MATEMÁTICA 1
GENERALIDADES

CONTENIDO

Signos y símbolos. Alfabeto griego de uso frecuente. Tablas de verdad. Método para resolver problemas matemáticos.

Presentación

CAPÍTULO 1. Conjuntos
Notación de conjuntos. Diagramas de Venn: Aplicaciones a problemas de conteo. Notación de intervalos. Inclusión e igualdad de conjuntos. Operaciones con conjuntos. Producto cartesiano. Resolución de problemas.

CAPÍTULO 2. Matrices
Definición de matriz. Operaciones. Matrices cuadradas. Determinante de una matriz cuadrada. Matriz inversa: matrices regulares y singulares. Método de Gauss- Jordan para el cálculo de la matriz inversa.

CAPÍTULO 3. Combinatoria
Principio fundamental del conteo. Diagrama de árbol. Diagrama de Carroll. Permutaciones, variaciones y combinaciones simples. Factorial de un número N_0. *Asignación de celdas. Resolución de problemas.*

CAPÍTULO 4. Relaciones y funciones
Relaciones binarias. Relaciones determinadas en un mismo conjunto: dígrafos y matriz de adyacencia. Algunas propiedades de las relaciones. Función: Función lineal. Aplicaciones económicas. Resolución de problemas.

CAPÍTULO 5. Grafos y árboles
Definición de grafos. Algunas clasificaciones de aristas y vértices. Matriz de adyacencia e incidencia. Camino y ciclo de un grafo. Longitud del camino de un grafo. Resolución de problemas

CAPÍTULO 6. Rectas en el plano. Semiplanos
Ecuación de una recta. Representación gráfica. Inecuaciones lineales con dos incógnitas. Representación gráfica: semiplanos. Resolución de problemas.

CAPÍTULO 7. Sistemas de inecuaciones y ecuaciones lineales
Conjunto solución. Sistemas de ecuaciones: forma matricial de un SEL. Método de Gauss. Resolución de problemas. Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas: Método de resolución gráfico.

Bibliografía

Signos y símbolos

$\in$ *pertenece a*
$\notin$ *no pertenece a*
$\forall$ *para todo*
/ *tal que*
$\wedge$ *y*
$\vee$ *o incluyente*
$\cup$ *unión*
$\cap$ *intersección*
$\subset$ *incluido*
$\not\subset$ *no incluido*
= *es igual a*

$\neq$ *no es igual a*
$>$ *mayor que*
$<$ *menor que*
$\geq$ *mayor o igual que*
$\leq$ *menor o igual que*
$\exists$ *existe al menos uno*
$\nexists$ *no existe ninguno*
$\Rightarrow$ *es condición necesaria*
$\Leftrightarrow$ *es condición necesaria y suficiente*
$\therefore$ *en consecuencia*

Alfabeto griego de uso frecuente

α *alfa*　γ *gamma*　π *pi*
β *beta*　φ *phi*　θ *theta*
σ *sigma*　μ *mu*　λ *lambda*

Tablas de verdad

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

P	Q	$P \Rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Método (de Pólya) para resolver problemas matemáticos

Para resolver un problema se necesita:

Paso 1: Entender el problema
Paso 2: Configurar un plan
Paso 3: Ejecutar el plan
Paso 4: Examinar la solución obtenida

Presentación

Este libro ha sido desarrollado para el curso de Matemática dirigido a estudiantes de la Tecnicatura Universitaria en Programación de la Facultad Regional General Pacheco de Universidad Tecnológica Nacional. En ellos se resume la experiencia de impartir el curso durante muchos años junto con la profesora Susana Wolff. Nuestro propósito ha sido dotar a los estudiantes de una recopilación con las nociones básicas de aritmética, álgebra y geometría que permiten reconocer las vinculaciones entre distintos conceptos y muestre algunas de sus aplicaciones.

El texto incluye además listas de ejercicios que privilegian la articulación entre los conceptos por sobre los aspectos puramente algorítmicos. La mayor parte de los resultados se presentan sin demostración, ya que estas se encuentran en la mayoría de los libros mencionados en la bibliografía que se encuentra al final de estas notas, bibliografía que, por otra parte, el lector no debe dejar de consultar. Sin embargo, se ha tratado de ilustrar y motivar esos resultados a partir de distintos ejemplos.

Agradecemos a los colegas de la materia sus observaciones sobre errores en la edición y las sugerencias para mejorar el material.

CAPÍTULO 1 Conjuntos

La *teoría de conjuntos* es una rama de la Matemática que investiga las propiedades y relaciones entre conjuntos. El concepto de conjunto es considerado primitivo, es decir, es un término cuyo significado preciso se desconoce, no se da una definición de este, pero sirven para definir otros conceptos que son los definidos. En el caso de la *noción de conjunto* se trabaja con notaciones que describen la colección y agrupamiento de objetos que pertenecen al conjunto.

Los objetos que forman un conjunto son llamados *elementos.* Cabe aclarar que las ideas de elemento y *pertenencia* también son primitivas.

Los conjuntos se denotan por letras mayúsculas A, B, C, …, Z

Para detallar a todos los elementos que pertenecen a un conjunto, según las características de los mismos pueden utilizarse la forma denominada por *extensión o enumeración* o bien la forma llamada por *comprensión*

En la forma llamada por *extensión* o *enumeración* consiste en escribir uno por uno los elementos que forman un conjunto.

Por ejemplo: A = {a, b, c} donde no importa el orden en que se disponen los elementos dentro de la notación. Es decir, A también puede escribirse: {a, c, b}, {b, a, c}, {b, c, a}, {c, a, b}, {c, b, a}

Además, al detallar un conjunto corresponde no repetir los elementos, por ejemplo:

M= {a, b, b, d, d, d}   resulta   M= {a, b, d}

El símbolo $\in$ indica que un elemento pertenece a un conjunto. Por el contrario para indicar que un elemento no pertenece al conjunto basta con cancelar el símbolo con una raya inclinada / de modo que resulta el símbolo como $\notin$. Por ejemplo, dado el conjunto B = { a, b, c }, a $\in$ B y d $\notin$ B

La forma por comprensión consiste en enunciar la característica que guardan los elementos que conforman un conjunto. Por ejemplo, P = { x/x es una vocal }

Nótese que la forma por *enumeración* puede ser utilizada cuando los conjuntos a los que se hace referencia poseen una *cantidad finita* de elementos. Sin embargo, existen conjuntos que poseen una *cantidad infinita* de elementos para los cuales la forma de detallar un conjunto por *comprensión* es la adecuada. Por ejemplo, el conjunto:

$$H = \{x \in \boldsymbol{R} / x < 60\}$$

En la expresión se indica que dicho conjunto está por formado por elementos ***x*** cumplen con las características de ser un número real (***R***) y menor que 60.

Para poder describir cualquier subconjunto de números reales también se cuenta con la *notación de intervalos:*

$$(a;b) = \{x \in \boldsymbol{R} / a < x < b\}$$

$$[a; b] = \{x \in \boldsymbol{R} / a \leq x \leq b\}$$

$$(a;b] = \{x \in \boldsymbol{R} \,/\, a < x \leq b\}$$

$$[a;b) = \{x \in \boldsymbol{R} \,/\, a \leq x < b\}$$

Recuerda:
El conjunto delos números reales, ***R****, posee las siguientes propiedades:*
1. Es ***infinito***
2. No tiene primero ni último elemento.
3. Entre dos números reales existe siempre un número infinito de reales. Por eso, se dice que el conjunto de números reales es ***denso.***
4. El conjunto ***R*** *es un conjunto* ***ordenado*** *por la relación, menor o igual.*
6. Es un conjunto ***continuo.*** *Por tal motivo se puede relacionar con todos y cada uno de los puntos de una recta.*

Algunos conjuntos particulares

Los conjuntos pueden clasificarse según la cantidad de elementos que posee:

a) *Conjunto vacío:* Es aquel conjunto que carece de elementos y se denota con el símbolo ∅

b) *Conjunto finito:* Es aquel conjunto que posee una cantidad finita de elementos. Dicha cantidad se asocia con un número que pertenece al conjunto N_0 y es representada mediante el concepto denominado *cardinal de un conjunto* que se denota # (nombre del conjunto). Por ejemplo:

$$\#(\emptyset) = 0 \quad ; \quad A = \{a, b, c\} \text{ entonces } \#(A) = 3$$

c) *Conjunto infinito:* Es aquel conjunto que posee una cantidad infinita de elementos. Dichos conjuntos también poseen *cardinal* cantidad pero no se asocia con un número que pertenece al conjunto N_0[1]

d) *Conjuntos disjuntos:* Son aquellos conjuntos que no tienen ningún elemento en común. (cuya intersección es vacía)

Inclusión de conjuntos

Sean A y B dos conjuntos, se dice que *A está incluido en B* o que *A es un subconjunto de B* si y solo si todo elemento que pertenece a *A*, pertenece a *B*:

$$A \subset B \Leftrightarrow x \in A \Rightarrow x \in B$$

Algunas propiedades de inclusión de conjuntos

a) Todo conjunto está incluido en sí mismo.

Por definición de inclusión: $x \in A \Rightarrow x \in A \Leftrightarrow A \subset A$

b) El conjunto ∅ está incluido en cualquier conjunto. $\emptyset \subset A, \forall A$

[1] Se utilizan números denominados transfinitos

Igualdad de conjuntos

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Conjunto universal o referencial a un conjunto dado

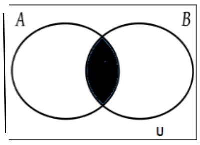
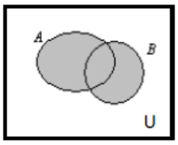
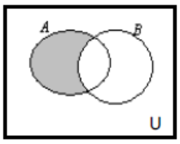
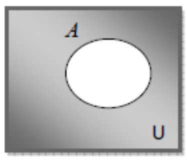
Se denomina conjunto universal a un conjunto dado *A*, que se denota *U*, aquel conjunto tal que *U* incluye o es igual al conjunto *A*:

$$U \supseteq A$$

Los *diagramas de Venn – Euler* se tratan de un tipo de representación que permite mostrar gráficamente la agrupación de elementos que pertenecen a un conjunto mediante una curva cerrada, usualmente circular o rectangular como es el caso de los conjuntos universales. Los diagramas de Venn pueden superponerse o contenerse.

Diagramas de Venn-Euler y su relación con las operaciones entre conjuntos

Sean *A*, *B* conjuntos y *U* conjunto referencia de *A*:

	Operación	***Diagrama de Venn***
Intersección	$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$	
Unión	$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$	
Diferencia	$\boldsymbol{A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}}$	
Complemento	$\boldsymbol{A' = U - A = \{x/x \in U \wedge x \notin A\}}$	

Nótese que el cardinal de la unión dos conjuntos:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

Par ordenado y producto cartesiano

Par ordenado: Responde a la siguiente expresión *(a; b)* donde a recibe el nombre de primera componente del par ordenado y b, segunda componente del par ordenado. Nótese que $(a;\ b) \neq (b;\ a)$

Dados dos conjuntos *A* y *B*, se define el producto cartesiano de entre ambos al conjunto de pares ordenados *(a; b)* donde *a* es un elemento de *A* y *b* es un elemento de *B*:

$$A \mathrm{X} B = \{(a;b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

Por ejemplo, dados los conjuntos *A = {a, b, c}* y *B = {1, 2}* El producto cartesiano es el conjunto:

$$A \mathrm{X} B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$$

El cardinal del producto cartesiano es el producto de los cardinales de los dos conjuntos:

$$\# (A \times B) = \#\{A\} \,.\, \#\{B\}.$$