CAPÍTULO 4
Relaciones y Funciones

Tecnicatura Universitaria en Programación

MATEMÁTICA 1

Profesoras: María Teresa Brizzi, Ana María Castro y Andrea Comerci

Se llama ***Relación binaria*** *del conjunto* A *al conjunto* B *a todo subconjunto de* A×B.

Es decir $R \subseteq A \times B$

El producto cartesiano A×B es el *conjunto formado por todos los pares ordenados cuya primera componente pertenece a* A y la segunda componente pertenece a B, *simbólicamente:*

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \{(a, b) | a \in \mathbf{A} \wedge b \in \mathbf{B}\}$$

$$R : A \to B \,/\, R = \{(a;b) \,/\, (a;b) \in AXB\}$$

Ej.1) Sean los siguientes conjuntos $\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4\}$ y $\mathbf{B} = \{1, 4, 9, 16, 25\}$,

Formas de expresión

Extensión

$R_2 = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$

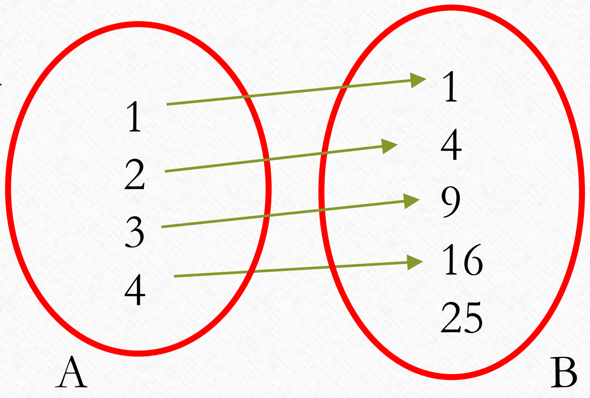
Comprensión

$$R_2 = \{(x, y) \in \mathbf{A} \times \mathbf{B} | y = x^2\},$$

Tablas-gráficos cartesianos

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

Diagrama de Venn



Relaciones binarias de A en B

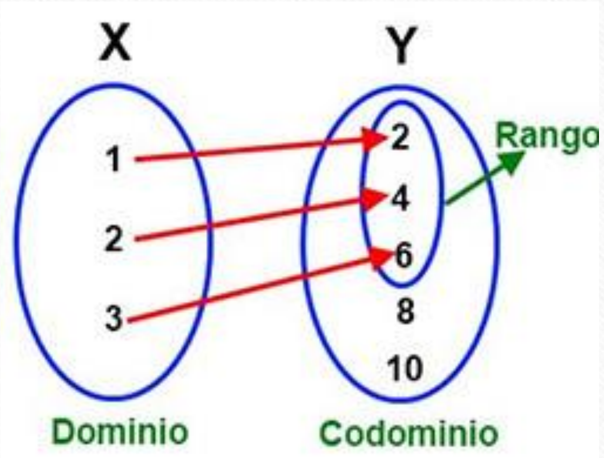
Dominio de la relación

El dominio de una relación es el conjunto formado por todas las primeras componentes de los pares ordenados que pertenecen a la relación.

Imagen o Rango de la relación

El conjunto Imagen de una relación es el conjunto formado por todas las segundas componentes de los pares ordenados que pertenecen a la relación.

$$R = \{(1;2)(2;4)(3;6)\}$$



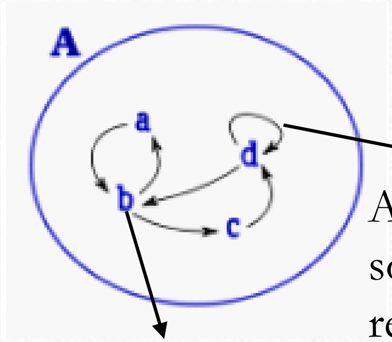
$$D_m = \{1,\ 2,\ 3\}$$

$$Im = \{2,\ 4,\ 6\}$$

Relación binaria homogénea

Es un relación definida en un mismo conjunto$\rightarrow R \subset AxA$

Dígrafos



Aristas
son arcos dirigidos (flechas) que representan cada par ordenado de la relación.

Nodos
Son los elementos del conjunto A

Matriz de Adyacencia

Se crea una matriz cuadrada de orden $\#A$ x $\#A$ donde las filas y las columnas representan los *nodos* del dígrafo.
-Por cada arista que une a dos nodos corresponde 1.

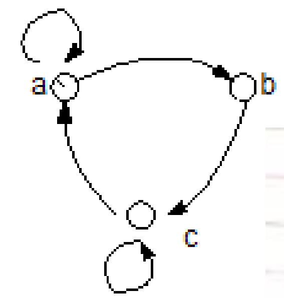
$$M = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Camino es una sucesión de nodos que va desde un nodo a otro.

Cantidad de caminos de longitud 2→A^2

Longitud es la cantidad de aristas que se atraviesa desde un nodo a otro en dicho camino

10) 9b)



$$M_a = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 1 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$M_A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$

1 camino de longitud 2 desde "a" hasta "a"

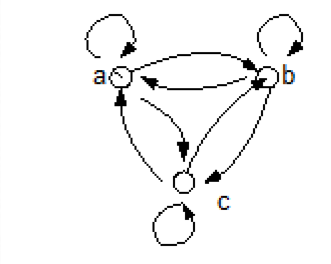
$C_a = (a, a, a)$

Propiedades de una relación binaria homogénea

Propiedad	Definición
Reflexiva	$\forall x \in A : x \in A \Rightarrow (x;x) \in R$

Debe cumplirse para todos los elementos del conjuntos

9) Analice las propiedades
o por la matriz asociada a l
a)



Arreflexiva $\forall x \in A : x \in A \Rightarrow (x;x) \notin R$

8) Dado el conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} y las relaciones R : A → A

$R_1 = \{(1;2), (3;4)\}$

$$M_A = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Simétrica $\forall x, y \in A : (x;y) \in R \Rightarrow (y;x) \in R$

8) Dado el conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} y las relaciones R : A → A

$R_2 = \{(2; 3), (3; 2), (2; 2)\}$

Asimétrica $\forall x, y \in A: (x;y) \in R \Rightarrow (y;x) \notin R$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

R= $\{(a,a)(b,a)(c,a)(c,b)(c,c)(d,a)(d,b)(d,c)\}$

Pues $(c,c) \in R$

Antisimétrica $\forall x, y \in A: (x,y) \in R \wedge (y,x) \in R \Longrightarrow x = y$

Dado el conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} y las relaciones R : A → A

R $= \{(1;1), (2;3), (4;4)\}$

Pues $(4,4) \in R$

Transitiva $\forall x, y, z \in A: (x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \Longrightarrow (x,z) \in R$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

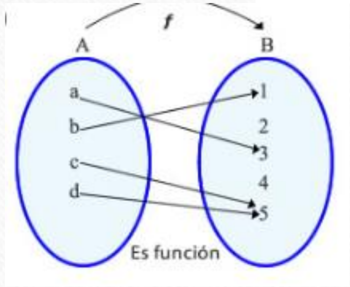
$R = \{(a,a)(a,c)(c,a)(c,d)(c,c)(d,c)\}$

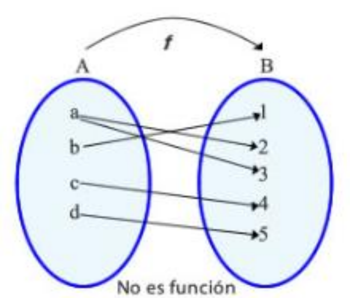
Pues $(d,c) \in R \wedge (c,a) \in R \Rightarrow (d,a) \notin R$

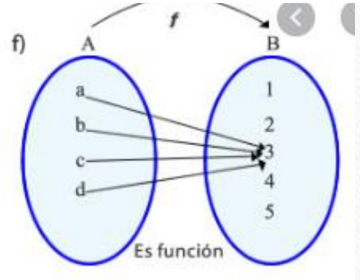
Función

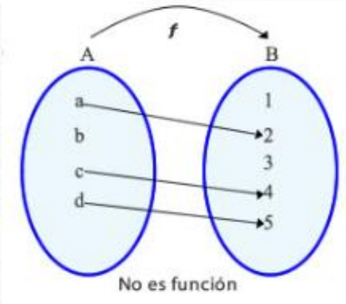
Se define como una *función* del conjunto A (*dominio*) al conjunto B (*codominio*) a toda relación entre A y B tal que todo elemento de A se corresponde con un único elemento en B.

$f: A \to B \,/\, f(x) = y$ tal que $x \in A$ e $y \in B$, *x* recibe el nombre de variable *independiente* e *y* variable *dependiente*









- *Funciones*
  - *Algebraicas*
    - *Potencias*
      - *Polinómica*
        - *Función constante*
        - $\boxed{\textit{Función lineal}}$
        - *Función cuadrática*
        - ...
      - *Racionales*
    - *Radicales*
  - *Trascendentes*
    - *Trigonométrica*
    - *Exponencial*
    - *Logarítmica*

$$f: R \to R / f(x) = mx + b$$

Dm

B (Conjunto de llegada)

Ejemplo [Función de oferta]. Un fabricante de refrigeradoras producirá 3000 unidades cuando el precio sea de $940 y 2200 unidades cuando el precio sea $740. Supongamos que el precio p y la cantidad producida q están relacionados de manera lineal. Hallar la función de oferta.

Resolución

	N° unidades p
940	3000
740	2200

$$\begin{cases} 3000=940m+b \\ 2200=740m+b \end{cases}$$

$$800=200m$$

$$4 = m$$

$$3000 - 940.4 = b$$

$$-760=b$$

$$y = 4x - 760$$

Fin de la Presentación

¡Esperamos que esta presentación haya sido de gran ayuda!

No duden en consultar las dudas e inquietudes que puedan surgir…
Estamos para acompañarlos.

Saludos a todos y a seguir avanzando