CAPÍTULO 3
Combinatoria

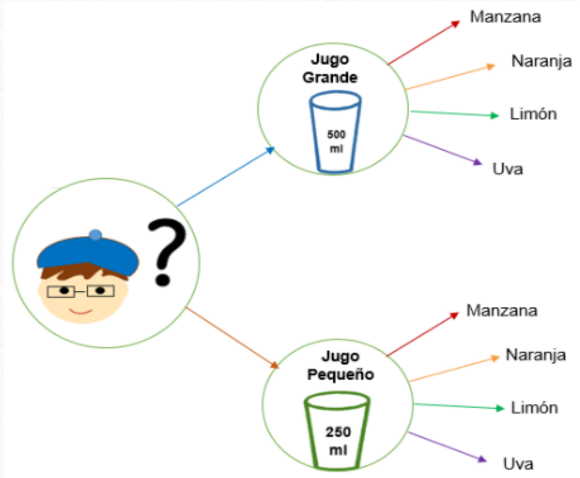
Tecnicatura Universitaria en Programación

MATEMÁTICA

Profesoras: María Teresa Brizzi y Ana María Castro

Principio Fundamental del Conteo (PFC)

Establece que el número de posibilidades en que múltiples eventos pueden ocurrir se pueden determinar al multiplicar el número de resultados posibles por cada evento. En otras palabras, si los eventos A , B , y C tienen 5, 3 y 4 resultados posibles respectivamente, las posibles combinaciones de resultados serían $5 \times 3 \times 4 = 60$.



El *diagrama de árbol* es una representación gráfica del PFC. Es utilizado en situaciones de conteo y en el cálculo de probabilidades.

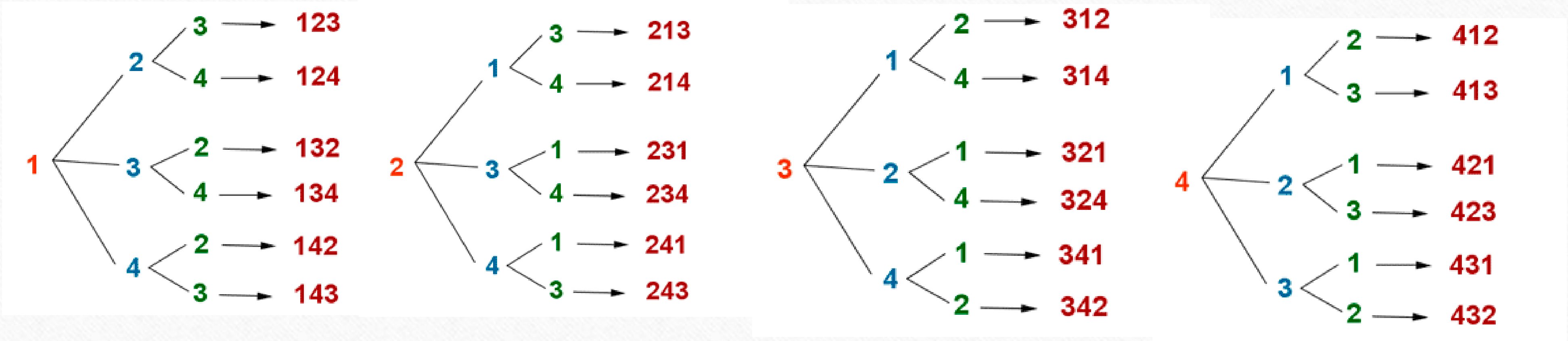
Factorial de un número N_0

Se define como el *factorial de un número n*, que se denota n! de la siguiente manera:

$$n! = \begin{cases} Si\ n = 0,\ 0! = 1 \\ Si\ n = 1,\ \ 1! = 1 \\ Si\ n > 1,\ \ n! = n.(n-1)! \end{cases}$$

Ejemplo: $3! = 3\ (3-1)! = 3.2! = 3.2(2-1)! = 3.2.1 = 6$

Ejemplo 1) Con los dígitos 1, 2, 3 y 4 forma todos los números de tres cifras que puedas **sin que se repita** ninguna. ¿Cuántos son?



- Con el diagrama de árbol nos salen 24 números de 3 cifras.
- Con el método del PFC: 4·3·2 = 24
- Con la utilización de la fórmula: **Variación** de 4 elementos tomados de a 3:

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

$$V_{4,3} = \frac{24}{1} = 24$$

¿Importa el orden?

Variación de m elementos tomados de a n elementos

<u>Sin repetición</u>: ejemplo anterior

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!} \qquad V_{4,3} = \frac{24}{1} = 24$$

- NO intervienen todos los elementos
- SÍ IMPORTA el orden de los elementos
- NO se pueden repetir los elementos

<u>Ej 2 Con repetición:</u>

¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar **si se pueden repetir** dígitos1,2,3,4?

- Con PFC: 4.4=16
- Con la fórmula: Variación con repetición

$$V^R_{m,n} = m^n$$

$$V^R_{4,2} = 4^2 = 16$$

11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34
41	42	43	44

Ej.3) ¿Cuántas palabras (sin importar el significado) de 5 letras distintas se pueden formar con las letras de la palabra CLAVE?

¿Importa el orden?

- Con PFC: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ 120 combinaciones de letras distintas de 5 letras

Estas serían: CLAVE, VELAC, LCAEV, VLEAC, ECVLAC... hasta 120 combinaciones de letras distintas en total.

- Con la utilización de una fórmula:

Las **permutaciones sin repetición P_m** son los distintos grupos de **m** elementos diferentes tomados de **m** en m.

- Intervienen todos los elementos.
- No se pueden repetir.
- Influye el orden en el que se coloca.

$$P_m = m\,! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Ejemplo 4)a)¿Cuántos números de 4 cifras distintas se forman con las cifras 0, 1, 2, 3, 4?

¿Importa el orden?

- NO intervienen todos los elementos
- SÍ IMPORTA el orden de los elementos
- NO se pueden repetir los elementos

Intervienen todos los elementos?

Aplicando el PFC

$\underbrace{4}.\underbrace{4}.\underbrace{3}.\underbrace{2}$ el primer lugar son 4 cifras posibles : 1,2,3,4 porque 0 no puede ser primera cifra el segundo lugar puede ser: 0 y el número que no está como primer cifra y así con los siguientes lugares.

Respuesta: Son 96 números de 4 cifras distintas.

4)b)¿Si me dicen cuántos números pares de 4 cifras distintas se pueden formar con las cifras 0, 1 , 2, 3 y 4?

Si comienza con 1 pueden terminar en 0, 2, 4 1 _ _ 0 1_ _ 2 1 _ _ 4

Si comienza con 2 pueden terminar en 0, 4 2 _ _ 0 2 _ _ 4

Si comienza con 3 pueden terminar en 0, 2, 4 3 _ _ 0 3 _ _ 2 3 _ _ 4

Si comienza con 4 pueden terminar en 0, 2 4 _ _ 0 4_ _ 2

Son 10 posibilidades y para las 2 cifras que quedan en el medio serían $V_3^2 = 6 \Rightarrow 10.6 = 60$

Respuesta: Los números pares de 4 cifras son 60.

Ej 4)"La combinación de una cerradura es 472"

¿Esa cerradura abre con la clave 274? 

- Con PFC: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

- Con la utilización de una fórmula:

n^r
donde ***n*** es el número de cosas que puedes elegir, y eliges ***r*** de ellas (Se puede repetir, el orden importa)

Ej.5) En un curso de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos? ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?
Ej.6) Con 5 médicos en un hospital ¿Cuántas guardias distintas con dos médicos podrían formarse?
Ej.7) En una fiesta asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos. ¿cuántos saludos se han intercambiado?

¿Intervienen todos los elementos? **No!**

¿Importa el orden? **No!**

¿Se repiten los elementos? **No!**

Combinaciones

$$C(m,n) = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}$$

- NO intervienen todos los elementos
- NO importa el orden de los elementos
- NO se pueden repetir los elementos

Ej.5) $C_{35}^{3} = \frac{35!}{32! \cdot 3!} = 6545$

Ej.6) $C_{5}^{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$

Ej.7) $C_{10}^{2} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = 45$

Fórmulas

- $V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$ *variaciones de m elementos tomados de n*
- $C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ *combinaciones de m elementos tomados de n*
- $P_m = m!$ *permutaciones de m elementos*
- $V_{m,n}^{R} = m^n$ *variaciones de m elementos tomados de n con repetición*

Diagrama de Carroll

Es una variante del diagrama de Venn-Euler que posibilita la clasificación de un conjunto de objetos según tres o más propiedades o atributos.

Ejemplo) En un Simposio de Medicina se debatió el problema de la Eutanasia planteándose una petición. Hay cardiólogos, otras especialidades, algunos son Europeos y otros americanos

	Europeos	Americanos
Otras especialidades		Petición
Cardiólogos		

Diagrama de Carroll

115 europeos votaron a favor de la moción, 60 europeos votaron en contra,

75 cardiólogos votaron en contra, 80 cardiólogos votaron a favor.

Si el número de cardiólogos europeos excede en 30 al número de americanos de otras especialidades y no hubo abstenciones

$m+p=115$

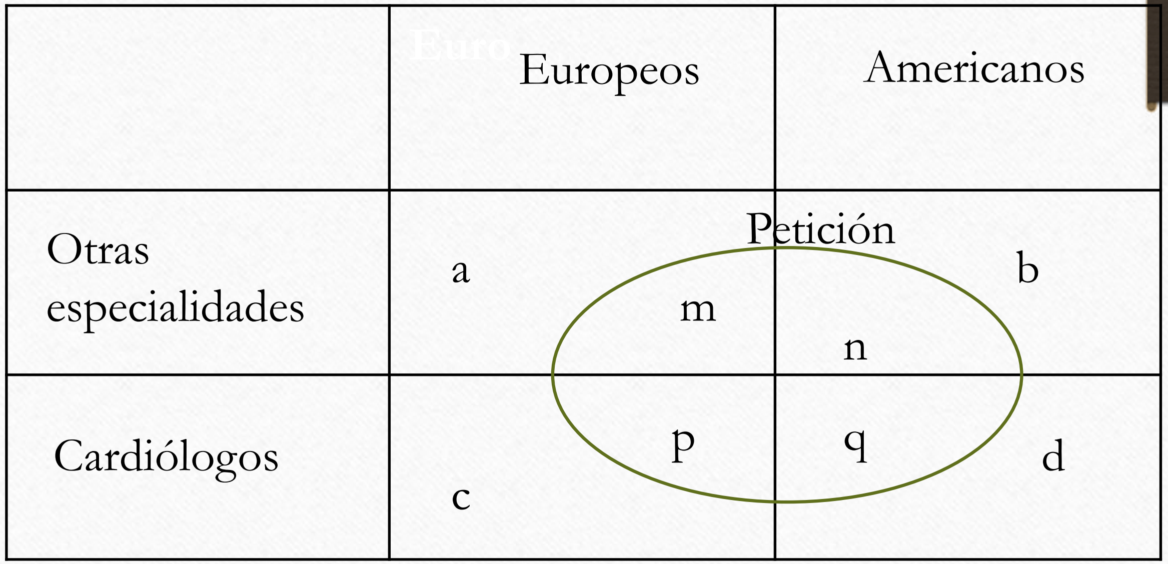
$c+d=75$

$a+c=60$

$p+q=80$

$p+c=30+(n+b)$

+



¿Cuántos médicos participaron en el simposio?

Sumando a ambos miembros:

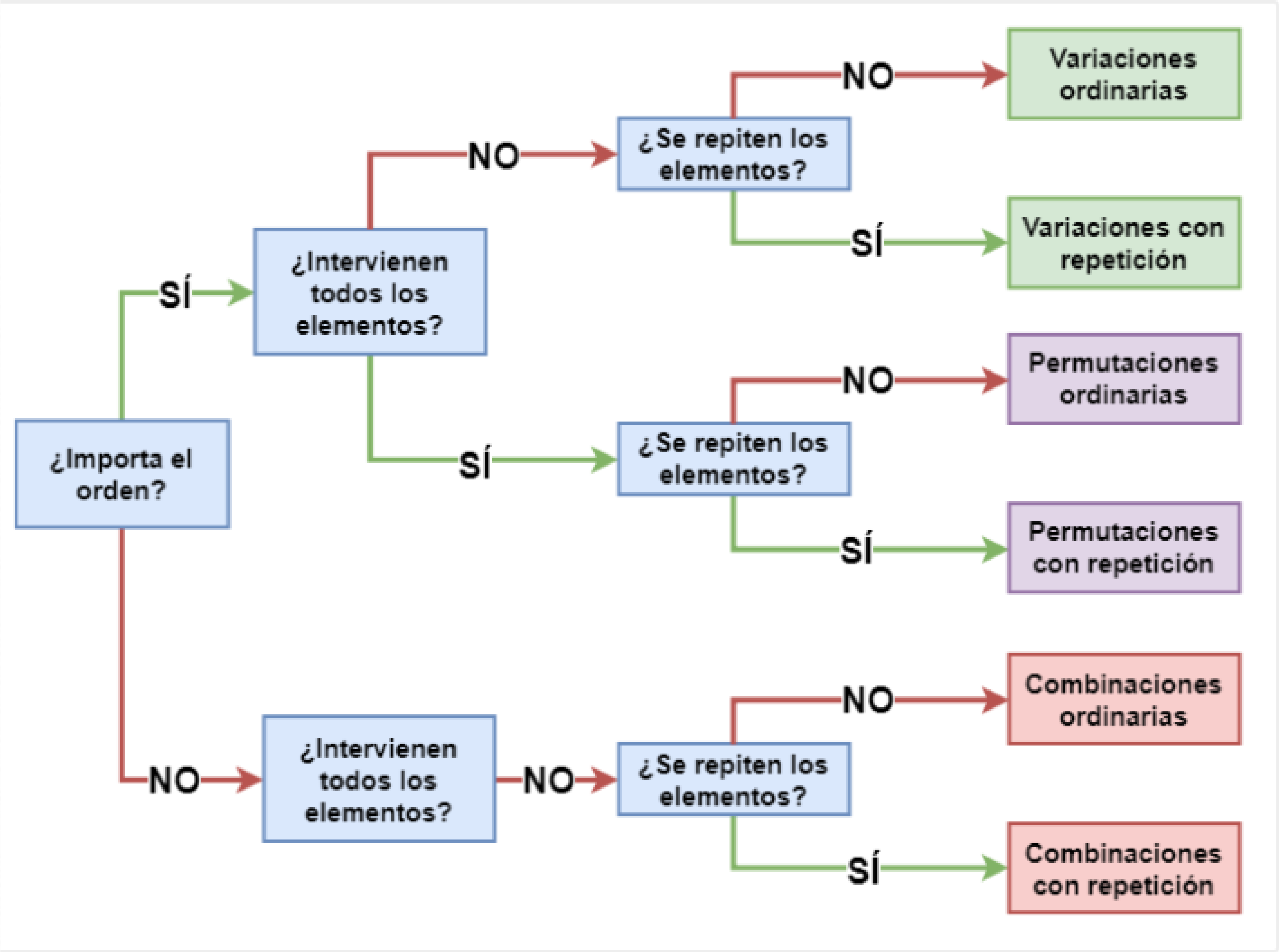
$m+p+c+d+a+c+p+q=330$

$p+c=30+(n+b)$

$m+30+n+b+d+a+c+p+q=330$

$m+n+b+d+a+c+p+q=300$

¿Cuántos médicos participaron en el simposio?


¿Importa el orden?
SÍ
¿Intervienen todos los elementos?
NO
¿Se repiten los elementos?
NO
Variaciones ordinarias
SÍ
Variaciones con repetición
SÍ
¿Se repiten los elementos?
NO
Permutaciones ordinarias
SÍ
Permutaciones con repetición
NO
¿Intervienen todos los elementos?
NO
¿Se repiten los elementos?
NO
Combinaciones ordinarias
SÍ
Combinaciones con repetición

Fin de la Presentación

¡Esperamos que este video haya sido de gran ayuda!

No duden en consultar las dudas e inquietudes
que puedan surgir…
Estamos para acompañarlos.

Saludos a todos y a seguir avanzando