算符优先文法吗?

考察终结符对(+,*)

(1) 因为E→E+E, 且E ⇒ E*E, 所以

(2) 因为E→E*E, 且E ⇒ E+E, 所以

G不是算符优先文法

```
文法G: (1) E \rightarrow E + T \mid T (2) T \rightarrow T * F \mid F (3) F \rightarrow P \uparrow F \mid P (4) P \rightarrow (E) \mid i
```

算符优先关系为:

∴ G为算符优先文法 (#看作终结符号,作为句子括号)

优先关系表的构造

■ 通过检查G的每个产生式的每个候选式,可找出所有满足a = b的终结符对。

a = b

当且仅当G含有产生式 P →... ab... 或 P →... aQb...

■ 确定满足关系 <·和 > 的所有终结符对:

a <·b

当且仅当G含有产生式 P →... aR ... 且 R → b... 或 R → Qb...

a → b

当且仅当G含有产生式 P →... Rb... 且 R ⁺⇒ ... a 或R ⁺⇒ ... aQ

FIRSTVT(P) 和 LASTVT(P)

```
设 P∈V<sub>N</sub>,定义:
        FIRSTVT(P) =
           { a \mid P \stackrel{\uparrow}{\Rightarrow} a \dots \stackrel{\downarrow}{\otimes} P \stackrel{\downarrow}{\Rightarrow} Qa \dots , a \in V_T , Q \in V_N }
        LASTVT(P) =
           { a \mid P \stackrel{+}{\Rightarrow} ... a \stackrel{+}{\bowtie} P \stackrel{+}{\Rightarrow} ... aQ , a \in V_T , Q \in V_N }
```

FIRSTVT(P) 和 LASTVT(P)构造

■ FIRSTVT (P) 构造

- > 规则1: 若 P → a ... 或 P → Qa ..., 则 a ∈ FIRSTVT(P);
- > 规则2: 若 a ∈ FIRSTVT(Q) , 且 P \rightarrow Q ... , 则 a ∈ FIRSTVT(P)。

■ LASTVT (P) 构造

- > 规则1: 若 P→ ... a 或 P→ ... aQ , 则 a ∈ LASTVT(P);
- > 规则2: 若 a ∈ LASTVT(Q),且 P→ ... Q,则 a ∈ LASTVT(P)。

FIRSTVT(P) 的构造——数据结构

■ 二维布尔矩阵 F[P,a] 和符号栈STACK

栈 STACK: 存放使FIRSTVT 为真的符号对 (P, a).

FIRSTVT(P)的构造——算法

- 把所有初值为真的数组元素 F[P, a] 的符号对 (P, a) 全都放在STACK 之中。
- 如果栈STACK不空,就将栈顶逐出,记此项为(Q, a)。对于每个形如 P→Q... 的产生式,若F[P, a]为假,则变其值为真,且将(P, a)推进 STACK栈。
- 上述过程必须一直重复,直至栈STACK拆空为止。

FIRSTVT主程序:

```
BEGIN
 FOR 每个非终结符P和终结符a DO
      F[P,a] := FALSE;
 FOR 每个形如P→a... 或P→Qa ... 的产生式 DO
      INSERT (P, a);
 WHILE STACK 非空 DO
 BEGIN
      把STACK 的顶项 (Q, a) 弹出;
      FOR 每条形如P→Q ... 的产生式 DO
         INSERT (P, a);
  END OF WHILE;
END
```

PROCEDURE INSERT(P,a);
IF NOT F[P,a] THEN
BEGIN
F[P,a]:= true;
把 (P, a)下推进STACK栈
END;

优先关系表的构造

- 有了这两个集合之后,就可以通过检查每个产生式的候选式确定满足关系 < 和 > 的所有终结符对。
 - > 假定有个产生式的一个候选形为

...aP....

那么,对任何 b∈FIRSTVT(P),有 a < b。

> 假定有个产生式的一个候选形为

...Pb...

那么,对任何 a∈LASTVT(P),有 a → b。

构造优先关系表算法

```
FOR 每条产生式P→X<sub>1</sub>X<sub>2</sub>...X<sub>n</sub> DO
     FOR i:=1 TO n-1 DO
     BEGIN
        IF X<sub>i</sub>和X<sub>i+1</sub>均为终结符 THEN 置X<sub>i</sub> = X<sub>i+1</sub>
        IF i≤n-2且Xi和Xi+2都为终结符
                    但X<sub>i+1</sub>为非终结符 THEN 置X<sub>i</sub> = X<sub>i+2</sub>;
        IF X<sub>i</sub>为终结符而X<sub>i+1</sub>为非终结符 THEN
                FOR FIRSTVT(X<sub>i+1</sub>)中的每个a DO
                       置 X<sub>i</sub> ぐ a;
        IF X<sub>i</sub>为非终结符而X<sub>i+1</sub>为终结符 THEN
              FOR LASTVT(X;)中的每个a DO
                       置 a → X<sub>i+1</sub>
```

```
G: S \rightarrow a \mid ^{} \mid (T) T \rightarrow T, S \mid S

FIRSTVT(S) = { a, ^, ( } FIRSTVT(T) = { a, ^, (, , }

LASTVT(S) = { a, ^, ) } LASTVT(T) = { a, ^, ), , }
```

优先关系	a	٨	()	ı
a					
^					-
(·				
)				·	
,					

约定任何终结符号有: a>#, #<a

短语

■ 短语

令G是一个文法,S是文法的开始符号,若 $\alpha\beta\delta$ 是文法G的一个句型

,如果有

 $S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha A \delta \not \!\!\! \perp A \stackrel{+}{\Rightarrow} \beta$

则称 β 是句型 $\alpha\beta\delta$ 相对于非终结符A的短语。

设文法G (S): (1) S → aAcBe

 $(2) A \rightarrow b$

 $(3) A \rightarrow Ab$

 $(4) B \rightarrow d$

给出句型aAbcde的短语。

曲 $S \Rightarrow aAcBe \Rightarrow aAcde \Rightarrow aAbcde$ $S \Rightarrow aAcBe \Rightarrow aAbcBe \Rightarrow aAbcde$

短语: d, Ab, aAbcde

句型语法树和句型的短语

■短语

> 句型语法树中每棵子树(某个结点连同它的所有子孙组成的树)的所有叶子结点从左到右排列起来形成一个相对于子树根的短语。

设文法G (S): (1) S → aAcBe

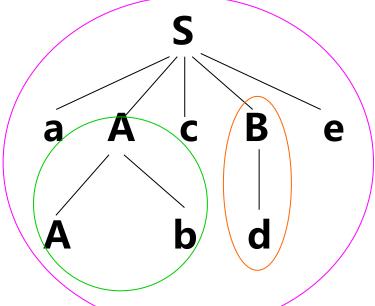
 $(2) A \rightarrow b$

(3) $A \rightarrow Ab$

(4) $B \rightarrow d$

给出句型aAbcde的短语。

句型aAbcde的语法树为:



短语: d, Ab, aAbcde

最左素短语

■ 短语

令G是一个文法,S是文法的开始符号,若αβδ是文法G的一个句型,如果有 S $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ αAδ 且 A $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ β

则称 β 是句型 $\alpha\beta\delta$ 相对于非终结符A的短语。

■ 素短语

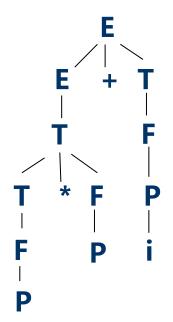
- > 是一个短语,它至少含有一个终结符且除它自身之外不含有任何更小的素短语。
- 最左素短语
- > 处于句型最左边的那个素短语。

对文法G:

- (1) $E \rightarrow E + T \mid T$
- (2) T→T*F | F
- (3) $F \rightarrow P \uparrow F \mid P$
- (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

求句型P*P+i的短语、素短语、最左素短语

解: 句型的语法树为:



句型的短语:P, P*P, i, P*P+i

素短语:P*P, i

最左素短语:P*P

对文法G:

- (1) $E \rightarrow E + T \mid T$
- (2) T→T*F | F
- (3) F→P↑F | P
- (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

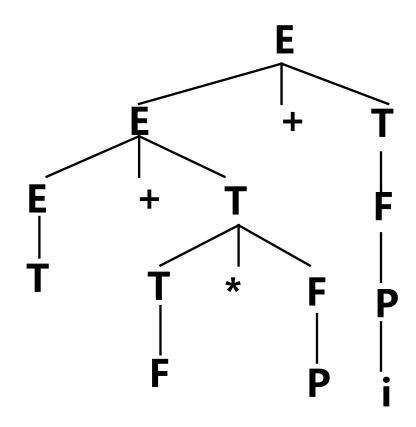
句型: T+F*P+i

短语: T, F, P, i, F*P,

T+F*P, T+F*P+i

素短语: F*P, i

最左素短语: F*P



算符优先文法的最左素短语

• 算符优先文法句型(括在两个#之间)的一般形式为:

$$*N_1a_1N_2a_2 ... N_na_nN_{n+1} *$$

· 一个算符优先文法G的任何句型的最左素短语是满足下列条件的最左子串

$$N_{j}a_{j} \dots N_{i}a_{i} N_{i+1}$$

$$a_{j-1} < a_{j}$$

$$a_{j} = a_{j+1} = \dots = a_{i-1} = a_{i}$$

$$a_{i} > a_{i+1}$$

例. 句型#P*P+i#中, # < * , * → + , 所以P*P是最左素短语

最左素短语

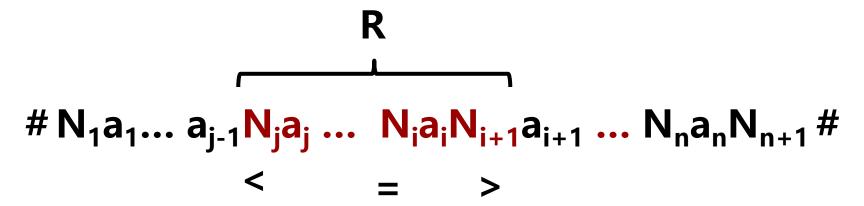
■ 一个算符优先文法G的任何句型的最左素短语是满足下列条件的

最左子串
$$N_j a_j \dots N_i a_i N_{i+1}$$

$$a_{j-1} < a_j$$

$$a_{j} = a_{j+1} = ... = a_{i-1} = a_{i}$$

$$a_i > a_{i+1}$$



对文法G: (1) $E \rightarrow E + T \mid T$ (2) $T \rightarrow T * F \mid F$ (3) $F \rightarrow P \uparrow F \mid P$ (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

FIRSTVT $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{T} & \mathbf{F} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$ **LASTVT** $M = \begin{bmatrix} E & T & T & T & F & T & T \\ F & T & T & F & T & T \\ F & F & T & F & T & T \\ F & F & F & F & T & T \end{bmatrix}$

	+	*	1	()	i
+	^	٧	\	<	>	«
*	>	>	<	<	>	<
1	>	>	<	<	>	<
(<	<	<	<	=	<
)	>	>	>		>	
i	>	>	>		>	

对文法G: (1) E→E+T | T (2) T→T*F | F

(3) $F \rightarrow P \uparrow F \mid P$ (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

句型: T+F*P+i

最左素短语: F*P

+ < * > +

	+	*	1	()	i
+	>	<	<	<	>	<
*	>	>	<	<	>	<
1	>	>	<	<	>	<
(<	<	<	<	=	<
)	>	>	>		>	
i	>	>	>		>	

算符优先分析算法

将输入串依此逐个存入符号栈S中,直到符号栈顶元素S_k与下一个待输入的符号a有优先关系S_k>a为止;

2 至此,最左素短语尾符号S_k已在符号栈S的栈顶,由此往前在栈中找最左素短语的头符号S_{j+1},直到找到第一个 < 为止;

已找到最左素短语 $S_{j+1}...S_k$,将其归约为某个非终结符N及做相应的语义处理。

设k为符号栈S的指针

```
k = 1; S[k]:= " # ";
                                                 自左至右, 终结符对终结符, 非终结符
        REPEAT
                                                 对非终结符,而且对应的终结符相同。
          把下一个输入字符读进a中;
                                                   N \rightarrow X_1 \qquad X_2 \qquad ... \qquad X_{k-i}
         IF S[k] \in V_T THEN j:= k ELSE j:= k -1;
5
           WHILE S[j] > a DO
6
           BEGIN
                                                         S[j+1] S[j+2] ...
              REPEAT
8
                   Q:=S[j];
9
                   IF S[j-1] \in V_T THEN j:=j-1 ELSE j:=j-2
10
              UNTIL S[j] < Q;
              把S[j+1]...S[k] 归约为某个N;
              k := j+1; S[k]:= N
13
            END OF WHILE;
            IF S[j] < a OR S[j] = a THEN
14
               BEGIN k := k+1; S[k] := a END
            ELSE ERROR
16
17
        UNTIL a = "#"
```

S[k]

对文法G: (1)
$$E \rightarrow E + T \mid T$$
 (2) $T \rightarrow T * F \mid F$ (3) $F \rightarrow P \uparrow F \mid P$ (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

句子: i*(i+i)

	+	*	1	()	i
+	>	<	<	<	>	<
*	>	>	<	<	>	<
1	>	>	<	<	>	<
(<	<	<	<	=	<
)	>	>	>		>	
i	>	>	>		>	

对文法G,符号串i*(i+i)的分析过程如下:

<u>符号栈</u>	<u>关系</u>	输入串_	最左素短语
#	<.	i* (i+i) #	
#i	>.	* (i+i) #	i
#N	<.	* (i+i) #	
#N*	<.	(i+i) #	
#N*(<.	i+i) #	
#N*(i	>.	+i) #	i
#N*(N	<.	+ i) #	
#N*(N+	<.	i) #	
#N*(N+i	>.) #	i
#N*(N+N	>.) #	N+N
#N*(N	=.) #	
#N*(N)	>.	#	(N)
#N*N	>.	#	N*N
#N	=.	#	
#N#		成功	

说明

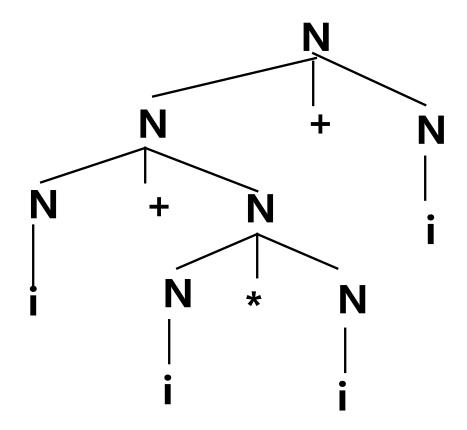
- 约定任何终结符号有: a>#, #<a
- 在算法的工作过程中,若出现j减1后的值小于等于0时,则意味着输入串有错。在正确的情况下,算法工作完毕时,符号栈S应呈现:

N

■ 由于非终结符对归约没有影响,因此,非终结符可以不进符号栈S。

(3)
$$F \rightarrow P \uparrow F \mid P$$
 (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

给出句子i+i*i+i的算符优先分析的语法树



算符优先分析归约速度快, 但容易误判

内 容 线索

√. 自下而上分析基本问题

√. 算符优先分析方法

3. 规范归约

4. LR分析方法

短语

■ 令G是一个文法,S是文法的开始符号,若 α βδ是文法G的一个句型,

如果有 $S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha A \delta$ 且 $A \stackrel{+}{\Rightarrow} \beta$

则称 β 是句型 $\alpha\beta\delta$ 相对于非终结符A的短语。

- A 特别地,若 A A β,则称 β 是句型 αβδ 关于产生式A→β的直接短语。
- 一个句型的最左直接短语称为句柄。

设文法G (S): (1) S → aAcBe

 $(2) A \rightarrow b$

(3) $A \rightarrow Ab$

(4) $B \rightarrow d$

给出句型aAbcde的短语、直接短语、句柄。

由 S ⇒ aAcBe ⇒ aAcde ⇒ aAbcde

 $S \Rightarrow aAcBe \Rightarrow aAbcBe \Rightarrow aAbcde$

短语: d, Ab, aAbcde

直接短语: d, Ab

句柄: Ab

句型语法树和句型的短语、直接短语、句柄

- 短语:句型语法树中每棵子树(某个结点连同它的所有子孙组成的树)的所有叶子结点从左到右排列起来形成一个相对于子树根的短语。
- 直接短语: 只有父子两代的子树形成的短语。
- 句柄: 语法树中最左那棵只有父子两代的子树形成的短语。

G (E):
$$E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$

试找出句型 (T+i)*i-F的所有短语、直接短语和句柄

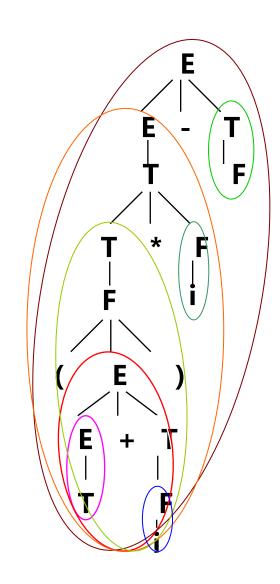
解: 短语

直接短语

T i i F

句柄

T



对文法G: (1) E→E+T | T

(3) F→P↑F | P

(2) T→T*F | F

(4) $P \rightarrow (E) \mid i$

句型: T+F*P+i

短语: T, F, P, i, F*P,

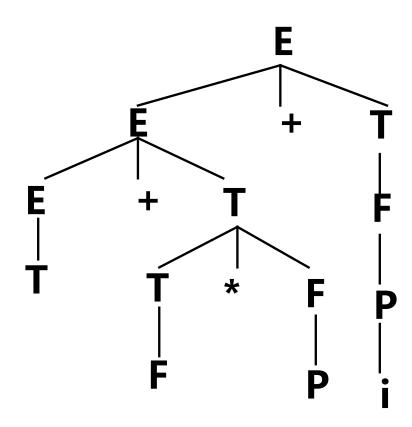
T+F*P, T+F*P+i

直接短语: T, F, P, i

句柄: T

素短语: F*P, i

最左素短语: F*P



给定文法G: E→E+E|E*E|(E)|i

给出句型E+E*E的句柄

解. (1) $E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E$

E*E是句柄

 $(2) E \Rightarrow E^*E \Rightarrow E^*E$

E+E是句柄

注: 二义性文法的句柄可能不唯一

规范归约

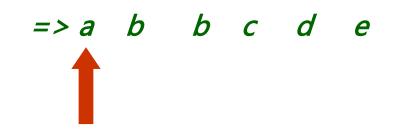
设 α 是文法G的一个句子,若序列 α_n , α_{n-1} , ..., α_0 , 满足:

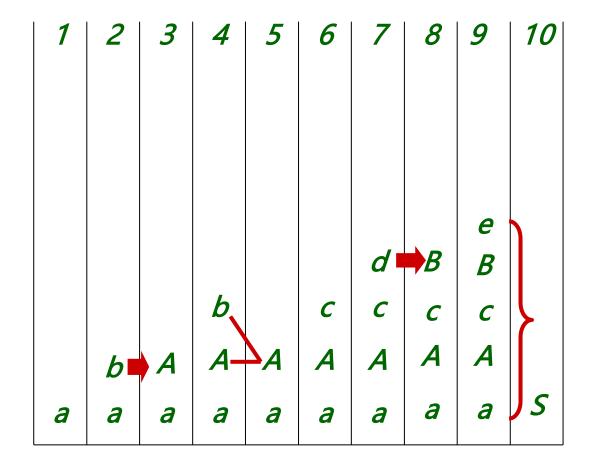
- $(1) \alpha_n = \alpha;$
- (2) $\alpha_0 = S$;
- (3) 对任意i , 0 < i ≤n , α_{i-1} 是从 α_i 将句柄替换成相应产生式

左部符号而得到的

则称该序列是一个规范归约。

规范归约是关于α的一个最右推导的逆过程





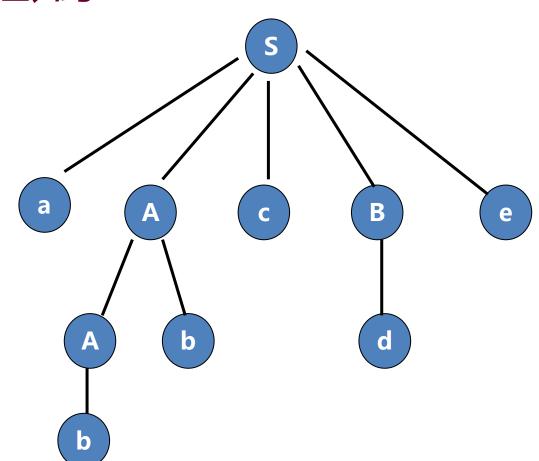
$$A->b$$
 $B->d$

输入串: abbcde

最左归约: a b b c d e

=> aAbcde => aAcde => aAcBe

=> 5

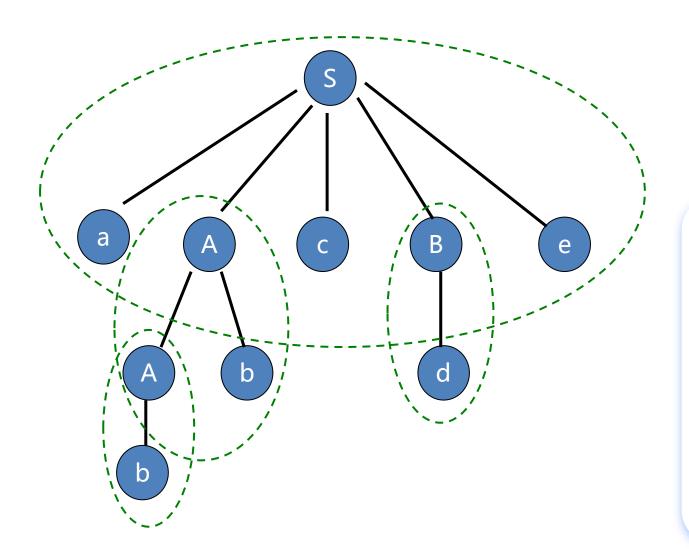


S->aAcBe A->Ab

A->b B->d

输入串: abbcde

句子abbcde 的规范归约过程如下: —— " 剪枝"



文法G(S): S→aAcBe

 $A \rightarrow b$

 $A \rightarrow Ab$

 $B \rightarrow d$

规范归约 归约规则

abbcde

 $A \rightarrow b$

aAbcde

A→**A**b

aAcde

 $B \rightarrow d$

aAcBe

S→a**A**cBe

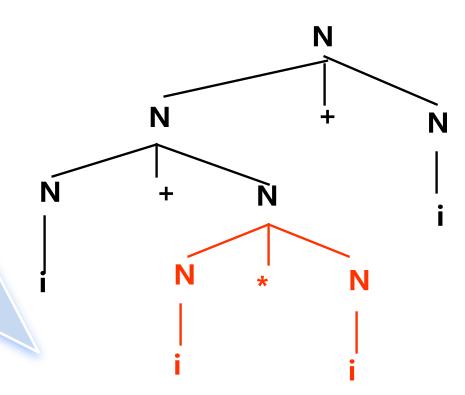
S

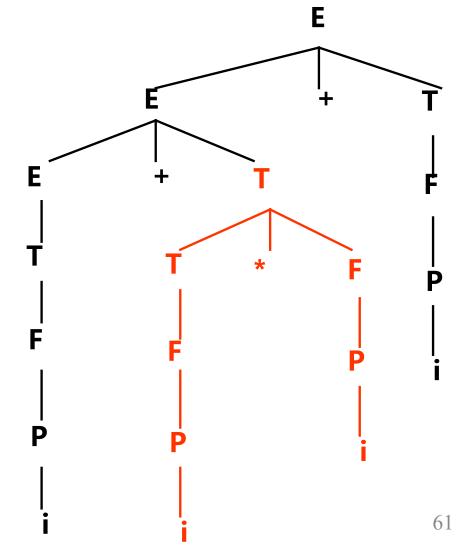
对文法G: (1) E→E+T | T (2) T→T*F | F

(3) $F \rightarrow P \uparrow F \mid P$ (4) $P \rightarrow (E) \mid i$

分别给出句子i+i*i+i的 算符优先分析和规范归约分析的语法树

算符优先分 析相比规范 归约,其归约 速度快,但 容易误判。





规范归约的基本问题

- 如何找出或确定可归约串——句柄?
- 对找出的可归约串——句柄替换为哪一个非终结符号?