

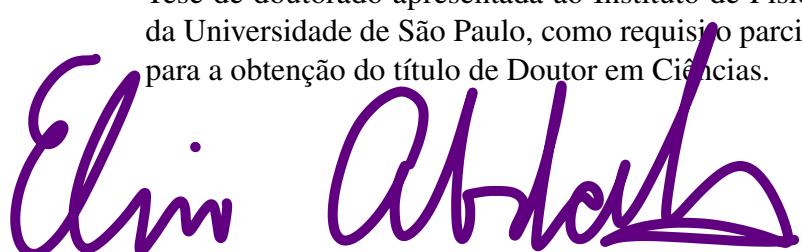
Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Técnicas de separação de componentes aplicadas ao radiotelescópio BINGO

Alessandro Ribeiro Marins

Orientador: Prof.(a) Dr.(a) Élcio Abdalla

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Física
da Universidade de São Paulo, como requisito parcial
para a obtenção do título de Doutor em Ciências.



Banca Examinadora:

Prof. Dr. Élcio Abdalla - Orientador (Instituto de Física, Universidade de São Paulo)
Prof. Dr. Domingos da Silva Barbosa (Instituto de Telecomunicações, Portugal)
Prof. Dr. Marcos Vinicius Borges Teixeira Lima (Instituto de Física, Universidade de São Paulo)
Prof. Dr. Armando Bartolome Bernui (Observatório Nacional)
Prof. Dr. Daniel Augusto Turolla Vanzela (Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo)

São Paulo
2023

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Marins, Alessandro Ribeiro

Técnicas de separação de componentes aplicadas ao Rádio
Telescópio BINGO. São Paulo, 2023.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física.
Dept. de Física Geral

Orientador: Prof. Dr. Élcio Abdalla

Área de Concentração: Física.

Unitermos: 1. Cosmologia; 2. 21.cm; 3. Separação de componentes;
4. Mapeamento de intensidade; 5. Telescópio BINGO.

USP/IF/SBI-022/2023

University of São Paulo
Physics Institute

Component separation techniques applied to the BINGO telescope

Alessandro Ribeiro Marins

Supervisor: Prof. Dr. Élcio Abdalla

Thesis submitted to the Physics Institute of the University of São Paulo in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science.

Examining Committee:

Prof. Dr. Élcio Abdalla - Orientador (Instituto de Física, Universidade de São Paulo)
Prof. Dr. Domingos da Silva Barbosa (Instituto de Telecomunicações, Portugal)
Prof. Dr. Marcos Vinicius Borges Teixeira Lima (Instituto de Física, Universidade de São Paulo)
Prof. Dr. Armando Bartolome Bernui (Observatório Nacional)
Prof. Dr. Daniel Augusto Turolla Vanzela (Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo)

São Paulo
2023

*Este trabalho é dedicado às minhas filhas,
que constituem a minha força motriz.*

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Prof. Élcio Abdalla por esses mais de sete anos em que trabalhamos juntos. Sou extremamente grato e felizado por ter aprendido com ele os caminhos de como ser um pesquisador e de como fazer pesquisa de forma séria, assim como de ter aprendido muito mais sobre vida. Não somente, também da importância de ser alguém leal e honesto. Para mim, o professor Élcio não é somente o meu orientador, é também meu amigo, que espero carregar por toda vida. Agradeço ao Prof. Filipe Abdalla, por todo suporte técnico e pelas diversas noites debatendo física e corrigindo códigos. São anos trabalhando juntos, em trabalhos que sempre resultaram em pesquisas frutíferas. Sem dúvida, muitos dos resultados nesse trabalho apresentados, de alguma forma, surgem da criatividade que o Prof. Filipe carrega.

Agradeço aos meus amigos e colegas de grupo de pesquisa, Jordany Vieira, Pablo Motta, Gabriel Hoerning, Amanda Santos, João Alberto, Lucas Formigari e Eveling Costa, sempre dispostos a colaborar comigo. Cada um desses tem um pedaço de contribuição na efetuação dessa tese. Assim como grandes contribuições de colegas de instituto, Karin Fornazier e Ana Camila, sejam por cafés ou auxílios em pesquisas. Devo agradecer aos companheiros de pesquisa de outros institutos, também, como o Prof. Carlos Alexandre Wuensche, o Prof. Amilcar Queiroz, a Camila Novaes, e todos aqueles que direta ou indiretamente me auxiliaram nesse caminho até aqui.

É preciso deixar claro que sem a minha base familiar eu nunca teria tido condições de chegar a lugar algum. Por isso, eu sempre preciso destacar a importância dos meus pais, José Antônio Marins e Angela Marins, na minha vida pessoal e acadêmica. Eles nunca me deixaram desistir desse meu sonho, e é também por eles que estou aqui. Em momentos que eu estive exausto e sem forças, seja em burnout ou desanimado, eles não me deixaram parar. Eles são pais que viajavam centenas de quilômetros somente para estar por algumas horas ao meu lado, ou me socorrer de problemas pessoais. Eles são fantásticos. Preciso agradecer ao meu irmão, José Thiago Marins, que desde antes de eu entrar na graduação me apoiou ativamente em tudo que precisei, sem me questionar, sempre confiando em mim. Todos têm digitais nesse trabalho. Mas há aquelas que me fizeram crescer mais que qualquer outra pessoa ou situação: as minhas filhas Laura Marins e Valentina Marins. Elas que são os grandes amores da minha vida. Que mesmo em períodos de infinitas dificuldades de reclusão pandêmicas nunca fizeram nada menos do que rir, sorrir e preencher meu coração de amor. À elas dedico todo o meu esforço.

Também, dedico e agradeço aos irmãos que escolhi para vida, Bruno Hideki e Paulo Macedo, que sempre através de video-chamadas e por mensagens me auxiliaram academicamente e na vida.

Agradeço a minha grande mentora, que me lançou forçosamente à Física, professora do

ensino médio, Prof. Maria Dolores.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil

“A única generalização cem por cento segura sobre a história é aquela que diz que enquanto houver raça humana haverá história.”

Eric Hobsbawm

“There is much more to the universe than meets the eye on earth. As an astrophysicist I have the privilege of being paid to think about it, and it puts things in perspective for me. There are things that I would otherwise be bothered by — my own death, for example. Everyone will die sometime, but when I see the universe as a whole, it gives me a sense of longevity.”

Abraham Loeb

Resumo

A natureza da Energia Escura é um dos principais enigmas científicos nos tempos atuais e um dos principais métodos para estudá-la é por emissões de sinais de hidrogênio em períodos recentes do Universo. Especificamente, o uso da linha de 21-cm do hidrogênio neutro através do método de mapeamento de intensidade é uma das técnicas mais promissoras para estudos de tal natureza. O Telescópio BINGO é um projeto que objetiva fazer mapeamento de tal tipo de sinal em baixos redshifts - no regime de domínio da Energia Escura. Contudo, uma das principais dificuldades é que na mesma faixa de frequência que será observada pelo projeto há forte contaminação por diferentes fontes (astrofísicas, cosmológica, terrestres, de equipamentos e estatísticas) que se sobrepõem em muitas ordens de grandeza ao sinal desejado. O atual trabalho apresenta dois caminhos de pesquisa que se unem dentro da análise de dados: design óptico do radio telescópio e reconstrução dos sinais de 21-cm.

Para que seja possível ter sinais que possibilitem a medição e identificação dos sinais alvo é necessário que o design do radiotelescópio seja feito de tal forma a satisfazer diferentes critérios técnico-científicos. O modelo de construção dos espelhos refletores e a optimização das cornetas coletoras sobre o plano focal foram parte do trabalho realizado no período de doutoramento. Com a optimização do plano focal, foi possível satisfazer todos os critérios técnico-científicos através de 28 cornetas verticalmente móveis - 21 cornetas a menos do que o projeto inicial. Cada corneta possui um altíssimo custo e os resultados obtidos possibilitaram uma expressiva redução dos mesmos. Outro ponto estudado - e que ainda é fruto de trabalho - foi como modelar a construção dos refletores explorando as simetrias da geometria do sistema óptico.

Através de técnicas de Separação de Componentes do tipo *blind* (sem o uso de templates das diferentes contribuições do sinal), o atual trabalho de doutoramento tem se dedicado a reconstruir os sinais de 21-cm através de selecionadas técnicas - já aplicadas à Radiação Cósmica de Fundo - e compará-las, apresentando aquela que reconstrói o sinal mais acurado possível, dentro das especificidades do BINGO. O trabalho possibilitou escolher o algoritmo e o setup que nesse momento da pipeline possibilitem menor custo computacional ao mesmo tempo que preserva a acurácia dos resultados.

Tanto a formatação do sistema óptico quanto seu modelo de construção afetam diretamente a recuperação do sinal de 21-cm. Apesar do impacto do modelo realístico ainda não ter sido analisado - a ser feito em artigo futuro -, tanto o seu estudo quanto o estudo da recuperação do sinal num caso ideal dão as diretrizes para as próximas análises. Portanto, o atual trabalho condensa alguns dos principais trabalhos realizados durante o doutoramento em pré e pós processamento de dados para o radiotelescópio BINGO e dão as bases e diretrizes para os próximos passos a serem realizados pelo projeto.

Palavras-chaves: Cosmologia. 21-cm. Separação de Componentes. Mapeamento de Intensidade. Telescópio BINGO.

Abstract

The nature of dark energy is one of the primary scientific puzzles in the present times. One of the methods to study is hydrogen emission signals in recent periods of the universe. Specifically, using the 21cm neutral hydrogen line through the intensity mapping method is one of the most promising techniques for studies of such a nature. The BINGO telescope is a project that aims to map such signals at low redshifts - in the dark energy domain regime. However, one of the main difficulties is that in the same frequency range that the project will observe, there is strength contamination from different sources (astrophysicists, cosmological, terrestrial, equipment, and statistics) overlapping in many orders of magnitude the target signal. The current work presents two research paths that unite within data analysis: optical design of the telescope radio and 21-cm signal reconstruction.

In order to have signals that enable the measurement and identification of target signals, the design of the radiotelescope must be done in such a way as to satisfy different technical-scientific criteria. The construction model of reflective mirrors and optimizing feed horns on the focal plane were part of the work done during the doctorate. Optimizing the focal plane made it possible to satisfy all technical-scientific criteria through 28 vertically mobile feed horns - >21 with less than the initial projects. Each horn has a very high cost, and the results obtained significantly reduced them. Another point studied - and still the result of work - was how modeling the construction of reflectors by exploring the symmetries of optical system geometry.

Through component separation techniques of the *blind* (without using templates to fit the different signal contributions), the current doctoral work has been dedicated to reconstructing 21-cm signals through selected algorithms - already applied to Cosmic Background Radiation data - and comparing them, presenting the one that reconstructs the most accurate signal as possible within the specificities of the BINGO. The work made it possible to choose the algorithm and setup that, at this time of the pipeline, enables lower computational cost while preserving the accuracy of results.

The optical system layout and construction model directly affect 21-cm signal recovery. Although the impact of the realistic model has still been analyzed - to be published in a future article - both its study and the study of signal recovery in an ideal case provide guidelines for further analysis. Therefore, the current work condenses some of the main work done during the doctorate in pre and post-processing data for the BINGO radiotelescope and gives the foundations and guidelines for the following steps to be carried out by the project.

Key-words: 21-cm cosmology. Component Separation. Intensity Mapping. Bingo Telescope.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do mecanismo de transição de estado hiperfino (de spins alinhados e antialinhados) devido a absorção/emissão de um fotón de 21-cm. Primeiro o estado de acoplamento entre os spins do próton e elétron, no estado de menor energia que é quando eles estão antiparalelos. Após receber um fóton de 21-cm, há uma transição a um dos estados de triplete, com um estado de maior energia em que os spins estão paralelos. O retorno ao estado de menor energia se dá com a emissão de outro fóton de 21-cm.	38
Figura 2 – Os caminhos permitidos estão em linha contínua e os proibidos em linhas tracejadas.	39
Figura 3 – Representação pictória da ideia da equação da transferência radiativa para o caso da emissão de 21-cm emitidos por uma nuvem de HI e com campo de fundo em rádio dado pela CMB.	40
Figura 4 – Representação das evolução das temperaturas de spin (vermelho), cinética (verde) e da CMB (azul). Extraído de (Zaroubi, 2013).	41
Figura 5 – Evolução da temperatura (global) de brilho de 21-cm entre os redshifts 5-86.5, pela simulação seminumérica 21cmFAST (Mesinger; Furlanetto; Cen, 2011). Na imagem colorida superior está a representação, em escala, da evolução da perturbação da temperatura. As cores mais azuladas representam as partes de emissão, enquanto as mais vermelhadas e amareladas as de absorção. Na parte média e inferior estão os graficos da temperatura média e da perturbação, respectivamente. Fonte: http://homepage.sns.it/mesinger/EOS_files/Annot_str	
Figura 6 – Fonte: (Robertson, 2022)	45
Figura 7 – Simulação hidrodinâmica descrevendo a distribuição de HI dentro de um halo (círculo tracejado). À esquerda, em imagem maior, está a configuração para um halo de massa $\sim 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Na parte superior à direita, está representado o resultado para um halo com massa $\sim 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Na parte inferior esquerda, está a configuração para $\sim 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 1$. E, por fim, na parte inferior à direita, $\sim 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Fonte: (Villaescusa-Navarro et al., 2018)	47

Figura 8 – Compilação de dados medidos, por diferentes meios, de Ω_{HI} no artigo (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015). A partir de dados de levantamento de galáxias (Zwaan et al., 2005; Lah et al., 2007; Martin et al., 2010; Freudling et al., 2011; Braun, 2012; Delhaize et al., 2013), por observações de DLAs (Rao; Turnshek; Nestor, 2006; Prochaska; Wolfe, 2009; Meiring et al., 2011; Noterdaeme et al., 2012; Zafar et al., 2013) e observações por mapeamento de intensidade (Rhee et al., 2013). Em preto há predições teóricas e por simulações (Marín et al., 2010; Bagla; Khandai; Datta, 2010; Khandai et al., 2011; Duffy et al., 2012; Davé et al., 2013).

48

Figura 9 – Para analisar a influência de três modelos diferentes para EoS $\omega(z)$: Λ CDM e duas CPL. Os modelos são: $\omega(z) = -0.961 + 0.28z/(1+z)$ (modelo 1), $\omega(z) = -0.76 + 0.20z/(1+z)$ (modelo 2), e $\omega(z) = -1$ (Λ CDM). À direita, em linha tracejada estão os comportamentos das EoS em relação ao redshift e em linha sólida as respectivas EoS efetiva (Eq. 1.7). À esquerda, x' estão apresentados os comportamentos evolutivos para cada modelo de EoS para $E(z)$ (linha tracejada) e $(1+z)^2/E(z)$ (linha sólida).

51

Figura 10 – Comparaço entre modelos descrevendo Ω_{HI} (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015; Irfan et al., 2022). À esquerda, estão apresentados a evolução do parâmetro em relação ao redshift. À direita, estão os dois modelos de Ω_{HI} descrevendo a T_{HI} para trêz modelos de EoS: ΛCDM (sólida), model 1 (tracejada) e model 2 (pontilhado).

52

Figura 11 – Temperatura de brilho sobre todo céu para diferentes fontes emissoras. Em curvas sólidas estão os valores médias sobre cada redshift. Na escala horizontal inferior está a escala em redshift e na escala superior as respectivas frequências (em GHz) associadas. As curvas tracejadas delimitam os valores mínimos e máximos da temperatura em cada redshift. Em verde marinho escuro está representado a contribuição da emissão galáctica de synchrotron, em laranja escuro a emissão free-free, em preto a emissão de 21-cm e em azul a emissão da CMB na respectiva frequência. A temperatura de brilho de 21-cm foi gerada usando o modelo para Ω_{HI} segundo (Irfan et al., 2022).

53

Figura 12 – Temperatura de brilho sobre todo céu para diferentes fontes emissoras. Em curvas sólidas estão os valores médias sobre cada redshift. Na escala horizontal inferior está a escala em redshift e na escala superior as respectivas frequências associadas. As curvas tracejadas delimitam os valores mínimos e máximos da temperatura em cada redshift. Em verde está representado a contribuição de fontes (não-resolvidas) pontuais extragalácticas, em salmão a emissão AME, em cinza a contribuição emissão térmica por poeira intergaláctica. Em preto a emissão de 21-cm e em azul a emissão da CMB na respectiva frequência. A temperatura de brilho de 21-cm foi gerada usando o modelo para Ω_{HI} segundo (Irfan et al., 2022).

54

Figura 13 – Discretização das diferentes contribuições para o espectro de potência angular de 21-cm em relação aos multipolos, Em curvas contínuas estão os dados para $z = 0.13$ e nas curvas tracejadas $z = 0.45$. Em preto está a contribuição de todas as fontes de perturbação, a partir 1.8. Em vermelho está a contribuição a partir da inhomogeneidade da matéria, em verde o efeito a partir das velocidades peculiares (RSD),em azul as contribuições a partir do campo de velocidade peculiar v , em ciano está representado as contribuições dos termos proporcionais a Ψ e em magenta a contribuição devido ao efeito ISW. Fonte: (Costa et al., 2022) 57

Figura 14 – Espectro de potência angular de 21-cm aproximado para somente contribuições de inhomogeneidades da matéria e segundo a aproximação de Limber. O espectro usa como função janela uma função tipo degrau em relação ao redshift, e o parâmetro de densidade de HI e o bias de HI obtidos pela expressão de (Irfan et al., 2022). As diferentes curvas representam os resultados para diferentes faixas de frequências entre os redshifts 0.13-0.45, igualmente espaçados em faixas de frequências de 9.3 MHz, com as cores mais escuras sendo para os menores redshifts e os mais claros os maiores. 58

Figura 15 – Os gráficos de contorno representam (pelos cores) a intensidade dos espectros de potência angular de 21-cm para diferentes redshifts (eixo vertical) e diferentes multipolos (eixo horizontal). Ao lado esquerdo está representado o resultado obtido segundo bias e parâmetro de densidade de HI pela expressão fornecida em (Irfan et al., 2022). No lado direito, os resultados assumindo bias igual a um, e parâmetro de densidade de $2.45 \cdot 10^{-4}h$. Os resultados são para multipolo entre 20-200. 59

Figura 16 – Compilação dos resultados experimentais das cornetas em diferentes frequências para (co)polarização vertical (imagens superiores) e horizontal (imagens inferiores). Os gráficos à esquerda representam toda a extensão dos resultados entre os ângulos -180° e 180° . À direita estão as restrições dos gráficos à esquerda para o intervalo angular -50° à 50° . O degradê das cores azul (gráficos superiores) e vermelho (gráficos inferiores) estabelece a evolução na frequência, de 900 MHz (mais escuro) à 1300 MHz (mais claro). Os gráficos têm as intensidades, em dB, normalizadas em relação ao valor do pico do lóbulo central. 62

Figura 17 – Representação por contorno das intensidades experimentais dos feixes fornecidos pelo LIT em que os eixos verticais representam a faixa de frequência, os eixos horizontais o ângulo de resposta e a escala de cor o valor da intensidade em dB normalizado em relação ao pico do lóbulo principal. À esquerda é a representação do resultado para a polarização vertical e à direita a polarização horizontal. 63

Figura 18 – Comparação entre copolarização e polarização cruzada, com os eixos verticais representando as intensidades em dB e os eixos horizontais os ângulos em graus. Os gráficos superiores dizem respeito aos resultados para as polarizações horizontais e os inferiores para as verticais. Os gráficos à esquerda são as representações de todos os resultados para as frequências 900, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200 e 1300 MHz, com o degradê sendo de cor mais escura para as menores frequências e mais claras para as maiores. À direita estão representados os resultados médio de todos as medições entre as frequências em cor mais forte, delimitados pelos valores mínimos e máximos a cada ângulo. Em vermelho (acima) e laranja (abaixo) estão os valores das copolarizações, e em verde (acima) e azul (abaixo) os valores das polarizações cruzadas. Os valores dos gráficos à esquerda estão subtraídos do valor máximo para cada frequência, a fim de ter 0 como referência.	64
Figura 19 – Resultados da diferença entre as copolarizações com as polarizações cruzadas com a representação de contorno à esquerda sendo para o caso da polarização horizontal e à direita o caso vertical. O eixo horizontal representa o ângulo e o eixo vertical a frequência da medida. As cores estabelecem a diferença, em dB, entre os tipos de polarização. As duas representações superiores apresentam resultados para todos os ângulos medidos, entre -180° e 180° . As representações inferiores são as restrições aos ângulos entre -30° e 30°	65
Figura 20 – Mapa de flutuações de temperatura de brilho de 21-cm (em mK) na faixa de frequência 1053-1063 MHz.	66
Figura 21 – Todos os mapas de temperatura estão em mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. Da esquerda superior à direita, de cima para baixo, os mapas são das emissões: total, synchrotron, free-free, point-source, AME e CMB.	67
Figura 22 – Todos os mapas de temperatura estão em mK e em coordenadas celestiais no intervalo 1053-1063 MHz. Da esquerda superior à direita, de cima para baixo, os mapas são das emissões: total, synchrotron, free-free, point-source, AME e CMB.	68
Figura 23 – O mapa à esquerda é de temperatura synchrotron e o à direita, o mapa das emissões de foregrounds menos synchrotron. Ambos em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. Os mapas foram gerados com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos. Com tais contrastes fica nítido a localização do plano Galáctico e as emissões nos polos, longe do plano Galáctico, assim como as demais emissões que mais contribuem são provenientes do plano Galáctico.	69

Figura 24 – O Mapa superior identifica as regiões dos loops Galácticos, que são conhecidas regiões emissão em rádio frequência. Os mapas inferiores são dois resultados dos mapas de intensidade de polarização, $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$, obtidos pelo WMAP nas bandas K (23 GHz) e Ka (33 GHz). Nessas figuras os vetores indicam a direção do campo magnético e o tamanho dos vetores é proporcional à intensidade P. Fonte das imagens: (Vidal et al., 2015).	70
Figura 25 – O mapa superior é o de temperatura free-free, o inferior à esquerda o mapa de emissões totais de foregrounds e o inferior à direita o mapa total de foregrounds retirada a contribuição free-free. Todos estão em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos.	72
Figura 26 – Distribuição no céu da Temperatura eletrônica obtida pelo projeto Planck. Fonte: (Planck Collaboration et al., 2016).	72
Figura 27 – Emissões free-free com graduação de escalas de declinação e ascensão reta para focalizar a Pequena Nuvem de Magalhães (SMC - <i>Small Magellanic Cloud</i>) e a Grande Nuvem de Magalhães (LMC - <i>Large Magellanic Cloud</i>).	73
Figura 28 – Emissões free-free para a região com ascenção reta entre -120° e -50° , e declinação entre -60° e 0° . A imagem à esquerda é a representação da emissão somada de todas componentes do foreground, a imagem do meio a total subtraída da emissão free-free, e a imagem à direita é a representação somente da emissão free-free na região, dentro da mesma graduação de cor para intensidade usada para a composição total dos foregrounds (entre $\sim 3.0 \times 10^2 - 1.6 \times 10^5$ mK.)	74
Figura 29 – Mapa de temperatura AME em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos.	75
Figura 30 – Mapa de temperatura de brilho do template de fontes pontuais Galácticas e extragaláticas não resolvidas no intervalo de frequência entre 1053-1063 MHz. Em azul claro, há a identificação e nas fontes Cassiopéia A, Cygnus X-1 e Cygnus X-2, e depois um maior foconas regiões de Cygnus, com a diferenciação clara entre Cygnus X-1 e Cygnus X-2.	76
Figura 31 – Mapa de temperatura de CMB em unidade de mK e em coordenadas Galácticas, 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos. O mapa de flutuações da CMB contêm o efeito de dipolo.	78
Figura 32 – Os mapas da linhas superior são os mapas de coeficientes da decomposição needlet (do tipo <i>mexican</i>) usando o código MTNeedlet (Pietrobon et al., 2010). Nos mapas de baixo são os mesmos mapas de foregrounds na mesma faixa de frequência só que decomposto em quatro camadas starlets.	94

Figura 33 – À esquerda temos representado a ação da starlet sobre uma imagem. As faixas do céu correspondem a cobertura do BINGO. Na primeira linha está o mapa de temperatura observational, an segunda linha o mapa dos coeficientes starlet de escala do mapa observational, e na terceira fileira o mapa dos coeficientes starlet dos detalhes do mapa observacional. O gráfico à direita apresenta a função de escala esférica (azul) e a função wavelet esférica para a escala nula (laranja). O mapa dos coeficientes de escala resulta da convolução da função de escala sobre os coeficientes harmônicos do mapa observacional. Já o mapa dos coeficientes starlet são obtidos pela convolução da função wavelet com o mapa observational, também no espaço harmônico. 96

Figura 34 – Nos mapas à esquerda, a primeira linha contém a faixa do céu a ser coberta pelo BINGO com todas as contribuições de sinais esperados. As três faixas abaixo são os resultados da ação de needlets (gráfico à direita) no mapa observational. A segunda faixa representa o mapa do coeficiente needlet nulo, devido a ação da função escala (em azul na imagem à direita) de bandcenter 0. A terceira faixa está associada à função needlet (em laranja) de bandcenter 128; e a última faixa, à função needlet (em verde) de bandcenter 383. Todos os mapas estão em unidades de mK. 99

Figura 35 – Espectro de potência angular só para região do BINGO (masked) (linhas sólida) e para céu inteiro (unmasked) (linha tracejada). Os espectros são de cada uma das componentes foregrounds utilizadas no trabalho: CMB (cinza), AME (laranja), Free-Free (vermelho), FRPS ou fontes pontuais (verde) e Synchrotron (azul). 104

Figura 36 – Autovalores normalizados da matriz de covariância dos mapas observacionais do BINGO. A normalização é feito dividindo todos os autovalores pela soma deles. Dado que a dimensão da matriz mistura é limitada pelo número de canais de frequência, existem somente três autovalores que contribuem significativamente. Esse resultado correabora com os melhores valores de n_s para o FastICA e o GMCA. 104

Figura 37 – Qui-quadrado efetivo (Eq. 2.25) para os resultados do FastICA com três diferentes números de colunas da matriz mistura: 2 (preto), 3 (vermelho) e 4 (azul). O gráfico abaixo é um a restrição do gráfico acima na região que aparece o comportamento da curva vermelha As barras de erro foram calculadas pelo método Jackknife a partir de 400 realizações 106

Figura 38 – Variância total da do campo de temperatura (Eq. 2.28) de cada componente do foreground e das componentes não modeladas (21cm+N). As linhas sólidas representam as componentes mais fortes e as linhas tracejadas as mais fracas. . 106

Figura 41 – Na primeira linha, existem a reconstrução das emissões dos foregrounds pelo FastICA (superior esquerdo) e pelo GMCA (superior central), e as emissões simuladas (superior direito). Na linha inferior, nós comparamos a qualidade da reconstrução e a diferença entre os algoritmos: a simulação extraída da reconstrução pelo GMCA (inferior à esquerda) e pelo FastICA (inferior central), a diferença das reconstruções (inferior à direita). Todas as imagens correspondem ao décimo canal.

Figura 45 – Os gráficos são para os resultados do GMCA com $n_r = 3$ e 400 realizações. O gráfico superior corresponde ao quinto canal ($\nu = 4$ da Figura 44), e o gráfico inferior é para o décimo terceiro canal ($\nu = 12$, da Figura 44). Os gráficos à esquerda são para multipolos entre 2-300, e os à direita, entre 30-100. O espectro de potência angular de 21-cm reconstruído e o espectro de potência simulado estão representados pelas cores azul e vermelhos, respectivamente. A cor verde representa o espectro de potência angular do white noite. A linha vertical tracejada preta corresponde ao multipolo 47 (superior) e 181 (inferior).¹¹¹

Figura 46 – No gráfico superior, há a comparação dos χ_{eff}^2 do GMCA (linha contínua azul), FastICA (linha pontilha laranja) e GNILC (linha sólida cinza). No gráfico inferior, nós representamos a diferença residual entre os valores do FastICA and GMCA.	112
Figura 47 – O gráfico superior à esquerda, corresponde a reconstrução do espectro de 21-cm sem (linha sólida preta) e com binagem dos multipolos. Os Δ representam o tamanho da binagem, i.e., quantos multipolos ela abrange. O gráfico superior esquerda está com o eixo vertical em escala logarítmica, e o à direita, em escala linear. O gráfico inferior representa os resultados dos χ_{eff}^2 das binagens.	114
Figura 48 – Representação da corneta coletora do BINGO. Na parte superior esquerda, a corneta está sendo arrumada para testes no INPE.	120
Figura 49 – Representação simplista do design óptico do BINGO. Em cores que vão do preto ao vermelho estão os espelhos primário (parabolóide) e secundário (hiperbolóide). Na parte superior direita está representado a disposição das cornetas sobre o plano focal.	122
Figura 50 – Representação simplista do design óptico do BINGO. Em cores que vão do preto ao vermelho estão os espelhos primário (parabolóide) e secundário (hiperbolóide). Na parte superior direita está representado a disposição das cornetas sobre o plano focal.	123
Figura 51 – Representação da rotação de cada ponto p do sistema ótico em um novo ponto p' , devido a rotação do sistema para apontar à declinação de -15°	124
Figura 52 – Representação 3D do sistema ótico do BINGO. O reflector primário está no centro, o secundário à esquerda e as cornetas coletoras à direita superior. O sistema tem duas representações: uma no sistema apontando à zenite do terreno de construção, em cores cinzas e cornetas em azul, e outra para o apontamento à declinação de -15° em coordenadas celestiais, com cores esverdeadas e alaranjadas e plano focal em salmão. Sobre o espelho primário e sobre o plano focal estão representados seus respectivos sistemas de coordenadas.	125
Figura 53 – Quatro arranjos para as distribuições das cornetas estudadas sobre plano focal. Canto superior esquerdo: modelo rectangular. Superior direito: double-rectangular. Inferior esquerdo: triple-rectangular. Embaixo à direita: hexagonal. Nos três primeiros arranjos, o suporte hexagonal (estrutura com o chifre) tem 249.44 cm de largura máxima e 240 cm de altura. Nessa estrutura, o círculo representa a posição central da corneta com 190 cm de diâmetro. O arranjo quatro foi construído com diferentes medidas das estruturas hexagonais para conter as cornetas, com 192 cm de largura máxima e 190 cm de altura. A seta em azul sobre a imagem superior esquerda indica a direção da varredura do BINGO no céu.	128

Figura 54 – Representação da ideia para construção dos modelos double-rectangular e triple-rectangular. À direita está esquematizada a ideia de se ter um número de amostra de 2 por feixe, para um separação dos centros por metade do FWHM. À esquerda estão representadas as dimensões importantes do suporte hexagonal das cornetas, e a ideia que leva à não sobreposição dos feixes, deslocando as colunas centrais adjacentes num ângulo θ por uma distância $l/2$ (double-rectangular) ou $l/3$ (triple-rectangular).	129
Figura 55 – Parâmetros de cornetas optimizados com GRASP usando apenas o mesmo pico na faixa z em relação à coordenada x . O eixo vertical dos gráficos são x , com valores em cm, e eixo horizontal, y , também em cm.	131
Figura 56 – Evolução do parâmetro z em relação à coordenada x para diferentes coordenadas y . Os valores de x estão entre -1000 e -400 cm com intervalos de 50 cm para todas as parcelas. Os valores de y estão entre -600 e 0 cm, começando no gráfico superior esquerdo e terminando no gráfico inferior direito. Esses valores correspondem à região crítica no plano focal para obter um ajuste para o parâmetro z	133
Figura 57 – Cada curva de profundidade de foco necessária para o foco apropriado da corneta, considerando a desfocagem de no máximo 0.005 dBi para 13 posições de y	134
Figura 58 – Diferença absoluta entre os valores dos parâmetros calibrados e os parâmetros de ajuste. O primeiro gráfico é a diferença para o parâmetro z , o gráfico central é a diferença para o parâmetro θ e o último gráfico para ϕ	135
Figura 59 – Ajuste de mínimos quadrados não linear para cada 96 posições no plano focal para cada coordenada estimada. A coluna da esquerda mostra a diferença entre os parâmetros estimados e optimizados, e a coluna da direita mostra as visualizações estimadas e optimizadas juntas.	136
Figura 60 – (Superior) spillover1 está em relação ao reflector secundário. Podemos ver que no foco do telescópio o spillover1 é de 0.0036 dB e que, na pior das hipóteses, aumenta para 0.008 dB nas bordas do plano focal. (Inferior) o spillover2 é em relação ao reflector primário. Seu spillover no centro é de 0.0045 dB e o pior é de 0.0101 dB.	137
Figura 61 – Ajuste da intensidade da polarização horizontal para as medidas do protótipo da corneta. Imagem superior à esquerda: ângulo de atenuação para $10\text{-}20$ dB para diferentes frequências em relação à amplitude da intensidade. Superior à direita: ângulos para atenuação de $10\text{-}20$ dB attenuation angles \times frequência. Inferior à esquerda: valores absolutos dos ângulo em relação à frequência. Inferior à direita: ângulo ponderado pela frequência de 1100 MHz para atenuação de $10\text{-}20$ dB da intensidade e em relação à frequência. Valores mínimos e máximos são citadas em relação à intensidade máxima do feixe para cada frequência.	138

Figura 62 – Ajuste da intensidade de polarização vertical para as medidas do protótipo da corneta. Imagem superior à esquerda: ângulo de atenuação para 10-20 dB para diferentes frequências em relação à amplitude da intensidade. Superior à direita: ângulos para atenuação de 10-20 dB attenuation angles × frequência. Inferior à esquerda: valores absolutos dos ângulo em relação à frequência. Inferior à direita: ângulo ponderado pela frequência de 1100 MHz para atenuação de 10-20 dB da intensidade e em relação à frequência. Valores mínimos e máximos são citadas em relação à intensidade máxima do feixe para cada frequência.

Figura 63 – O valor do ângulo de atenuação θ para as intensidades das componentes de polarização vertical (azul) e horizontal (vermelha) em frequências diferentes e o valor médio (black) entre ambas componentes na mesma frequência. . . . 140

Figura 66 – Divisão do espelho primário, no sistema de coordenadas global, correspondendo a divisão de 14 faixas e no máximo 13 subdivisões pelo ângulo. (Superior) As cores são meramente ilustrativas, em que cada faixa com a mesma cor representa placas com as mesmas dimensões, diferindo somente por rotações. (Inferior) representação de duas faixas sequenciais, diferindo pelos degrades em azul e laranja, que correspondem a décima e décima primeira faixas.

Figura 67 – (Esquerda) espelho primário teórico, com corte elíptico, é representado em cor cinza translúcido e está contido totalmente dentro do modelo de construção por placas. (Direita) representação do modelo de construção do espelho secundário. Os pontos pretos representam pontos de intersecção de placas (nós).

Figura 69 – Distribuição das massas das primeiras estrelas (Pop. III) a partir de um conjunto de simulações cosmológicas. Na parte superior da figura há representação do destino final (Estrela de neutron, buraco negro de massa intermediaria, PISN (supernova de instabilidade de pares) e buraco negro supermassivo) das estrelas para diferentes intervalos de massa final. Estão apontados na figura objetos observacionais e a que massa corresponde. Fonte: (Yoshida, 2019).	182
Figura 70 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando GMCA com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.	186
Figura 71 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando GNILC com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.	187
Figura 72 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando FastICA com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.	188
Figura 73 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao o modelo hexagonal.	189
Figura 74 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao modelo rectangular, com a primeira linha contendo os resultados sem descolamentos verticais, na segunda linha com descolamentos até ± 21 cm, e na última linha os resultados para os deslocamentos até ± 41 cm.	190
Figura 75 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao modelo double-rectangular, com a primeira linha contendo os resultados sem descolamentos verticais, na segunda linha com descolamentos até ± 15 cm, e na última linha os resultados para os deslocamentos até ± 30 cm.	191

Lista de tabelas

Tabela 1 – Configuração do projeto BINGO assumido nesse trabalho.	34
Tabela 2 – χ^2_{overall} para diferentes números de colunas da matriz mistura. Os cálculos assumiram 400 realizações.	107
Tabela 3 – χ^2_{overall} para diferentes números de simulações usados no processo de desen- volvimento. GMCA e FastICA foram utilizadas com $n_s = 3$	110
Tabela 4 – Medidas da diferença do Critério de Informação de Akaike (AIC) entre dois algoritmos (ΔAIC) é equivalente a medir a diferença dos seus qui-quadrados globais. $\Delta\text{AIC} > 0$ é a evidencia em favor do maior qui-quadrado. Com- parando os três métodos dois a dois e obtendo seus erros pela técnica de Jackknife resulta em todos os valores serem compatíveis com zero.	112
Tabela 5 – O qui-quadrado global (Eq. 2.27) é fornecido para diferentes comprimentos de bin de multipolos.	114
Tabela 6 – Diferença do AIC (ΔAIC), Eq. 2.29, de diferentes binagens dos multipolos. Cada valor da tabela resultou da diferença da binagem do qui-quadrado global (Eq. 2.27 da linha com a coluna, com erro estimado pelo método Jackknife entre diferentes realizações.	115
Tabela 7 – Parâmetros dos sistemas de coordenadas em relação ao sistema global. Ex- ceção se dá para o feed que é construído em relação ao sistema sub.	122
Tabela 8 – Parâmetros dos espelhos. Cada espelho está descrito em relação ao seu sis- tema de referência: primário (parabólico) ao global e secundário (hiperbólico) ao sub.	126
Tabela 9 – Raíz quadrada média (RMS) das coordenadas calculadas na Tabela 10 para o ajuste de mínimos quadrados não linear.	134
Tabela 10 – Parâmetros ajustados a partir da Eq. (3.6) via mínimos quadrados não-lineares.	135

Lista de abreviaturas e siglas

AIC	<i>Akaike Information Criterium</i>
AGN	Núcleo galáctico ativo (<i>Active Galactic Nuclei</i>)
AME	<i>Anomalous Microwave Background</i>
BAOs	Oscilações acústicas de bárions (<i>Baryon Acoustic Oscillations</i>)
BINGO	<i>Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations</i>
BSS	<i>Blind Source Separation</i>
CMB	Radiação Cósmica de Fundo (<i>Cosmic Microwave Background</i>)
CPL	Parametrização <i>Chevallier-Polarski-Linder</i>
DLAs	<i>Damped Lymanα Absorption system</i>
EoR	Época da Reionização (<i>Epoch of Reionization</i>)
FastICA	<i>Fast Independent Component Analysis</i>
FIR	Infravermelho distante (<i>Far InfraRed</i>)
FRPS	Fontes pontuais fracas de rádio (<i>Faint Radio Point Source</i>)
GLS	Mínimos quadrados generalizado (<i>Generalized Least Squares</i>)
GMCA	<i>Generalised Morphological Component Analysis</i>
GNILC	<i>Generalized Needlet Internal Linear Combination</i>
H ₂	Molécula de hidrogênio
HI	Hidrogênio neutro
HII	Hidrogênio ionizado
HeII	Hélio neutro
HeIII	Hélio ionizado
HEALPix	<i>Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelation of a sphere</i>
ICA	<i>Independent Component Analysis</i>
IGM	Meio Intergaláctico (<i>Intergalactic Medium</i>)

ILC	<i>Internal Linear Combination</i>
IM	Mapeamento de intensidade (<i>Intensity Mapping</i>)
ISM	Meio Interestelar (<i>Interstellar Medium</i>)
ISW	Efeito Sachs-Wolf integrado (<i>Integrate Sachs-Wolfe</i>)
LS	Mínimos quadrados (<i>Least Squares</i>)
LSS	Estruturas em larga escala (<i>Large Scale Structure</i>)
MCA	<i>Morphological Component Analysis</i>
MMCA	<i>Multichannel Morphological Component Analysis</i>
PSM	<i>Planck Sky Model</i>
PS	Fonte pontual (<i>Point Source</i>)
RFI	interferência em radiofrequência (<i>Radio Frequency Interference</i>)
RMS	Raíz quadrada média (<i>Root Mean Square</i>)
SDE	<i>Spinning Dust Emission</i>
SFG	Galáxia com formação estelar (<i>Star-Forming Galaxy</i>)
TOD	Dados ordenados temporalmente (<i>Time Ordered Data</i>)
UV	Ultravioleta (<i>Ultra Violet</i>)

Sumário

Introdução	33
I HIDROGÊNIO E ESTUDO DO UNIVERSO	35
1 EMISSÕES DE 21-CM COMO FONTE PARA ESTUDAR O UNIVERSO	37
1.1 Sinal de 21-cm	37
1.2 Do período do desacoplamento até a pós-reionização	40
1.2.1 Altíssimos redshifts: <i>Dark Ages</i> ($z \sim 1100 - 30$)	41
1.2.2 Altos redshifts I: <i>Cosmic Dawn</i> ($z \sim 30 - 8$)	42
1.2.3 Altos redshifts II: Reionization ($z \sim 8 - 6$)	43
1.2.4 Baixos redshifts: Pós-Reionization ($z < 6$)	46
1.3 Como e por que estudar sinais de 21-cm da pós-reionização?	49
1.3.1 Sinais Globais	50
1.3.2 Flutuações do sinal	54
1.4 Mapeamento de Intensidade de Emissões de 21-cm	60
1.5 Radiotelescópio BINGO	61
1.6 Emissões astrofísicas e cosmológicas de interesse em radiofrequência	66
1.7 Sinais de 21-cm	67
1.8 Sinais de foregrounds	67
1.8.1 Synchrotron	69
1.8.2 Free-Free	71
1.8.3 Anomalous Microwave Emission	74
1.8.4 Fontes pontuais de emissão em rádio	76
1.8.5 Radiação Cósmica de Fundo	78
1.9 Ruído Térmico	79
II SEPARAÇÃO DE COMPONENTES	81
2 MÉTODOS DE SEPARAÇÃO DE COMPONENTES APLICADOS AOS DADOS DO BINGO TELESCOPE	83
2.1 Modelando a emissão do céu	85
2.2 Efeito observacional sobre o sinal observado	88
2.2.1 Lidando com o feixe sobre os mapas	90
2.3 Diferentes abordagens e métodos utilizados	91
2.3.1 ICA	91
2.3.1.1 FastICA como um problema de optimização	93

2.3.2	GMCA	93
2.3.2.1	GMCA como um problema de optimização	95
2.3.3	GNILC	96
2.3.3.1	GNILC como um problema de optimização	98
2.4	Processo de desenviesamento	99
2.5	Estimador da variância	100
2.6	Teste χ^2	101
2.7	Resultados	102
2.7.1	Influência da dimensão da matriz mistura nas estimativas segundo GMCA e FastICA	103
2.7.2	Teste de robustes das simulações: Influência do número de realizações na qualidade da estimação	109
2.7.3	Comparação entre GNILC, GMCA e FastICA	110
2.7.4	Influência da binagem dos multipolos	113
2.7.5	Conclusões	114
III	DESIGN ÓPTICO	117
3	OPTIMIZAÇÃO DO PLANO FOCAL E MODELO DE CONSTRUÇÃO DOS ESPELHOS DO RADIOTELESCÓPIO BINGO	119
3.1	Optimização do plano focal	121
3.1.1	Sistemas de coordenadas	121
3.1.2	Equações dos espelhos	124
3.2	Proposições de arranjos para o plano focal	126
3.3	Optimização do Plano Focal	130
3.3.1	Spillover	135
3.4	Atenuação do sinal devido ao design da corneta	137
3.5	Proposição de modelo de construção dos espelhos refletores	140
3.6	Conclusões	142
	Conclusões	147
	REFERÊNCIAS	151
	APÊNDICES	165
	APÊNDICE A – FUNDAMENTOS DE TRANSFERÊNCIA RADIAVIVA	167
A.1	Transferência Radiativa	167
	APÊNDICE B – TEMPERATURA DE BRILHO DE EMISSÕES DE 21-CM	171
B.1	Temperatura de 21-cm	174

B.2	Temperatura de Spin de 21-cm	177
B.2.1	Transição radiativa de alta energia	177
B.2.2	Transição colisional	178
B.2.3	Transição radiativa de baixa energia	178
APÊNDICE C – FORMAÇÃO DAS PRIMEIRAS FONTES DE LUZ: UMA OBJETIVA DIGRESSÃO		181
C.1	Primeiras Estrelas: População estelar III.1	181
C.2	Influência das primeiras fontes de luz na visibilidade dos sinais de 21-cm	182
C.3	Primeiras significativas fontes de aquecimento do IGM por Raio-X	183
APÊNDICE D – ESTIMATIVA DO ESPECTRO DE POTÊNCIA ANGULAR: GRÁFICOS COMPLEMENTARES		185
APÊNDICE E – OPTIMIZAÇÕES DOS PARÂMETROS ÓPTICOS PARA OS ARRANJOS ESTUDADOS		189
APÊNDICE F – ÂNGULOS DE ATENUAÇÃO DAS CORNETAS DO BINGO		193

Introdução

Os sinais de 21-cm pós-reionização provêm de regiões de alta densidade de coluna de hidrogênio neutro (HI) ($N_{\text{HI}} > 2.10^{20} \text{ cm}^{-2}$), que blindam uma pequena fração do HI disponível no período ($x_{\text{HI}} \sim 2\%$), protegendo-os de radiação ionizante de fundo (Wolfe; Gawiser; Prochaska, 2005; Bird et al., 2014; Ho; Bird; Garnett, 2021). Tais regiões são conhecidas como *Damped Ly α* (DLA) e, por conterem uma grande fração do HI após a reionização, são uma prova direta da distribuição de gás neutro. O HI que permanece em tais regiões possui temperatura de spin (medida que mensura a razão entre a densidade numérica de tripleno e singuleto) maior do que a temperatura da CMB¹ (Kanekar; Chengalur, 2003), o que possibilita detectar emissões de 21-cm.

A temperatura de brilho de 21-cm pode ser obtida por duas maneiras distintas: (1) temperatura de brilho média sobre todos os ângulos do céu (sinal global) (Shaver et al., 1999) e (2) por flutuações na temperatura de brilho (Zaldarriaga; Furlanetto; Hernquist, 2004). As flutuações da temperatura de brilho do sinal de 21-cm pós-reionização, objeto de análise do projeto BINGO², são da ordem de 0.1 mK. Contudo, na mesma faixa de frequência observada, que contempla todo sinal de 21-cm do período pós-reionização, diversas outras fontes de emissão de rádio, principalmente as provenientes da Galáxia, não somente são observadas juntas ao sinal de 21-cm como são de temperaturas muito maiores do que essa. Sinais como *synchrotron* e *free-free* chegam a ser ~ 5 ordens maior do que a de 21-cm pós-reionização. Apesar dos sinais não desejados contaminarem o sinal alvo tais sinais astrofísicos e cosmológico possuem comportamento espectral suave (Dickinson; Davies; Davis, 2003; Santos; Cooray; Knox, 2005; McQuinn et al., 2006), diferente do sinal de 21-cm, em que flutuações na distribuição de HI ao longo da linha de visada levam a pequenas flutuações espectrais do sinal de 21-cm (Liu; Shaw, 2020). Portanto, diferente do que ocorre em CMB, pode-se explorar a característica espectral dos sinais por análise tomográfica em levantamentos do tipo mapeamento de intensidade para estimar os sinais alvos através de métodos não-paramétricos de *Separação de Componentes*.

De modo geral, denomina-se qualquer fonte astrofísica e cosmológica de sinal, na (faixa de) frequência a ser observada e que não contemple o sinal alvo, como *foreground*. Fontes de contaminação instrumental são denominadas genericamente de *noise* e, de modo geral, qualquer fonte de sinal de *componente*. Separação de Componentes é a área que objetiva reconstruir as diferentes componentes observadas. No caso de métodos não-paramétricos, como os atualmente usados no BINGO e muito comuns em dados de CMB, exploram-se as características espectrais dos sinais através dos diferentes canais de frequência para realizar a estimação e o que diferencia cada método de estimação são as características espectrais e as informações estatísticas exploradas para estimar tais comportamentos espectrais. O método GNILC (Generalized Nee-

¹ *Cosmic Microwave Background*. Que em tradução adaptada, seria: Radiação Cósmica de Fundo.

² *Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations*, que em tradução ao português fica: Observações Acústicas de Bárions a partir de Observações integradas de gás de hidrogênio neutro

dlet Internal Linear Combination) (Olivari; Remazeilles; Dickinson, 2016; Olivari et al., 2017; Fornazier et al., 2022) tem demonstrado conseguir resultados satisfatórios dentro das características do BINGO. Técnicas como FastICA (Fast Independent Component Analysis) e GMCA (Generalized Morphological Component Separation) (Carucci; Irfan; Bobin, 2020; Cunningham et al., 2021) já foram aplicadas em outros futuros levantamentos de 21-cm pós-reionização por mapeamento de intensidade com bons resultados, e atualmente têm sido aplicadas ao BINGO (Marins et al., 2022), com resultados comparáveis aos do GNILC em (Fornazier et al., 2022). Contudo, tais métodos somente separam os foregrounds e fornecem como resíduo 21-cm + noise, de forma a precisarmos posteriormente estimar o sinal de 21-cm a partir de diferentes resíduos (*noise debias process*), ou seja, a partir de diferentes realizações de mapas de 21-cm. Tal processo busca corrigir tanto o efeito médio de estimativa em diferentes realizações através de um fator de supressão quanto a contribuição média do ruído por diferentes templates (Fornazier et al., 2022; Marins et al., 2022).

Esta etapa de processamento dos sinais é de grande importância para a identificação das BAOs e, por conseguinte, para as restrições de parâmetros. Objetiva-se neste projeto processar e estimar os sinais de 21-cm gerados (ver Tabela 1) para posterior análise e restrição de parâmetros. Tanto os dados de foregrounds a serem usados (*synchrotron, free-free, anomalous microwave background, cosmic microwave background* e fontes pontuais de emissão de rádio) quanto ruídos brancos serão usados a partir do código PSM (Planck Sky Model) (Delabrouille et al., 2013). Também, descrever a análise e estudo sobre o plano focal do projeto BINGO.

Tabela 1 – Configuração do projeto BINGO assumido nesse trabalho.

Requirements	Values
Resolução angular	40 arcmin
Frequência angular	960 – 1260 MHz
Número de canais	30
Cobertura do céu	5324 deg ²
Número de cornetas	28
Região de declinação	-25° à -10°
Temperatura de sistema	70 K

Parte I

Hidrogênio e estudo do Universo

1 Emissões de 21-cm como fonte para estudar o Universo

Apesar das emissões de 21-cm pelo hidrogênio neutro serem usadas pela astronomia há bastante tempo, seu uso em astrofísica e cosmologia é deveras recente. Considerando como trabalhos precursores da área de 21-cm para astronomia os de George Field (Field, 1958; Field, 1959a; Field, 1959b), e mesmo que as primeiras estimativas do sinal sejam por volta de \sim 1990-2000, o efetivo interesse pela emissão em cosmologia e astrofísica de períodos mais primordiais do Universo se inicia com o trabalho (Sunyaev; Zeldovich, 1972)¹, sugerindo o uso das linhas de emissão de 21-cm para procurar por assinaturas espectrais ou espaciais de estruturas a altos redshifts. As primeiras buscas pelo sinal de 21-cm nesse contexto se deram por volta da década de 80, mas realmente ganharam força com a construção do *Giant Metrewave Radio Telescope* (GMRT) (Swarup, 1991), na Índia, no final da década de 90. Assim sendo, nos cursos de cosmologia - seja a nível de graduação ou pós-graduação - nunca, ou quase nunca, se aborda a *cosmologia de 21-cm*. Por isso, creio ser no mínimo complementar e enriquecedor uma descrição qualitativa da história cosmológica do sinal de 21-cm, como o faremos a seguir. Obviamente, a descrição aqui feita não tem por objetivo detalhar cada etapa e analisar quantitativamente a descrição física da evolução do sinal, mas sim fazer uma descrição objetiva que descreva qualitativamente tais períodos. Tal descrição dará suporte ao entendimento do período pós-reionização escolhido pelo projeto BINGO (*Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations*). Para um estudo aprofundado sobre a evolução do sinais de 21-cm, aconselhamos ao leitor acessar ótimas revisões e artigos com destaque para: (Madau; Meiksin; Rees, 1997; Furlanetto; Oh; Briggs, 2006; Pritchard; Loeb, 2012; Liu; Shaw, 2020).

1.1 Sinal de 21-cm

O sinal de 21-cm é uma emissão proveniente do estado fundamental do hidrogênio neutro (HI), dita transição hiperfina. Devido a interação entre os momentos magnéticos do próton e do elétron no qual o estado fundamental do HI, $1S_{1/2}$, se divide em dois outros estados de spin $S = 1/2$ (em unidades de \hbar) e momento angular $J = \pm 1/2$. O momento angular de spin total, F , deve ser

$$F = J + S = \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \begin{cases} 0, & \text{singuleto: } 1_0 S_{1/2} \\ 1, & \text{triploto: } 1_1 S_{1/2} \end{cases}$$

O estado $1_1 S_{1/2}$ é triplicamente degenerado, por isso do nome *triploto*. A transição do triploto - estado de maior energia - ao singuleto leva à emissão de uma fóton a uma frequência de

¹ Esse trabalho sugere o uso de 21-cm para analisar estruturas e estudar o modelo por eles desenvolvido e que, diferente do modelo CDM de formação hierárquica, baseava-se no chamado modelo "pancake". Esse modelo assume que grandes perturbações do campo de densidade levariam a formação de concentrações planares e compressão do gás primordial por ondas de choque.

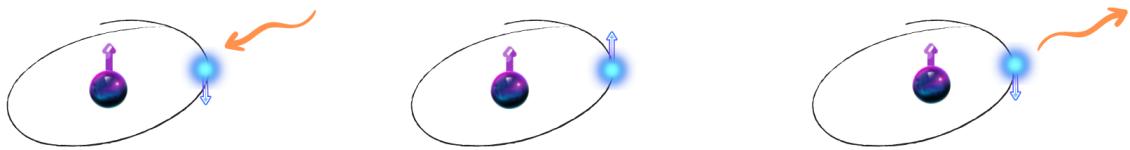


Figura 1 – Representação do mecanismo de transição de estado hiperfino (de spins alinhados e antialinhados) devido a absorção/emissão de um fotón de 21-cm. Primeiro o estado de acoplamento entre os spins do próton e elétron, no estado de menor energia que é quando eles estão antiparalelos. Após receber um fóton de 21-cm, há uma transição a um dos estados de triplete, com um estado de maior energia em que os spins estão paralelos. O retorno ao estado de menor energia se dá com a emissão de outro fóton de 21-cm.

$\nu_{10} = 1.420405751786(30) \times 10^9 \text{Hz}$ ($\approx 1420 \text{MHz}$), que corresponde a um comprimento de onda de 21.1 cm e energia de $\Delta E = 5.9 \times 10^{-6} \text{eV}$. A taxa de emissão espontânea da transição de 21-cm é baixíssima, $A_{10} = 64\pi^2\beta^2/3h\lambda^3 = 2.85 \times 10^{-15} \text{s}^{-1}$, com β sendo o magneton de Bohr. Tal valor de emissão corresponde a um tempo de meia-vida de $t_{1/2} \approx 1/A_{10} \approx 1.1 \times 10^7$ anos. Por outro lado, um átomo pode absorver um fóton com tal energia indo do singuleto ao triplete; e reemitir (emissão estimulada), retornando ao estado singuleto. Vide que se um feixe de 21-cm passa por uma nuvem com HI essa pode sofrer absorção e emissão estimulada - esse seria como uma absorção negativa. Uma vez que o sinal de 21-cm é uma emissão de HI, precisamos mensurar a disponibilidade do HI; mas antes, precisamos ter uma medida que mensure a quantidade de átomos nos estados hiperfinos do HI. Usamos a temperatura de spin, T_S , para descrever a razão entre o número de estados no triplete e no singuleto. Tal temperatura é definida baseada na relação de Boltzmann para um sistema em equilíbrio, mas **não** é necessário o sistema estar em equilíbrio,

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{T_\star}{T_S}} \quad (1.1)$$

com $T_\star \doteq h\nu_{10}/k_B$. Cada $g_F = 2F + 1$ é o peso estatístico do estado.

A temperatura de spin depende, basicamente, de três processos: (1) emissões e absorções de fótons de 21-cm a partir do background em rádio frequência - principalmente devido à radiação cósmica de fundo (CMB)²; (2) colisões entre átomos de hidrogênio e elétrons; e, (3) espalhamento ressonante com fótons Lyman- α que causa um "spin flip", ou seja, uma mudança de spin através de um estado excitado intermediário (efeito Wouthuysen-Field) (Apêndice B),

$$T_S = \frac{T_R + y_K T_K + y_\alpha T_\alpha}{1 + y_K + y_\alpha}, \quad (1.2)$$

com T_R temperatura de background em rádio frequência, T_K temperatura cinética do gás, e T_α temperatura de cor do Lyman- α . y_α é o acoplamento devido ao efeito Wouthuysen-Field e y_K o

² Vale notar que em alguns momentos, tais como no período posterior a Cosmic Dawn, fontes de Lyman- α são redshiftadas e observadas em frequência de rádio, correspondendo a um fundo em rádio às emissões de 21-cm.

acoplamento colisional³. Em diferentes períodos do Universo diferentes mecanismos dominaram e determinaram o comportamento de T_S , como veremos a frente.

Efeito Wouthuysen-Field

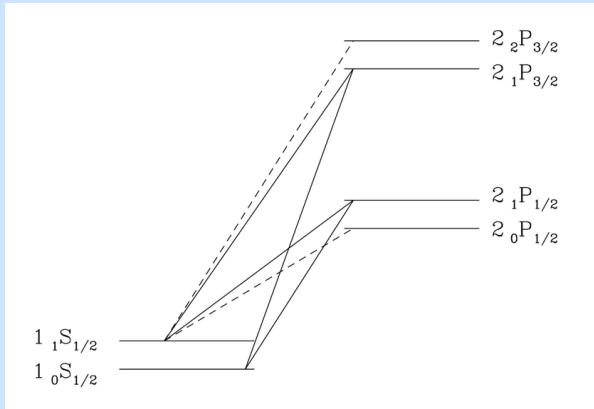


Figura 2 – Os caminhos permitidos estão em linha contínua e os proibidos em linhas tracejadas.

e os tracejados os proibidos.

O efeito Wouthuysen-Field (WF) é um mecanismo de emissão de 21-cm induzido pela absorção e reemissão de um fóton Ly α . Um átomo de hidrogênio que está inicialmente num dos dois estados hiperfinos ($1_0S_{1/2}$ ou $1_1S_{1/2}$), ao absorver um Ly α se excitará e passará a um dos estados centrais do nível 2P ($2_1P_{1/2}$ ou $2_1P_{3/2}$). Posteriormente, a emissão de um fóton Ly α pode levar o átomo novamente a um dos estados hiperfinos. Quando os estados inicial e final hiperfinos são distintos, do singuleto ao tripleto, há emissão de 21-cm. A imagem ao lado representa esse efeito, com as linhas sólidas mostrando os caminhos permitidos

Na quase totalidade das situações astrofísicas temos que T_S de um gás de HI satisfaz $1 - \exp(-T_\star/T_S) \approx T_\star/T_S$, pois $T_\star \ll T_S$. Isso nos possibilita escrever o coeficiente de emissividade do gás (ver dedução no Apêndice B)

$$\alpha_\nu = \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}}{T_S} \phi^{(10)}(\nu),$$

com n_{HI} sendo a densidade numérica de átomos HI e $\phi^{(10)}$ perfil de linha normalizado, que será assumida uma distribuição delta de Dirac centrada em ν_{10} . Integrando a contribuição do coeficiente ao longo da linha de visada através da(s) nuvem(ns) de gás obtemos a profundidade ótica, que pode ser escrita como (Bharadwaj; Nath; Sethi, 2001; Bharadwaj; Ali, 2004; Bharadwaj; Ali, 2005; Battye et al., 2013)

$$\tau_{\nu_{10}} = \int_{\text{nuvem}} ds \alpha_\nu(s) \approx \left(\frac{9hc^3 A_{10}}{256\pi^2 G k_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\Omega_{\text{HI}}(z)}{(1+z)} \frac{H_0^2}{\|dv_{\parallel}/d\chi\|} \frac{1}{T_S(z)}, \quad (1.3)$$

em que m_{HI} é a massa do átomo de HI, G a constante gravitacional, H_0 a constante de Hubble e $\Omega_{\text{HI}}(z) = 8\pi G m_{\text{HI}} n_{\text{HI}}(z)/3H_0^2$ é o parâmetro de densidade de HI no redshift z . $\|dv_{\parallel}/d\chi\|$ é o gradiente do campo de velocidade peculiar ao longo da linha de visada em coordenadas comóveis $\chi = a^{-1}s$, sendo $a = a(z)$ o fator de escala (ver Apêndice B para ver a dedução das expressões

³ Essa relação está desenvolvida no Apêndice B

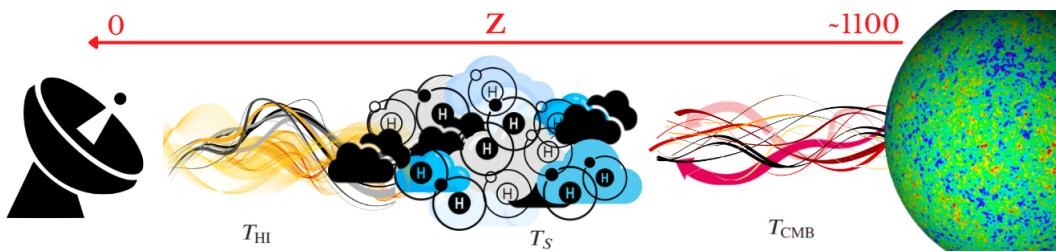


Figura 3 – Representação pictórica da ideia da equação da transferência radiativa para o caso da emissão de 21-cm emitidos por uma nuvem de HI e com campo de fundo em rádio dado pela CMB.

anteriores). Como estamos lidando com o regime de frequência de rádio, o campo de radiação pode ser descrito em unidades de temperatura através da aproximação de Rayleigh-Jeans, que nesse caso leva à definição da temperatura de brilho.

O caso aqui tratado é para $\tau_{\nu_{10}} \ll 1$, o que, pela equação integral da transferência radiativa e levando em consideração que a emissão é afetada pela expansão do Universo durante o seu trajeto sobre a linha de visada até a observação, $\nu_{10} \rightarrow \nu_{10}(1+z)$, escrevemos a temperatura de brilho de 21-cm observada (média) como sendo (Furlanetto; Oh; Briggs, 2006; Pritchard; Loeb, 2012)

$$T_{\text{HI}}(z) = \left(\frac{9hc^3 A_{10}}{256\pi^2 G k_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\Omega_{\text{HI}}(z)}{(1+z)^2} \frac{H_0^2}{\|dv_{\parallel}/d\chi\|} \left(1 - \frac{T_{\text{CMB}}(z)}{T_S(z)} \right), \quad (1.4)$$

em que $T_{\text{CMB}}(z) = 2.725(1+z)$ K. A expressão para a temperatura de brilho de 21-cm representa o contraste entre as emissões de 21-cm por nuvens e o background em rádiofrequência. Por isso, sua caracterização se dá por espectros de absorção ou emissão. Contudo, por conveniência, e para não confundir com a sua representação perturbativa, manteremos a representação como sendo simplesmente T_{HI} , e não um diferencial. Na Figura 3 está representada pictorialmente a influência do background advindo da CMB sobre uma nuvem com HI a T_S em z , que, por sua vez, emite radiação de 21-cm na linha de visada de um certo radiotelescópio a uma temperatura de brilho de T_{HI} .

Na próxima seção avaliaremos as relações entre T_S e T_{CMB} , e consequentemente, da temperatura de brilho de 21-cm.

1.2 Do período do desacoplamento até a pós-reionização

A evolução do Universo pode ser descrita sob diferentes perspectivas como, p.ex., evolução de estruturas ou fração de ionização do hidrogênio. Aqui estaremos nos concentrando na descrição pós desacoplamento matéria-radiação através da temperatura de brilho de 21-cm. A evolução do sinal de 21-cm é caracterizada pela Eq. 1.4 como sinal de emissão/absorção:

- $T_S > T_{\text{CMB}}$: emissão de fôtons. A temperatura de brilho representa o excesso em relação à temperatura da CMB.

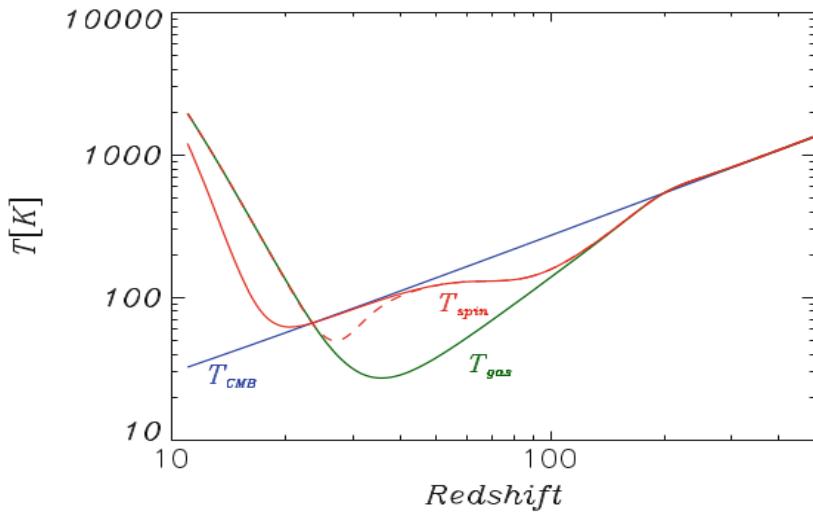


Figura 4 – Representação das evolução das temperaturas de spin (vermelho), cinética (verde) e da CMB (azul). Extraído de (Zaroubi, 2013).

- $T_S < T_{\text{CMB}}$: absorção de fótons. A temperatura de brilho representa o déficit em relação à temperatura da CMB.

A partir da equação, é direto ver se o sinal observado será nulo, positivo ou negativo, dependendo da relação entre a temperatura de spin e a temperatura do campo de radiação de fundo (em rádio frequência), que no caso aqui é composto basicamente pela CMB. A temperatura de spin será determinada, a cada período, pela predominância de uma das fontes físicas relacionadas à alteração do número de ocupações, como consta na Eq. 1.2. Na Figura 5 é possível vermos como a temperatura de brilho de 21-cm evolui em diferentes períodos do Universo. Pretendemos, a seguir, descrever qualitativamente essas épocas e transições.

1.2.1 Altíssimos redshifts: *Dark Ages* ($z \sim 1100 - 30$)

O período chamado de *Dark Ages* comprehende ao espaço temporal entre a recombinação atômica ($z \sim 1100$) e o surgimento das primeiras fontes luminosas ($z \sim 20 - 30$). Após a recombinação, ainda não há um desacoplamento completo dos elétrons em relação aos fótons principalmente devido a elétrons livres residuais. Embora elétrons e fótons já não funcionem como um plasma, i.e., um único fluido, ocorrem tanto o espalhamento (Compton) dos fótons com os elétrons livres, quanto colisões do/com o gás de hidrogênio (H-H , H-p e H-e^-), levando a um forte acoplamento térmico entre o gás e a CMB ($T_K \sim T_{\text{CMB}}$). Ao mesmo tempo, pelo gás ter alta densidade e estar em tal acoplamento colisional, temos que $T_K \sim T_S$; consequentemente, $T_S \approx T_{\text{CMB}}$, de forma a temperatura de brilho ser nula ($T_{\text{HI}} \approx 0$) enquanto o espalhamento Compton for efetivo. Ou seja, não há sinal de 21-cm detectável enquanto isso ocorre.

$$T_S \xrightleftharpoons{\text{colisional}} T_K \xrightleftharpoons{\text{Compton}} T_{\text{CMB}}$$

Como podemos ver representado na Figura 4, por volta de $z \sim 200$ as temperaturas T_s , T_{CMB} e T_K evoluem juntas e proporcionais a $(1 + z)$, devido ao acoplamento entre elas

(Furlanetto; Oh; Briggs, 2006). Com a expansão adiabática do Universo, em um dado momento, o espalhamento Compton se torna raro de tal forma que a temperatura do gás (não-relativístico) passar a esfriar adiabaticamente mais rápido do que a dos fótons, $T_K \sim (1+z)^2$, comportamento que se apresenta como uma queda na Figura 4. Embora o espalhamento Compton seja raro, a densidade do gás ainda é alta e há acoplamento colisional e, portanto, $T_K \approx T_S$ até por volta de $z \sim 100 - 150$. Isso leva a $T_S < T_{\text{CMB}}$, e, consequentemente, $T_{\text{HI}} < 0$ (absorção).

Com a contínua expansão do Universo, a densidade do gás decai - assim como o acoplamento colisional. Pela Eq. 1.2, na ausência do termo colisional e do acoplamento Ly α , a T_S volta a ser ditada pelo campo de fundo, $T_S \rightarrow T_{\text{CMB}}$, e então, segue-se novamente um período de $T_{\text{HI}} \rightarrow 0$. Este período se da por volta de $z \sim 20 - 40$, como representado na Figura 5, na parte direita do gráfico superior. Portanto, na Dark Ages somente o período entre $\sim 200 - 40$ é passível de observação pela linha de 21-cm.

Durante a Dark Age, como já dito, a matéria desacopla da radiação de tal forma que as perturbações podem crescer dentro dos vales de potenciais dos halos de matéria escura pré-existentes; e, eventualmente, formarem objetos ligados (ver Apêndice C). Considerando o poço potencial do halo de matéria escura profundo o suficiente para reter gás aquecido, a temperaturas que excedam $\sim 10^4 \text{ K}$ (Ciardi; Ferrara, 2005; Bromm; Yoshida, 2011).

Basicamente, por todo esse período, a descrição perturbativa dos campos de densidade da matéria se dão no regime linear (Lewis; Challinor, 2007). É exatamente a amplificação dos contrastes de densidade, com consequentes formações das estruturas não-lineares e a formação dos primeiros objetos luminosos, que levam a descrição do espectro de potência da matéria a ter forte contribuição não-linear. Por conseguinte, tal alteração no cenário leva o Universo de um estado majoritariamente neutro a ionizado, como veremos mais a frente.

1.2.2 Altos redshifts I: *Cosmic Dawn* ($z \sim 30 - 8$)

Cosmic Dawn, também denominada de *Gray Age*, se inicia com o surgimento das primeiras fontes luminosas (ver Apêndice C). Obviamente que o período preciso desse acontecimento é desconhecido^{4,5}, mas esse evento altera significantemente o estado de ionização do meio intergaláctico (IGM) e o comportamento do sinal de 21-cm.

Podemos, seguindo a perspectiva da temperatura de brilho de 21-cm, separar o período da Cosmic Dawn em três subperíodos: acoplamento Ly α , aquecimento por Raio-X e fim da Cosmic Dawn (e início da reionização)⁶.

⁴ Devido a inviabilidade da detecção das primeiras estrelas (População III) (Katz et al., 2022) e as complexidades nas simulações das suas formações (Bromm et al., 2009; Bromm; Yoshida, 2011; Haemmerlé et al., 2020; Robertson, 2022), há uma grande imprecisão sobre o período em que elas se formam, sendo o mais provável entre redshifts 20 – 30 (Bromm; Yoshida, 2011).

⁵ As primeiras galáxias se formam por volta de $z \sim 10 - 15$ (Bromm; Yoshida, 2011; Haemmerlé et al., 2020).

⁶ Vale ressaltar novamente que os valores dos redshifts que aqui estão sendo descritos são muito imprecisos, e usados com o único intuito de dar uma noção em quais períodos os eventos devem ter ocorrido. A Figura 5 é utilizada somente para analisar o comportamento do sinal e não os valores exatos dos redshift, e seus intervalos. Uma descrição e um debate mais preciso desse período foge do escopo deste texto.

- **Acoplamento Ly α :** As primeiras fontes luminosas que se formaram no Universo produziram um grande fluxo de radiação Ly α (ver Apêndice C). A absorção dos fótons Ly α pelos átomos de HI levam ao efeito Wouthuysen-Field (ver o Quadro Azul sobre o efeito Wouthuysen-Field), que resulta em emissão do sinal de 21-cm. Como a seção de choque de espalhamento Ly α é grande (Barkana; Loeb, 2001), $T_S \sim T_\alpha$, e consequentemente⁷, $T_S \sim T_K$. Como descrito anteriormente, o gás (frio) tem a temperatura decaendo (adiabaticamente) mais rápido do que a radiação de fundo (CMB); e, então, $T_S \sim T_K < T_{CMB}$. Logo, nesse período, obtemos um sinal de absorção ($T_{HI} < 0$). Esse comportamento pode ser observado como uma queda na Figura 5, até por volta de $z \sim 12$, quando há uma saturação do acoplamento Ly α . Assim, o período se dá por volta de $z \sim 12 - 20$.
- **Aquecimento por Raio-X:** Como inicialmente a ação do acoplamento por Ly α é mais efetiva do que a influência da radiação por raio-X o efeito de acoplamento por Ly α se dá antes (Mesinger; Furlanetto; Cen, 2011; Pritchard; Loeb, 2012; Liu; Shaw, 2020). Com a formação de objetos astrofísicos tais como supernovas, quasares e binários de raio-X (ver Apêndice C), forma-se um background de raio-X. O raio-X não somente fotoioniza o IGM (HI e HeI) como também transfere a energia excedente do processo ao IGM, ou seja, aquecendo-o (aumentando a temperatura do gás), até que em dado momento $T_K = T_{CMB}$. Nesse momento, uma vez que está sendo assumido um forte acoplamento com o background em UV e raio-X, $T_S \sim T_K$, e então $T_{HI} \rightarrow 0$. O que deve ocorrer por volta de $z \sim 9$.
- **Fim da Cosmic Dawn:** O contínuo aquecimento do IGM leva a $(T_S \sim)T_K \gg T_{CMB}$, tal que $(1 - T_{CMB}/T_S) \approx 1$, e T_{HI} alcança um limite, não sendo mais sensível às mudanças em T_S . É o valor mais alto que a temperatura de brilho de 21-cm alcança antes da reionização, por volta de $z \sim 8$. O fim da Cosmic Dawn ocorre com o surgimento da Época da Reionização. Isso ocorre no momento em que, após as regiões de HII crescerem para fora dos seus halos hospedeiros e regiões HII próximas começarem a se sobrepor, tais regiões se tornam importantes na determinação do comportamento do sinal de 21-cm.

1.2.3 Altos redshifts II: Reionization ($z \sim 8 - 6$)

Obviamente a (re)ionização do Hidrogênio não se inicia por volta de $z \sim 8$, mas sim com o surgimento das primeiras fontes luminosas; i.e., desde o início da Cosmic Dawn. Contudo, até esse período - agora denominado por *Reionização* - diferentes mecanismos físicos e astrofísicos foram cruciais na determinação do comportamento do sinal de 21-cm. Com a saturação da influência dos backgrounds de UV e raio-X, e o crescimento das regiões de HII a partir de fontes luminosas, há uma forte mudança na fração de HI disponível no IGM. O processo (e o período) da reionização será considerado concluído quando as diferentes regiões de HII se

⁷ Com a seção de choque do espalhamento Ly α (e, por conseguinte, a profundidade ótica) muito grande, ao mesmo tempo que há uma continua formação estelar, o background de Ly α se torna suficientemente forte para levar à $T_S \approx T_K$ em todos os lugares (Furlanetto; Oh; Briggs, 2006; Liu; Shaw, 2020).

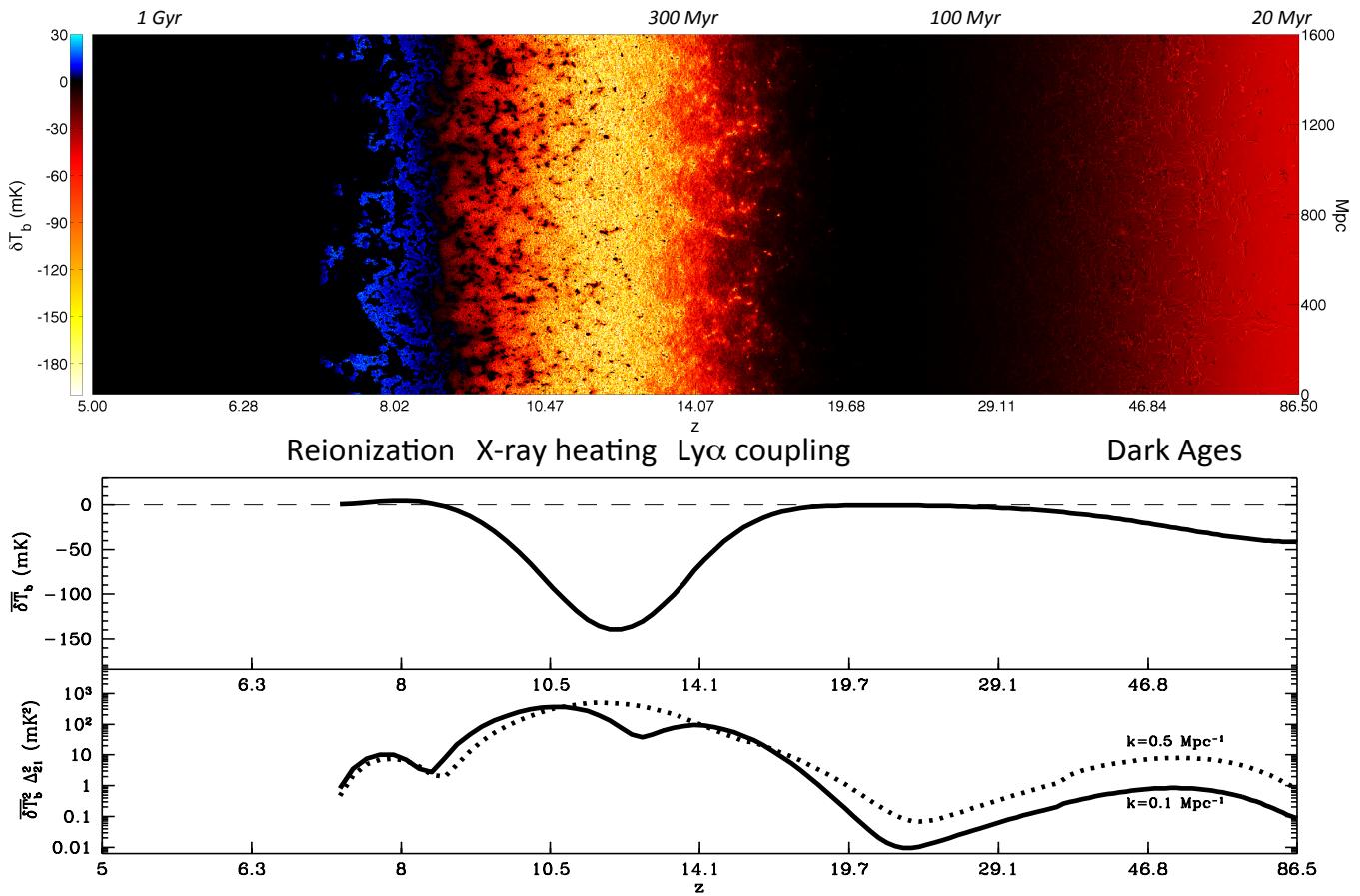


Figura 5 – Evolução da temperatura (global) de brilho de 21-cm entre os redshifts 5-86.5, pela simulação seminumérica 21cmFAST (Mesinger; Furlanetto; Cen, 2011). Na imagem colorida superior está a representação, em escala, da evolução da perturbação da temperatura. As cores mais azuladas representam as partes de emissão, enquanto as mais vermelhadas e amareladas as de absorção. Na parte média e inferior estão os graficos da temperatura média e da perturbação, respectivamente. Fonte: http://homepage.sns.it/mesinger/EOS_files/Annot_strip_LargeHII_1024.pdf

sobrepuarem e preencherem o IGM quase completamente, levando a fração de densidade de HI (numa média volumétrica) a decair para menos do que 1%. Isso se reflete na temperatura de brilho de 21-cm, através da Eq. 1.4 e apresentada na Figura 5, ir de um valor máximo e decair a próximo de zero.

Considerando aqui o estágio avançado da reionização como quando a fração de hidrogênio neutro - quanto do hidrogênio está na forma neutra - for $x_{\text{HI}} \lesssim 0.9$ (Mesinger; Furlanetto; Cen, 2011), e que o Universo está altamente ionizado quando a fração de hidrogênio neutro é uma parte em mil, $x_{\text{HI}} \approx 10^{-4}$ (ver na Figura 6) o período da reionização deve ocorrer entre $z \sim 6-8$. Essa estimativa do período é concordante com algumas simulações numéricas, como p.ex., a simulação ASTRAEUS (Gnedin; Madau, 2022).

Por óbvio, o Universo não foi ionizado homogeneamente e, portanto, o valor de $x_{\text{HI}} \sim 10^{-4}$ não foi o mesmo em todos as partes do IGM. As partes em que o IGM tinha a fração de

hidrogênio extremamente baixa, basicamente sem HI, o sinal de 21-cm foi suprimido. Contudo, regiões com sobredensidades muito altas, com elevadíssimas concentrações de HI, permaneceram neutras e se autoblindaram da radiação ionizante (Miralda-Escudé; Haehnelt; Rees, 2000). Ou seja, havia uma distribuição inhomogênea no IGM de bolsões de HI extremamente densos que ainda emitiam sinal de 21-cm.

Evolução da fração de HI no IGM

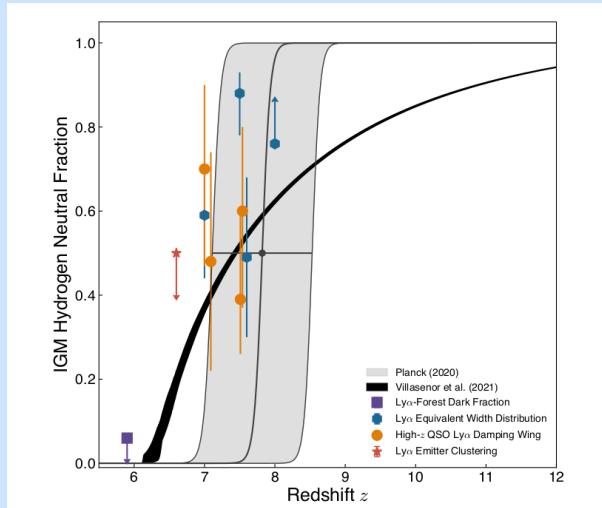


Figura 6 – Fonte: (Robertson, 2022)

O resultado é um limite superior de $x_{\text{HI}} \leq 0.06 \pm 0.05$, a $z = 5.9$.

Representado como uma estrela em vermelho está o resultado obtido a partir de aglomerado de dados de emissores Ly α impondo um limite de $x_{\text{HI}} < 0.5 \pm 0.05$, a $z = 6.6$ (Ouchi et al., 2010; Sobacchi; Mesinger, 2015).

Como uma cruz larga em cor turquesa, há quatro resultados a partir da distribuição da largura equivalente de emissores Ly α . A $z = 7$, o valor obtido foi de $x_{\text{HI}} = 0.59^{+0.20}_{-0.23}$; a $z = 7.5$, $x_{\text{HI}} = 0.88^{+0.05}_{-0.10}$; a $z = 7.6$, $x_{\text{HI}} = 0.49 \pm 0.19$; e o limite inferior a $z = 8$, de $x_{\text{HI}} > 0.88$ (Mason et al., 2018; Hoag et al., 2019; Jung et al., 2020).

Há quatro dados de Ly α damping wing de quasares como bolas na cor laranja. Para os redshifts 7.00, 7.09, 7.51 e 7.54, os resultados obtidos foram de $0.70^{+0.20}_{-0.23}$, 0.48 ± 0.26 , $0.39^{+0.22}_{-0.13}$ e $0.60^{+0.20}_{-0.23}$, respectivamente, (Mortlock et al., 2011; Bañados et al., 2018; Yang et al., 2020; Wang et al., 2020).

Por fim, os resultados através da CMB para $x_{\text{HI}} = 0.5$ é que tal valor é alcançado a $z \sim 7.82 \pm 0.71$, através de um ajuste para x_{HI} do tipo tanh (Planck Collaboration et al., 2020a).

Na Figura 6, encontramos uma compilação de dados com restrições à fração de hidrogênio neutro no meio intergaláctico com relação ao redshift, $x_{\text{HI}}(z)$.

Na faixa em preto está representado um ajuste numérico obtido a partir de milhares de simulações cosmológicas para diferentes taxas de fotoionização e fotoaquecimento que combinam dados de Ly α a $z < 5$ (Villasenor et al., 2022).

O quadrado em roxo é o dado da fração obtida a partir de dados de regiões escuras de Ly α forest em espectro de fundo de quasares com fluxo de transmissão nulo (McGreer; Mesinger; D’Odorico, 2015). O re-

1.2.4 Baixos redshifts: Pós-Reionization ($z < 6$)

Após a reionização estar completa, existe um importante background em UV e em raio-X, além da temperatura da CMB continuar a cair, de tal forma a $T_S(z) \gg T_{\text{CMB}}(z)$. Assim, a temperatura de brilho de 21-cm dependerá, basicamente, da fração de HI disponível e do gradiente da velocidade peculiar⁸

$$T_{\text{HI}}(z) = \left(\frac{9hc^3 A_{10}}{256\pi^2 Gk_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\Omega_{\text{HI}}(z)}{(1+z)^2} \frac{H_0^2}{\|dv_{\parallel}/d\chi\|}$$

Basicamente, só é possível haver sinal de 21-cm pós-reionização pois há *Damped Lyman-α Absorption systems* (DLAs) que os preservam da radiação ionizante.

DLAs são um conjunto de sistemas que se caracterizam por serem fortes absorvedores de radiação Ly α - muito bem caracterizados nos espectros de quasares de altos redshifts - por serem extremamente densos, com densidade de coluna de HI⁹ $N_{\text{HI}} > 10^{20.3} \text{ cm}^{-2}$ (Wolfe; Gawiser; Prochaska, 2005).

No período pós-reionização, os HI estão majoritariamente em DLAs em regiões de halos de matéria escura com massas entre $10^9 - 10^{12} M_{\odot} h^{-1}$. A quantidade de HI fora dos halos é baixa, diminuindo para menores valores de redshift - 90% dentro do halo para $z < 3$, chegando à 99% para $z = 0$ (Villaescusa-Navarro et al., 2018; Zhang et al., 2022). A distribuição do HI no halo, no caso de regiões de galáxias centrais ou satélites, tem dependência com massa do halo. Halos com massa mais baixa, tendem a ter maior concentração de HI na região central; e halos com maior massa, nas satélites, como pode ser visto na Figura 7. Em halos de massa maior do que $> 10^{12} M_{\odot} h^{-1}$, o efeito de um (ou mais) AGN na região central "limpa" a distribuição de HI na região; já para halos menores, o gás do halo pode esfriar e se concentrar na região central. Isso fica evidente na Figura 7, em que a imagem à esquerda representa um halo de $\sim 10^{14} M_{\odot} h^{-1}$ a $z=0$; e, a imagem inferior à direita, um halo de $\sim 10^{11} M_{\odot} h^{-1}$, também a $z = 0$.

Para valores baixos de coluna de densidade de HI ($N_{\text{HI}} \lesssim 10^{17} \text{ cm}^{-2}$), que correspondem à *Lyman-α forest*, o hidrogênio é altamente ionizado pelo background de UV. Já para valores altos, com uma alta taxa de recombinação e se autoprotege da radiação ionizante (Miralda-Escudé; Haehnelt; Rees, 2000; Choudhury; Haehnelt; Regan, 2009).

O artigo (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015) fez um estudo acerca do bias e do parâmetro densidade de HI, b_{HI} e Ω_{HI} , respectivamente, utilizando uma compilação de resultados medidos e simulados de ambas as quantidades. Na Figura 8 há os resultados para Ω_{HI} . Os valores usados podem ser verificados na Tabela 1 do próprio artigo, aqui é mais útil nos concentrarmos

⁸ O gradiente de velocidade do campo de HI em grandes escalas, ou seja, se deve somente ao fluxo de Hubble, e por isso, $\|dv_{\parallel}/d\chi\| = H(z)/(1+z)^3$ (Pritchard; Loeb, 2012; Battye et al., 2013)

⁹ Podemos definir a densidade de coluna de HI como sendo (Bird et al., 2014; Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2016) a integração de uma distribuição de HI ao longo de uma direção l

$$N_{\text{HI}} = \frac{(1+z)^2}{m_p} \int dl \rho_{\text{HI}}(l),$$

com ρ_{HI} perfil de densidade (móvel) de HI e m_p a massa do próton.

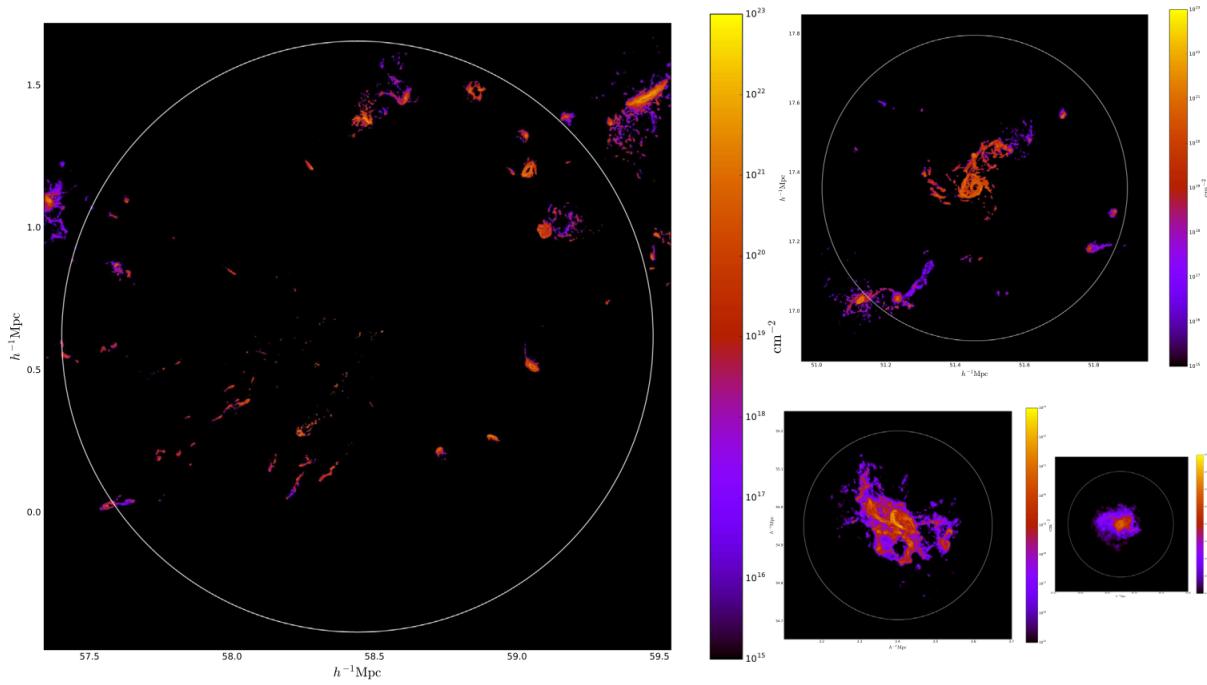


Figura 7 – Simulação hidrodinâmica descrevendo a distribuição de HI dentro de um halo (círculo tracejado). À esquerda, em imagem maior, está a configuração para um halo de massa $\sim 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Na parte superior à direita, está representada o resultado para um halo com massa $\sim 10^{13} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Na parte inferior esquerda, está a configuração para $\sim 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 1$. E, por fim, na parte inferior à direita, $\sim 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$ à $z = 0$. Fonte: ([Villaescusa-Navarro et al., 2018](#))

nas DLAs. Cinco dados de medidas para Ω_{HI} são oriundos de DLAs à $z \leq 5$: o trabalho ([Rao; Turnshek; Nestor, 2006](#)) usou medidas de DLAs do *Hubble Space Telescope* (HST) e do *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) entre os redshifts 0.11 – 1.65, o trabalho ([Prochaska; Wolfe, 2009](#)) usou 738 dados de DLAs a partir dos dados do SDSS *Data Release 5* (DR5) entre os redshifts 2.2 – 5.5, ([Noterdaeme et al., 2009](#)) usou 937 dados obtidos do SDSS-II DR7 entre 2.15 – 5.2, ([Noterdaeme et al., 2009](#)) usou dados de 6839 DLAs obtidas pelo *Baryon Oscillation Spectroscopic Survey* (BOSS) entre redshifts 2.0 – 3.5, ([Meiring et al., 2011](#)) mediou os valores de Ω_{HI} pelas primeiras observações do HST/*Cosmic Origins Spectrograph* (COS) de três DLAs e quatro sub-DLAs a $z < 0.35$, e, por fim, ([Zafar et al., 2013](#)) usou dados de DLAs e sub-DLAs a partir de 122 espectros de quasares observados pelo *European Southern Observatory* (ESO) *Very Large Telescope/Ultraviolet Visual Echelle Spectrograph* (VLT/UVES) para redshifts entre 1.5 – 5.

Como visto, a distribuição de HI é de suma importância para se determinar a temperatura de (brilho de) HI. Uma maneira, por simulação, conveniente de obtê-la é através da técnica de distribuição de ocupação de halos (HOD - *halo occupation distribution*), no qual a quantidade de HI depende somente da massa do halo. Isso define uma relação homeomorfa entre a massa do halo e a massa de HI. Parte dos dados citados acima também foram usados com os resultados das simulações hidrodinâmicas TNG100 e TNG300 de ([Villaescusa-Navarro et al., 2018](#)) e apresentaram boa concordância entre si, principalmente para a simulação com melhor resolução

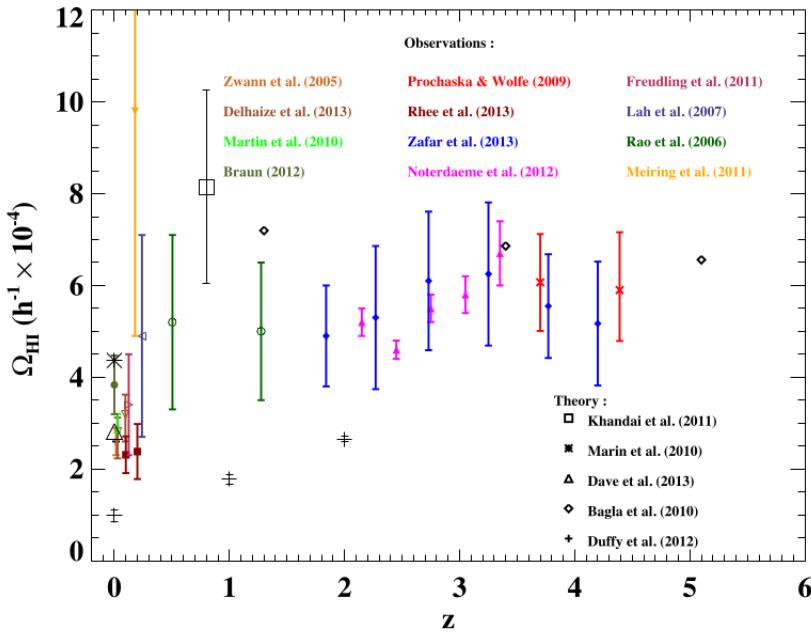


Figura 8 – Compilação de dados medidos, por diferentes meios, de Ω_{HI} no artigo (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015). A partir de dados de levantamento de galáxias (Zwaan et al., 2005; Lah et al., 2007; Martin et al., 2010; Freudling et al., 2011; Braun, 2012; Delhaize et al., 2013), por observações de DLAs (Rao; Turnshek; Nestor, 2006; Prochaska; Wolfe, 2009; Meiring et al., 2011; Noterdaeme et al., 2012; Zafar et al., 2013) e observações por mapamento de intensidade (Rhee et al., 2013). Em preto há predições teóricas e por simulações (Marín et al., 2010; Bagla; Khandai; Datta, 2010; Khandai et al., 2011; Duffy et al., 2012; Davé et al., 2013).

(TNG100). Essas simulações também foram usadas para obter um ajuste para a descrição da massa de HI em função da massa do halo M , $M_{\text{HI}}(M)$, para então obter uma descrição de $\Omega_{\text{HI}}(z)$. Isso pois o parâmetro de densidade de HI pode ser descrito como

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{HI}}(z) &= \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho(z) \\ &= \frac{8\pi G}{3H_0^2} \int_0^\infty dM n(M, z) M_{\text{HI}}(M) \end{aligned} \quad (1.5)$$

com $n(M, z)$ sendo a função de massa do halo, i.e., a distribuição de halos. No trabalho (Villaescusa-Navarro et al., 2018), foi analisada uma modelagem paramétrica para massa de HI no halo, a z , do tipo

$$M_{\text{HI}}(M, z) = M_0 \left(\frac{M}{M_{\min}} \right)^\alpha e^{-\frac{M_{\min}}{M}} \quad (1.6)$$

com M_0 , M_{\min} e α parâmetros livres a serem ajustados com os resultados da simulação. Os valores para diferentes redshifts estão na Tabela 1 do artigo. Outro modelo para $M_{\text{HI}}(M, z)$ levando em considerando a velocidade virial do halo e a sua dependência com M pode ser encontrado em (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2016). Vale ressaltar que a Eq. 1.5 é equivalente às usadas nas Eq. 1.3 e 1.4.

1.3 Como e por que estudar sinais de 21-cm da pós-reionização?

Um dos primeiros estudos sobre uso de medidas de emissões de 21-cm objetivavam usar esses sinais para identificar de inomogeneidades locais com alta concentração de HI (Scott; Rees, 1990; Kumar; Padmanabhan; Subramanian, 1995; Madau; Meiksin; Rees, 1997), e até mesmo sugestões de observações similares aos levantamentos galácticos (Abdalla; Rawlings, 2005). Em (Ekers, 2012), consta que a primeira proposição (européia) de um grande radiotelescópio para detecção de HI à altos redshifts são dos anos entre 1988-1990, a ser realizado na Holanda. Ressalto o fato europeu, pois, concomitantemente, e de modo independente, Govin Swarup propõe a construção do GMRT, que fora publicada à comunidade internacional em 1991 através do trabalho (Swarup, 1991). Podemos considerar a proposição européia como o gérmen de projetos como LOFAR¹⁰ e SKA¹¹. A sugestão nominal do SKA remonta à 1998. Apesar de sua raiz européia, o SKA sempre teve o conceito de ser um projeto internacional, não delimitado às fronteiras européias. Logo, é muito comum encontrar em trabalhos dos anos 1990-2000 estudos sobre possíveis configurações e observações do SKA sem ao menos haver uma referência do que era o SKA em si.

Uma das principais questões da incipiente *Cosmologia de 21-cm* é que a baixa intensidade dos seus sinais tornam muito difícil o processo de observação individual das fontes emissoras. Um outro complicador, ainda mais problemático, é a forte contaminação galáctica do sinal observado (como veremos melhor à frente) e a contaminação por ruídos térmicos de origem instrumental (Shaver et al., 1999; Gnedin; Shaver, 2004; Zaldarriaga; Furlanetto; Hernquist, 2004). Existem diferentes técnicas e maneiras estatísticas de se extrair informação dos sinais de 21-cm¹², aqui nos concentraremos no sinal global (em menor ordem) e, principalmente, nas perturbações do sinal de 21-cm. O foco nessa última se dará principalmente devido as propriedades e informações que podemos extrair de funções estatísticas de dois pontos (Zaldarriaga; Furlanetto; Hernquist, 2004; Barkana; Loeb, 2005).

No que se segue, sem entrar no debate sobre o aparato e a configuração instrumental para observações, podemos separar os objetivos de medidas de sinais de 21-cm em dois tópicos: sinais (médios) globais e flutuações dos sinais de 21-cm. Cada tipo direcionará mais para um interesse científico. Por exemplo, o estudo global pré-reionização depende fortemente dos períodos e da força em que as fontes luminosas surgem, assim como em relação a como elas afetam a temperatura de brilho de 21-cm (Bowman et al., 2018), como descrito anteriormente. Ao mesmo tempo, o sinal global pode apresentar traços de mecanismos físicos ainda não estabelecidos ou descobertos (Costa et al., 2018; Sikder et al., 2023). Já os desvios locais do valor do sinal em relação ao seu valor global são fontes ricas para estudos dos efeitos dinâmicos locais, assim como estudos do Universo em larga escala. Como veremos, pelas flutuações do sinal de 21-cm serem eficientes marcadores da matéria escura e extremamente eficientes em estudos de larga escala (LSS), ele se torna uma via para se medir as oscilações acústicas de bárions (BAOs)

¹⁰ <https://www.astron.nl/telescopes/lofar/>

¹¹ <https://www.skao.int/>

¹² Para maior detalhamento, ler o trabalho (Greig, 2019).

(Eisenstein et al., 2005; Percival et al., 2010; Anderson et al., 2014; Alam et al., 2017).

É essencial ressaltar - como deduzido no Apêndice B - que o que temos nos referido como temperatura de brilho, T_{HI} , é na verdade a diferença da real temperatura de brilho com um fundo de emissões em rádio frequência, que de modo geral é assumido como sendo proveniente da contribuição da CMB nessa faixa de frequência. É também necessário não confundir a análise da diferença entre a temperatura de spin e a temperatura da CMB com a diferença citada anteriormente. Não está sendo assumindo o uso do símbolo diferencial na temperatura de brilho da emissão de 21-cm para não causar confusão com a simbologia da perturbação da mesma temperatura. Logo, o que é observado não é o sinal direto de 21-cm, mas a sua diferença em relação à CMB na mesma faixa de frequência.

1.3.1 Sinais Globais

O sinal global pode ser imaginado como a forma mais direta e simples de lidar com a fraqueza do sinal de 21-cm, uma vez que ele é uma média do sinal sobre uma grande área, podendo ser uma média sobre todo o céu. Definiremos o sinal global como sendo o sinal médio segundo (Liu; Shaw, 2020)

$$\bar{T}_{\text{HI}}(\nu) = \int \frac{d\Omega(\hat{\mathbf{n}})}{4\pi} T_{\text{HI}}(\hat{\mathbf{n}}, \nu).$$

Se retomarmos à expressão Eq. 1.4, para períodos de baixo redshift, poderemos reparar que a temperatura de brilho depende da direção da linha de visada ($\hat{\mathbf{n}}$), pois a densidade de HI depende da posição no céu e do redshift: $\Omega_{\text{HI}}(z, \hat{\mathbf{n}})$. Além disso, assumindo somente escalas em que o efeito do gradiente da velocidade se deve unicamente pelo fluxo de Hubble, $\|dv_{\parallel}/d\chi\| = \|dv_{\parallel}/dl\|/(1+z) = H(z)/(1+z)^4$

$$\begin{aligned} T_{\text{HI}}(z, \hat{\mathbf{n}}) &= \left(\frac{900hc^3A_{10}}{256\pi^2Gk_B\nu_{10}^2m_{\text{HI}}} \right) \frac{(1+z)^2}{E(z)} \Omega_{\text{HI}}(z, \hat{\mathbf{n}}) h \\ &\approx 0.1888 \frac{(1+z)^2}{E(z)} \Omega_{\text{HI}}(z, \hat{\mathbf{n}}) h \text{ K} \\ &= 188.8 \frac{(1+z)^2}{E(z)} \Omega_{\text{HI}}(z, \hat{\mathbf{n}}) h \text{ mK} \end{aligned}$$

Para ter noção do comportamento da temperatura de brilho de HI precisamos agora de duas coisas: uma (1) cosmologia que nos descreva a evolução do Universo através da função adimensional de Hubble $E(z)$ e (2) saber determinar alguma forma útil para a densidade de HI em termos da densidade crítica, ou seja, Ω_{HI} .

Consideremos aqui, como ilustração, um modelo *flat*-CDM, i.e., um modelo de cosmologia baseado no universo plano e matéria escura fria. Tomemos $\{\Omega_m, N_{\text{eff}}, h, T_{\text{CMB}}\} = \{0.3111, 3.046, 0.674, 2.726\}$. Como a função de Hubble adimensional pode escrita como

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(z) + \Omega_{\text{rad}}(z) + \Omega_{\text{DE}}(z)}$$

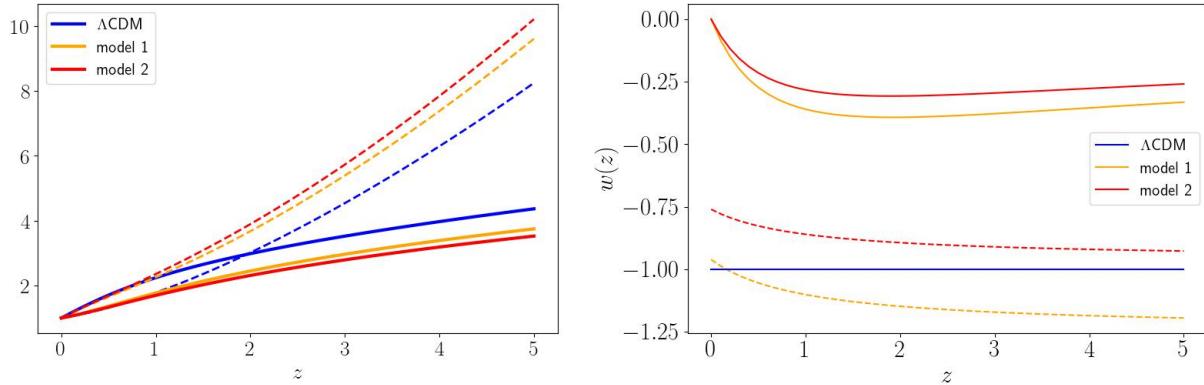


Figura 9 – Para analisar a influência de três modelos diferentes para EoS $\omega(z)$: Λ CDM e duas CPL. Os modelos são: $\omega(z) = -0.961 + 0.28z/(1+z)$ (model 1), $\omega(z) = -0.76 + 0.20z/(1+z)$ (model 2), e $\omega(z) = -1$ (Λ CDM). À direita, em linha tracejada estão os comportamentos das EoS em relação ao redshift e em linha sólida as respectivas EoS efetiva (Eq. 1.7). À esquerda, x' estão apresentados os comportamentos evolutivos para cada modelo de EoS para $E(z)$ (linha tracejada) e $(1+z)^2/E(z)$ (linha sólida).

que para $z=0$ tem de satisfazer o vínculo: $\Omega_m + \Omega_{\text{rad}} + \Omega_{\text{DE}} = 1$. Logo, $\Omega_{\text{rad}} = 1 - \Omega_m - \Omega_{\text{DE}}$. Também, tomemos a forma geral para a equação de estado (EoS) da energia escura dependente do redshift $\omega(z)$, e sua forma efetiva

$$\omega_{\text{eff}}(z) = \frac{1}{\ln(1+z)} \int_0^z d\zeta \frac{\omega(\zeta)}{1+\zeta}. \quad (1.7)$$

Tomemos três casos: (1) $\omega(z) = -1$ (Λ CDM); e a parametrização *Chevallier-Polarski-Linder* (CPL) (Chevallier; Polarski, 2001; Linder, 2003) $\omega(z) = \omega_0 + \omega_a z/(1+z)$ com as constantes fornecidas pelos ajustes do (Planck Collaboration et al., 2020a): (ω_0, ω_a) (2) $(-0.961, -0.28)$ (model 1) e (3) $(-0.76, -0.2)$ (model 2). Na Figura 9, à direita, temos a representação dos três casos. Em curvas sólidas estão os casos ω_{eff} para os três modelos e em tracejado as equações de estado. No gráfico à esquerda, estão os resultados dos três modelos para $E(z)$ em tracejado e $(1+z)^2/E(z)$ em curvas sólidas, salientando que

$$\Omega_{\text{DE}}(z) = \Omega_{\text{DE}}(1+z)^{-3(1+\omega_{\text{DE}}(z))}$$

Para o caso (2), assumindo que o compilado de medidas de Ω_{HI} apresentadas em (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015) representam os valores médios - i.e., são representativos, em média, do valor do redshift da medida - é possível utilizá-los. Na Figura 10, à esquerda, há dois modelos usados para Ω_{HI} , em cor ciano escuro está a interpolação do ajuste obtido pelo trabalho (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015), devido ao compilado dos dados apresentados em Figura 8, e em laranja o ajuste $\Omega_{\text{HI}}(z) = (4.8304 + 3.8856z - 0.65119z^2) \times 10^{-4}$, segundo (Irfan et al., 2022). À direita, há o resultado para os dois modelos de Ω_{HI} com os três modelos de energia escura.

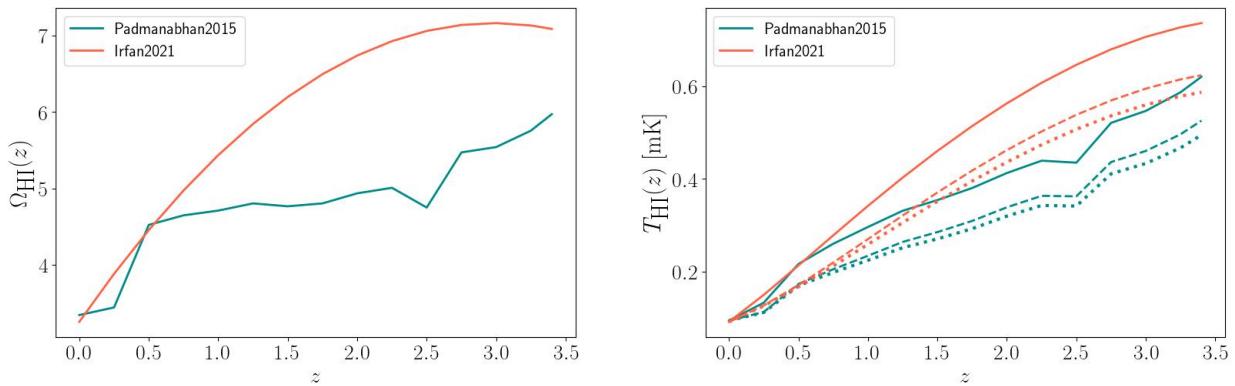


Figura 10 – Comparaçāo entre modelos descrevendo Ω_{HI} (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015; Irfan et al., 2022). À esquerda, estão apresentados a evolução do parāmetro em relação ao redshift. À direita, estão os dois modelos de Ω_{HI} descrevendo a T_{HI} para três modelos de EoS: Λ CDM (sólida), model 1 (tracejada) e model 2 (pontilhado).

Ou seja, não temos grandes alterações na magnitude da temperatura de brilho média de HI para os três modelos de energia escura. Em todos eles para $z < 3.4$ ¹³, $T_{\text{HI}}(z) < 1$ mK.

Para termos noção de quão fraco é esse sinal, podemos compará-lo com outras emissões nas mesmas faixas de frequência observacionais. Tomando para isso o modelo mais conservador de T_{HI} , baseado na modelagem a partir dos resultados de (Irfan et al., 2022), podemos ver na Figura 11 as temperaturas de brilho de algumas importantes fontes de emissão em frequência de rádio, delimitadas pelo maior e menor valores das temperaturas para cada redshift, para faixa de frequência entre 1.28-0.21 GHz (eixo x superior), e o correspondente valor de redshift, que está entre 0.11-5.76 (eixo x inferior). Nesse gráfico há as duas fontes galácticas mais fortes que dominam toda a banda (de frequência), que são emissões síncrotron (*synchrotron*) galáctica e emissões *free-free* (*bremsstrahlung*). Em azul-claro está representada a região da intensidade das emissões de synchrotron em unidade de temperatura, isso é, em temperatura de brilho. A curva mais espessa especifica o valor médio das emissões para o dado redshift (i.e., numa dada frequência) e as curvas tracejadas delimitam os valores mínimo e máximo das emissões para cada período. A modelagem do sinal foi feita segundo

$$T_{\text{syn}}(\nu, p) = T_{\text{syn}}^{408\text{MHz}}(p) \left(\frac{\nu}{408\text{MHz}} \right)^{\beta(p)},$$

com o template $T_{\text{syn}}^{408\text{MHz}}(p)$ por (Remazeilles et al., 2015) e o índice espectral fornecido pelo template de (Miville-Deschénes et al., 2008). Na Figura 11, em laranja-escuro estão representadas as emissões galácticas do tipo free-free¹⁴ - e também, seus valores mínimos e máximos descritos pelas curvas tracejadas. Tanto synchrotron quanto free-free são emissões altamente não isotrópicas e inomogêneas, com forte concentração no plano galáctico. Em azul-marinho, visualmente sobreposto à curva média do sinal synchrotron se encontra o sinal médio total dos

¹³ Valor limite usado no ajuste em (Padmanabhan; Choudhury; Refregier, 2015).

¹⁴ O template usado para synchrotron aqui foi um caso bem mais simples do que fora usado para as análises dos dados do BINGO - e que serão descritas a frente - somente para fins qualitativos. A descrição do sinal de free-free é próximo ao adotado no trabalho e será melhor descrito à frente.

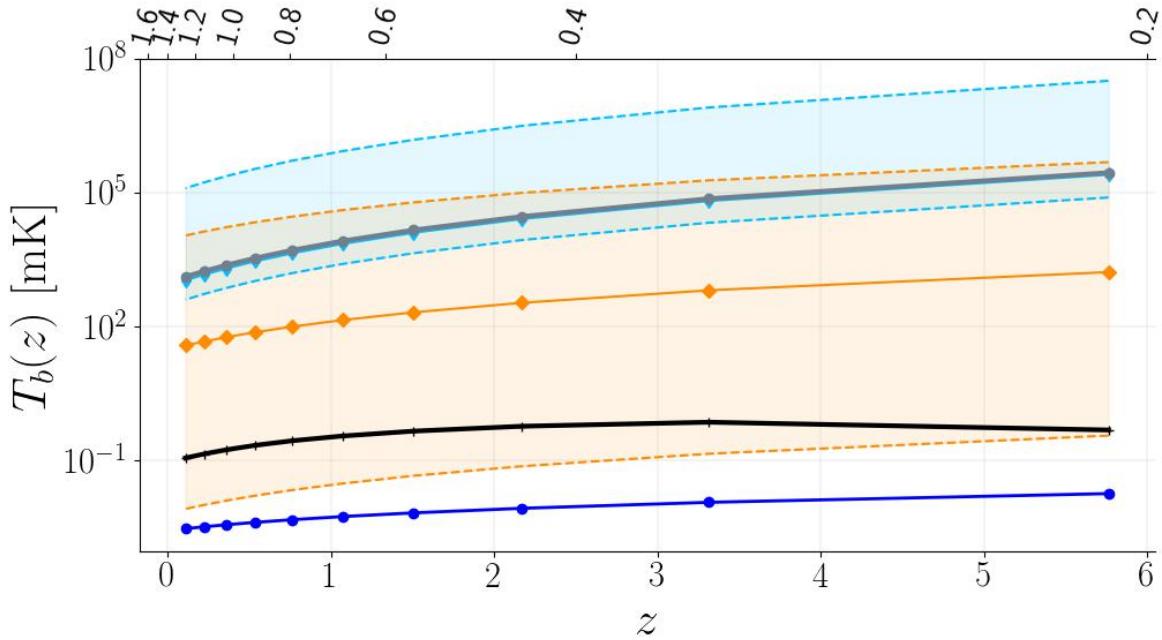


Figura 11 – Temperatura de brilho sobre todo céu para diferentes fontes emissoras. Em curvas sólidas estão os valores médias sobre cada redshift. Na escala horizontal inferior está a escala em redshift e na escala superior as respectivas frequências (em GHz) associadas. As curvas tracejadas delimitam os valores mínimos e máximos da temperatura em cada redshift. Em verde marinho escuro está representado a contribuição da emissão galáctica de synchrotron, em laranja escuro a emissão free-free, em preto a emissão de 21-cm e em azul a emissão da CMB na respectiva frequência. A temperatura de brilho de 21-cm foi gerada usando o modelo para Ω_{HI} segundo (Irfan et al., 2022).

foregrounds, i.e., dos contaminantes astrofísicos e cosmológicos, demonstrando que ele é basicamente dominado pela emissão synchrotron nessa faixa de frequência. Por fim, em azul-escuro está descrito o valor médio da CMB e em preto o sinal médio de 21-cm. Tanto CMB quanto 21-cm são, basicamente, isotrópicamente distribuídos seguindo uma distribuição spectral (quase) gaussiana. Fica claro por esse gráfico que o sinal de 21-cm é suprimido observationalmente pelos contaminantes astrofísicos, estes sendo de quatro a cinco ordens de magnitude maiores do que o sinal de 21-cm. Como complemento, podemos ver outros tipos de emissões importantes só que menos dominantes nessa faixa de frequência. Em verde são as emissões médias de fontes pontuais (não-resolvidas) formadas por galáxias com alta taxa de formação estelar (SFGs), rádio galáxias, quasares, dentre outros, seguindo as descrições em (Battye et al., 2013; Olivari et al., 2017)¹⁵. Em cor salmão está descrita a faixa de sinais de emissões *anomalous microwave emission* (AME), devido a grãos de poeira de dimensões nanométricas interagindo com o campo magnético galáctico; e em cinza *thermal dust*, que são emissões térmicas pelas poeiras galácticas, basicamente devido a processos de reemissão de radiação UV absorvidas por populações de poeiras galácticas.

¹⁵ Não são os mesmos adotados pela colaboração BINGO atualmente, seguindo a modelagem segundo (Dela-brouille et al., 2013). Somente utilizado para fins qualitativos.

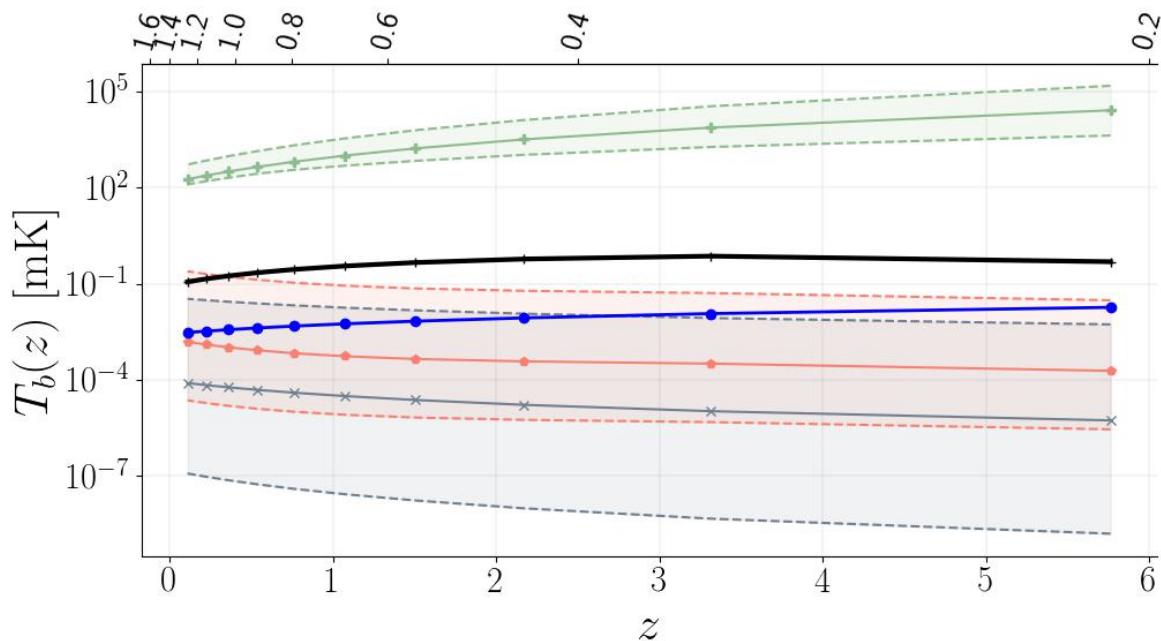


Figura 12 – Temperatura de brilho sobre todo céu para diferentes fontes emissoras. Em curvas sólidas estão os valores médias sobre cada redshift. Na escala horizontal inferior está a escala em redshift e na escala superior as respectivas frequências associadas. As curvas tracejadas delimitam os valores mínimos e máximos da temperatura em cada redshift. Em verde está representado a contribuição de fontes (não-resolvidas) pontuais extragalácticas, em salmão a emissão AME, em cinza a contribuição emissão térmica por poeira intergaláctica. Em preto a emissão de 21-cm e em azul a emissão da CMB na respectiva frequência. A temperatura de brilho de 21-cm foi gerada usando o modelo para Ω_{HI} segundo (Irfan et al., 2022).

Para citar alguns projetos que lidam com a medida global do sinal, podemos nos referir ao SARAS2¹⁶ (Singh et al., 2017), o EDGES¹⁷ (Bowman et al., 2018), o uGMRT¹⁸ (Aditya et al., 2021) e o NenuFAR¹⁹ (Mertens; Semelin; Koopmans, 2021). Todos esses projetos usados como exemplo têm forte interesse em estudar o período da Cosmic Dawn.

1.3.2 Flutuações do sinal

O primeiro trabalho a sugerir o uso das flutuações no sinal para estudos de estruturas de grande escala (LSS - *Large Scale Structure*) foi (Scott; Rees, 1990), relacionando a distância diâmetro angular à correlação dos tamanhos característicos em LSS - com diferentes velocidades associadas - com as inhomogeneidades. Alguns anos depois, o trabalho (Kumar; Padmanabhan; Subramanian, 1995) explorou as flutuações dos perfis de linhas de HI - que seriam devido a

¹⁶ Faixa de frequência: 40-200 MHz ($z \sim 6 - 34$), instalado no sul da Índia. Começando a operar no primeiro semestre de 2017.

¹⁷ Faixa de frequência: 50-200 MHz ($z \sim 6 - 27$), instalado em Mileura Station, na Austrália. Começando a operar em 2006.

¹⁸ Faixa de frequência: 120-1450 MHz ($z \sim 0 - 10$), instalado em Khodan, na Índia. Começando a operar em 2017.

¹⁹ Faixa de frequência: 40-85 MHz ($z \sim 16 - 34$), instalado em Nanay na França. Começando a operar em setembro de 2020.

protoaglomerados (*protoclusters*) - para estudar a detectabilidade dos protoaglomerados em colapso simetricamente esférico, baseando-se na ideia de que diferentes desses objetos colapsando “redshiftariam” de modo diferente a radiação de 21-cm. Em (Bharadwaj; Nath; Sethi, 2001), foi estudado a possibilidade de analisar LSS, em um período pós-reionização, a partir de HI em DLAs, assumindo que as DLAs traçam a matéria escura adjacente. Já em (Iliev et al., 2002), estudou-se a possibilidade da detecção das flutuações do sinal de 21-cm emitidas por minihalos num período pós Dark Ages ($z < 30$), para estudar as formações de estruturas do período. Isso para descrever três dentre diversos outros trabalhos.

Contudo, possivelmente, uma grande mudança no modo de lidar com os dados de desvios do sinal de 21-cm ocorreu após o seu tratamento passar a ser feito não somente no espaço real (Bharadwaj; Nath; Sethi, 2001), mas também em outros domínios matemáticos (p.ex., o espaço de Fourier e o espaço Harmônico). Como muito do ferramentário teórico do tratamento desse tipo de dado já havia sido desenvolvido para CMB, e assim como o caso das análises perturbativas, a aplicação de ideias similares ao caso da Cosmologia de 21-cm era uma consequência quase natural, como feito em trabalhos como (Zaldarriaga; Furlanetto; Hernquist, 2004; Barkana; Loeb, 2005). Não era mais o caso de se tomar análise de 1-ponto (valor médio) e o momento secundário desse resultado (variância)²⁰, que fora feito por um bom tempo, como foi em (Iliev et al., 2002; Gnedin; Shaver, 2004), mas sim, análises de ordem estatística maior, como é o caso da função de dois pontos das flutuações.

A principal dificuldade da área, que é a de se reconstituir o sinal de 21-cm uma vez que há forte contaminação galáctica (e extragalática), poderia ser abordada usando as diversas técnicas desenvolvidas e aplicadas à CMB. Essa similaridade e adaptações dos casos da CMB ao de 21-cm poderia inclusive ser aplicados ao caso de dados de 21-cm por análise tomográfico, em que há a oportunidade de explorarmos a suavidade de mudança dos sinais de foregrounds e o fato das flutuações de 21-cm possuírem padrões bem distinguíveis daqueles, características essas que poderiam passar a serem exploradas para separar os sinais observados.

Em suma, como melhor veremos a seguir, as flutuações dos sinais de 21-cm são fontes cruciais para o entendimento das formações de estrutura do Universo e do estudo de LSS, podendo se basear em técnicas já utilizadas para CMB no tratamento de dados para reconstrução das imagens de HI, frente a contaminação galáctica e extragalática, com o adicional de possibilitar análises tridimensionais, uma vez que sua observação variar em frequência. Significa variar no tempo em que fora emitido pelas fontes.

Aqui, e pelo que virá no próximo capítulo, é necessário contextualizar, mesmo que de maneira breve, a caracterização das flutuações do sinal de 21-cm e os efeitos que lhes afetam no regime pós-reionização, que é o foco desse trabalho. Será a partir de tais perturbações que conseguiremos extrair as informações estatísticas que culminarão - em última instância - na restrição paramétrica para modelos de energia escura. Para isso, devemos manter em mente

²⁰ Os próximos dois momentos - skewness e kurtosis - são as médias sobre todos os modos de Fourier das funções de três e quatro pontos, e apresentam informações de possíveis não-Gaussianidades das distribuições dos campos geradores das emissões.

que diferentes mecanismos ao longo da linha de visada podem causar flutuações na distribuição de HI que, em primeira ordem, pode ser descrito como

$$n_{\text{HI}}(z, \hat{n}) = \bar{n}_{\text{HI}}(z) (1 + \delta_{\text{HI}}(z, \hat{n}))$$

na direção \hat{n} . Como consequência, nós obtemos a temperatura perturbada até primeira ordem, $T_{\text{HI}}(z, \hat{n}) = \bar{T}_{\text{HI}}(z) (1 + \delta T_{\text{HI}}(z, \hat{n}))$. O termo perturbativo é o principal objetivo do radiotelescópio *Baryon Acoustic Oscillations In Neutral Gas Observations* (BINGO) (Abdalla et al., 2022a), assim como de diversos outros projetos que exploram as observações das flutuações do sinal. Como apresentado em (Costa et al., 2022), tal termo encapsula diversos efeitos físicos que, no gauge Newtoniano conforme, podem ser descrito como

$$\begin{aligned} \delta T_{\text{HI}}(z, \hat{n}) &= \delta_n - \frac{1}{\mathcal{H}} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{v}}) \\ &\quad + \left(\frac{d}{d\eta} \ln(a^3 \bar{n}_{\text{HI}}) - \frac{\dot{\mathcal{H}}}{\mathcal{H}} - 2\mathcal{H} \right) \delta\eta + \frac{1}{\mathcal{H}} \dot{\Phi} + \Psi, \end{aligned} \quad (1.8)$$

com o primeiro termo (à direita do sinal de igual) representando a contribuição (à expressão geral da perturbação) proveniente da perturbação da densidade de HI e o segundo termo é relacionado ao *Redshift Space Distortion* (RSD) a partir das velocidades peculiares das fontes. O terceiro termo (entre parêntesis) é o termo de ordem zero da temperatura de brilho calculada no tempo conforme perturbado η do redshift observado. Os últimos dois termos são oriundos do gauge Newtoniano, em que Ψ é um potencial gravitacional e Φ é uma perturbação local do fator de escala médio. O primeiro dos dois últimos termos da Eq. 1.8 está associado ao efeito Sachs-Wolf integrado (ISW - *integrate Sachs-Wolfe*), e o outro termo à conversão entre incrementos no redshift a distâncias radiais no sistema do gás. Por fim, \mathcal{H} é a função de Hubble no tempo conforme.

Podemos expandir as perturbações tanto em ondas planas quanto em cascas esféricas, i.e., podemos projetá-las tanto no espaço de Fourier quanto no espaço harmônico,

$$\begin{aligned} \delta T_{\text{HI}}(\mathbf{n}) &= \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \delta T_{\text{HI}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}} \\ &= \sum_{\ell,m} a_{\ell m}^{\text{HI}} Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}}) , \end{aligned}$$

em que os coeficientes $\delta T_{\text{HI}}(\mathbf{k})$ e $a_{\ell m}^{\text{HI}}$ representam as respectivas projeções. É a partir de tais coeficientes (i.e., projeções sobre os espaços matemáticos) que podemos utilizar análise de dois pontos tanto no espaço de Fourier - denominando-a por espectro de potência,

$$\langle \delta T_{\text{HI}}(\mathbf{k}) \delta T_{\text{HI}}(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P_{\text{HI}}(\mathbf{k}) , \quad (1.9)$$

quanto no espaço harmônico - denominando-a por espectro de potência angular,

$$\langle a_{\ell_1 m_1}^{\text{HI}}(\nu_1) \left(a_{\ell_2 m_2}^{\text{HI}}(\nu_2) \right)^\dagger \rangle = \delta_{\ell_1 \ell_2} \delta_{m_1 m_2} C_{\ell_1}^{\text{HI}}(\nu_1, \nu_2) . \quad (1.10)$$

Apesar de aqui estarmos dando ênfase aos espectros dos campos de flutuações de temperatura de brilho de 21-cm, a ideia para obter os espectros para outros campos é direta a partir do mesmo raciocínio.

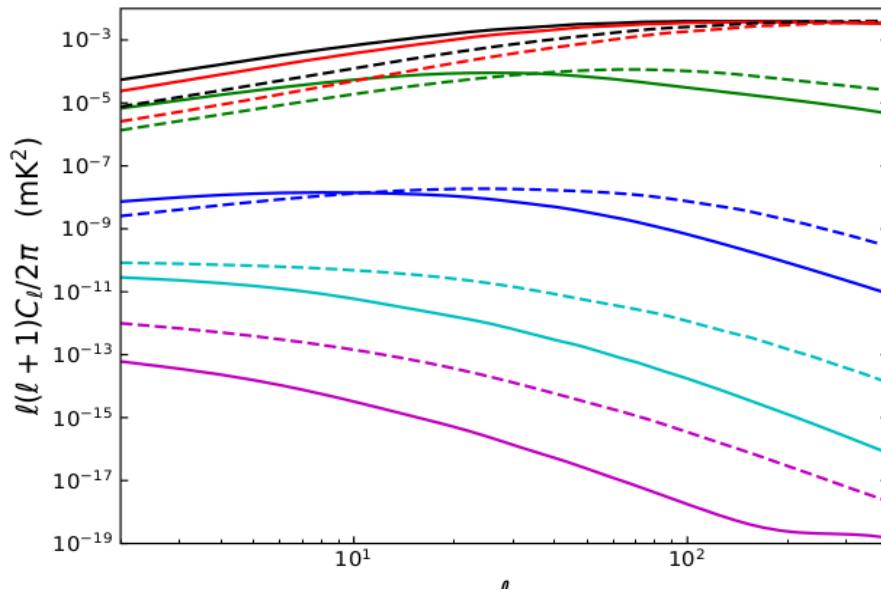


Figura 13 – Discretização das diferentes contribuições para o espectro de potência angular de 21-cm em relação aos multipolos, Em curvas contínuas estão os dados para $z = 0.13$ e nas curvas tracejadas $z = 0.45$. Em preto está a contribuição de todas as fontes de perturbação, a partir 1.8. Em vermelho está a contribuição a partir da inhomogeneidade da matéria, em verde o efeito a partir das velocidades peculiares (RSD),em azul as contribuições a partir do campo de velocidade peculiar v , em ciano está representado as contribuições dos termos proporcionais a Ψ e em magenta a contribuição devido ao efeito ISW. Fonte: (Costa et al., 2022).

É possível simular o δT_{HI} relacionando-o ao seu respectivo (auto-) espectro angular (Eq. 1.10). No caso a ser apresentado nesse trabalho, e que será explorado no próximo capítulo, foi utilizado o código UCLC1 (McLeod; Balan; Abdalla, 2017) para gerar o espectro de potência angular de 21-cm (C_ℓ^{HI}) em diferentes intervalos de redshift (diferentes *bins*). Como apresentado em (Costa et al., 2022), os resultados do código estão próximos aos provenientes da Eq. 1.8, com resultados com desvios menores do que 1%. A simulação pode ser feita usando os C_ℓ^{HI} provenientes do UCLC1 e inserido-os no código FLASK²¹, para que esse crie mapas²² (segundo uma distribuição lognormal para diferentes bins de redshift em análise tomográfica. Usando distribuição lognormal para descrever os campos de temperatura sobre o espaço desejado é uma melhor aproximação do que uma distribuição Gaussiana, como debatido em (Xavier; Abdalla; Joachimi, 2016)). Isso se deve, principalmente, pela distribuição lognormal evitar que o campo assuma valores irrealísticos.

Tomando os coeficientes harmônicos de δT_{HI} e em seguida a transformada de Fourier

²¹ <http://www.astro.iag.usp.br/flask>

²² Podemos pensar nos mapas como projeções de campos esféricos numa imagem mollyview 2D, pixelizados segundo o modelo HEALPix (Górski et al., 2005). Como exemplo, podemos citar emissões de intensidade de HI em 21-cm, medidos em unidades de temperatura (de brilho). Assim, os dados de diferentes direções do céu do universo podem ser projetados numa imagem 2D, como veremos à frente.

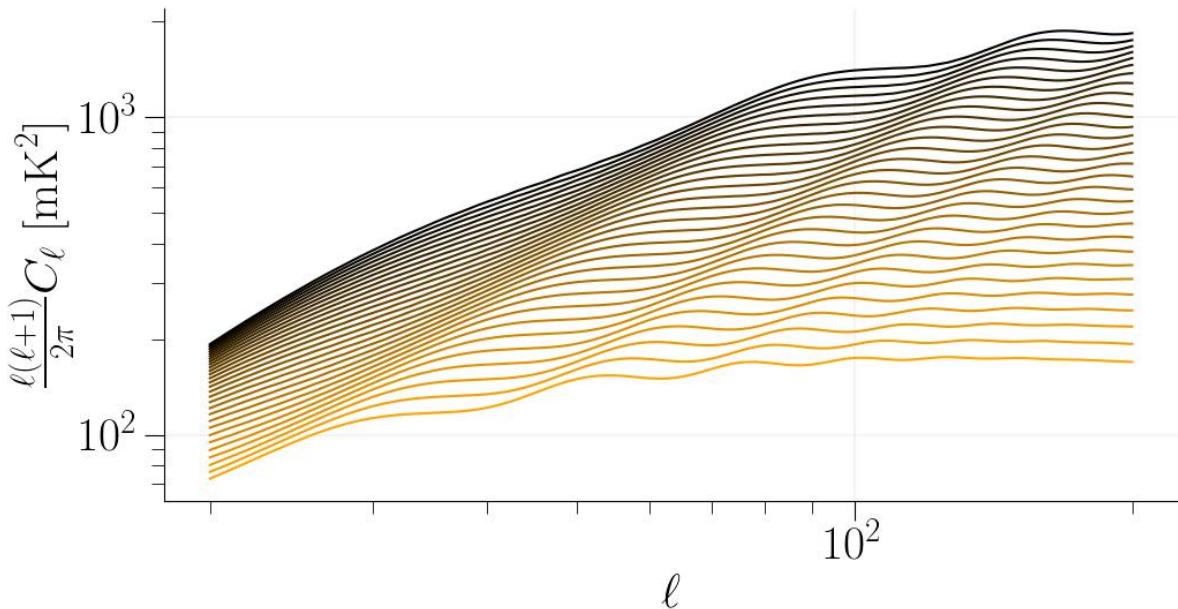


Figura 14 – Espectro de potência angular de 21-cm aproximado para somente contribuições de inomogeneidades da matéria e segundo a aproximação de Limber. O espectro usa como função janela uma função tipo degrau em relação ao redshift, e o parâmetro de densidade de HI e o bias de HI obtidos pela expressão de (Irfan et al., 2022). As diferentes curvas representam os resultados para diferentes faixas de frequências entre os redshifts 0.13-0.45, igualmente espaçados em faixas de frequências de 9.3 MHz, com as cores mais escuras sendo para os menores redshifts e os mais claros os maiores.

desse, obtemos (Costa et al., 2022)

$$\begin{aligned} \delta T_\ell^{\text{HI}} (\mathbf{k}, z) &= j_\ell(k\chi)\delta_{\text{HI}} + j'_\ell(k\chi) \left(\frac{1}{\mathcal{H}} \dot{\Phi} + \Psi \right) \\ &- \left[\frac{1}{\mathcal{H}} \frac{d \ln(a^3 \bar{n}_{\text{HI}})}{d\eta} - \frac{\dot{\mathcal{H}}}{\mathcal{H}^2} - 2 \right] \\ &\times \left[j_\ell(k\chi) \Psi + j'_\ell(k\chi) v + \int_0^\chi d\chi' j_\ell(k\chi') (\dot{\Psi} + \dot{\Phi}) \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

que tem o espectro de potência angular representado em Figura 13. Em tal figura há a discretização das componentes perturbativas na composição final do sinal perturbativo para o intervalo de z entre 0.13 (linhas contínuas) e 0.45 (linhas tracejadas). Em preto está a contribuição total, em vermelho está a contribuição a partir da inomogeneidade da matéria, em verde a contribuição a partir do RSD, em azul as contribuições a partir do campo de velocidade peculiar v , em ciano estão representadas as contribuições dos termos proporcionais a Ψ e em magenta a contribuição devido ao efeito ISW. Os cálculos da figura assumiram a cosmologia $(\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, h, n_s, A_s, \omega, b_{\text{HI}}, \Omega_{\text{HI}}) = (0.0224, 0.1201, 0.6732, 0.966, 2.1 \times 10^{-9}, -1, 1, 6.2 \times 10^{-4})$. Podemos ver na imagem que há uma sobreposição da perturbação do campo de matéria sobre a influência das demais fontes. Baseado nisso, para fins qualitativos, nessa região de $z < 1$, com predominância da inomogeneidade da matéria (Hall; Bonvin; Challinor, 2013), podemos aproximar as

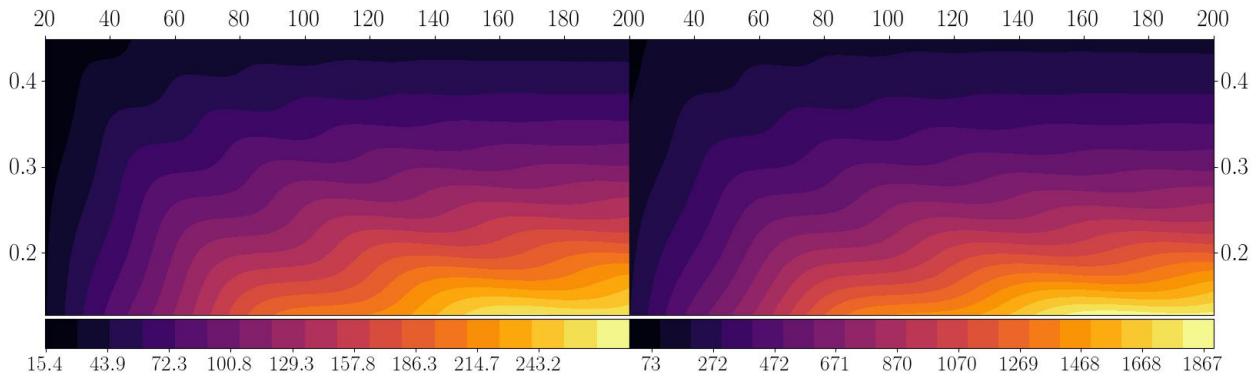


Figura 15 – Os gráficos de contorno representam (pelas cores) a intensidade dos espectros de potência angular de 21-cm para diferentes redshifts (eixo vertical) e diferentes multípolos (eixo horizontal). Ao lado esquerdo está representado o resultado obtido segundo bias e parâmetro de densidade de HI pela expressão fornecida em (Irfan et al., 2022). No lado direito, os resultados assumindo bias igual a um, e parâmetro de densidade de $2.45 \cdot 10^{-4} h$. Os resultados são para multipolo entre 20-200.

flutuações na temperatura observada, em uma certa direção \hat{n} , por

$$\delta T_{\text{HI}}(\chi(z)\hat{n}, z) \approx \bar{T}_{21}(z) \delta_{\text{HI}}(\chi(z)\hat{n}, z), \quad (1.12)$$

com $\delta_{\text{HI}} = \delta\rho_{\text{HI}}/\rho_{\text{HI}}$ e χ a distância comóvel. A partir dessa aproximação e com a aproximação de Limber (Limber, 1953; LoVerde; Afshordi, 2008) (válido para $\ell > 30$), é possível obter o espectro de potência angular aproximado por (Marins, 2018)

$$C_\ell = H_0 b_{\text{HI}}^2 \int_{\Delta z} \frac{dz}{E(z)} \left(\frac{W(z) \bar{T}_{\text{HI}}(z) D(z) E(z)}{\chi(z)} \right)^2 P_m \left(\frac{l + 1/2}{\chi(z)} \right), \quad (1.13)$$

com $W(z)$ sendo a função janela da observação e $D(z)$ a função de crescimento das estruturas. A Eq. 1.13 é plotada na Figura 14, para um intervalo de redshift entre 0.13 e 0.45, correspondendo ao intervalo de frequência de 980-1260 MHz, dividido em 30 bandas de frequência ($\Delta\nu \approx 9.6$ MHz). Também foram usados os modelos de b_{HI} e Ω_{HI} segundo o trabalho (Irfan et al., 2022), como anteriormente usamos para analisar T_{HI} . Como função janela seguimos a sugestão em (Battye et al., 2013), assumindo uma função degrau dentro dos limites do bin, assumindo valor $1/\Delta z$ dentro do bin e zero fora. Podemos ver a evolução em relação ao multipolo $\ell (\sim \pi/\theta)$ segundo a Eq. 1.13. O degradê das cores registra a mudança do *redshift bin*, i.e., do intervalo de redshift usado na integração para cada conjunto de espectro de potência angular. Os tons mais escuros se referem a redshifts menores e os tons mais alaranjados aos redshifts maiores.

O espectro de potência angular apresenta as oscilações acústicas de bárions bem caracterizadas. É possível entender o processo de atenuação dos picos e do espectro com o aumento do redshift ao identificarmos que para cada canal fixo, o bin de redshift cresce com o próprio redshift segundo a relação $(1+z)^2 \Delta\nu / 1460 \text{MHz}$. Na Figura 15, podemos ver a comparação entre dois modelos para b_{HI} e Ω_{HI} . O gráfico à esquerda apresenta os contornos do espectro para bias e parâmetro densidade segundo (Irfan et al., 2022), e o à direita, bias e um parâmetro densidade obtido por (Zwaan et al., 2005) (igual ao utilizado em (Olivari; Remazeilles;

Dickinson, 2016; Costa et al., 2018)). Os eixos verticais representam os redshifts (inferior do bin) de cada análise e os eixos horizontais os multipolos. As cores diferenciam a intensidade dos espectros. Podemos ver que há uma forte mudança na intensidade, um pouco menor do que uma ordem de magnitude, mas as características das oscilações no regime linear são muito parecidas. Observacionalmente, a identificação e determinação das BAOs não depende somente do método observacional, mas também do tratamento dos dados obtidos que podem viabilizar, ou não, a sua identificação.

1.4 Mapeamento de Intensidade de Emissões de 21-cm

Por ser um mapeador da matéria no Universo, a radiação de 21-cm não é somente importante para análises de LSS, mas se torna uma importante fonte de informação sobre a dinâmica do Universo, e por conseguinte, da fonte causadora da expansão acelerada do Universo - quando analisamos dentro do contexto da Relatividade Geral - i.e., da Energia Escura. Dentro do atual cenário, que melhor descreve os dados até então obtidos, a energia escura passa a dominar a dinâmica do Universo no período pós-reionização, a baixos redshifts. Sendo assim, o mapeamento de emissões de 21-cm em uma grande extensão do céu e em diferentes faixas de frequências condizentes à pós-reionização possibilitariam um estudo sobre modelos que tentam descrever a energia escura. Além disso, pelo mapeamento de 21-cm ser, em última instância um mapeamento de estruturas, é possível através dele extrair (ao menos de modo estatístico) características da distribuição de matéria em grandes escalas, como é o caso das Oscilações Acústicas de Bárions (BAOs).

As BAOs são estruturas na distribuição da matéria oriundas da dinâmica do plasma formado por elétrons (e prótons) e fótons no período anterior ao desacoplamento entre matéria e radiação. Seus efeitos na distribuição da matéria se "congelam" após o desacoplamento. As BAOs, como já medidas por outros levantamentos (Eisenstein et al., 2005; Percival et al., 2010; Anderson et al., 2014; Alam et al., 2017), aparecem como uma sobredensidade na função de correlação (i.e., função de 2-pontos no espaço real) para distâncias da ordem de 150 Mpc. Elas, em medidas comóveis, mantêm-se por todo período posterior ao desacoplamento com esse tamanho. Assim, podem ser usadas como se fossem uma "réguia cósmica" (Blake; Glazebrook, 2003; Seo; Eisenstein, 2003; Abdalla; Rawlings, 2005), para calibrações de distâncias cósmicas.

Com as BAOs sendo estruturas impressas na distribuição da matéria desde o período pós-desacoplamento, elas se apresentam também na distribuição de matéria pós-reionização. A utilização do mapeamento de 21-cm a baixos redshifts para medir as BAOs e estudar o que venha a ser a energia escura, possivelmente, remonte inicialmente ao trabalho (Wyithe; Loeb; Geil, 2008). Contudo é em (Chang et al., 2008) que o cenário se altera, no qual não somente se faz a associação para estudos das BAOs por 21-cm, mas também introduz a idéia de uma nova técnica para observação de 21-cm chamada de Mapeamento de Intensidade (IM - *Intensity Mapping*). A ideia por trás do IM era não buscar identificar as fontes das emissões de 21-cm individualmente, como nos casos de levantamentos de galáxias, por exemplo, mas

utilizar radiotelescópios com menor resolução só que com maior e mais rápido mapeamento das flutuações de HI sobre o céu em larga escala. No trabalho, foi sugerido a construção de um radiotelescópio com $\sim 100\text{m}$ de diâmetro que para $z \sim 1.5$ teria resolução de 20 arcmin e corresponderia a estruturas de $\sim 18 \text{ Mpc}/\text{h}^{23}$. Para o dado trabalho, estimou-se que seria necessário observação de 18h/pixel.

Logo, IM abre uma janela de oportunidades e desafios. Oportunidades tais como ter um método de observação que é possível em quase todo período pós recombinação (desde que não ocorra acoplamento entre T_s e T_{CMB} , como visto anteriormente), e que através de análise tomográfica possibilita estudar o Universo em 3D. Não somente, também pode ser usado para medir as BAOs em diferentes períodos pós-reionização, em que efeitos não-lineares não afetam os três primeiros picos; consequentemente, possibilitam estudos sobre energia escura. Desafios com relação as contaminações tanto astrofísicas e cosmológicas, que se sobreponem em muitas ordens ao fraco sinal de 21-cm, como visto na Fig. 11, numa óptica e instrumentação muito precisas para possibilitar a fraca detecção e uma enorme área de observação que possibilite o estudo das BAOs, compreendendo uma correlação de comprimento de 150 Mpc. É justamente as características da IM que a colocam como uma eficiente fonte observational das BAOs por 21-cm,

1.5 Radiotelescópio BINGO

Sem querer descrever em detalhes o projeto, o que pode ser feito através dos artigos (Abdalla et al., 2022a; Wuensche et al., 2022; Abdalla et al., 2022b; Liccardo et al., 2022; Fornazier et al., 2022; Zhang et al., 2022; Costa et al., 2022), devemos aqui lançar as informações necessárias para dar suporte aos próximos capítulos.

BINGO é o acrônimo para *Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations*. A proposta inicial era de um radiotelescópio do tipo *single-dish*²⁴ composto por 50 cornetas receptoras (*feed horns*), temperatura de sistema $T_{\text{sys}} \approx 50 \text{ K}$, com resolução de $\theta_{\text{FWHM}} \approx 40 \text{ arcmin}$ sobre uma região de cobertura de $\sim 5000 \text{ deg}^2$. Operação numa frequência superior a 960 MHz, com resolução de banda $\lesssim 1 \text{ MHz}$, para descrever apenas algumas características. Como apresentado em (Abdalla et al., 2022b), uma nova proposta com diferente disposição do plano focal, agora composto por 28 cornetas com mobilidade vertical sobre o plano que possibilita uma cobertura mais homogênea, se estendendo entre 980-1260 mHz divididos em 30 canais de $\approx 9.3 \text{ MHz}$ e temperatura de 70 K (podendo ainda ser reduzida em breve),

²³ Isso pode ser estimado como sendo $(V_{\text{pix}})^{1/3}$, em que (Battye et al., 2013)

$$V_{\text{pix}}(z) \sim \theta_{\text{FWHM}}^2 \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 \int_{z - \frac{1}{2}\Delta z}^{z + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{dz'}{E(z')} \left(\int_0^{z'} \frac{dz''}{E(z'')} \right)^2 .$$

e $|\Delta z| = (1+z)^2 \frac{\Delta\nu}{1460\text{MHz}}$, com $\Delta\nu$ sendo o tamanho do canal (*bandwidth*). θ_{FWHM} é o *full-width-half-maximum*, i.e., a largura a meia altura do feixe; e $V_{\text{pix}}(z)$ é o tamanho do volume de pixel (*voxel*) à z .

²⁴ Apesar do BINGO não ser exatamente composto por um único espelho refletor, ele ainda sim pode ser considerado um *single-dish*, como descrito em (Wuensche et al., 2022).

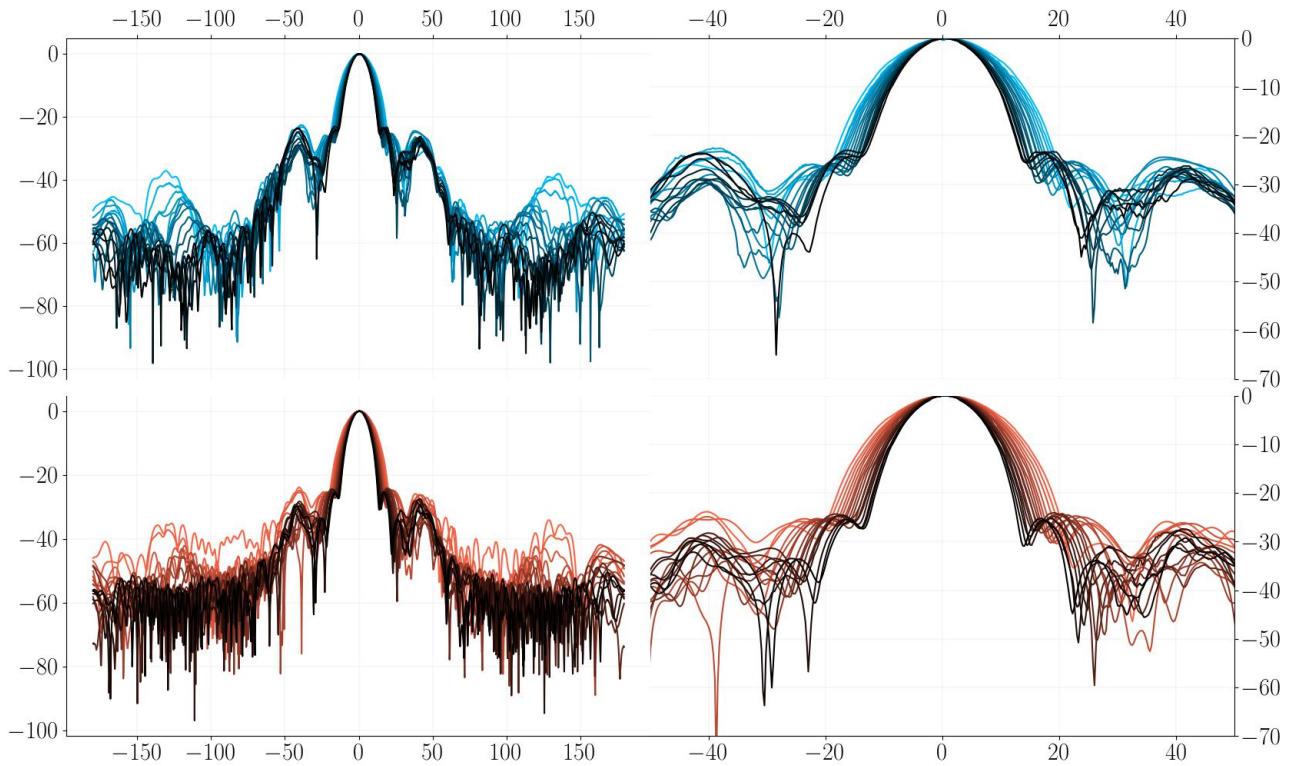


Figura 16 – Compilação dos resultados experimentais das cornetas em diferentes frequências para (co)polarização vertical (imagens superiores) e horizontal (imagens inferiores). Os gráficos à esquerda representam toda a extensão dos resultados entre os ângulos -180° e 180° . À direita estão as restrições dos gráficos à esquerda para o intervalo angular -50° à 50° . O degradê das cores azul (gráficos superiores) e vermelho (gráficos inferiores) estabelece a evolução na frequência, de 900 MHz (mais escuro) à 1300 MHz (mais claro). Os gráficos têm as intensidades, em dB, normalizadas em relação ao valor do pico do lóbulo central.

com o atual equipamento do projeto, possibilita satisfazer todos os requisitos técnico-científicos apresentados na proposição inicial. A faixa de frequência foi estabelecida a partir de estudo técnico no sitio ([Peel et al., 2019](#)) para minimização da ação de RFI sobre o sinal desejado.

Importantes pontos a serem salientados são as necessidades de uma sensibilidade de $\sim 100 \mu K/\text{pixel}$, para minimização da influência do ruído $1/f$, e as propriedades dos feixes das cornetas. Quanto à sensibilidade, seguindo as informações dadas em ([Wuensche et al., 2022](#)), para uma área de cobertura do feixe (Ω_{pix}) e do levantamento (Ω_{sur}) sendo 0.35 e 5324 graus quadrados, respectivamente, para ($t_{\text{sur}} =$) 5 anos de operação, o tempo de integração por pixel para 28 cornetas é

$$t_{\text{pix}} = 28 \frac{t_{\text{sur}}}{\Omega_{\text{sur}}/\Omega_{\text{pix}}} \approx 80.6 \text{ h/pix}$$

Algo entorno de 16 horas por pixel ao ano. No caso de considerarmos canais de $\Delta\nu = 9.33 \text{ MHz}$, a sensibilidade deverá ser de, segundo a sobreestimação da equação de um radiômetro ideal,

$$\Delta T_{\text{sens}} = \frac{T_{\text{sys}}}{\sqrt{t_{\text{pix}}\Delta\nu}} \approx 43 \mu K/\text{pixel} \quad (1.14)$$

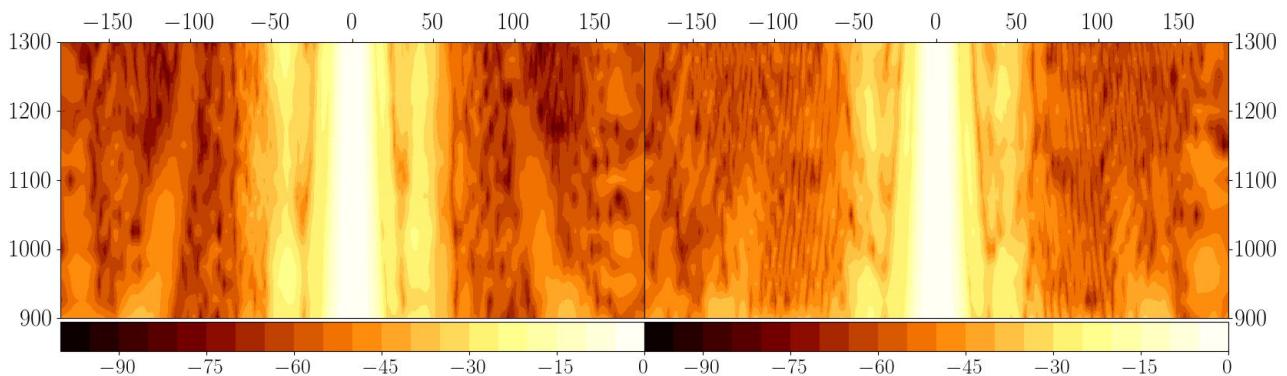


Figura 17 – Representação por contorno das intensidades experimentais dos feixes fornecidos pelo LIT em que os eixos verticais representam a faixa de frequência, os eixos horizontais o ângulo de resposta e a escala de cor o valor da intensidade em dB normalizado em relação ao pico do lóbulo principal. À esquerda é a representação do resultado para a polarização vertical e à direita a polarização horizontal.

Esse valor satisfaz o requisito de sensibilidade. Na verdade, como mostrado em (Wuensche et al., 2022), no primeiro ano deve ser alcançada uma sensibilidade de $\sim 102 \mu K/\text{pixel}$ para uma polarização.

Quanto à exigência do feixe, é necessário que a diferença entre o pico do lóbulo principal e o pico dos sidelobes seja <-20 dB. Isso pode ser verificado pela Figura 16, em que há a representação dos resultados experimentais dos testes de uma corneta realizados no Instituto Nacional de Pesquisa Espacial (INPE), no *Laboratory of Integration and Tests* (LIT), pela Divisão de Astrofísica, no período entre 21 e 25 de maio de 2018 (Wuensche et al., 2020). Os gráficos estão subtraídos do valor do pico do lóbulo principal para verificarmos que está satisfeita o requisito tanto para a copolarização²⁵ vertical (V), na imagem superior, quanto para a copolarização horizontal (H), na imagem inferior. Os gráficos à direita são os mesmos daqueles à esquerda exceto que estão restritos ao intervalo angular entre -50° a 50° . A diferenciação em cor, em degradê, é respectivo às frequências das medições (entre 900-1300 MHz, em intervalos de 25 MHz), com as cores mais escuras representando as menores frequências e as cores mais claras as maiores. As intensidades são calculadas com a intensidade horizontal para copolarização dada por $I_{\text{dB}}^{(\text{H},\text{co})} = 10 \log_{10} (|E_{\text{co}}^{\text{H}}|^2)$ e a polarização cruzada como $I_{\text{dB}}^{(\text{H},\text{cx})} = 10 \log_{10} (|E_{\text{cx}}^{\text{H}}|^2)$. O caso vertical é análogo. Já na representação de contorno da Figura 17 estão representados os resultados das intensidades vertical à esquerda e horizontal à direita. Os eixos verticais representam as frequências (em MHz) das medições e os eixos horizontais os ângulos (em graus). A escala de cor estabelece $I_{\text{dB}}^{(\text{H,V},\text{co})}$ (em dB). Na Figura 18, fica claro o padrão forte do lóbulo central dos feixes e a forte atenuação, para todos as frequências. É importante que os sidelobes satisfaçam a exigência de serem baixos para minimizar a captura de RFI (interferência em radiofrequência), assim como de fontes pontuais fortes (Battye et al., 2013).

Outra exigência é que o feixe tenha polarizações que sejam < -20 dB. Isso pois, uma vez

²⁵ Copolarização e polarização cruzada (*cross*) são definidos segundo o sentido do transmissor e se o transmissor está na mesma direção ou paralela à antena. Esta definição segue a terceira definição em (Ludwig, 1973).

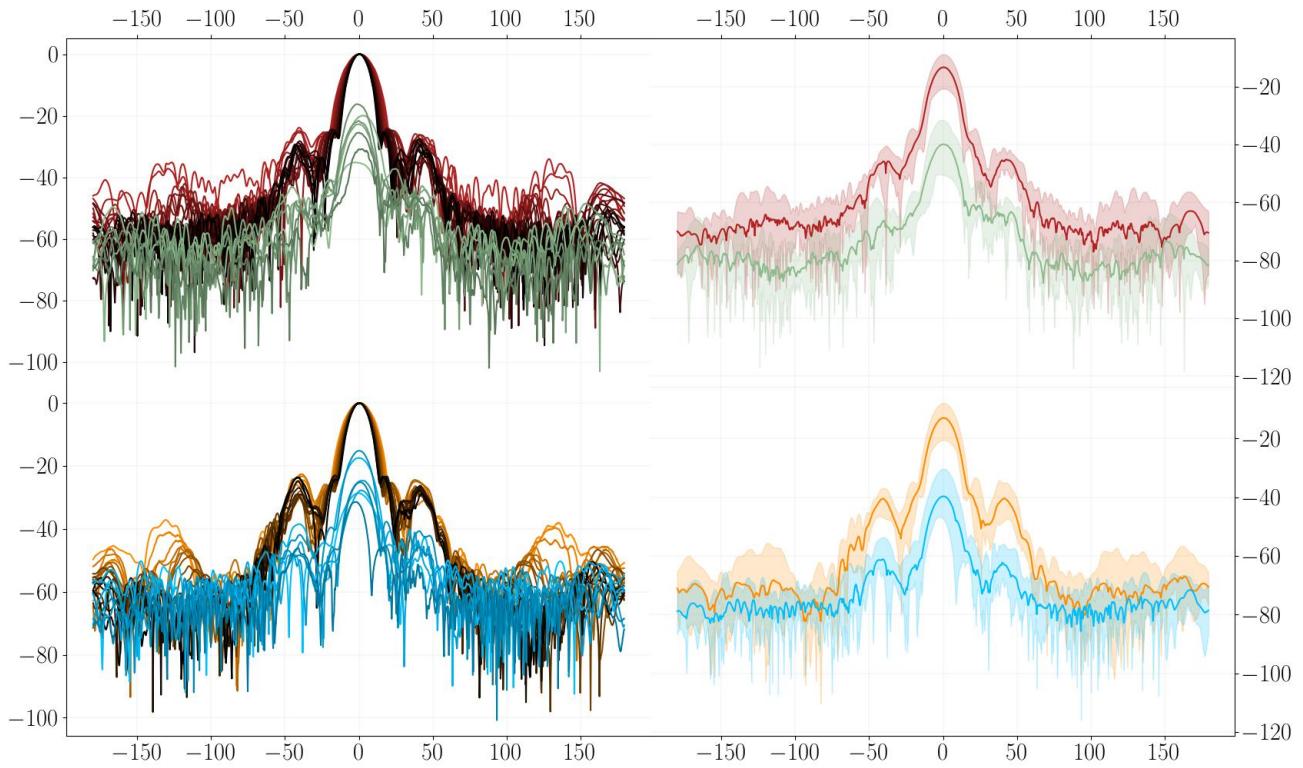


Figura 18 – Comparação entre copolarização e polarização cruzada, com os eixos verticais representando as intensidades em dB e os eixos horizontais os ângulos em graus. Os gráficos superiores dizem respeito aos resultados para as polarizações horizontais e os inferiores para as verticais. Os gráficos à esquerda são as representações de todos os resultados para as frequências 900, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200 e 1300 MHz, com o degradê sendo de cor mais escura para as menores frequências e mais claras para as maiores. À direita estão representados os resultados médio de todos as medições entre as frequências em cor mais forte, delimitados pelos valores mínimos e máximos a cada ângulo. Em vermelho (acima) e laranja (abaixo) estão os valores das copolarizações, e em verde (acima) e azul (abaixo) os valores das polarizações cruzadas. Os valores dos gráficos à esquerda estão subtraídos do valor máximo para cada frequência, a fim de ter 0 como referência.

que certos foregrounds possuem importante polarização linear e o efeito de rotação de Faraday leva à alteração do ângulo de polarização do sinal, podendo esse passar a possuir uma dependência com a frequência. Essa característica espectral atrapalha o processo de reconstrução dos sinais de 21-cm. Uma forma de tratar essa questão é através do *polariser* e estabelecendo a este um limiar de polarização cruzada (Wuensche et al., 2020). A Figura 18 apresenta os resultado para medições horizontais (superiores) e verticais (verticais) para copolarizações (vermelho e laranja) e polarizações cruzadas (verde e azul). Nessa figura é possível ver que os testes experimentais apontam que os valores satisfazem o requerimento $< -20\text{dB}$. Novos testes estão sendo feito a partir de últimas confecções das cornetas, do ano de 2022, e se espera que esse resultado ainda seja melhorado. A Figura 19 mostra a diferença entre a copolarização e a cruzada para os casos horizontal (à esquerda) e vertical (à direita), com os eixos verticais sendo os referentes às frequências (em MHz) e os eixos horizontais aos ângulos (em graus). A diferença entre as polarizações, em intensidade, é calculada como

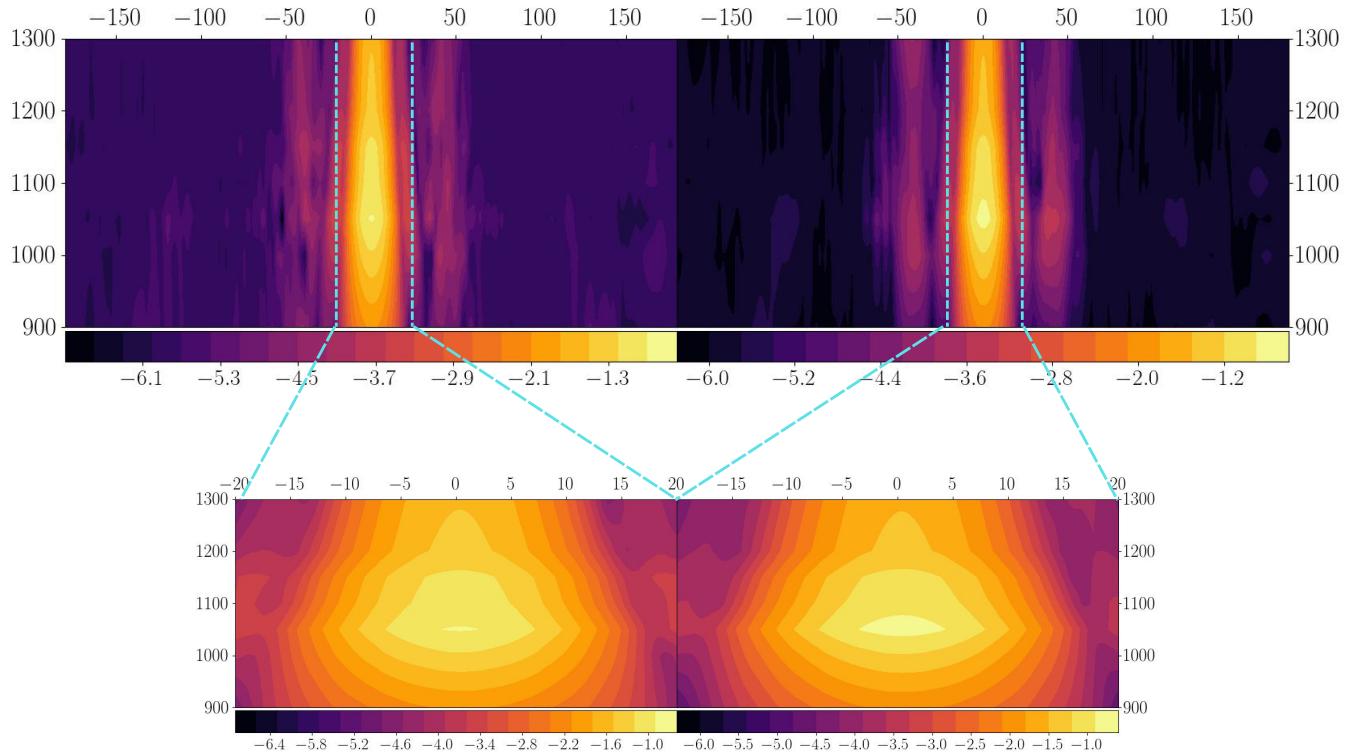


Figura 19 – Resultados da diferença entre as copolarizações com as polarizações cruzadas com a representação de contorno à esquerda sendo para o caso da polarização horizontal e à direita o caso vertical. O eixo horizontal representa o ângulo e o eixo vertical a frequência da medida. As cores estabelecem a diferença, em dB, entre os tipos de polarização. As duas representações superiores apresentam resultados para todos os ângulos medidos, entre -180° e 180° . As representações inferiores são as restrições aos ângulos entre -30° e 30° .

$$I_{\text{dB}}^{(\text{H}, \text{V}), \text{co-cx}} \doteq \log_{10} \left(10^{0.1 \cdot I_{\text{dB}}^{(\text{H}, \text{V}), \text{co}}} - 10^{0.1 \cdot I_{\text{dB}}^{(\text{H}, \text{V}), \text{cx}}} + \epsilon \right), \quad (1.15)$$

com $\epsilon = 10^{-6}$ para evitar erro devido a diferença entre os quadrados dos campos elétricos ser nula. Logo, quando a diferença for menor do que esse valor temos $I_{\text{dB}}^{\text{co-cx}} \approx \log_{10}(\epsilon) = -6$ dB, que é o valor que aparece na figura para ângulos $> |\pm 50^\circ|$, nas figuras superiores. As figuras inferiores, que são restrições das figuras superiores entre -20° e $+20^\circ$, apresentam que as diferenças entre as polarizações são maiores para as frequências centrais e essa diferença decai para as faixas mais externas. Lembrando que a faixa de atuação do BINGO é entre 980-1260 MHz. Assim, as faixas mais externas, que na representação da figura apresentam menor diferença entre as polarizações, são as que poderiam levar a um maior efeito de dependência espectral da polarização sobre os dados, principalmente em frequências maiores.

O radiotelescópio está sendo construído no sertão do Estado da Paraíba, no município de Aguiar. Dentre os fatores que levaram à escolha, destaco: a essencial cobertura e conhecimento dos colaboradores do projeto provenientes da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), a baixa umidade da região, o isolamento do meio urbano e o baixo nível de RFI, como descrito em (Wuensche et al., 2022). A região do céu a ser coberta pelo projeto corresponderá ao intervalo de declinação de -22.5° à -7.5° (em coordenadas celestiais), que será realizado através

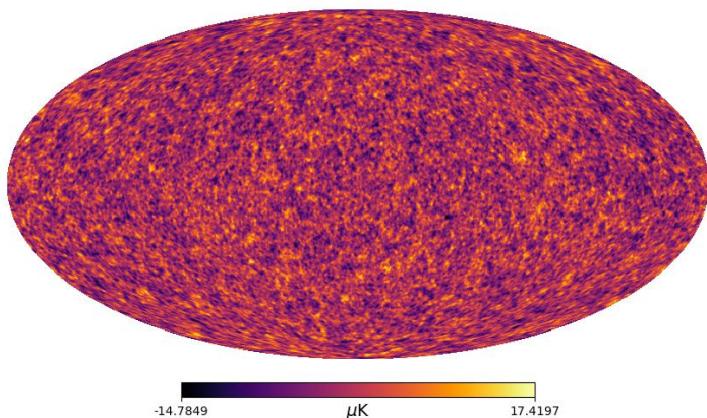


Figura 20 – Mapa de flutuações de temperatura de brilho de 21-cm (em mK) na faixa de frequência 1053-1063 MHz.

de um *drift scan* pelas 28 cornetas receptoras, que como dito anteriormente, terão mobilidade longitudinal em relação ao plano focal. Como descrito em (Abdalla et al., 2022b), durante a fase 1, cada corneta terá um posicionamento fixo no plano focal durante cerca de 1 ano, e sendo a fase 1 estimada em 5 anos, haverão 5 regiões distintas a serem mapeadas por cada corneta. Como melhor descreveremos no próximo capítulo, nesse trabalho, os mapas utilizados foram mascarados com uma máscara binária, restringindo a declinação à região de cobertura. Além disso, os mapas observados foram convoluídos com um feixe gaussiano com *full width at half maximum* (FWHM) de 40 arcmin, que corresponde a resolução angular do feixe do BINGO, e posteriormente adicionados aos mapas resultantes ruídos instrumentais gaussianos devido a configuração do radiotelescópio. Ou seja, nesse trabalho não há inclusão de efeitos de *polarization leakage* e ruído $1/f$, que esperamos realizar em breve. Efeito de polarization leakage deverá ser um efeito de pouca influência nos dados do BINGO, justamente pelo fato da configuração do tipo *crossed-Dragonian* (Dragone, 1978) e as cornetas corrugadas (Wuensche et al., 2020), conciliadas aos *polariser*, levarem a feixes "limpos" com os lóbulos principais bem acima dos sidelobes e as polarizações cruzadas baixas, como vimos anteriormente. Contudo, o efeito de $1/f$ está sendo analisado atualmente e deverá apresentar resultados mais detalhados em breve.

1.6 Emissões astrofísicas e cosmológicas de interesse em radiofrequênci a

A partir de agora é importante nos concentrarmos nas influências espaciais sobre os dados a serem obtidos pelo projeto. Para isso, cabe a nós entendermos como funcionam as emissões galácticas e extragalácticas. A nossa intenção aqui será dar a base para o próximo capítulo, e por isso, entender o comportamento de tais emissões, genericamente denominadas de *foregrounds*.

A pipeline do BINGO está sendo desenvolvida concomitante à sua construção instrumental. Os dados de emissão de 21-cm que estão sendo simulados se dão através de duas maneiras: simulação do tipo (distribuição) lognormal, gerada por uma extensão do código FLASK (Xa-

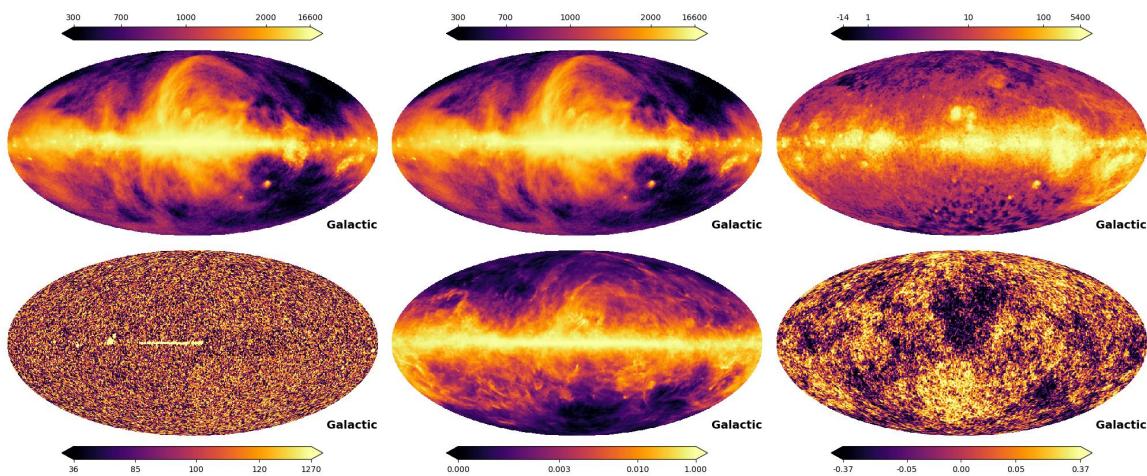


Figura 21 – Todos os mapas de temperatura estão em mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. Da esquerda superior à direita, de cima para baixo, os mapas são das emissões: total, synchrotron, free-free, point-source, AME e CMB.

vier; Abdalla; Joachimi, 2016) para 21-cm; e de simulação de N-corpos (Zhang et al., 2022). Para o atual trabalho os dados usados foram os de distribuição lognormal, que usa como input espectros de potência angulares teóricos provenientes do código UCLC ℓ (McLeod; Balan; Abdalla, 2017). O módulo da pipeline que simula as observações do radiotelescópio (que consiste nas coletas dos *dados brutos*, registros em TODs²⁶ e a conversão desses em mapas, ou seja, o *map-making*) ainda está em desenvolvimento. Assim, os dados usados nesse trabalho ainda não estão sendo pré-processados de forma a incluir efeitos observacionais do mapeamento. O que fora até então feito é restringir a região analisada à região de cobertura e com a resolução angular esperadas pelo projeto. No que segue, procurarei fazer uma breve descrição dos mapas criados e utilizados nas análises de reconstrução de sinais. No próximo capítulo, descreverei como esses mapas são usados para montar o *dataset*.

1.7 Sinais de 21-cm

Nas nossas simulações, o código UCLC ℓ gera os mapas teóricos δT_{HI} (Eq. 1.8) e constrói (auto)espectros de potência angulares HI-HI (Eq. 1.10), ou seja, entre dois campos de 21-cm, em cada correspondente intervalo de redshift dos 30 canais de frequência. Tais resultados são usados como entrada do código FLASK, que por sua vez constrói mapas lognormais de tal forma que os mapas ainda obedeçam a função de correlação inicial.

1.8 Sinais de foregrounds

Como visto anteriormente, no período pós-reionização ($z < 7$), os sinais de 21-cm são extremamente fracos quando comparados às demais emissões astrofísicas e cosmológicas que são detectadas pelos receptores (ver Figura 11). No caso da faixa de frequência de interesse do

²⁶ time ordered datasets

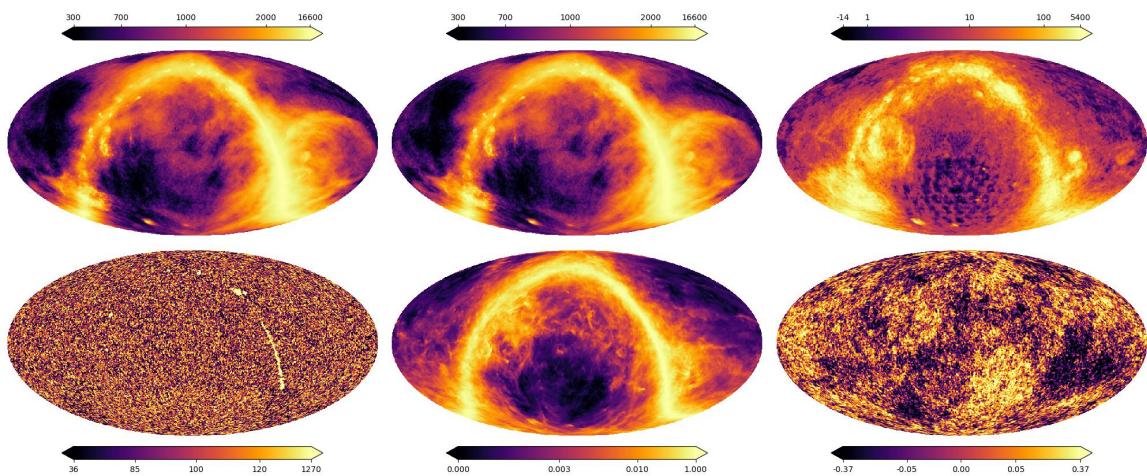


Figura 22 – Todos os mapas de temperatura estão em mK e em coordenadas celestiais no intervalo 1053-1063 MHz. Da esquerda superior à direita, de cima para baixo, os mapas são das emissões: total, synchrotron, free-free, point-source, AME e CMB.

BINGO, 980-1260 MHz, que é uma faixa de baixa frequência quando comparada, por exemplo, às dos canais do satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2020a)²⁷, as principais contribuições de fontes que não são as de emissão de 21-cm, e que chamaremos simplesmente de *foregrounds*, podem ser divididas em dois grupos: emissões Galácticas difusas e emissões extragalácticas. De modo geral, as emissões Galácticas são provenientes do meio interestelar (ISM) da Galáxia (Via Láctea), que por sua vez é constituído por nuvens moleculares e atômicas frias, um meio entre nuvens que é parcialmente ionizado e regiões ionizadas presumivelmente formadas por supernovas. Tais meios estão fortemente concentrados no plano Galáctico. Em tal classificação usamos as três componentes com maiores contribuições: *synchrotron*, *free-free* e *anomalous microwave emission*²⁸. Já para emissões extragalácticas, no caso aqui posto, supõe-se a componente chamada de *radio point sources*. Estarei incluindo no caso de emissão extragaláctica também as emissões de CMB.

De modo geral, os mapas de foregrounds são construídos a partir de templates usando o fato da temperatura de brilho das componentes terem comportamento espectral suave, ou seja, cada uma podendo ser aproximada por alguma potência da frequência - potência essa que também pode depender da frequência e da direção no céu. Os mapas dos foregrounds utilizados nas análises do próximo capítulo foram gerados através do código *Planck Sky Model* (PSM) (Delabrouille et al., 2013) para 30 bandas de frequência entre 960-1260 MHz²⁹. A Figura 21 apresenta as componentes foregrounds e a soma das mesmas em unidades de mK nas coordenadas Galácticas, em que a Galáxia fica na região central da imagem de cada mapa. Já na Figura 22 a representação se dá em coordenadas celestiais, como será o caso do BINGO. Nesse

²⁷ O Planck operou com nove canais entre 30-857 GHz.

²⁸ Como mostramos na Figura 12, a componente de emissão térmica por poeira Galáctica (*thermal dust*), não será utilizada por ser subdominante.

²⁹ A montagem do dataset a ser utilizado foi criada antes da mudança para frequência mínima de 980 MHz, devido a restrição instrumental de interferência. Essa questão não causa problemas ao tipo de análise a ser realizado nesse trabalho.

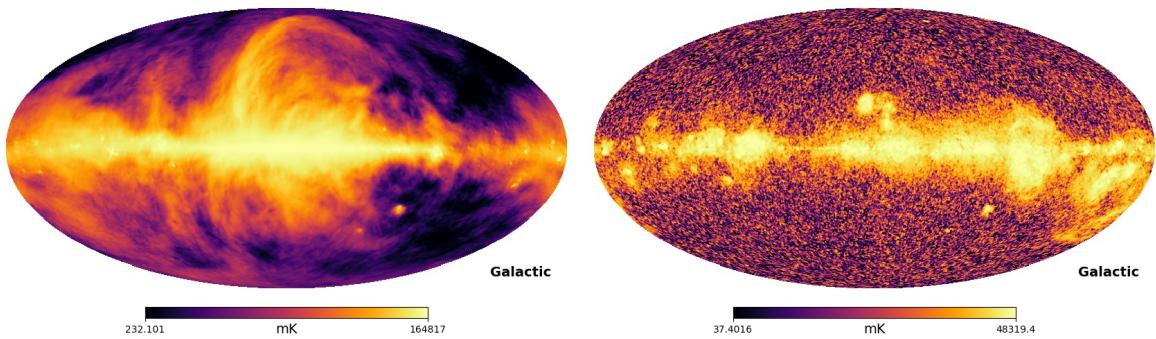


Figura 23 – O mapa à esquerda é de temperatura synchrotron e o à direita, o mapa das emissões de foregrounds menos synchrotron. Ambos em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. Os mapas foram gerados com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos. Com tais contrastes fica nítido a localização do plano Galáctico e as emissões nos polos, longe do plano Galáctico, assim como as demais emissões que mais contribuem são provenientes do plano Galáctico.

último caso, um mapeamento fixo no solo terrestre, em *drift-scan*, mapeia uma faixa horizontal segundo a rotação da Terra.

1.8.1 Synchrotron

Emissão synchrotron é uma emissão não-térmica emitida por partículas carregadas espiralando em um campo magnético. Na nossa galáxia, raios cósmicos relativísticos (basicamente, elétrons ou, por vezes, pósitrons ([Chapman; Jelić, 2019](#))) são acelerados pelo campo magnético Galáctico interestelar - ou mesmo por remanescentes de supernovas. Como na Galáxia tais campos se estendem para fora do plano Galáctico, as emissões synchrotron são menos concentradas em tal plano do que as demais emissões Galácticas. Na Figura 23 temos a representação do mapa synchrotron à esquerda (em mK) em coordenadas Galácticas para o intervalo de frequência de 1053-1063 MHz. Nessa representação, fica nítido as emissões fora do plano Galáctico. Também podemos ver pelo mapa dos foregrounds sem a contribuição synchrotron (à direita) que a emissão synchrotron corresponde a maior intensidade de emissão entre os foregrounds para essa faixa de frequência, e que as demais emissões estão mais concentradas no plano Galáctico. A intensidade synchrotron depende tanto da densidade numérica de elétrons quanto da força do campo magnético perpendicular à linha de visada, B_{\perp} . Com a distribuição de energia dos elétrons de raios cósmicos dada pela lei de potência $N_e(E)dE \sim E^{-\gamma}dE$ ([Chapman; Jelić, 2019](#)), para algum índice de raios cósmico γ , a intensidade específica é dada por ([Miville-Deschénes et al., 2008](#))

$$I_{\text{sync}}(\nu, \hat{\mathbf{n}}) = \epsilon_{\text{sync}}(\nu) \int dl n_e(\nu, \mathbf{n}) B_{\perp}^{(\gamma+1)/2},$$

com o termo de emissividade podendo ser descrito como uma lei de potência do tipo $\epsilon_{\text{sync}} = \epsilon_0 \nu^{\beta+2}$ e $\beta = (3 + \gamma)/2$ ([Miville-Deschénes et al., 2008](#)). Vide que, em primeira aproximação, para o campo restrito a parte da linha de visada, podemos aproximar (grosseiramente) a relação

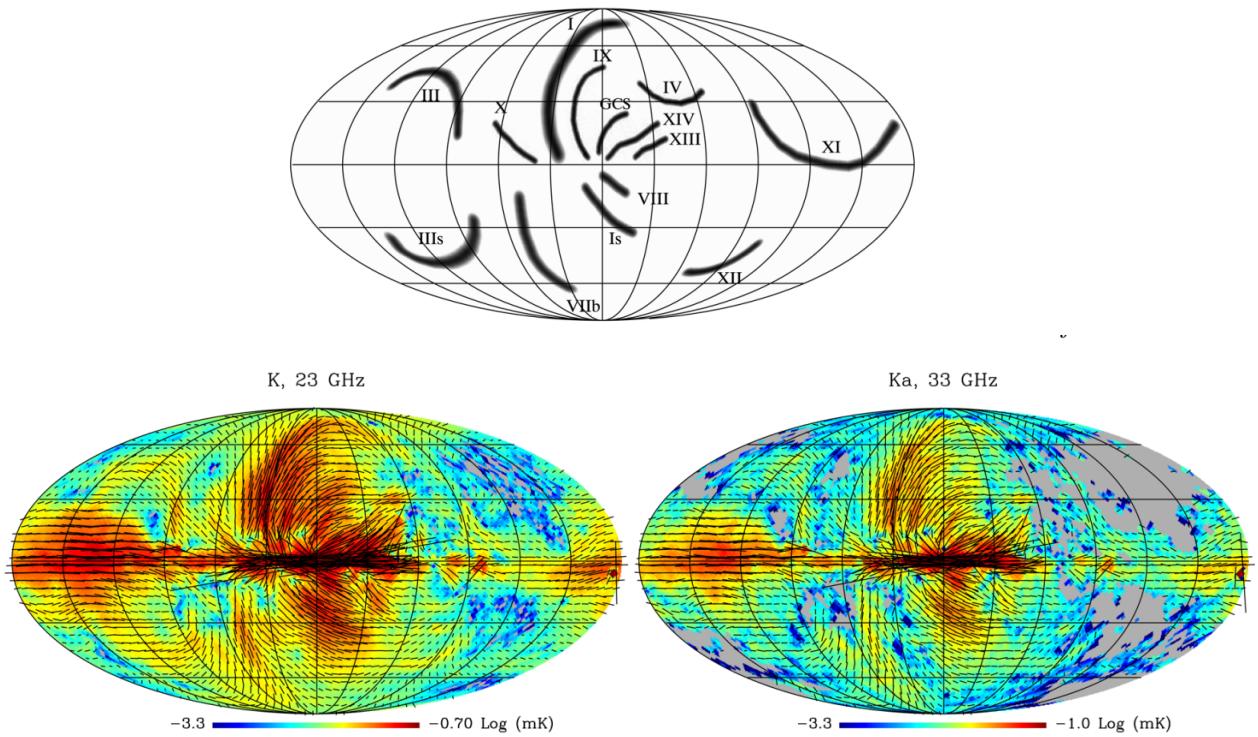


Figura 24 – O Mapa superior identifica as regiões dos loops Galácticos, que são conhecidas regiões emissão em rádio frequência. Os mapas inferiores são dois resultados dos mapas de intensidade de polarização, $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$, obtidos pelo WMAP nas bandas K (23 GHz) e Ka (33 GHz). Nessas figuras os vetores indicam a direção do campo magnético e o tamanho dos vetores é proporcional à intensidade P. Fonte das imagens: (Vidal et al., 2015).

acima por

$$I_{\text{sync}}(\nu, \hat{\mathbf{n}}) \approx \epsilon_0 \Delta l \ n_e \nu^{\beta+2} B_{\perp}^{(1+\gamma)/2} \sim \nu^{\beta+2} B_{\perp}^{(1+\gamma)/2}.$$

Na Figura 24, no mapa superior, é possível ver as regiões morfológicamente conhecidas pelas emissões em rádio frequência, como é o caso dos Loops (I-XIV). Já nos mapas inferiores estão representações do campo de intensidade de polarização $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$, sendo esse proporcional aos comprimentos dos vetores nos mapas. Os mapas são das bandas K (23 GHz) e Ka (33 GHz) do WMAP, e os vetores ilustram a direção do campo magnético. Essa figura ilustra bem a relação entre as fortes emissões synchrotron e o campo magnético Galáctico. O Loop I, por exemplo, é uma região morfológicamente muito fácil de identificar nas emissões de synchrotron, inclusive a sua região interna chamada de *North Polar Spur* (NPS) que está compreendido aproximadamente numa região de 30° (Dickinson, 2018)³⁰.

A aproximação de Rayleigh-Jeans nos permite, em frequências de rádio, expressar a intensidade em termos de temperatura (de brilho) tal que a dependência espectral segue $T_b(\nu) \sim \nu^{-2} I(\nu)$. Logo, a temperatura de brilho da emissão synchrotron é do tipo $T_{\text{syn}} \sim \nu^{\beta}$. O índice espectral depende da posição, uma vez que podem ocorrer tanto variações na densidade

³⁰ O banco de dados para os Loop do trabalho está disponível em <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-ref?querymethod=bib&simbo=on&submit=submit+bibcode&bibcode=2015MNRAS.452..656V>

numérica de raios cósmicos, quanto da intensidade do campo magnético perpendicular a linha de visada, a depender da posição. Assim, o índice espectral da lei de potência da temperatura de brilho synchrotron varia tipicamente entre 2.5 a 3.2. Os templates, numa dada frequência ν e para cada pixel (ou em uma certa direção, equivalentemente) são descritos com relação a algum template observational à uma frequência ν_0 , segundo

$$T_{\text{syn}}(\nu, p) = T_{\text{syn}}(\nu_0, p) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\beta(p)+\kappa(\nu)}, \quad (1.16)$$

com $\kappa(\nu)$ alguma possível correção devida a frequência, como por exemplo algum outro mecanismo que quando o elétron cósmico se propaga através do ISM o faça perder energia por interação (Kogut, 2012).

O template de céu inteiro usado nesse trabalho foi fornecido por (Remazeilles et al., 2015), a $\nu_0 = 408$ MHz. Esse é um template melhorado do template de (Haslam et al., 1982) em $N_{\text{side}}=512$ pós-processado para o WMAP. Esse último apresentava diversas deficiências tais como: imperfeita extração de artefatos devido ao processo de remapeamento do mapa original para projeção esférica, resíduos das extrações de fontes pontuais extragalácticas (as 22 fontes mais fortes no mapa fora do plano Galáctico estão listadas na tabela 2 do artigo), efeitos residuais do processo de *destriping*, i.e., de remoção do efeito de mapeamento, e correção para o efeito do feixe. Além de tais correções, o template melhora a resolução do mapa original de ≈ 56 arcmin para ≈ 1.7 arcmin (este, correspondendo à parametrização HEALPix de $N_{\text{side}} = 2048$). Já o índice espectral fora assumido seguir uma distribuição não uniforme no céu fornecida pelo modelo 4 em (Miville-Deschénes et al., 2008), que se assenta no fato de a polarização observada a 23 GHz ser dominada por synchrotron e então ser possível usar essa informação para separar synchrotron de AME. Com base nisto, modelou-se o campo magnético Galáctico a partir de medidas de rotação de pulsares e se usaram dados de polarização do WMAP (Bennett et al., 2003) à 23 GHz, para obter a descrição. O termo $\kappa(\nu)$ é suposto nulo.

1.8.2 Free-Free

As emissões denominadas de *free-free*, também conhecidas como *bremsstrahlung térmico*, são emissões devido ao espalhamento de um elétron com um íon na parte ionizada do ISM Galáctico, com forte presença em regiões de intensa formação estelar. É uma emissão com forte presença em dados de rádio, como pode ser visto em na Figura 25. Os elétrons livres estão em quantidades significativas em ambientes com temperatura que correspondem a energias maiores do que a energia de ligação do hidrogênio, tipicamente $\gtrsim 10^3$. Logo, regiões quentes de HII estão associadas a emissões de radiação free-free, e, por isso, tais regiões, que são regiões de formação ativa de galáxias (SFGs), também podem ser usadas para rastrear a emissão free-free. Outra maneira de rastrear tal emissão é através de H α ; isso pois, o meio ionizado de ISM gera tanto emissão H α quanto emissão (continua na faixa de rádio) free-free, e HII sozinho está associado a emissões de H α , enquanto regiões que também têm hélio ionizado são emissoras em rádio. Como ambas emissões são proporcionais à quantidade de elétrons (e prótons) ao longo da linha

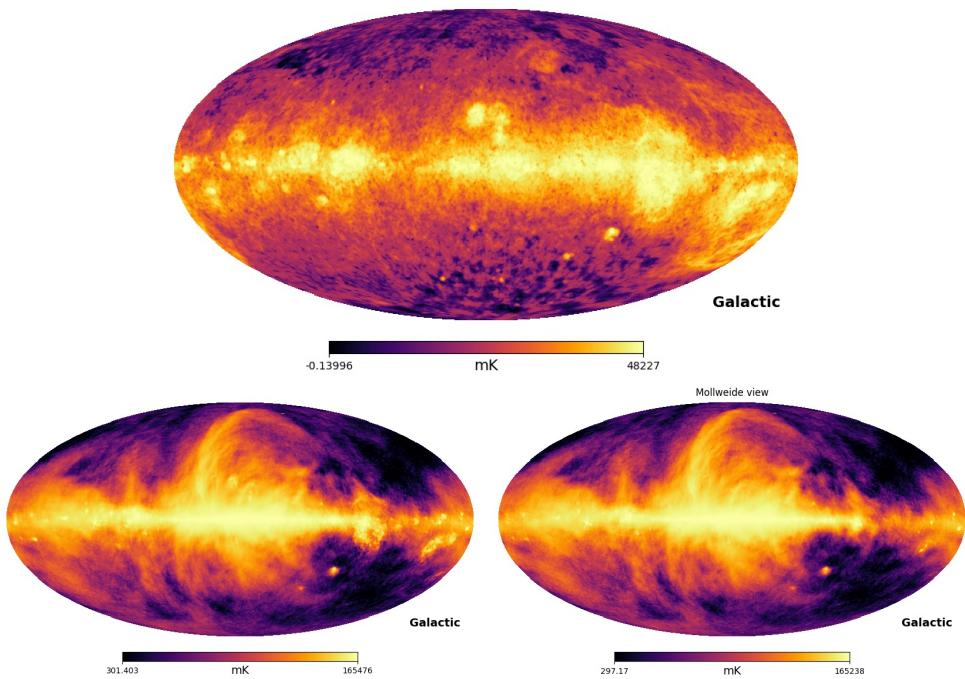


Figura 25 – O mapa superior é o de temperatura free-free, o inferior à esquerda o mapa de emissões totais de foregrounds e o inferior à direita o mapa total de foregrounds retirada a contribuição free-free. Todos estão em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos.

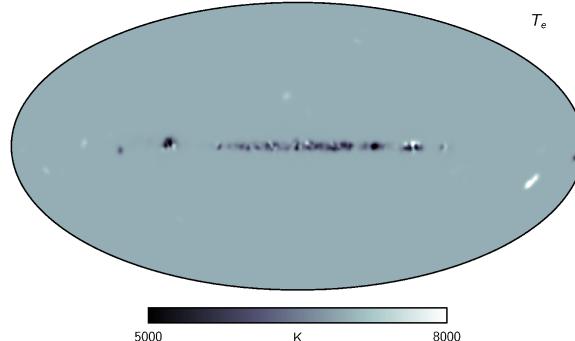


Figura 26 – Distribuição no céu da Temperatura eletrônica obtida pelo projeto Planck. Fonte: (Planck Collaboration et al., 2016).

de visada, mensurada pela ”medida de emissão” (EM)³¹, é possível relacioná-las. O índice espectral da temperatura de brilho dessa radiação varia muito pouco por todo céu. Diferente das emissões synchrotron, suas variações estão fortemente concentradas no plano Galáctico. O comportamento espectral da temperatura é bem aproximada por $T_{\text{ff}}(\nu) \sim \nu^{-2.1}$, isso é, por um índice espectral de $\beta \approx 2.1$. Também vale ressaltar que o índice espectral da emissão free-free depende tanto da posição quanto da temperatura eletrônica.

O template usado nesse trabalho para a emissão free-free foi gerado por (Dickinson;

³¹ A medida de emissão é definida como $[EM] = \int dl n_e^2(l)$, com l sendo integrada ao longo da linha de visada. O quadrado advém do fato da densidade numérica de elétrons e prótons serem iguais.

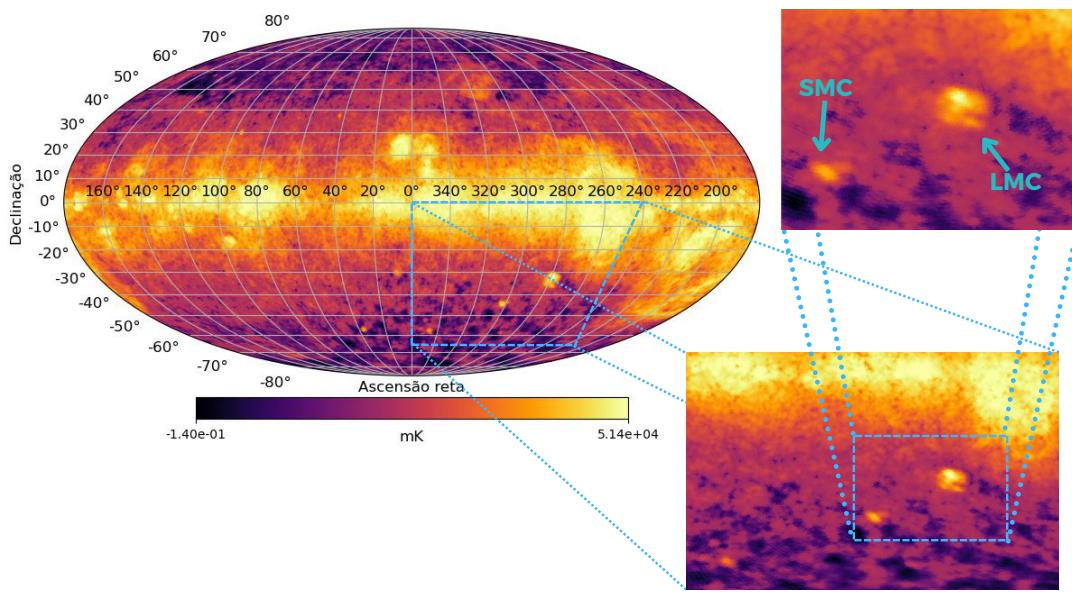


Figura 27 – Emissões free-free com gradação de escalas de declinação e ascensão reta para focalizar a Pequena Nuvem de Magalhães (SMC - *Small Magellanic Cloud*) e a Grande Nuvem de Magalhães (LMC - *Large Magellanic Cloud*).

Davies; Davis, 2003). Nesse, o template para essa emissão foi obtido a partir do template para H α . O template de H α foi construído combinando os mapas de H α de (Reynolds et al., 1998) e (Gaustad et al., 2001), e corrigindo o mapa gerado pelo efeito de extinção, i.e., da absorção por poeira, segundo o template para poeira do trabalho (Schlegel; Finkbeiner; Davis, 1998). O template para a emissão free-free pode ser descrito segundo a expressão

$$T_b(T_e, \nu_{\text{GHz}}) = 8.396 \times 10^3 a(T_e, \nu_{\text{GHz}}) \left(\frac{T_e}{10^4} \right)^{0.667} \times 10^{0.029/T_e} \times 1.08 \nu_{\text{GHz}}^{-2.1} I_{H_\alpha},$$

em que o fator de correção Gaunt é dado por

$$a(T_e, \nu_{\text{GHz}}) = 0.366 \nu_{\text{GHz}}^{0.1} T_e^{-0.15} \times \left[\ln \left(4.995 \times 10^{-2} \nu_{\text{GHz}}^{-1} \right) + 1.5 \ln (T_e) \right].$$

I_{H_α} é a intensidade de H α , em unidades de erg/cm 2 /s/sr, dada por

$$I_{H_\alpha} = 9.41 \times 10^{-8} \left(\frac{T_e}{10^4} \right)^{-290/T_e} [EM]_{\text{cm}^{-6}\text{pc}}$$

$[EM]_{\text{cm}^{-6}\text{pc}}$ é a medida de emissão em unidades de pc/(cm 2) 3 . Apesar do template depender da temperatura eletrônica, que pode variar com a posição, nesse trabalho a temperatura eletrônica foi suposta constante e com valor $T_e = 7 \times 10^3$ K, como feito em (Dickinson; Davies; Davis, 2003). A Figura 26 é a estimativa do Planck para a distribuição da T_e no céu (Planck Collaboration et al., 2016). A maior alteração se dá na região central. Contudo, essa variação não causa alteração significativa nas emissões, como apresentado em (Dickinson; Davies; Davis, 2003). A nomenclatura para frequência ν_{GHz} significa que a frequência é escrita em unidades de GHz nessa expressão. Na Figura 27, podemos ver o mapa de free-free para o intervalo de 1053-1063 MHz, em coordenadas Galácticas. Podemos ver que há foco em duas estruturas facilmente

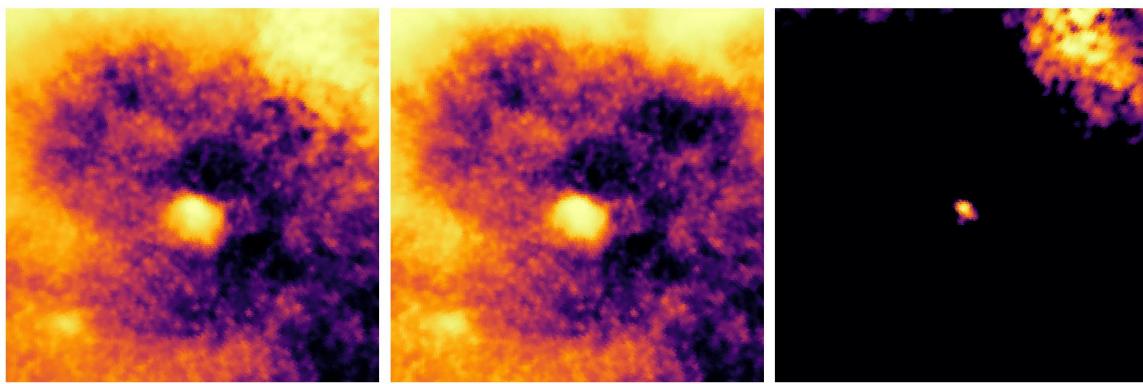


Figura 28 – Emissões free-free para a região com ascenção reta entre -120° e -50° , e declinação entre -60° e 0° . A imagem à esquerda é a representação da emissão somada de todas componentes do foreground, a imagem do meio a total subtraída da emissão free-free, e a imagem à direita é a representação somente da emissão free-free na região, dentro da mesma graduação de cor para intensidade usada para a composição total dos foregrounds (entre $\sim 3.0 \times 10^2 - 1.6 \times 10^5$ mK.)

identificáveis que são conhecidas como Grande e Pequena Nuvem de Magalhães (LMC e SMC, respectivamente). Apesar de essas estruturas terem forte emissão de free-free, a contribuição de synchrotron por ambas é ainda muito forte, como pode ser visto na Figura 28. Nela, há a comparação da mesma região, com ascenção reta entre -120° e -50° , e declinação entre -60° e 0° . A primeira imagem da figura é a emissão contabilizando todas componentes foregrounds, a segunda (imagem do meio) representa a emissão total dos foregrounds extraída da emissão free-free, e a última está representando somente a emissão free-free na região. Todas as imagens estão na mesma graduação de intensidade. Logo, é possível ver que a maior contribuição da free-free na composição total dos foregrounds se dá em LMC.

1.8.3 Anomalous Microwave Emission

Anomalous Microwave Emission (AME) é uma componente que foi observada pela primeira vez em meados da década de 1990 em experimentos de CMB. Dados do COBE (Kogut et al., 1996) apresentaram um sinal significativo nos resultados de correlação cruzada entre dados da CMB (do radiômetro DMR, *Differential Microwave Radiometer*, à 53 GHz) com mapas de poeira no *far-infrared* (FIR) (mapas do radiômetro multibandas DIRBE, *Diffuse Infrared Background Experiment*). Na ocasião, a componente foi vista como sendo uma componente da emissão free-free correlacionada com emissões de poeira no FIR, e compondo ao menos um terço da emissão total free-free à 53 GHz. Já observações feitas pelo OVRO (telescópio *Owens Valley Radio Observatory*) (Leitch et al., 1997), para CMB em 14.5 e 32 GHz, apresentavam um forte sinal em ambas as bandas com índice espectral inclinado da ordem de 2 e amplitude de temperatura de brilho de $\sim 300 \mu\text{K}$ à 14.5 GHz. Em seguida, uma possibilidade de explicação que toma força é a da emissão "anômala" ser devido às emissões de grãos de poeira muito pequenos, o que leva ao modelo Draine-Lazarian para emissões de poeiras muito pequenas em rotação no meio interestelar (Draine; Lazarian, 1998), chamado de *Spinning Dust Emission*.

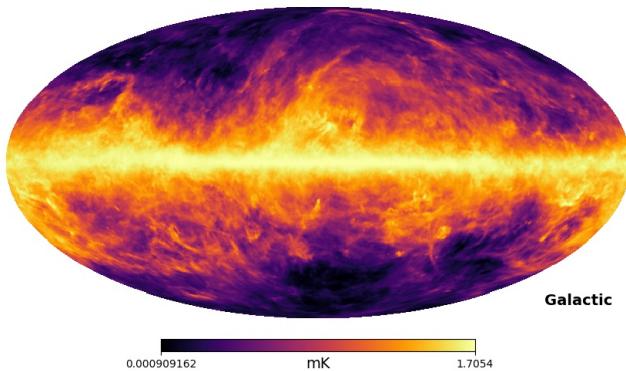


Figura 29 – Mapa de temperatura AME em unidade de mK e em coordenadas Galácticas no intervalo 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos.

(SDE), e que em (de Oliveira-Costa et al., 1999) é usado num ajuste de combinação linear entre emissões por spinning dust e emissões por vibrações de grãos maiores (*Thermal Dust Emission*) em análise de correlação entre dados de CMB, do projeto TENERIFE (Gutiérrez et al., 2000), com mapas de poeira do DIRBE e com mapa synchrotron HASLAM 408GHz (Haslam et al., 1982). O trabalho demonstra que a emissão não é consistente com emissão free-free e que o ajuste fornece boas evidências para tal componente ser um spinning dust. As atuais detecções da AME se dão entre $\sim 10\text{-}100$ GHz e a explicação mais plausível até o momento é de que tal emissão é não térmica e se deva a radiação proveniente da interação do dipolo elétrico, ou magnético, de pequenos grãos de poeira (~ 1 nm) girantes no ISM, tal que a potência total emitida segue a fórmula de Larmor (Dickinson et al., 2018). Essa descrição é compatível com diferentes observações (Miville-Deschénes et al., 2008; Kogut et al., 2011; Planck Collaboration et al., 2011; Planck Collaboration et al., 2015). Por exemplo, assumindo essa descrição, um grão de poeira com raio a em um gás de temperatura T , está em rotação a uma frequência angular (Dickinson et al., 2018)

$$\frac{\omega}{2\pi} = 21\text{GHz} \left(\frac{T}{100\text{K}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho}{3\text{g cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \left(\frac{a}{5\text{\AA}} \right)^{-5/2},$$

que, para emitir entre 20-30 GHz, como prévias observações, deve ter raio $a \lesssim 1\text{nm}$. Outra questão seria entender a natureza de tais grãos. Sem avançar nesse tópico que é uma vasta e frutífera área da astrofísica e astroquímica, uma explicação que tem se demonstrado viável e compatível com as observações são modelos baseados em grãos de silicato para diferentes composições químicas ($\text{Mg}_{1.48}\text{Fe}_{0.32}\text{SiO}_{3.79}$ é estudado em (Hensley; Draine, 2017); e, SiO , Mg_2SiO_4 e MgSiO_3 em (Macià Escatllar; Bromley, 2020)).

Como um exemplo, podemos citar o trabalho (BeyondPlanck Collaboration et al., 2020) que modela a intensidade de AME como sendo

$$I_{\text{AME}}(\nu) \sim \nu^{-2} I_{\text{AME}} \left(\nu_0, \nu \frac{30.0 \text{ GHz}}{\nu_p} \right),$$

com $I_{\text{AME}}(\nu_0, \cdot)$ sendo um template calculado a partir do código (em IDL) SPDUST2³² com pico

³² <https://cosmo.nyu.edu/yacine/spdust/spdust.html>

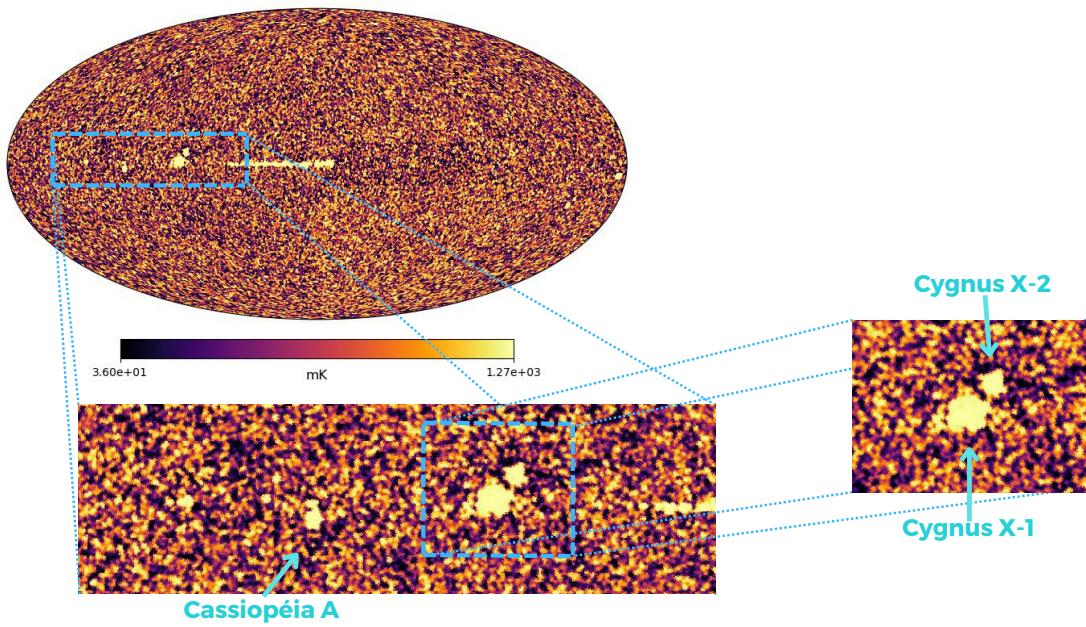


Figura 30 – Mapa de temperatura de brilho do template de fontes pontuais Galácticas e extragaláticas não resolvidas no intervalo de frequência entre 1053-1063 MHz. Em azul claro, há a identificação e nas fontes Cassiopéia A, Cygnus X-1 e Cygnus X-2, e depois um maior foconas regiões de Cygnus, com a diferenciação clara entre Cygnus X-1 e Cygnus X-2.

em intensidade a $\nu_0 = 30.0$ GHz, e em temperatura a 17.4 GHz. Nesse trabalho, foi utilizado o modelo do PSM (Delabrouille et al., 2013), assumindo SDE como uma simples lei de potência baseada na combinação do modelo Draine-Lazarian extrapolado para frequências menores do que aquelas com medidas observacionais; e, para frequências maiores, segundo um template de emissão de poeira térmica do Planck a 353 GHz, e escalonado para spinning dust a 22.8 GHz, como descrito em (Fornazier et al., 2022). O mapa gerado para intervalo de frequências de 1053-1063 MHz pode ser visto na Figura 29, que devido à sua origem Galáctica tem forte concentração no plano Galáctico. Vide que a mesma região superior que aparece forte em emissão synchrotron, *North Polar Spur* (esporão polar norte), assim como os *North Polar Loop I*, também está presente devido ao efeito do campo magnético sobre o momento de dipolo do grão.

1.8.4 Fontes pontuais de emissão em rádio

Devido à baixa resolução da observação por IM, diferentes fontes de emissão para uma dada faixa de frequência podem contribuir para uma mesma localização. Como o feixe não tem resolução suficiente para distinguir cada fonte, ou uma dada fonte individual, deve-se supor que o sinal seja uma fonte pontual de sinal. Tais fontes podem tanto ser extragaláticas, quanto galácticas. As fontes de emissões extragaláticas de rádio são provenientes, principalmente, de núcleos ativos de galáxias (AGNs, *active galactic nuclei*) dos tipos quasar e blazar, *radio-*

*loud galaxies*³³, e por galáxias com formação estelar (SFGs, *star-forming galaxies*) (Jelić et al., 2008). As AGNs emitem radiação synchrotron a partir da acreção de matéria pelo buraco negro supermassivo central, que em seguida as ejeta num feixe perpendicular ao plano de acreção. Já SFGs produzem emissões synchrotron similares as da nossa galáxia e emissões free-free a partir de regiões de hidrogênio ionizado (HII) (Chapman; Jelić, 2019).

Devido ao fato das fontes pontuais extragalácticas poderem ser compostas por diversas fontes emissoras, e diferentes misturas em diferentes localizações do céu é extremamente complexo de se conseguir uma descrição da distribuição espectral da energia dessa ampla classe de objetos emissores. Contudo, as fontes comumente são divididas em duas classes, baseado na intensidade específica como uma lei de potência, $I_{\text{ps}}(\nu) \sim \nu^{-\alpha}$ ($T_{\text{ps}}(\nu) \sim \nu^{-\alpha-2}$): aquelas com espectro íngreme ($\alpha > 0.5$) e aqueles com espectro suave ($\alpha < 0.5$) (Battye et al., 2013). Como o espectro deve variar bastante, e de maneira não trivial, uma forma de obter uma descrição mais geral seria a de, primeiro, obter uma distribuição numérica das fontes pontuais (por ângulo sólido) por unidade de intensidade específica, dN/dI_{ps} , de tal forma a $\int dI_{\text{ps}}(dN/dI_{\text{ps}})I_{\text{ps}}$ condensar a contribuição das diferentes fontes nas diferentes posições. Assim, limitando as contribuições até uma dada intensidade (ou fluxo) máxima³⁴, I_{ps}^{\max} , a temperatura de brilho para fontes pontuais pode ser aproximada por

$$\bar{T}_{\text{ps}}(\nu) \sim \nu^{-2} \int_0^{I_{\text{ps}}^{\max}} dI_{\text{ps}} \frac{dN}{dI_{\text{ps}}} I_{\text{ps}}.$$

A expressão acima condensa uma ideia bem importante de tentar conciliar as diferentes contribuições em diferentes frequências. Como dissemos anteriormente, objetos muito brilhantes, tal que seu fluxo (ou intensidade) seja maior do que um certo limite superior, são vistas como fortes fontes compactas de emissão em rádio, sejam elas de origem Galáctica ou extragalática. A grande maioria das fontes mais brilhantes podem ser identificadas individualmente e buscadas em catálogos. As demais fontes, por não haver resolução, compõem um fundo difuso composto por incontáveis fontes não-resolvidas, tal que a contribuição integrada tem grande efeito sobre os dados. Na Figura 30 temos a representação das emissões de fontes pontuais. Na figura é facil identificar na parte central (ao redor da declinação de 0°) fontes de emissões mais fortes, com destaque visual para os casos: Cassiopéia A, que é uma remanescente de supernova; Cygnus X-1, um dos mais famosos buracos negros conhecidos e que levou à apostila entre Stephen Hawking e Kip Thorpe entre as décadas de 70-90 sobre a sua real natureza; e, Cygnus X-2, que é um binário de raio-X de baixa massa.

No código PSM, *point sources* são classificadas em três categorias³⁵: fontes de rádio (que contém também as fontes provenientes do WMAP), fontes de infravermelho e regiões ultra-

³³ De modo geral, *radio-loud* são objetos que emitem um jato em rádio em grande escala e com lóbulos que contribuem significativamente para sua luminosidade bolométrica total. Tais objetos são comumente associados à galáxias elípticas. No caso de galáxias, temos dois tipos *Broad-line radio galaxies* (BLRG) e *Narrow-line radio galaxies* (NLRG). Ambos compõem a classe II de Fanaroff-Riley (FR-II), e são *radio-loud AGN* de tipo I e tipo II, respectivamente (Wilson; Colbert, 1995).

³⁴ Esse corte superior nas contribuições pode ser pensado de modo prático como sendo, tal que, acima dele as fontes são tão fortes que podem ser identificadas e extraídas já no pré-processamento dos dados, ou mesmo extraídos a partir de catálogos já disponíveis.

³⁵ O manual do usuário do PSM está disponível online em: <https://apc.u-paris.fr/delabrou/PSM/psm.html>.

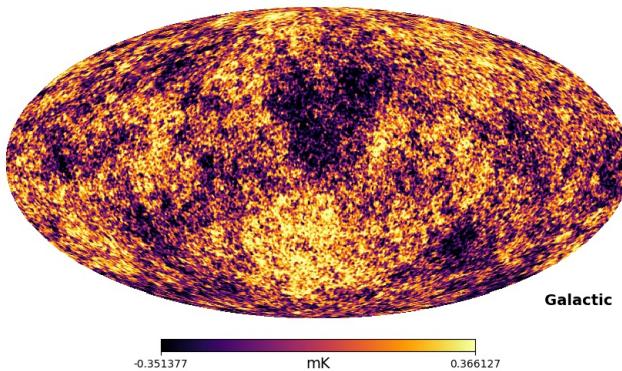


Figura 31 – Mapa de temperatura de CMB em unidade de mK e em coordenadas Galácticas, 1053-1063 MHz. O mapa foi gerado com normalização da cor para obter contrastes mais nítidos. O mapa de flutuações da CMB contém o efeito de dipolo.

compactas de HII. O modelo usado neste trabalho usa a composição entre fontes pontuais muito brilhantes (fontes fortes) catalogadas com medidas entre 0.85-4.85 GHz (mais especificamente, em três frequências 0.843, 1.4 e 4.85 GHz. Catálogo de fontes fortes usado neste trabalho está disponível na tabela 2 do trabalho (Delabrouille et al., 2013)) e o fundo difuso foi considerado como composto por soma de fontes não resolvidas em um simples pixel (fontes fracas), como pode ser visto na Figura 30. Este último mapa é convoluído com um feixe gaussiano no espaço harmônico. Cada radio point source é modelada com uma amplitude e um índice espectral, ou determinado diretamente através de dados multifreqüência, ou extraídos aleatoriamente a partir de distribuição observada de índices espectrais (Delabrouille et al., 2013). Fontes com fluxos de densidade acima do limite 5σ do Planck nas bandas 30, 70, 353 e 857 GHz são fontes que deverão ser removidas dos dados do BINGO e, por isso, não são usadas neste trabalho.

1.8.5 Radiação Cósmica de Fundo

A Radiação Cósmica de Fundo (*Cosmic Microwave Background*, CMB) é uma radiação proveniente do desacoplamento entre elétrons e prótons no Universo primordial, que ocorre na época em que a taxa de expansão do Universo se torna maior do que a $z = 1089$ (Planck Collaboration et al., 2020a). Sua temperatura média hoje é de $T_{\text{CMB}} = 2.725 \text{ K}$, com pequenas flutuações anisotrópicas, e seu espectro é um espectro de corpo negro. Suas anisotropias, tanto em medidas de intensidade quanto de polarizações, são fontes riquíssimas para compreensão do Universo primordial, assim como efeitos físicos que afetam os fôtons de CMB ao longo da linha de visada, tais como lentes gravitacionais e reionização, dentre outros. Os mapas de anisotropias da intensidade da CMB que foram usadas são baseados no best-fit do Planck. Na Figura 31 temos a representação das emissões da CMB para uma representação em coordenadas Galácticas entre 1053 e 1063 MHz. Vide que a distribuição de emissões não se apresenta homogênea e há um efeito de dipolo bem nítido.

1.9 Ruído Térmico

Como contaminante instrumental dos dados a serem analisados no próximo capítulo, foi utilizado um ruído térmico do tipo *white noise*, i.e., que segue uma distribuição gaussiana no céu, contabilizando o fato do levantamento ser composto por 28 cornetas. Para obter o mapa de ruído térmico, usei o fato do feixe possuir FWHM de 40 arcmin, com 15% de cobertura do céu feita através das 28 cornetas com tempo de observação de um ano. Também usei uma pixelização na esfera do tipo HEALPix (Górski et al., 2005) com parâmetro $N_{\text{side}} = 512$ (sendo o número de pixels, a partir desse parâmetro, dado por $12 \times N_{\text{side}}^2$), fornecendo um nível de ruído térmico por feixe, em cada canal, da ordem de 5 mK. Esse valor pode ser estimado retomando o valor da sensibilidade obtida anteriormente na Eq. 1.14, de $\Delta T_{\text{min}} \approx 43 \mu\text{K}$. O BINGO cobrirá uma região entre declinações de $\sim -22.5^\circ$ e -7.5° , que corresponderá a $(f_{\text{sky}}) \sim 15\%$ do céu. Logo, o nível de ruído térmico por pixel de (Fornazier et al., 2022), para uma resolução com $N_{\text{pix}} = 12 \times N_{\text{side}} = 12 \times (512)^2$ pixels, é

$$\sigma_N = \Delta T_{\text{sens}} \sqrt{\frac{f_{\text{sky}} N_{\text{pix}}}{N_{\text{obs}} t_{\text{sur}}}} \approx 5.4 \text{mK/pixel} \quad (1.17)$$

Parte II

Separação de Componentes

2 Métodos de Separação de Componentes aplicados aos dados do BINGO Telescope

Separação de Componentes é um termo genérico que codifica a busca por conseguir reconstruir sinais de fontes físicas (e instrumentais) diferentes que são obtidas conjuntamente numa observação ou simulação. Para ser preciso, não ocorre reconstrução a menos que se saiba o que realmente compõe os sinais observados e todas as suas informações. Logo, o que ocorre é uma estimativa dos sinais¹. Como infelizmente experimentos tais como de CMB e de Intensity Mapping não identificam sinal(is) alvo separadamente, os sinais que são obtidos são misturas, em cada canal, de sinais provenientes de fontes físicas vindas do céu que convoluem com o feixe e sofrem a adição de ruídos instrumentais. Ou seja, há, em princípio, dois processos que dificultam a obtenção do sinal alvo. É comum chamarmos todas as diferentes fontes de sinais - sejam astrofísicas ou cosmológicas -, pré-processados até a reconstrução dos mapas por map-making, de *componentes* e por isso do nome Separação de Componentes. Vide que com isso tanto cada fonte de foreground quanto o sinal de 21-cm são cada um uma componente. A área de Separação de Componentes em IM incorpora os conhecimentos, técnicas e algoritmos que foram desenvolvidos para o caso de CMB, adaptando-os às suas necessidades.

Como vimos ao longo do primeiro capítulo, o sinal de 21-cm, ou melhor dizendo, as flutuações da temperatura de brilho de 21-cm², são extremamente fracas frente às outras contaminações no céu, inclusive mais fracas que o ruído térmico e as flutuações de temperatura da CMB, como apresentado nas Figuras 21 e 22, dos mapas, ou as Figuras 11 e 12, para os valores médios das temperaturas de brilho. No caso, por exemplo, de emissões synchrotron Galácticas, estes chegam a ser de 5 à 6 ordens de magnitude maiores do que sinais de 21-cm no plano Galático. Contudo, diferentes informações podem ser extraídas diretamente dos mapas - e aqui ter uma análise multifreqüência melhora e muito os resultados - que podem auxiliar na estimativa dos sinais. A começar pelo comportamento espectral das diferentes fontes serem distintas, e em especial, ao contrário dos foregrounds que possuem comportamento espectral suave³, os sinais de 21-cm e de white noise não. Isso significa que em uma análise multifreqüência os sinais de foregrounds são fortemente correlacionados entre as frequências, enquanto 21-cm e ruído não são. Os sinais de 21-cm, devido as flutuações primordiais, descritas pelos modelos inflacionários

¹ Por toda essa monografia, estarei assumindo que Separação de Componentes (*Component Separation*) e Remoção de Foregrounds (*Foreground Removing*) são sinônimos, mesmo que em um sentido preciso isso não seja verdade. Para ser detalhista, o que será feito é um *Foreground Removing*, pois não há interesse neste trabalho em outra informação de sinais que não as de 21-cm. Assim, só haverá remoção de foregrounds e não reconstrução das diferentes componentes que compõe o sinal.

² Daqui para frente, quando eu me referir à sinal de 21-cm estarei me referindo justamente as flutuações de temperatura de brilho de 21-cm.

³ O caso da CMB é um pouco mais sutil. Quando expressa em unidades termodinâmicas, seu comportamento espectral é unitário para todas as bandas. Contudo, o mesmo não é verdade em unidades de temperatura de brilho.

mais simples como, p.ex., modelo *slow-roll inflation*, são (quase-)Gaussianos⁴. Outras características são as suas morfologias distintas, como pudermos ver nos mapas do primeiro capítulo. Sinais de 21-cm são homogêneos, free-free são altamente concentrados no plano Galáctico, synchrotron também tem forte concentração no plano Galáctico mas devido as linhas de campos magnéticos da Galáxia sairem do seu plano as emissões também surgem de regiões fora do mesmo, emissões AME também se concentram no plano Galáctico e fontes pontuais de emissão de rádio podem ser identificadas por técnicas morfológicas e filtros wavelets isotrópicos (Starck; Murtagh; Bertero, 2011; Carrón Duque et al., 2019). Sinais da CMB, após remoção do efeito de dipolo, são homogêneos, mas com comportamento espectral de corpo negro⁵. Fazer análises dos sinais no espaço real (ou, equivalentemente, dos pixels) tem os benefícios de pudermos fazer análises em partes separadas do céu. Mas há ainda a possibilidade de fazer análises em outros espaços matemáticos tais como no espaço harmônico, que fornece melhor controle e modelagem do feixe; e no espaço wavelet, que assim como o espaço real consegue ser feito por partes do céu e explorar melhor características morfológicas e informativas dos pixels enquanto media contribuições de ruídos, uma vez que wavelets são muito bem localizadas tanto no espaço real (seja em relação ao espaço ou do tempo) quanto no espaço de frequências (Starck; Fadili; Murtagh, 2007).

Os resultados fornecidos pela Separação de Componentes, que podemos pensar como a última etapa do pré-processamento das observações, são de suma importância para a detectabilidade das BAOs e para a qualidade das restrições de parâmetros cosmológicos, e consequentemente, das restrições de modelos de Energia Escura. Uma reconstrução de mapas com alto nível de resíduos (remanescentes) de foregrounds pode inviabilizar o objetivo científico final, de tal forma que a compreensão dos algoritmos e as suas efetivas aplicações verificando quais são os que melhores estimam os mapas de 21-cm é central na construção da pipeline do BINGO.

Nas próximas seções, nosso objetivo será apresentar como métodos do tipo *blind* - ou seja, métodos que não assumem conhecimento prévio dos mecanismos de emissão - modelam o problema a ser atacado de forma a estimar os mapas. Vale ressaltar que os modelos de separação de componentes não se restringem aos do tipo blind. Há outros métodos, como por exemplo, o método paramétrico baseado em inferência bayesiana COMMANDER (Eriksen et al., 2008); e métodos do tipo *semi-blind*, como por exemplo, sGMCA (Bobin; Acero; Picquenot, 2019; Cunningham et al., 2021) que utiliza informações da lei de emissão de algumas componentes.

⁴ Termo *quase* deve ser tomado com cuidado, pois, dependendo da análise estatística que se faça, tais características não-Gaussianas do sinal não são identificadas, necessitando de análises estatísticas de ordem maiores (p.ex., Bispectrum). Também, que os efeitos não-Gaussianos que surgem não se devem (necessariamente) às flutuações primordiais, mas também podem ser introduzidos nos dados por efeitos físicos secundários, tais como: gradientes de velocidade e densidades das emissões, por resíduos de foregrounds e por sistemáticas instrumentais.

⁵ O espectro das flutuações da intensidade da CMB são da derivada do espectro de corpo negro.

2.1 Modelando a emissão do céu

Para melhor compreensão de como modelamos o sinal, esqueçamos por um momento o efeito observacional do feixe sobre o sinal observado e imaginemos também, por ora, que não há sinal de 21-cm nas observações - o motivo disso ficará claro mais a frente -, nos restringiremos a um problema muito comum em CMB que é o de estimar as leis de emissão dos sinais. Consideremos, então, que um certo canal i registra o sinal de uma dada localização p^6 do céu como sendo uma mistura linear e instantânea (ruídos) de componentes estatisticamente independentes. Se chamarmos a observação de $x_i(p)$, e de $y_j(\nu_i, p)$ o sinal da j -ésima fonte no dado canal e na dada posição, temos que para N_s fontes

$$x_i(p) = \sum_{j=1}^{N_s} y_j(\nu_i, p) + n_i(p),$$

com n_i sendo o ruído instrumental. A maioria dos modelos de Separação de Componentes são do tipo *mixing model*, que são modelos que assumem que o sinal de cada fonte pode ser representado pelo produto de uma função que descreva o comportamento espectral por uma função que defina o comportamento espacial do sinal; ou seja, uma parte que contém o padrão de emissão no céu de uma certa componente e outra parte que representa a lei de emissão (a informação espectral)⁷. Nesse sentido, seja $s_j(p)$ o padrão de emissão da j -ésima fonte na posição p do céu, e a_{ij} a lei de emissão da j -ésima componente no i -ésima canal de frequência, temos a relação

$$x_i(p) = \sum_{j=1}^{N_s} a_{ij} s_j(p) + n_i(p). \quad (2.1)$$

A passagem da expressão acima para uma forma vetorial é direta ao assumirmos que cada componente do vetor é um localização, i.e., $\mathbf{x}_i = [x_i(p_1), \dots, x_i(p_k), \dots]$, compreendendo todas as posições do céu⁸ e cada vetor representará um mapa do céu. Em uma representação matricial, útil para uma análise multifrequência, reescrevemos a relação acima como sendo

$$\mathbb{X} = \mathbb{A}\mathbb{S} + \mathbb{N}, \quad (2.2)$$

em que para as matrizes \mathbb{X} e \mathbb{N} cada linha representa um mapa de um dado canal⁹. Assim, tais matrizes têm dimensões de número de canais por número de posições no céu (pixels), $N_{\text{ch}} \times N_{\text{pix}}$. A matriz \mathbb{A} é chamada de matriz mistura (*mixing matrix*), com cada coluna representando a lei espectral de uma fonte; e, por isso, sua dimensão é dada pelo produto entre o número de

⁶ Aqui p pode indicar um direção no céu descrita por um certo par de ângulos (θ_p, ϕ_p) , ou, como estou interessado, o pixel de uma certa pixelização que é centrado nesses ângulos.

⁷ É importante termos em mente que o comportamento espectral pode, como apresentado em diversos casos do capítulo anterior, depender da posição. Como exemplo, discutimos a variação espacial do índice espectral da emissão synchrotron.

⁸ Vide que são valores discretos, pois, estamos assumindo uma certa pixelização do céu, ou seja, haverá um número finito N_{pix} de valores a serem usados.

⁹ Nossa interesse será falar em termos voltados para o caso de observações de Intensity Mapping, de tal forma que as observações são feitas em canais, em bandas de frequências. Mas a mesma ideia se aplica a uma única frequência, como é o que ocorre em alguns casos de observações e análises em experimentos da CMB.

canais e o número de fontes, $N_{\text{ch}} \times N_s$. Por fim, \mathbb{S} tem em cada linha o padrão de emissão no céu de uma dada fonte, com dimensão $N_s \times N_{\text{pix}}$. Logo, o problema de estimar as diferentes componentes contidas nos mapas observados é um problema de estimar as matrizes \mathbb{A} e \mathbb{S} , que, por sua vez, é um problema típico de inversão linear. O método de estimar fontes, como descrito acima, por vezes, é referido como *Blind Source Separation* (BSS).

No caso de $N_{\text{ch}} = N_s$, $\det(\mathbb{A}) \neq 0$ e de não haver ruído, o problema possui solução única¹⁰ e essa é dada pela inversão da matriz mistura, \mathbb{A}^{-1} . Contudo, em problemas de interesse astrofísico, isso quase nunca é verdade. Além disso, por ser um método cego (*blind*), sequer devemos saber *a priori* o número de fontes que compõe as emissões do céu. É justamente a maneira de estimar ambas matrizes que caracteriza um método (um algoritmo) em Separação de Componentes do tipo BSS.

Uma forma de resolver esse problema é buscar algum tipo de operador que ao ser aplicado sobre a observação a "desmistura". Algo como um \mathbb{W} , que leva à estimação: $\hat{\mathbb{S}} = \mathbb{W}\mathbb{X}$ ¹¹. Ou ainda, a estimativa dos mapas,

$$\hat{\mathbb{Y}} = \hat{\mathbb{A}}\hat{\mathbb{S}} = \hat{\mathbb{A}}(\mathbb{W}\mathbb{X}) = \mathbb{W}_{\text{FG}}\mathbb{X}, \quad (2.3)$$

em que defino o operador

$$\mathbb{W}_{\text{FG}} \doteq \hat{\mathbb{A}}\mathbb{W}. \quad (2.4)$$

Vide que o operador \mathbb{W} quando aplicado às observações leva a relação

$$\hat{\mathbb{S}} = \mathbb{W}(\mathbb{A}\mathbb{S} + \mathbb{N}) = (\mathbb{W}\mathbb{A})\mathbb{S} + \mathbb{W}\mathbb{N}$$

que para um caso sem ruído térmico e na qual a inversa da matriz mistura existe, esse operador é exatamente a inversa da matriz mistura, $\mathbb{W} = \mathbb{A}^{-1}$, e a estimação é perfeita. No caso de não haver ruído térmico e a matriz mistura não possuir inversa, \mathbb{W} deve ser uma pseudo-inversa. O problema pode ser encarado com $\mathbb{W}\mathbb{A}$ o mais próximo possível da matriz identidade e $\mathbb{W}\mathbb{N}$ o mais perto possível da matriz nula. Visto de uma maneira mais lúdica, podemos imaginar \mathbb{W} como um filtro, que se aplicado às observações filtra as fontes astrofísicas e cosmológicas e retira o ruído instrumental. Uma forma natural e mais simples de resolver esse problema é pelo critério de mínimos quadrados (LS, *least squares*), tentando minimizar o ruído em relação à matriz fonte, \mathbb{S} ,

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}} \varepsilon_{\text{LS}} &= \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}} \left(\frac{1}{2} \|\mathbb{N}\|^2 \right) = 0 \\ &= \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}} \left(\frac{1}{2} (\mathbb{X} - \mathbb{A}\mathbb{S})^T (\mathbb{X} - \mathbb{A}\mathbb{S}) \right) = 0 \\ &= (\hat{\mathbb{A}}^T \hat{\mathbb{A}}) \hat{\mathbb{S}} - \hat{\mathbb{A}}^T \mathbb{X} \\ \hat{\mathbb{S}} &= \left[(\hat{\mathbb{A}}^T \hat{\mathbb{A}})^{-1} \hat{\mathbb{A}}^T \right] \mathbb{X}, \end{aligned}$$

¹⁰ No caso sem ruído, se $N_{\text{ch}} < N_s$, o problema não possui solução. Já se $N_{\text{ch}} > N_s$, há infinitas soluções.

¹¹ Usarei o chapéu para representar a estimação de algo.

com $\hat{\mathbb{A}}$ e $\hat{\mathbb{S}}$ valores estimados das respectivas matriz mistura e matriz fonte. O termo entre colchetes é conhecido como *pseudo inversa de Moore-Penrose* e é simbolizado por \mathbb{A}^+ . Assim, esse tipo de solução leva ao filtro ser uma pseudo-inversa de Moore-Penrose,

$$\therefore \mathbb{W} = \mathbb{A}^+ = (\hat{\mathbb{A}}^T \hat{\mathbb{A}})^{-1} \hat{\mathbb{A}}^T \quad (2.5)$$

Vide que usamos na minimização uma métrica canônica, fornecida pela norma em ℓ_2 , $\|\cdot\|_{\ell_2}$; mas também podemos usar outra norma, como, por exemplo, a norma $\|\cdot\|_Q$, segundo alguma matriz Q . Nesse caso, a minimização é uma generalização do caso anterior e chamada de mínimos quadrados generalizados (GLS, *Generalized Least Squares*)

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}} \varepsilon_{\text{GLS}} &= \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}} \left(\frac{1}{2} \|\mathbb{N}\|_Q^2 \right) = 0 \\ &= \nabla_{\mathbb{S}} \Big|_{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{A}}} \left(\frac{1}{2} (\mathbb{X} - \mathbb{A}\mathbb{S})^T Q (\mathbb{X} - \mathbb{A}\mathbb{S}) \right) = 0 \\ &= (\hat{\mathbb{A}}^T Q \hat{\mathbb{A}}) \hat{\mathbb{S}} - (\hat{\mathbb{A}}^T Q) \mathbb{X} \\ \hat{\mathbb{S}} &= \left[(\hat{\mathbb{A}}^T Q \hat{\mathbb{A}})^{-1} (\hat{\mathbb{A}}^T Q) \right] \mathbb{X}. \end{aligned}$$

Logo, o filtro desse caso é dado por

$$\therefore \mathbb{W} = (\hat{\mathbb{A}}^T Q \hat{\mathbb{A}})^{-1} (\hat{\mathbb{A}}^T Q), \quad (2.6)$$

que também é conhecido em Teoria da Informação como *estimador de Gauss-Markov*. Comumente, toma-se a matriz Q como sendo a inversa da matriz de correlação do ruído, C_N^{-1} , ou mesmo a matriz de correlação das observações, C_X^{-1} . Há ainda outros estimadores como, por exemplo, o filtro de Wiener ([Paykari; Starck, 2012](#)). Outro exemplo é, como veremos à frente, quando é assumido a norma de Frobenius na restrição e a condição dos mapas serem decompostos em um dicionário sobrecompleto que faz com que os mapas sejam o mais esparsos possíveis.

Os cálculos feitos acima que resultaram nas Eq. 2.5 e 2.6 foram feitos seguindo os raciocínios iniciais no espaço dos pixels (domínio real). Entretanto, o mesmo raciocínio vale para outros espaços matemáticos de interesse, como o espaço harmônico e o espaço wavelet. Uma Transformada Wavelet Redundante ([Starck; Fadili; Murtagh, 2007](#)) é antes de mais nada um operador linear. Já o caso harmônico veremos melhor quando falarmos sobre o método GNILC.

Agora a observação a ser feita é que em nenhum momento dissemos estar lidando com o sinal de 21-cm; e, de fato, o que os métodos BSS fazem é estimar a matriz das respostas espectrais das fontes, que são suaves. No caso do problema de inversão linear do tipo BSS, os métodos não estimam o sinal de 21-cm. Esse, por ter uma resposta espectral (quase-)gaussiana, é lido similar ao ruído. Portanto, o que fazemos é, primeiro, tentar estimar a reconstrução dos foregrounds o mais preciso possível e, posteriormente, extraímos o seu resíduo, que será composto de 21-cm + ruído térmico. Desse último, fica claro que haverá uma etapa posterior ao método de Separação de Componentes que deverá estimar os mapas de 21-cm a partir dos

mapas de resíduos. Expressando de forma mais clara, o processo de estimação dos sinais de 21-cm deverão ser divididos em duas etapas: (1) estimar e extrair os sinais dos foregrounds dos mapas observados; e, em seguida, (2) a partir do resíduo daquele - composto por 21-cm, ruído instrumental e resíduo da estimativa dos foregrounds - estimar estatisticamente o sinal de 21-cm. Para a etapa (1), objetivaremos a quantidade

$$\mathbb{R} = \mathbb{X} - \hat{\mathbb{Y}} = (1 - \mathbb{W}_{\text{FG}}) \mathbb{X},$$

em que \mathbb{R} é uma matriz $N_{\text{ch}} \times N_{\text{pix}}$ que contém a estimativa de 21-cm + ruído térmico. Na etapa (2), o processo de estimação dos N_{ch} mapas de 21-cm será chamado de *Noise Debias Process*, como será descrito em detalhes mais à frente.

2.2 Efeito observacional sobre o sinal observado

A seção anterior nos foi importante para, sem considerar complicações instrumentais, entendermos o objeto que queremos extrair neste trabalho e como deveremos proceder. Ainda em tempo, o problema de inversão linear se torna mais complicado ao termos de considerar o efeito instrumental sobre os mapas. Seria de grande valia podermos descrever os diferentes processos desde a observação dos sinais pelas cornetas coletoras, o processamento dos sinais pelos radiômetros, a digitalização dos seus valores pelo *time-ordered data* (TOD), até o processo de construção dos mapas pelo *map-making*. Contudo, para manter o foco no que interessa às análises deste trabalho, que não considerou a grande maioria dos efeitos desses processos, deixaremos essas importantes descrições a um outro trabalho, a ser complementar a esse. Dito isso, estaremos considerando que os mapas foram criados por todo esse processo com a ação de somente dois efeitos: (1) efeito do feixe, $b(\nu, \hat{n}; \hat{n}')$, com \hat{n} sendo a direção do apontamento do pico do feixe e \hat{n}' uma segunda direção em relação a posição do máximo, desfocalizando a resolução dos mapas; e, a (2) introdução de ruído branco (*white noise*) pela instrumentação. Por esse último, fica claro que estaremos adotando um caso especial de um radiômetro ideal, sem flutuações no comportamento da amplificação da potência, i.e., do ganho.

A formatação do feixe é o resultado de todo design óptico, e não somente da resposta da corneta coletora como apresentado nas Figuras 16 e 18. O caso ideal do BINGO no qual os feixes estão associados a espelhos refletores perfeitamente construídos - totalmente lisos e com curvatura perfeita - está descrito em (Abdalla et al., 2022b), e será melhor debatido no próximo capítulo. Contudo, uma vez que a construção leva a imperfeições no modelo teórico dos espelhos, essas deformam os feixes, podendo levar a certas aberrações. Tais aberrações, por sua vez, resultam em maiores complicações na reconstrução dos mapas alvos. A proposta para construção dos espelhos tal que minimize tais efeitos foi um dos trabalhos executados durante o doutoramento e será descrito à frente. Por ora, tais deformações não serão consideradas.

Como vimos nas Figuras 16 e 18, diferentes canais de frequência terão diferentes feixes instrumentais, i.e., o design óptico do telescópio terá uma resposta angular instantânea diferente. Uma vez que o efeito do feixe é um efeito puramente instrumental, a priori, ele é

invariante por translações do centro do apontamento no céu, $b(\nu, \hat{n}) = b(\nu, \hat{n} + \delta\hat{n})$. Pelo fato dos feixes dependerem da frequência eles afetarão de formas distintas os mapas observacionais de diferentes canais. Para modelar o mapa, pensemos primeiro que o sinal é desfocalizado pelo sistema óptico; isto pois, não há detector real que tenha uma resposta exata num simples ponto do céu. Sendo $\sum_j y_j(\nu', \hat{n})$ os sinais coletados do céu na direção \hat{n} , numa dada frequência ν' , tais sinais serão alterados segundo

$$\sum_j y_j(\nu', \hat{n}) \implies \int d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu', \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j y_j(\nu', \hat{n}') \right) \quad (2.7)$$

Após isso, o sinal coletado passa pelo radiômetro e uma das etapas nesse é o sinal ser filtrado, i.e., ele ser restrito à uma certa faixa de frequência¹². Contudo, o filtro não necessariamente tem resposta igual em todas as frequências, mas sim, tem um *perfil* de resposta. Assim, dado um canal ν ¹³, o filtro terá um perfil $\phi_\nu(\nu')$, para alguma frequência ν' ,

$$\begin{aligned} \sum_j y_j(\nu', \hat{n}) &\implies \int d\nu' \phi_\nu(\nu') \left(\int d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu', \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j y_j(\nu', \hat{n}') \right) \right) \\ &= \int d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} d\nu' b(\nu', \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j \phi_\nu(\nu') y_j(\nu', \hat{n}') \right). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Usemos a hipótese dos sinais poderem ser descritos como o produto de uma função que determina o comportamento espectral da emissão e uma função que a localiza espacialmente, $y_j(\nu', \hat{n}') = \tilde{a}_j(\nu', \hat{n}') s_j(\hat{n}')$. Não somente, assumiremos mais duas hipóteses: (1) que o perfil do filtro tem suporte compacto, i.e., ele é bem localizado dentro do intervalo de frequência estabelecido pelo filtro, e (2) que o feixe é constante para frequências do mesmo intervalo determinado pelo filtro. Essas hipóteses nos possibilita reescrever a relação acima como sendo

$$\begin{aligned} \int d\nu' d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu', \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j \phi_\nu(\nu') y_j(\nu', \hat{n}') \right) &= \int d\nu' d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu, \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j \phi_\nu(\nu') \tilde{a}_j(\nu', \hat{n}') s_j(\hat{n}') \right) \\ &= \int d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu, \hat{n}; \hat{n}') \sum_j \left(\int d\nu' \phi_\nu(\nu') \tilde{a}_j(\nu', \hat{n}') \right) s_j(\hat{n}'). \end{aligned}$$

O último termo à direita entre parênteses nada mais é do que a lei espectral do j -ésimo foreground sujeito ao peso exercido pelo perfil do filtro. Dito de outra forma, o comportamento médio ponderado da lei espectral na dada faixa de frequência. Definamos essa expressão como

$$a_i(\nu, \hat{n}') \doteq \int d\nu' \phi_\nu(\nu') \tilde{a}_i(\nu', \hat{n}'). \quad (2.9)$$

Vide que no caso do perfil ser uma delta de Dirac centrada em ν , $\delta(\nu - \nu')$, ou se \tilde{a}_j for constante dentro da faixa de frequência, temos que: $a_j = \tilde{a}_j$. Dado que o radiômetro introduz ruído - neste trabalho somente trabalharemos com o caso do ruído térmico, que segue uma distribuição de

¹² Por todo texto, estarei usando os termos *banda de frequência*, *canal de frequência* e *faixa de frequência*, a menos que seja especificado um caso diferente. como sinônimos.

¹³ Infelizmente, na literatura acadêmica, é usual que o canal também seja usado com a mesma simbologia que a frequência específica. Por isso, é importante mantermos atentos a definição do texto para cada quantidade.

probabilidade Gaussiana, chamado de ruído branco, ou white noise, durante o mapeamento do céu - $n(\hat{n})$, a expressão geral para o sinal observado registrado numa dada direção \hat{n} do céu para um frequência dentro do canal ν , é

$$x(\nu, \hat{n}) = \int d\Omega_{\hat{n}, \hat{n}'} b(\nu, \hat{n}; \hat{n}') \left(\sum_j a_j(\nu, \hat{n}') s_j(\hat{n}') + x_{21\text{cm}}(\nu, \hat{n}') \right) + n(\hat{n}). \quad (2.10)$$

No caso mais simples do efeito de um feixe, podemos tomar o valor de um sinal na direção \hat{n} como a média do pixel a essa direção associada com os primeiros pixels vizinhos. Esse é um caso dito *naive*, extremamente simplista, para introduzir o efeito do feixe. É muito comum que o feixe seja muito próximo a ser isotrópico. Nesse caso, a expressão acima se simplifica devido a invariância axial esférica, $b(\nu, \hat{n}; \hat{n}') = b(\nu, \hat{n} - \hat{n}')$, e consequentemente temos que tal feixe atua segundo um produto de convolução sobre cada mapa. Portanto, a convolução pode ser feita componente a componente, para cada canal de frequência. No caso de assumirmos uma pixelização do céu, a ideia é exatamente a mesma, apenas trocamos $\int dn' \rightarrow \sum_p$. Neste trabalho, foi usado um feixe gaussiano com a largura a meia altura (FWHM - *Full Width Half Maximum*), assumindo simetria axial esférica $b(\nu, \hat{n} - \hat{n}') = b(\nu, \|\hat{n} - \hat{n}'\|) = b(\nu, \sin \theta) \approx b(\nu, \theta)$, de ($\theta_{\text{FWHM}} =$) 40 arcmin para todos os canais,

$$b(\nu, \hat{n}, \hat{n}') \approx b(\nu, \theta) = e^{-4 \log 2 \left(\frac{\theta}{\theta_{\text{FWHM}}} \right)^2}. \quad (2.11)$$

Essa condição é uma superestimação do lóbulo central dos feixes do BINGO, baseado no maior FWHM para 900 MHz, como descrito em (Abdalla et al., 2022b), e melhor debatido mais à frente. Ou seja, a convolução sempre será centrada no pixel p desfocalizando segundo o decaimento por $b(\theta)$.

2.2.1 Lidando com o feixe sobre os mapas

A priori, os métodos com que lidaremos não estão considerando que os diferentes mapas da análise multifreqüência estão em diferentes resoluções, o que leva a uma série de problemas adicionais ao processo. A forma mais fácil de lidar com essa questão é degradar todos os mapas na mesma resolução e segundo o mesmo feixe, o que seria algo como deconvolver cada mapa e convolver na menor resolução de feixe. Isso poderia ser feito, por exemplo, como (Carucci; Irfan; Bobin, 2020)

$$x(\nu, \hat{n}) = \left[b(\nu, \hat{n}) * \left(\sum_j y_j(\nu, \hat{n}) + x_{21\text{cm}}(\nu, \hat{n}) \right) + n^{\text{wn}}(\hat{n}) \right] * \left(b^{\min}(\nu, \hat{n}) - b(\nu, \hat{n}) \right). \quad (2.12)$$

No caso de não realizar esse processo de deconvolução e convolução com o feixe de menor resolução, nem todo algoritmo saberá lidar. Seja o algoritmo que for, uma das melhores formas de lidar com essa questão é trabalhar no espaço harmônico, como por exemplo faz o algoritmo GNILC.

2.3 Diferentes abordagens e métodos utilizados

Neste trabalho foram utilizados três algoritmos para estimar a matriz mistura (Eq. 2.2), e, por conseguinte, as emissões dos foregrounds: GNILC, GMCA e ICA (este último através do algoritmo FastICA). Todos esses algoritmos são métodos do tipo *blind* (cegos), ou seja, não assumem nenhum conhecimento dos processos físicos das fontes emissoradas. Contudo, cada algoritmo busca fazer a separação entre foregrounds e 21-cm + ruído explorando técnicas diferentes, como serão descritas a seguir. Não estaremos fazendo a descrição minuciosa dos algoritmos, mas sim uma descrição qualitativa que nos permita entender como os algoritmos funcionam. As descrições dos algoritmos podem ser encontradas nas suas respectivas referências.

2.3.1 ICA

O ICA (*Independent Component Analysis*) é uma extensão do PCA (*Principal Component Analysis*) desenvolvido na década de 1980 na área de redes neurais e que se tornou muito comum em resoluções de problemas de inversão linear. O algoritmo é comumente utilizado em dados (simulados ou reais) astrofísicos (e cosmológicos) para modelar e remover emissões de processos físicos. A modelagem explora a hipótese de que fontes astrofísicas são independentes estatisticamente. No caso, dizer que sinais oriundos de diferentes fontes são estatisticamente independentes significa que diferentes sinais não possuem informações uns dos outros. Em jargão matemático, quando dois sinais são (estatisticamente) independentes, a distribuição de probabilidade conjunta dos sinais pode ser escrita como o produto das distribuições de probabilidade individuais.

Algoritmos baseados no ICA procuram por uma matriz transformada linearmente do tipo \mathbb{W} , com cada linha da matriz sendo um vetor e tal que todos os vetores que compõe a matriz sejam independentes mutuamente (Hyvärinen, 1999). É essencial assinalar que este trabalho usou o algoritmo baseado na ICA que não considera o ruído instrumental (Maino et al., 2002). Algoritmos do tipo ICA apenas buscam modelar os foregrounds. As demais componentes que não são espectralmente suaves são tratadas como resíduos da modelagem.

Para compreendermos melhor o funcionamento do algoritmo consideremos o vetor \mathbf{w}_i , que é a i -ésima linha da matriz \mathbb{W} , i.e., $\mathbb{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{N_s}]^T$. Nós queremos procurar por

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^{N_\nu} W_{ij} \mathbf{x}_j = \mathbf{w}_i^T \mathbb{X}, \quad (2.13)$$

em que N_ν é o número de canais de frequência, como uma componente independente (IC, *independent component*). Essa procura é equivalente a buscar pela componente que seja maximamente não-Gaussianiana (Hyvärinen; Karhunen; Oja, 2001). Para cada iteração, o algoritmo baseado no ICA busca por uma variável que seja mais independente do que a variável iterada anteriormente, no sentido de maximizar uma quantidade chamada de *negrentropia*, a ser definida mais à frente. Assim, se nós procurarmos por algo como $\mathbf{y}_i = \mathbf{w}_i^T \mathbb{X} = (\mathbf{w}_i^T \mathbb{A}) \mathbf{s}$, estaremos buscando um operador $\mathbf{e} = (\mathbf{w}^T \mathbb{A})^T$ que assuma valor 1 na i -ésima posição do vetor e 0 nas

demais posições. Isso ocorrerá quando o vetor \mathbf{w}_i for uma das linhas da inversa da matriz mistura. Contudo, a matriz mistura não tem necessariamente uma inversa e nós também não estamos lidando com um problema de inversão do tipo sem ruído. Ou seja, nós não podemos saber exatamente quais são os vetores \mathbf{w} e então nós precisamos encontrar seus estimadores. Pelo teorema do limite central, a combinação linear $\mathbf{e}^T \mathbf{s}$ é mais Gaussiana do que qualquer componente do vetor \mathbf{s} , tornando-se menos Gaussiana a medida que for (aproximadamente) igual a uma das componentes de \mathbf{s} , como, p.ex, quando $\mathbf{e}^T \mathbf{s}$ é (próximo a) s_i . Quando isso ocorre, nós obtemos o \mathbf{e}_i correspondente a \mathbf{w}_i .

A ideia acima pode parecer muito complicada numa primeira leitura, mas é muito importante no sentido do funcionamento do algoritmo. Em suma, o que nós precisamos é maximizar a não-Gaussianidade de $\mathbf{e}^T \mathbf{s}$ para obter a componente correspondente a um respectivo \mathbf{e}_i , ou, equivalentemente, \mathbf{w}_i . Isso não é nada mais do que uma busca na direção na qual as componentes são maximamente não-Gaussianas. O trabalho (Hyvärinen; Karhunen; Oja, 2001) sugere a função *negentropy* como uma medida da não-Gaussianidade, diferente de medidas estatísticas de ordens maiores, tais como *curtose* (a função cumulante de uma variável aleatória de quarta ordem) que segundo o autor

”is not a robust measure of nongaussianity.”

A negentropia é definida como

$$J(\xi) = H(\xi_G) - H(\xi),$$

com H sendo a função entropia, ξ um vetor arbitrário e o subscript G identificando uma variável aleatória Gaussiana com a mesma matriz de covariância que ξ . A desvantagem de usar a negentropia é que ela é computacionalmente muito custosa de ser calculada. Então é necessário estimá-la através de alguma função *contraste* g ,

$$J(\xi) \sim \left[E\{g(\xi)\} - E\{g(\nu_G)\} \right]^2$$

para uma função não-quadrática g e uma variável Gaussiana ν_G , de média zero e variância unitária. O algoritmo ICA usado neste trabalho foi o FastICA, um rápido algoritmo de ponto-fixo que usa a negentropia como uma medida de não-Gaussianidade e $\xi = \mathbf{w}^T \mathbf{z}$, em que \mathbf{z} é o dado *whitened*¹⁴ de \mathbf{x} . Neste trabalho, nós usamos $g(\cdot) = \log \cosh(\cdot)$, com o número máximo de iterações de 20 e tolerância de 0.01, sendo FastICA fornecido pelo pacote em Python *scikit-learn*¹⁵ para obter a matriz mistura e então estimar \mathbb{W} . Uma descrição completa do algoritmo pode ser obtida pelo trabalho (Hyvärinen; Karhunen; Oja, 2001).

¹⁴ White aqui se refere a uma variável que possui matriz de covariância diagonal e composta só por valores unitários. Logo, uma variável *whitened* é uma variável que foi transformada de sua forma inicial para ser *white*.

¹⁵ <https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.decomposition.FastICA.html>

2.3.1.1 FastICA como um problema de optimização

Não é difícil verificar que é possível descrever o algoritmo FastICA através de um problema de optimização. O algoritmo objetiva maximizar a não-Gaussianidade dos sinais através da negentropia. Nós também podemos restringir a matriz \mathbb{W} a ser ortogonal. Então nós definimos o problema de optimização como sendo

$$\{\mathbb{W}\} = \underset{\mathbb{W}}{\operatorname{argmax}} \left\{ J(\mathbb{W}^T \mathbb{X}) + \lambda \|\mathbb{W} \mathbb{W}^T - \mathbb{I}\| \right\} \quad (2.14)$$

com argmax buscando a variável \mathbb{W} que maximize a relação entre chaves.

O FastICA foi introduzido em procedimentos para separação de componentes astrofísicas pelo trabalho (Maino et al., 2002). Desde então, alguns trabalhos têm utilizado o algoritmo para diferentes sinais, como por exemplo em cosmologia de 21-cm na reionização (Chapman et al., 2012) e na pós-reionização (Carucci; Irfan; Bobin, 2020). Para o caso de 21-cm, é importante ressaltar que o FastICA não estima o sinal de 21-cm, tampouco os ruídos instrumentais. Esses dois conjuntos de sinais são deixados como resíduos do processo de estimativa dos foregrounds. O algoritmo possui solução única no problema de optimização, a menos de sinal nas colunas de \mathbb{A} .

2.3.2 GMCA

Para entender o funcionamento do próximo algoritmo a ser descrito, primeiro devemos entender o conceito de esparsidade. Um sinal y é dito ser esparso em um dicionário¹⁶ Φ se ele puder ser representado por poucos elementos do dicionário. Por exemplo, o sinal y pode ser representado por

$$y = \alpha \Phi = \sum_{\gamma \in \Gamma} \alpha_\gamma \phi_\gamma$$

com α_γ sendo os coeficientes da representação. Se y for esparso em Φ , a quantidade de coeficientes não nulos será muito pequena. De modo mais preciso, y é dito ser k -esparso em Φ se o suporte dos seus coeficientes tiver cardinalidade k , ou seja, se houver somente k elementos não nulos. Contudo, sinais de interesse prático não são, em geral, estritamente esparsos (com k muito menor que a quantidade de elementos α_j). Mas, ao invés disso, podem ser compressíveis ou fracamente esparsos, no sentido de que as magnitudes dos coeficientes decaem muito rapidamente (Starck; Murtagh; Fadili, 2010). Logo, seria interessante encontrarmos representações dos sinais em que eles sejam esparsos ou compreensíveis. Nesse sentido, o uso de wavelets para compressão de informações é vasta, como, por exemplo, no uso em armazenamento de informações de digitais de dedos e nos algoritmos de imagens do tipo JPEG2000 (Starck; Siebenmorgen; Gredel, 1997; Starck; Fadili; Murtagh, 2007), por serem muito bem localizadas tanto no domínio do espaço (ou tempo) quanto no da frequência. Assim, wavelets são diferentes

¹⁶ Dicionário é uma generalização de uma base ortonormal formada por uma coleção de formas de onda $\{\phi_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$, com Γ sendo algum conjunto de índices. Um dicionário não é necessariamente completo, ele também pode ser subcompleto ou mesmo sobrecompleto, como por exemplo, sendo formado por uniões de bases ortogonais, o que leva a representações não únicas de um sinal (Chen; Donoho, 1995; Chen; Donoho; Saunders, 2001).

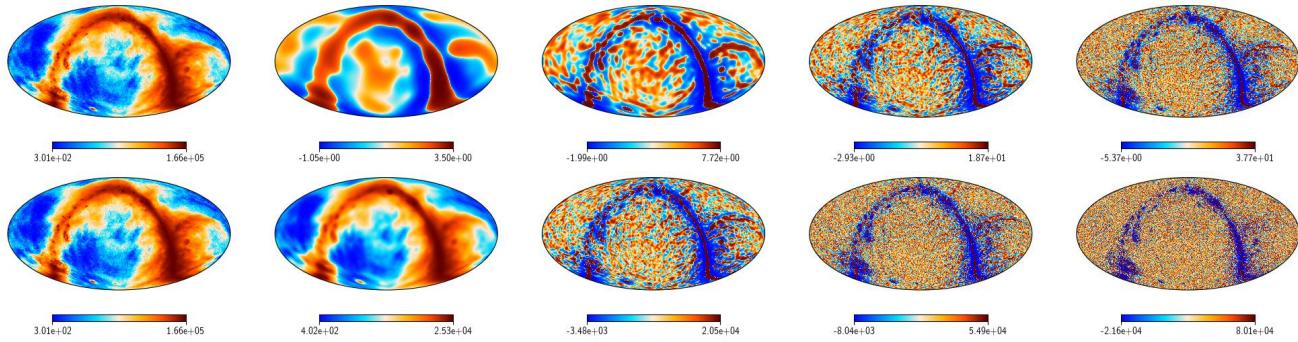


Figura 32 – Os mapas da linhas superior são os mapas de coeficientes da decomposição needlet (do tipo *mexican*) usando o código MTNeedlet (Pietrobon et al., 2010). Nos mapas de baixo são os mesmos mapas de foregrounds na mesma faixa de frequência só que decomposto em quatro camadas starlets.

do caso de Fourier, que é adequado para sinais estacionários, ou seja, só é bem localizada no domínio das frequências. Por essa característica de localidade (suporte localizado), wavelets são úteis para representação esparsa de um dado sinal. Um outro caso, muito importante em astrofísica, são as wavelets sobre superfícies esféricas. Essas wavelets são bem localizadas tanto no espaço harmônico quanto no espaço real. Dois exemplos de aplicações de wavelets na esfera são as *needlets* (Marinucci et al., 2008) e as *starlets* (Starck; Murtagh; Bertero, 2011).

Na Figura 32 está representada a decomposição de um mapa observational com todas as componentes foregrounds, entre 1053-1063 MHz. Na linha superior estão representados os resultados para wavelets esféricas do tipo needlets, que são usadas no algoritmo GNILC - veremos melhor sobre esse algoritmo à frente -, para fazer uma análise localizada no espaço harmônico. Na linha inferior estão representados os resultados para as transformadas starlets, que são comuns para identificação de imagens astronômicas de fontes pontuais que são isotrópicas, ou aproximadamente isotrópicas.

O primeiro trabalho a usar esparsidade como condição de distinção de fontes, problemas do tipo BSS, foi (Zibulevsky; Pearlmutter, 2000). Já (Starck; Donoho; Elad, 2004) apresenta o algoritmo MCA (*Morphological Component Separation*), que usa a ideia de esparsidade no caso de sinais formados por mistura linear instantânea de sinais oriundos de diferentes fontes através de dicionários sobrecompletos para representar os sinais. O método aproveita a representação esparsa dos dados em tais dicionários para separar características baseado em suas morfologias. Ou seja, o método explora esparsidade e diversidade morfológica. Sua extensão multifrequêncial dá origem ao MMCA (*Multichannel MCA*), que assume que cada fonte de sinal s_j pode ser bem representada, de uma maneira esparsa, em um dicionário Φ_j . Por fim, (Bobin et al., 2007) apresenta o GMCA (*Generalized MCA*), que expande o MMCA ao assumir que s_j pode ser representado não por um dicionário, mas por uma composição de diferentes dicionários (que aqui supõe-se sejam bases ortogonais), ou seja, um superdicionário $\mathcal{D} = [\Phi_1^T, \dots, \Phi_D^T]^T$.

Portanto, cada fonte s_j tem a representação

$$s_j = \sum_{k=1}^D \phi_{jk} = \sum_{k=1}^D \alpha_{jk} \Phi_k,$$

ou, na forma matricial,

$$\mathbb{S} = \alpha \mathcal{D}. \quad (2.15)$$

Dizemos assim que s_j é modelada como uma combinação linear de D -componentes morfológicas, ϕ_j , sendo cada componente morfológica esparsa em uma certa base ortogonal. A questão é que a decomposição sobrecompleta leva a uma infinidade de representações esparsas. A restrição a uma solução única se dá lidando com a questão como um problema de optimização buscando pela decomposição que seja mais esparsa.

2.3.2.1 GMCA como um problema de optimização

O GMCA impõe a restrição de que o algoritmo deve buscar, dentre as possíveis representações, a mais esparsa. Ou seja, aquela que contém o menor número de coeficientes não nulos. O problema de optimização pode ser escrito como

$$\{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\alpha}\} = \underset{\mathbb{A}, \alpha}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbb{X}\mathcal{D}^T - \mathbb{A}\alpha\|_{F, \mathbb{C}_N^{-1}}^2 + 2\lambda\|\alpha\|_{\ell_1} \right\} \quad (2.16)$$

sendo o primeiro termo a norma de Frobenius em relação à inversa da matriz de covariância do ruído¹⁷. Note que usa-se como restrição a norma ℓ_1 e não a ℓ_0 , que representaria justamente se o coeficiente é ou não nulo. Isso porque o caso de regularização- ℓ_0 é um problema não convexo e combinatório, que demanda muito processamento computacional. Ao mesmo tempo, diversos trabalhos apresentam o caso de regularização- ℓ_1 como equivalente, além de ser um problema convexo.

Sem entrar nos detalhes do algoritmo, que pode ser encontrado em (Bobin et al., 2007), o algoritmo estima a matriz mistura no espaço formado por \mathcal{D} . Nós podemos resumir a ideia do algoritmo, a cada i -ésima iteração, começando com a matriz $\mathbb{A}^{(i-1)}$ para estimar $\mathbb{S}^{(i)}$, e então atualizamos a matriz mistura para uma nova estimativa, $\mathbb{A}^{(i)}$. A estimativa pode ser feita primeiro aplicando um operador hard-thresholding em $\mathbb{S}^{(i-1)}$ descrevendo estimativa em \mathcal{D} , e tomado a transformada de volta ao domínio real: $\mathbb{S}^{(i)} = \text{HT}_{\lambda^{(i-1)}} [\mathbb{A}^{(i-1)+} \mathbb{X} \mathcal{D}^T] \mathcal{D}$, em que $\lambda^{(i-1)}$ é o i -ésimo parâmetro de threshold. Após isso, nós precisamos atualizar a matriz mistura $\mathbb{A}^{(i)} = \mathbb{X} \mathbb{S}^{(i)+}$.

O algoritmo é comumente usado com wavelets na esfera do tipo starlets. Para o trabalho realizado, a ser apresentado nas próximas seções, foi utilizada a starlet com somente duas decomposições do mapa observacional do BINGO, como na primeira linha à esquerda da Figura 33: uma para descrição das informações de esboço, em grande escala, como na segunda linha à

¹⁷ Seja \mathbb{Z} matriz. A norma de Frobenius podenrada por \mathbb{Q} será definida como sendo $\|\mathbb{Z}\|_{F, \mathbb{Q}} = \text{Tr}(\mathbb{Z} \mathbb{Q}^{-1} \mathbb{Z}^T)$. Logo, o caso em que \mathbb{Q} é a matriz unitária, a norma é o traço da matriz e a denotarei simplesmente por $\|\cdot\|_F$

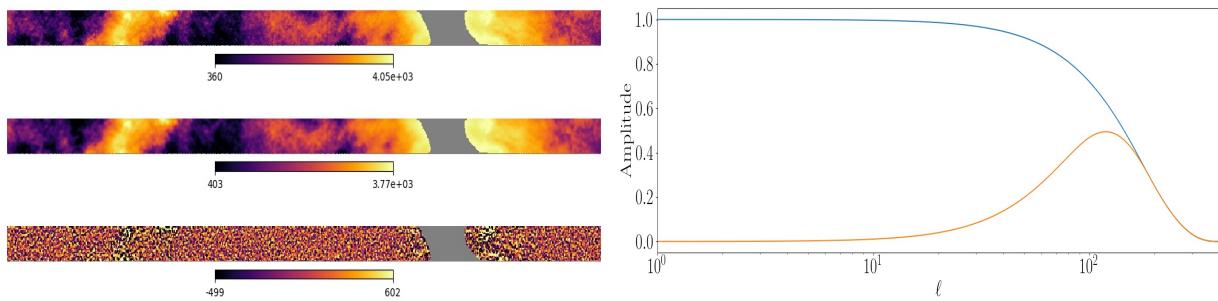


Figura 33 – À esquerda temos representado a ação da starlet sobre uma imagem. As faixas do céu correspondem a cobertura do BINGO. Na primeira linha está o mapa de temperatura observational, an seguida linha o mapa dos coeficientes starlet de escala do mapa observational, e na terceira fileira o mapa dos coeficientes starlet dos detalhes do mapa observational. O gráfico à direita apresenta a função de escala esférica (azul) e a função wavelet esférica para a escala nula (laranja). O mapa dos coeficientes de escala resulta da convolução da função de escala sobre os coeficientes harmônicos do mapa observational. Já o mapa dos coeficientes starlet são obtidos pela convolução da função wavelet com o mapa observational, também no espaço harmônico.

esquerda da Figura 33, segundo a convolução do mapa com a função escala (curva azul); outra, para obter informações de pequena escala (terceira linha), segundo a convolução pela função wavelet de primeira ordem (linha laranja à direita).

O GMCA foi usado em 21-cm para dados da reionização em (Chapman et al., 2012), em que o sinal de 21-cm seja forte o suficiente para ser detectado pelo uso direto do método. Esperaríamos que ele fosse esparsa em certas escalas e fornecesse o tamanho característico dos bolsões ionizados. Como o tamanho dessas bolsões muda com o redshift então o sinal esparsa a partir desses elementos sugeriria um padrão como uma função do comprimento de onda. Contudo, uma vez que os foregrounds possuem uma forma espectral suave, algumas descrições de esparsidade delas na mesma escala do sinal de 21-cm devem permanecer imutáveis com a frequência. Explorando esse fato o trabalho buscou obter o sinal de 21-cm e ruídos como resíduos, ou seja, modelaram-se os foregrounds. Foram recuperados os espectros de potência dos foregrounds com alto grau de precisão. Já para dados de 21-cm de IM, (Carucci; Irfan; Bobin, 2020; Cunningham et al., 2021) obtiveram-se resultados que apontam não haver diferença nos resultado obtidos por GMCA e pelo FastICA. Esse mesmo fato já fora reportado em outro trabalho, (Bobin et al., 2006), que então sugeriu o uso de uma análise mais sutil para verificar a qualidade da estimativa analisando especificamente as matrizes mistura. No caso, a análise realizada apresentou GMCA como melhor do que algoritmos de ICA.

2.3.3 GNILC

Nos contextos astrofísico e cosmológico, o método ILC (*Internal Linear Combination*) foi o primeiro a ser proposto para remoção dos foregrounds dos dados do COBE-DMR (Basak; Delabrouille, 2013). Isto acontece pois o método é baseado em uma técnica simples e efetiva

para extrair os mapas da CMB, ao mesmo tempo em que rejeita os contaminantes. O método também fora usado nos dados do WMAP. Ambas as aplicações se deram no espaço dos pixels, usando o filtro GLS (Eq. 2.6) com \mathbb{Q} sendo a matriz de covariância dos dados observacionais, $\mathbb{R}_X = \langle \mathbb{X} \mathbb{X}^T \rangle$. É comum referir-se à Eq. 2.6 com a matriz de covariância observacional como sendo *filtro ILC*. Um pouco depois, estendeu-se sua aplicação, no caso dos dados do WMAP, para o espaço harmônico e anos depois ao espaço das needlets (que são um tipo de wavelets esféricas com simetria axial) (Delabrouille et al., 2009), passando a se chamar NILC (*Needlet Internal Linear Combination*). Nesse último algoritmo, não somente há a estimativa da matriz \mathbb{W} no espaço harmônico, como ocorre a filtragem dos coeficientes harmônicos dos mapas por needlets de diferentes escalas. Ou seja, sendo $x_{\ell m}$ o coeficiente do mapa observacional (a projeção do mapa numa casca esférica), e $h_\ell^{(j)}$ o filtro que define a needlet numa dada escala j , temos

$$\chi^{(j)}(p) = \sum_{\ell, m} h_\ell^{(j)} x_{\ell m} Y_{\ell m}(p),$$

com p a posição do céu, e com $\chi^{(j)}(p)$ sendo o mapa de coeficientes needlets dos coeficientes harmônicos do mapa observacional na escala j . Ou seja, a estimativa se faz em diferentes bandas de multipolos e para cada pixel p .

O GNILC é a extensão natural do NILC para análise multifrequência (Remazeilles; Delabrouille; Cardoso, 2011), aplicado inicialmente aos dados da CMB com o objetivo de estimar a emissão difusa de uma componente (complexa) originada a partir de múltiplas fontes de emissão correlacionadas. Essas emissões eram emissões de foregrounds Galácticos ou radiação CIB (*cosmic infrared background*) dos dados do Planck (Planck Collaboration et al., 2016; Planck Collaboration et al., 2020b; Planck Collaboration et al., 2020a).

Outro fato importante que devemos destacar é que, como a razão entre os sinais de 21-cm e observacional depende do pixel (i.e., direção), o número de templates (não-físicos) para descrever a contribuição dos foregrounds muda para cada direção do céu. Aqui, falamos de templates não-físicos aqueles que são construídos pelos algoritmos na estimativa da matriz mistura, i.e., as colunas da matriz mistura. Isso porque não há aqui uma estimativa de cada componente dos foregrounds no céu, mas, sim, da sua contribuição total. O fato da razão mudar pode ser identificado se olharmos a razão entre direções dentro e fora da Galáxia. Além disso, embora ruído térmico e sinal de 21-cm sigam uma distribuição gaussiana entre os canais de frequência, foregrounds não seguem. Logo, é essencial termos uma descrição detalhada das contribuições dos foregrounds tanto no espaço real quanto no espaço espectral. Ao movermos a análise do espaço espectral ao espaço harmônico nós podemos usar as características das filtragens localizadas das needlets (Marinucci et al., 2008). Na Figura 34, nós podemos ver um exemplo de decomposição de mapas por needlets, com a needlets descritas no trabalho (Basak; Delabrouille, 2013) que são um conjunto de filtros do tipo cosseno com diferentes *bandcenters*¹⁸ 0, 128 e 383, cada uma correspondendo a um número finito de multipolos (banda

¹⁸ Os *bandcenters* (centros de bandas) determinam os multipolos que correspondem ao pico, mínimo e máximo do filtro needlet descrito em (Basak; Delabrouille, 2013).

de needlets). Cada banda de needlets decompõe o mapa observacional em diferentes escalas, como apresentado na Figura 34.

2.3.3.1 GNILC como um problema de optimização

Grosseiramente dizendo, o GNILC pode ser resumido como sendo um algoritmo que busca por um filtro que tenha resposta unitária ao sinal alvo e bloqueia todos os os demais sinais. Seguindo (Remazeilles; Delabrouille; Cardoso, 2011), nós podemos descrever o algoritmo segundo o seguinte problema de optimização

$$\{\hat{\mathbb{A}}, \hat{\mathbb{S}}\} = \underset{\mathbb{A}, \mathbb{S}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbb{W}\|_{F, \mathbb{R}_X^{-1}}^2 + \|\Lambda^T (\mathbb{A} - \mathbb{W}\mathbb{A})\|_F \right\}, \quad (2.17)$$

com Λ sendo uma matriz que contém os multiplicadores de Lagrange. A solução do problema de optimização acima é exatamente a da Eq. 2.6 com $\mathbb{Q} = \mathbb{R}_X^{-1}$. No entanto, o GNILC realiza a estimativa não no espaço real, mas no espaço das needlets; ou seja, usando a matriz dos coeficientes needlets em cada intervalo de multipolos - segundo um filtro por banda de needlets - e então estimando as contribuições dos foregrounds em cada uma das bandas. Por último, aplica-se a transforma needlet inversa em tais últimos mapas para estimar os mapas foregrounds no espaço real.

O GNILC usa um espectro de potência angular dos sinais alvos para medir a razão sinal ruído e separar os graus de liberdade do alvo e dos sinais não desejados. Ou seja, o algoritmo usa um template de emissões 21-cm base para medir os graus de liberdade das contribuições dos foregrounds, N_s , nas contribuições por bandas de needlets e pixel.

Para mapas de 21-cm, o GNILC foi usado pela primeira vez no trabalho (Olivari; Remazeilles; Dickinson, 2016). Diferentemente dos trabalhos anteriores do GNILC, o trabalho usa a dimensão N_s para representar os graus de liberdade das emissões de foregrounds mais ruído instrumental, e realiza a estimativa desse valor usando o método *Akaike Information Criterion* (AIC) (Akaike, 1974; Bozdogan, 1987). Para o nosso trabalho, separamos os foregrounds dos sinais de 21-cm mais ruído. Esses últimos sinais são projetados no subespaço de dimensão ($n_{\text{ch}} - N_s$). Dito de outra forma, o GNILC opera uma decomposição de valor singular (SVD, *singular value decomposition*) da matriz de covariância dos dados whitened

$$\hat{\mathbb{R}}_{\text{prior}}^{-1/2} \mathbb{R}_X \hat{\mathbb{R}}_{\text{prior}}^{-1/2} = \hat{\mathbb{U}} \hat{\mathbb{D}} \hat{\mathbb{U}}^\dagger, \quad (2.18)$$

com $\hat{\mathbb{R}}_{\text{prior}}$ sendo a matriz de covariância do template base (prior). As matrizes $\hat{\mathbb{U}}$ e $\hat{\mathbb{D}}$ são compostas pelos autovetores e autovalores, respectivamente, do termo à esquerda da Eq. 2.18. A matriz dos autovetores é quebrada em duas partes: uma das contribuições dos foregrounds (FG) e outra das contribuições 21cm mais ruído (21cm+N), $\hat{\mathbb{U}} = [\hat{\mathbb{U}}_{\text{FG}}, \hat{\mathbb{U}}_{21\text{cm}+\text{N}}]$. O método AIC realiza a estimativa da dimensão do espaço 21cm + noise, i.e., a dimensão de $\hat{\mathbb{U}}_{21\text{cm}+\text{N}}$. Assim, o GNILC obtém a matriz mistura por

$$\hat{\mathbb{A}} = \hat{\mathbb{R}}_{\text{prior}}^{1/2} \hat{\mathbb{U}}_{21\text{cm}+\text{N}}. \quad (2.19)$$

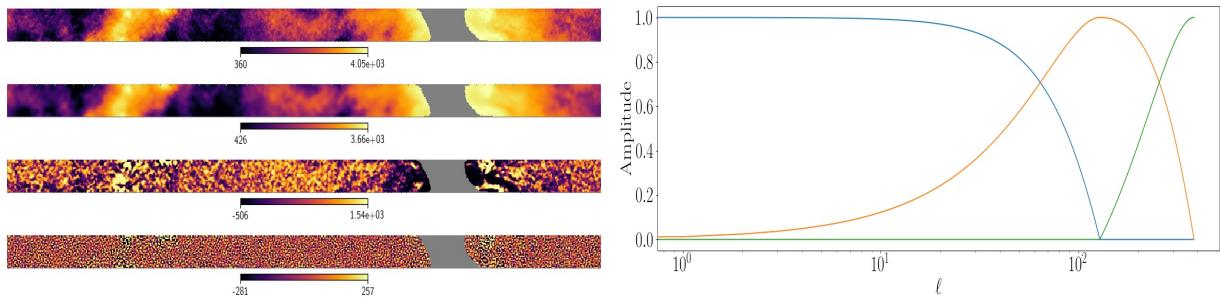


Figura 34 – Nos mapas à esquerda, a primeira linha contém o faixa do céu a ser coberta pelo BINGO com todas as contribuições de sinais esperados. As três faixas abaixo são os resultados da ação de needlets (gráfico à direita) no mapa observacional. A segunda faixa representa o mapa do coeficiente needlet nulo, devido a ação da função escala (em azul na imagem à direita) de bandcenter 0. A terceira faixa está associada à função needlet (em laranja) de bandcenter 128; e a última faixa, à função needlet (em verde) de bandcenter 383. Todos os mapas estão em unidades de mK.

Com a matriz mistura estimada e a matriz dos coeficientes needlets, o GNILC então estima o filtro ILC multidimensional em cada pixel e cada banda de needlets - aqui identificada por j -,

$$\hat{\mathbf{x}}_{21\text{cm}+N}^{(j)}(p) = \mathbb{W}^{(j)}(p)\mathbf{y}^{(j)}(p). \quad (2.20)$$

em que $\hat{\mathbf{x}}_{21\text{cm}+N}^{(j)}(p)$ é a estimativa multicanal da composição 21cm + ruído por pixel e em cada j -ésima banda de needlets. Após fazer todo esses processos para todas as bandas de needlets e estimar todos os sinais alvos por pixel e intervalo de multipolo, o GNILC realiza a transformada needlet inversa (INT) e fornece os mapas de 21cm+ruído no espaço dos pixels,

$$\{\hat{\mathbf{x}}_{21\text{cm}+N}^{(j)}(p)\} \xrightarrow{\text{INT}} \hat{\mathbf{x}}_{21\text{cm}+N}(p)$$

A descrição completa do algoritmo pode ser vista no trabalho (Fornazier et al., 2022). Em nosso trabalho, nós construímos o template base como sendo a composição de diferentes templates a partir de realizações aleatórias de 21cm + white noise.

2.4 Processo de desenviesamento

Os algoritmos descritos anteriormente têm a função de estimar e remover as contribuições dos foregrounds dos dados observados (e registrados). O passo seguinte é estimar os sinais de 21-cm a partir do resíduo dos algoritmos anteriores. Como vimos, 21cm+ruído não são modelados pelos algoritmos. Além desses, os resíduos conterão erros das próprias modelagens das contribuições dos foregrounds. Ou seja, erros do funcionamento dos próprios algoritmos. Retornando a representação matricial das observações em diferentes frequências (Eq. 2.2), a estimativa (em forma matricial) dos foregrounds é

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{FG}} \doteq \hat{\mathbf{Y}} = \mathbb{W}_{\text{FG}}\mathbf{X}.$$

Logo, a estimativa dos mapas de 21-cm + ruído, a menos de erro de modelagem, é

$$\hat{\mathbf{X}}_{21\text{cm}+N} = \mathbf{X} - \mathbb{W}_{\text{FG}}\mathbf{X}.$$

Neste trabalho foram utilizados entre 25 e 400 simulações de 21-cm e de ruído térmico, gerados por diferentes realizações. A estimativa do espectro de potência angular de 21-cm foi feita usando a função ANAFAST do código *healpy*¹⁹, que é um estimador do espectro de potência angular da versão em python do HEALPix (Górski et al., 2005). Se $a_{\ell,m}^{(F)}$ é o coeficiente harmônico de um campo F, o (auto-)espectro de potência angular associado a esse campo é dado por

$$\hat{C}_\ell^{(F)} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^{(F)\dagger} a_{\ell m}^{(F)}$$

Daqui para frente, será útil usarmos um notação mais compacta para o espectro de potência angular. Usaremos a notação ${}_{(b)}^{(a)}\hat{C}_\ell^{(c)}$ com a , b e c denotando a realização usada, o algoritmo de remoção dos foregrounds (GNILC, GMCA or FastICA) e o tipo de mapa (p.ex., 21-cm e/ou ruído N), respectivamente. O "chapéu" define qual é o valor estimado para a quantidade com o "chapéu". No caso do espectro de potência angular, o chapéu representará que o C_ℓ é estimado segundo o processo de desenviesamento. Portanto, para um algoritmo específico M e para uma realização L_i , o espectro de potência angular de 21-cm estimado é dado por

$${}_{(M)}^{(L_i)}\hat{C}_\ell^{(21cm)} = \frac{{}_{(M)}^{(L_i)}C_\ell^{(R)}}{S_\ell} - \left\langle {}_{(L_j)}^{(L_i)}C_\ell^{(N)} \right\rangle_{L_j}^{j \neq i},$$

com o R identificando que se deve ao resíduo do método M , ou seja, a componente não modelada pelos algoritmos (21-cm e N), mais o erro de modelagem; e

$$S_\ell = \left\langle \frac{{}_{(M)}^{(L_j)}C_\ell^{(R)}}{{}_{(L_j)}^{(L_i)}C_\ell^{(21cm + N)}} \right\rangle_{L_j}^{j \neq i}, \quad (2.21)$$

em que $\langle \rangle_{L_j}^{j \neq i}$ descreve a média sobre todas as realizações exceto a realização L_i ; i.e., para $L_j \in (L_0, \dots, L_{i-1}, L_{i+1}, \dots, L_{n_r-1})$.

2.5 Estimador da variância

Para estimar a variância dos resultados, foram testados dois métodos de reamostragem: Jackknife e Bootstrap (Shao; Tu, 2012; Konishi, 2014). Contudo, ambos tiveram resultados muito próximos, com a diferença do método Jackknife ser muito menos custoso computacionalmente. Logo, usamos o método Jackknife para criar amostras a partir de uma inicial. O método funciona excluindo sequencialmente uma observação por vez em um determinado conjunto de dados e, em seguida, recalculando as estatísticas desejadas. Em nosso caso, queremos estimar a variância dos espectros de potência angulares para cada multipolo e cada canal de frequência. Então, definimos um vetor contendo espectros de potência angulares com multipolo ℓ e canal ν fixos; todavia, para diferentes realizações, exceto a i -ésima realização dentre n_r realizações possíveis,

$${}^{(-i)}\mathbf{C}_\ell \doteq \left({}^{(L_0)}C_\ell, \dots, {}^{(L_{i-1})}C_\ell, {}^{(L_{i+1})}C_\ell, \dots, {}^{(L_{n_r-1})}C_\ell \right)^T.$$

¹⁹ <https://healpy.readthedocs.io/en/latest/>

Assim, podemos construir n_r novas amostras a partir de uma inicial. Sendo G uma função que nos dá algum estimador associado com a amostra, definiremos o estimador como sendo

$${}^{(-i)}\hat{\theta}_{(\ell)} = G \left({}^{(-i)}\mathbf{C}_\ell \right).$$

É conveniente definir uma matriz composta por todos os valores estimados

$${}^{(-i)}\hat{\Theta} = \left({}^{(-i)}\hat{\theta}_{(\ell_{\min})}, \dots, {}^{(-i)}\hat{\theta}_{(\ell_{\max})} \right)^T$$

Assumindo que G seja a função que calcula o valor médio,

$${}^{(-i)}\hat{\theta}_{(\ell)} = \frac{1}{n_r} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n_r-1} {}^{(L_j)}C_\ell, \quad (2.22)$$

podemos obter a variância por Jackknife usando a relação

$$\hat{\sigma} = \frac{n_r - 1}{n_r} \sum_{j=0}^{n_r-1} \left({}^{(-j)}\hat{\Theta} - \langle \Theta \rangle \right) \left({}^{(-j)}\hat{\Theta} - \langle \Theta \rangle \right)^T, \quad (2.23)$$

em que

$$\langle \Theta \rangle := \frac{1}{n_r} \sum_{j=0}^{n_r-1} {}^{(-j)}\hat{\Theta}.$$

2.6 Teste χ^2

Para quantificar os resultados obtidos pelos diferentes algoritmos, usamos o teste de χ^2 , que é uma medida da qualidade do ajuste do modelo para estimar os dados. Também usamos a variância calculada pelo método Jackknife (Eq. 2.23) como uma medida da variância para cada espectro de potência angular por multipolo e por canal de frequência.

Considerando o vetor do espectro de potência angular de um mapa (de um campo arbitrário) F , em um canal de frequência específico ν , como sendo

$$\mathbf{C}^F(\nu) = \left(C_{\ell_{\min}}^F(\nu), C_{\ell_{\min}+1}^F(\nu), \dots, C_{\ell_{\max}}^F(\nu) \right),$$

podemos calcular o χ^2 de uma realização específica i , L_i , e para um algoritmo M ($M \in \{\text{GNILC, GMCA, FastICA}\}$), como

$${}_{(M)}^{(L_i)}\chi^2(\nu, \ell) = \frac{\left({}_{(M)}^{(L_i)}\hat{C}_\ell^F(\nu) - {}_{(M)}^{(L_i)}C_\ell^F \text{ sim}(\nu) \right)^2}{\hat{\sigma}_\ell^2(\nu)} \quad (2.24)$$

com $\hat{\sigma}^2(\nu) = (\hat{\sigma}_{\ell_{\min}}^2(\nu), \dots, \hat{\sigma}_{\ell_{\max}}^2(\nu))$ sendo o vetor calculado pelo método Jackknife. O termo *sim* identifica que o dado campo é a contribuição simulada.

Outras medidas interessantes são as que podem quantificar uma quantidade similar a χ^2 , mas só por canal ou só por multipolo, ou mesmo para ambas as variáveis. Ou seja, uma quantidade que seja uma marginalização de uma das variáveis ou das duas variáveis. Para o

caso só dos canais (marginalizando sobre os multipolos) nós podemos definir essa quantidade como sendo a média de todos os χ^2 de um mesmo canal, com a soma dos multipolos sendo entre um valor mínimo e um valor máximo, ℓ_{\min} e ℓ_{\max} , respectivamente, e dividindo-o pela quantidade de multipolos,

$$\frac{(L_i)}{(M)} \chi_{\text{eff}}^2 (\nu) = \frac{1}{n_\ell} \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \frac{(L_i)}{(M)} \chi^2 (\nu, \ell) , \quad (2.25)$$

com n_ℓ sendo o comprimento de $\ell = (\ell_{\min}, \dots, \ell_{\max})$. O caso da marginalização sobre os canais é exatamente igual, com o fato de n_ν ser o número de canais de frequências usado,

$$\frac{(L_i)}{(M)} \chi_\ell^2 = \frac{1}{n_\nu} \sum_{\nu=0}^{n_\nu-1} \frac{(L_i)}{(M)} \chi^2 (\nu, \ell) . \quad (2.26)$$

Supomos que o χ^2 global seja aquele que marginaliza sobre as duas variáveis,

$$\frac{(L_i)}{(M)} \chi_{\text{overall}}^2 = \frac{1}{n_\nu} \sum_{\nu=0}^{n_\nu-1} \frac{(L_i)}{(M)} \chi_{\text{eff}}^2 (\nu) = \frac{1}{n_\nu n_\ell} \sum_{\nu=0}^{n_\nu-1} \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \frac{(L_i)}{(M)} \chi^2 (\nu, \ell) . \quad (2.27)$$

2.7 Resultados

Após esse longo trajeto, podemos enfim verificar os resultados obtidos através dos três algoritmos de reconstrução de emissões astrofísicas e cosmológicas indesejadas, e então a qualidade na reconstrução dos sinais de 21-cm para diferentes faixas de frequências, correspondendo a diferentes períodos do Universo (i.e., diferentes bins de redshift). O caminho até aqui foi construído para que esse trabalho fosse o mais autoconsistente quanto fosse possível, fornecendo o arcabouço e ferramentário da teoria de 21-cm, da instrumentação, de algoritmos e das análises estatísticas que possibilitassem a compreensão dos resultados.

Em um breve resumo sobre os dados usados, foram construídas 400 simulações de 21-cm e de ruído branco, fatiadas em 30 canais de frequências diferentes. Isto foi feito com o objetivo de se estudar o hemisfério sul celeste em declinação entre -22.5° e -7.5° e para redshifts entre 0.13-0.48 (frequências 960-1260 MHz), igualmente espaçados em 30 regiões, que correspondem a canais de frequência de 10 MHz de largura. Para nos restringirmos à região de interesse, foi usada uma máscara binária, i.e., uma máscara que assume valores 0 para as regiões não cobertas pelo radiotelescópio e 1 para regiões cobertas. A máscara tem uma segunda parte de corte de observação devido à alta emissão Galáctica, que dificulta imensamente a reconstrução do sinal de 21-cm. Os contaminantes astrofísicos e cosmológicos utilizados foram: synchrotron, free-free (bremsstrahlung térmico), emissão de poeira Galáctica do tipo AME, CMB e emissões extragalácticas de fontes (ou conjunto de fontes) não-resolvidas. Os mapas de 21-cm foram gerados pelo código FLASK que os gera segundo distribuições lognormal para evitar efeitos não-físicos nos mapas, mas conservando as mesmas propriedades desejadas. Todos os mapas do céu foram convoluidos com um feixe gaussiano com FWHM = 40 arcmin. Isso pois, num primeiro momento, nos concentrarmos no caso de somente tomar o lóbulo principal do feixe, sem os sidelobes, que como já apresentado e melhor detalhado em (Abdalla et al., 2022b), é muito

bem aproximado por uma gaussiana. Além disso, embora o FWHM dependa da frequência, foi assumido nesse trabalho que todos os mapas estão na mesma resolução, que é a menor delas.

Dentre os três algoritmos utilizados no trabalho, dois deles, no caso FastICA e GMCA, não estimam o número de templates não-físicos usados para descrever a contribuição dos foregrounds. Dito de outra forma, dois deles não determinam de maneira interna o número de colunas da matriz mistura. Essa é uma informação a ser fornecida inicialmente aos códigos. Por isso, a primeira coisa que fizemos foi analisar o efeito que subestimar ou superestimar esse valor pode causar no resultado final dos dados de 21-cm.

2.7.1 Influência da dimensão da matriz mistura nas estimativas segundo GMCA e FastICA

O tipo de restrição no céu da parte a ser coberta pelo BINGO nos mapas simulados é realizado pelo mascaramento das regiões a não serem investigadas, e que é uma decisão importante principalmente devido ao impacto de diferentes emissões astrofísicas e cosmológicas sobre o sinal total observado. Isso pois, tal restrição do céu pode alterar o fluxo de certas emissões que são mais concentradas em certas regiões do céu observado. No caso do BINGO, o efeito pode ser visto na Figura 35, que apresenta os espectros de potência angulares para cada uma das componentes dos foregrounds usadas no trabalho. Os espectros são divididos em dois grupos: aqueles de cobertura total do céu (linhas pontilhadas) e aqueles restritos à região do BINGO (linhas contínuas). Dos espectros de potência angulares dos casos mascarados, há três componentes (synchrotron, free-free e FRPS²⁰) com potência significativamente maior do que as outras duas (AME e CMB). As três emissões mais fortes sobrepõem as outras emissões, com destaque para o caso entre fontes pontuais e free-free, que alteram no nível de influência do caso de céu inteiro à céu parcial. Mascarar o céu à região do hemisfério sul diminui a influência das emissões da Galáxia, como é o caso da free-free, e aumenta a contribuição das emissões extragaláticas, com ambas emissões contribuindo quase que igualmente à potência total a $l \leq 10$ (grandes escalas). Já emissões synchrotron claramente dominam as emissões mesmo quando restringimos a região do céu.

Diferente do GNILC, como dito anteriormente, FastICA e GMCA não têm uma forma interna para medir a contribuição dos foregrounds nos mapas observacionais, i.e., eles não estimam N_s . Notemos que N_s é o número de componentes de foregrounds das observações e n_s é o número de templates não-físicos assumidos para representar os sinais totais dos foregrounds. Lembremos que no contexto das remoções de foregrounds do tipo blind (cego) não sabemos *a priori* quais componentes de foregrounds compõe as observações. Portanto, é necessário que tenhamos uma maneira de escolher o parâmetro n_s . O GNILC usa o método AIC e estima o valor do parâmetro por bandas de needlets e por pixel. Para o GMCA e FastICA, nós computamos os autovalores normalizados da matriz de covariância de um mapa observational usado como referência - por "referência" aqui queremos dizer que é a realização assumida como a realização

²⁰ FRPS foi o acrônimo usado nos gráficos para identificar as fontes pontuais fracas em frequência de rádio.

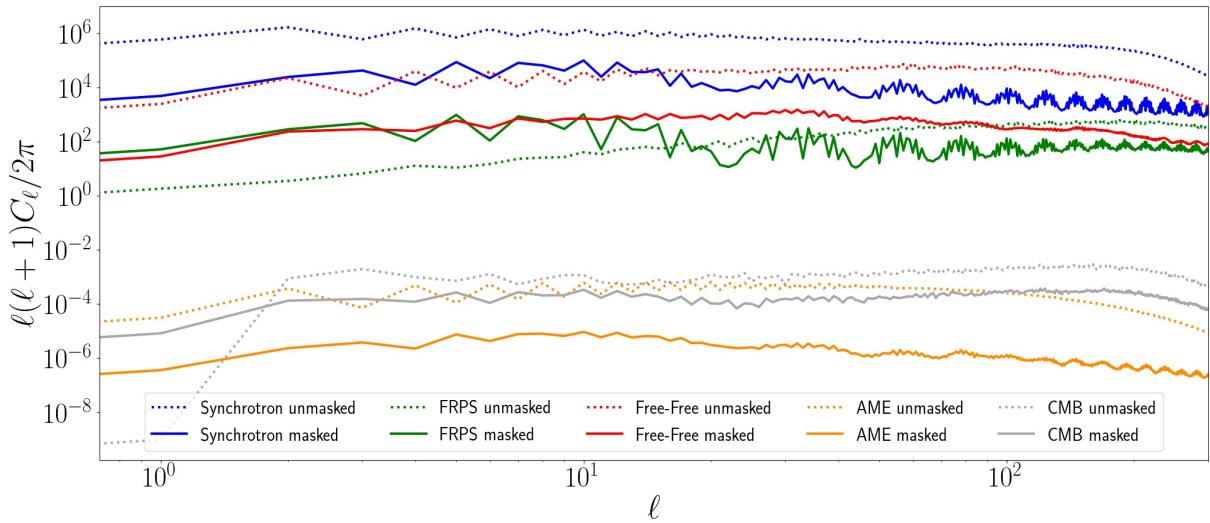


Figura 35 – Espectro de potência angular só para região do BINGO (masked) (linhas sólida) e para céu inteiro (unmasked) (linha tracejada). Os espectros são de cada uma das componentes foregrounds utilizadas no trabalho: CMB (cinza), AME (laranja), Free-Free (vermelho), FRPS ou fontes pontuais (verde) e Synchrotron (azul).

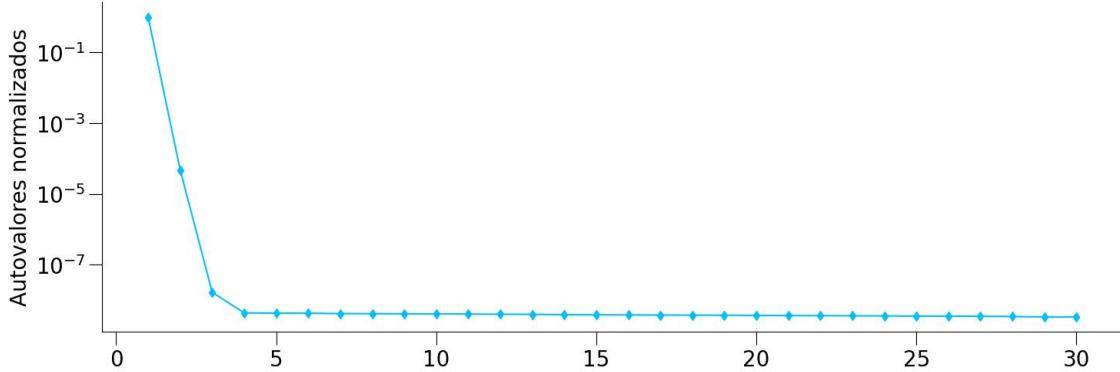


Figura 36 – Autovalores normalizados da matriz de covariância dos mapas observacionais do BINGO. A normalização é feito dividindo todos os autovalores pela soma deles. Dado que a dimensão da matriz mistura é limitada pelo número de canais de frequência, existem somente três autovalores que contribuem significativamente. Esse resultado correabora com os melhores valores de n_s para o FastICA e o GMCA.

descrevendo o nosso Universo - como mostrado na Figura 36. Os ruídos + 21-cm são sinais subdominantes nos dados observacionais, uma vez que os sinais de foregrounds, como vimos por diferentes maneiras, são extremamente mais fortes. Como uma consequência desse fato, os autovalores das três componentes mais fortes dos foregrounds contêm quase toda informação. Contudo, a escolha do parâmetro n_s é uma questão sutil, pois o valor assumido pode ser maior ou menor do que o necessário. Se n_s assumir valor maior, o processo de remoção dos foregrounds pode ser tão agressivo que também extraíra sinais de 21-cm, levando assim a uma superestimação da contribuição dos foregrounds e, consequentemente, uma subestimação dos sinais de 21-cm. Se o valor assumido para o parâmetro for menor do que o necessário, o processo de remoção dos foregrounds poderá levar a uma forte contaminação nos dados 21 cm + ruído,

e consequentemente, poderá levar a uma superestimação nos sinais de 21-cm. Logo, é esperado que o impacto de tal escolha afete o resultado final mesmo após o desenviesamento dos dados pelo ruído instrumental. Isso justifica a necessidade de realizarmos uma análise cuidadosa para escolhermos os valores de n_s .

Nós usamos três configurações para o FastICA e o GMCA, $n_s \in \{2, 3, 4\}$. Todas as análises foram feitas com (até) 400 realizações. A qualidade dos resultados foi analisada pelos valores de χ_{eff}^2 (Eq. 2.25) e está apresentada na Figura 37. A variância, como dito anteriormente, foi calculada pelo método Jackknife (Eq. 2.23), tomando diferentes realizações como sendo a realização referência no processo de desenviesamento e gerando um χ_{eff}^2 para cada uma das configurações. Para as curvas, foram usadas as mesmas realizações previamente assumidas como sendo as de referência. As curvas tracejadas em preto representam $\chi_{\text{eff}}^2 = 1$. Para $n_s = 2$, embora χ_{eff}^2 da configuração FastICA seja compatível com o valor 1 para todos os canais, sua variância assume valores grandes o suficiente para também serem compatíveis com valores muito maiores do que 1. Assumir somente dois templates não-físicos para descrever a contribuição dos foregrounds leva a uma certa quantidade de sinais de foregrounds que vazam para 21cm+ruído, e então o espectro de potência angular de 21-cm é superestimado.

Por outro lado, ao adotarmos o valor $n_s = 4$, as variâncias do χ_{eff}^2 são quase todas menores do que o caso $n_s = 2$ e todos os valores são compatíveis com o valor de 1 dentro de um sigma. Mesmo para $n_s = 4$, os valores da variância são grandes, e o terceiro canal é representativo da amplitude da variância devido a existir mais flutuações entre as realizações assumidas e, muito provavelmente, tal amplitude se deva a estimativa agressiva dos foregrounds, levando a uma perda de sinal de 21-cm. Como essa adição tem um autovalor menor, ocorre apenas uma mudança sutil. As linhas vermelhas da Figura 37 descrevem os melhores resultados com menor variância e quase todos valores compatíveis com um, como apresentado na parte inferior da figura.

A explicação para $n_s = 3$ ser a melhor escolha passa pelo fato de synchrotron, free-free e fontes pontuais serem as emissões dominantes na região de cobertura do BINGO. A importância das emissões das fontes pontuais pode também ser vista na Figura 38, em que temos uma medida da variância total do campo de temperatura de brilho, dada por

$$\langle \Delta^2 \rangle(\ell_{max}) = \int_2^{\ell_{max}} d \ln \ell \frac{\ell(\ell + 1)}{2\pi} C_\ell, \quad (2.28)$$

com $\ell_{max} \in \{2, 3, \dots, 300\}$. Basicamente, o termo integrado acima é a variância por unidade de $\ln \ell$, e a área abaixo dele corresponde a variância total. A Figura 38 corresponde ao resultado para o décimo canal de frequência. É possível ver na figura exatamente o quanto maior são as três principais componentes de foregrounds na região do céu correspondente ao BINGO, o que explica o por que nós precisamos de três templates não-físicos para descrever a contribuição dos foregrounds para os dados observacionais.

Na Figura 38, também é possível vermos que a variância total do sinal de 21-cm (+ ruído) excede a variância total da emissão AME quando é integrada até multipolos $\ell_{max} > 20$; e a

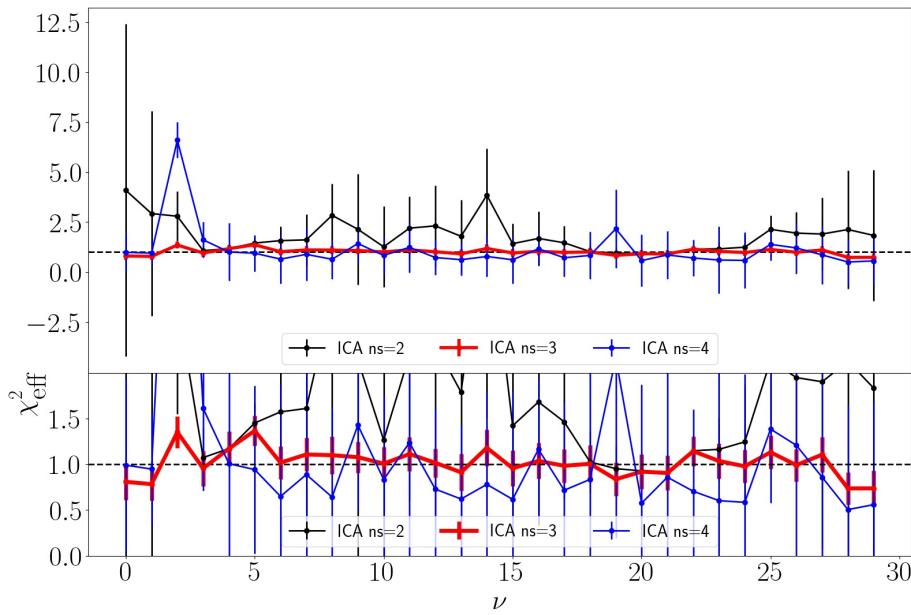


Figura 37 – Qui-quadrado efetivo (Eq. 2.25) para os resultados do FastICA com três diferentes números de colunas da matriz mistura: 2 (preto), 3 (vermelho) e 4 (azul). O gráfico abaixo é um a restrição do gráfico acima na região que aparece o comportamento da curva vermelha As barras de erro foram calculadas pelo método Jackknife a partir de 400 realizações

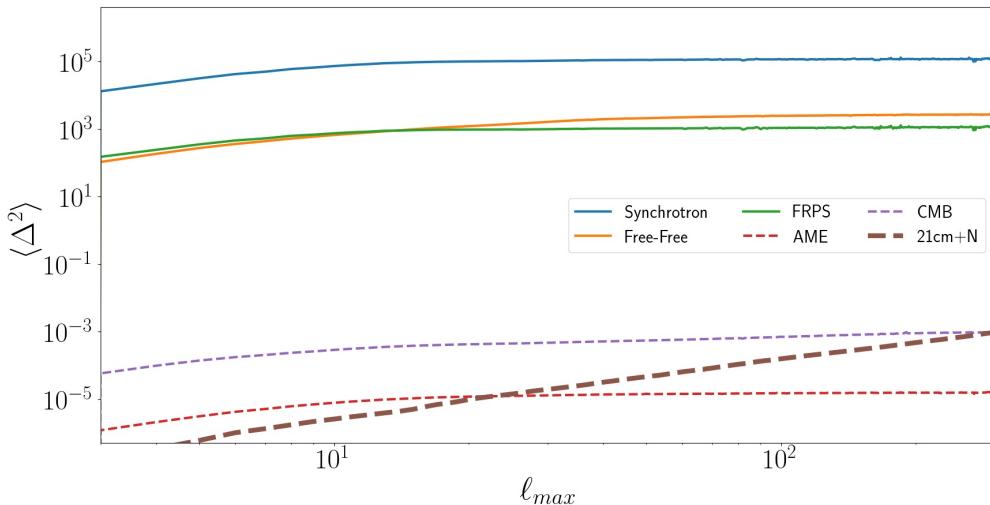


Figura 38 – Variância total da do campo de temperatura (Eq. 2.28) de cada componente do foreground e das componentes não modeladas (21cm+N). As linhas sólidas representam as componentes mais fortes e as linhas tracejadas as mais fracas.

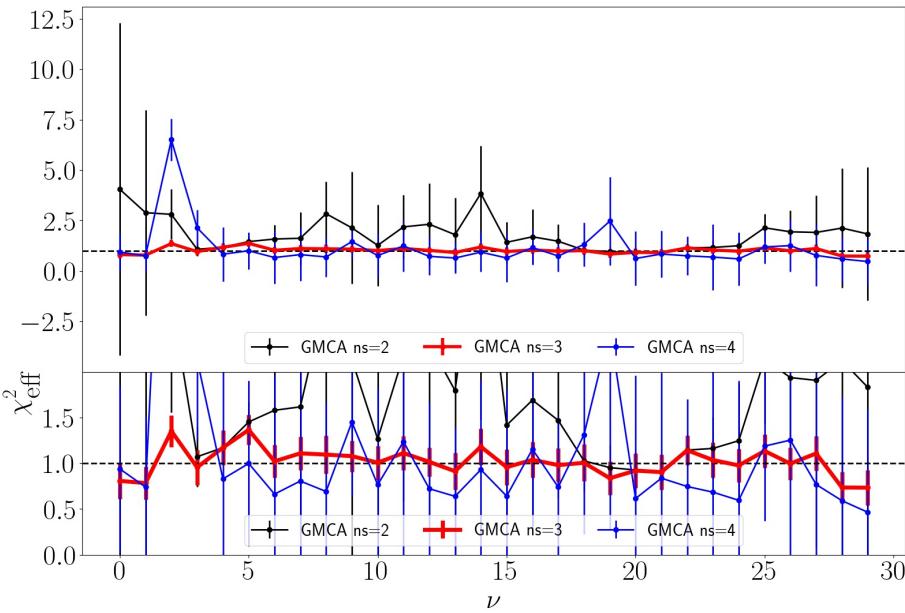


Figura 39 – Qui-quadrado efetivo (Eq. 2.25) para os resultados do GMCA com três diferentes números de colunas da matriz mistura: 2 (preto), 3 (vermelho) e 4 (azul). O gráfico abaixo é um a restrição do gráfico acima na região que aparece o comportamento da curva vermelha As barras de erro foram calculadas pelo método Jackknife a partir de 400 realizações.

n_s	FastICA	GMCA
2	1.8(4)	1.8(4)
3	1.02(4)	1.02(4)
4	1.1(2)	1.1(2)

Tabela 2 – χ_{overall}^2 para diferentes números de colunas da matriz mistura. Os cálculos assumiram 400 realizações.

variância total da CMB, quando integrada até multipolos $\ell_{max} > 300$. Essa é uma informação muito importante devido a esse intervalo de multipolos corresponder ao intervalo em que ocorre a melhor estimativa dos espectros de potência angulares de 21-cm. Abaixo desse intervalo, existe uma maior variância dos espectros de potência angulares estimados; e acima dele, a estimativa é pior e com uma menor variância, como podemos ver na Figura 40. Os valores de χ_{ℓ}^2 são similares aos Eq. 2.25, mas para canais de frequência e não multipolos, como descrito na Eq. 2.26.

Resultados similares foram obtidos com o algoritmo GMCA, com a diferença de que esse realiza a decomposição esparsa no espaço starlet. Os resultados obtidos para o GMCA têm interpretação similar às realizadas para o FastICA quanto ao valor de n_s e podem ser vistos na Figura 39. Os valores para χ_{overall}^2 (Eq. 2.27) estão apresentados na Tabela 2. Nessa tabela, é possível vermos que FastICA e GMCA são estatisticamente iguais quando nenhum outro parâmetro é alterado.

Performances similares entre ambos algoritmos já foi publicado em alguns trabalhos an-

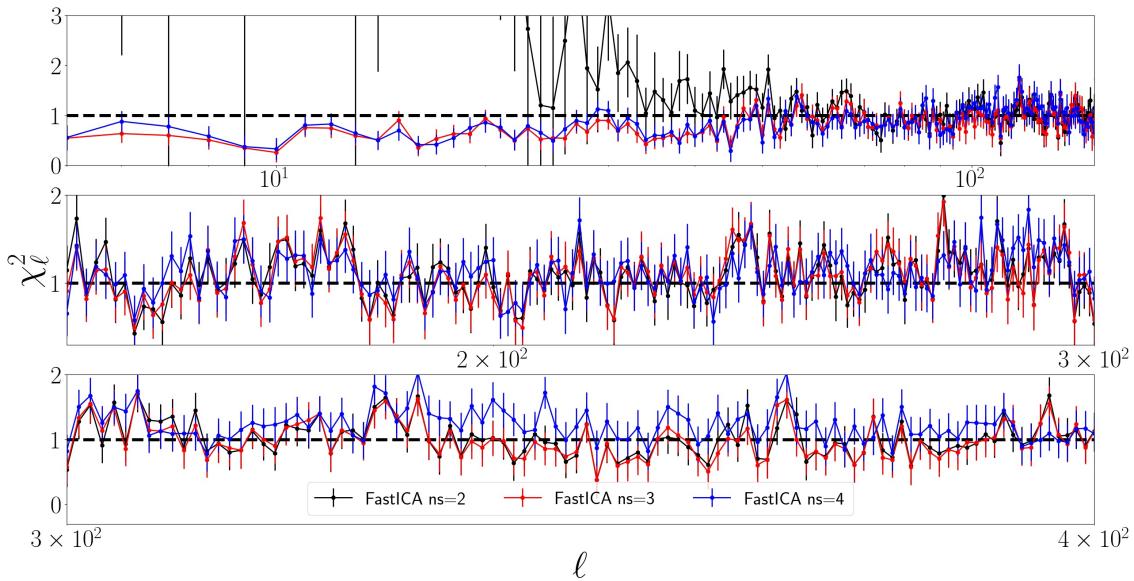


Figura 40 – χ_ℓ^2 is the $\chi^2(\nu, \ell)$ mean over the channels. There are three different plots - displayed in three windows- each one with a certain number of non-physical templates (ns) to reconstruct the foreground contribution with FastICA and then debias the residuals for 400 realizations. Each window (row) represents a range of the multipole: 0-20, 21-300, and 301-400. The region within 20-300 corresponds to the better results for reconstruction; at the same time, it is the region where the 21cm + white noise (prior) is higher than AME and smaller than CMB emissions.

teriores (Bobin et al., 2007; Cunningham et al., 2021). A razão exata desse fato ainda não está clara, e possivelmente análises estatísticas de ordem maior podem ser uma alternativa para tal explicação. A similaridade dos resultados explica a indiferença entre os resultados obtidos no espaço starlet e no espaço real. Contudo, embora nós tenhamos mostrado acima que os resultados estatísticos após desenviesamento são estatisticamente equivalentes, há diferenças nas performances de cada algoritmo quando analisamos o resultado da reconstrução dos foregrounds para uma única realização.

Na Figura 41, está representada a reconstrução das emissões dos foregrounds por ambos algoritmos e suas comparações. As reconstruções são piores nas bordas da máscara e na região de maior emissão Galáctica. A parte não mascarada da Galáxia representa uma pobre estimativa por ambos algoritmos. Quando olhamos para as reconstruções uma a uma, parecem iguais, mas quando olhamos para a diferença entre elas (imagem inferior à direita), podemos ver uma sutil diferença na região da Galáxia.

Na Figura 42, nós podemos ver os resíduos dos algoritmos. Quando nós comparamos esses resíduos a partir de ambos algoritmos (à direita), nós podemos ver que na região da Galáxia existem valores negativos. Essas regiões são as mesmas regiões com valores positivos na Figura 41. Portanto, o GMCA está sutilmente subestimando as emissões da região da Galáxia.

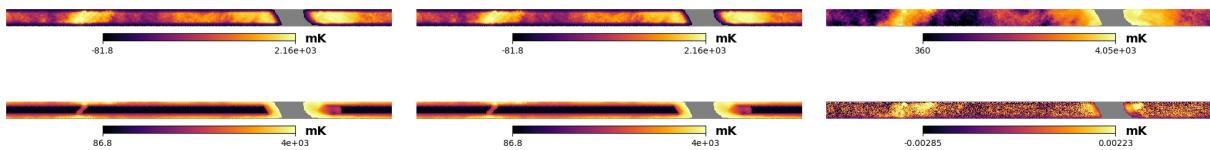


Figura 41 – Na primeira linha, existem a reconstrução das emissões dos foregrounds pelo FastICA (superior esquerdo) e pelo GMCA (superior central), e as emissões simuladas (superior direito). Na linha inferior, nós comparamos a qualidade da reconstrução e a diferença entre os algoritmos: a simulação extraída da reconstrução pelo GMCA (inferior à esquerda) e pelo FastICA (inferior central), a diferença das reconstruções (inferior à direita). Todas as imagens correspondem ao décimo canal.



Figura 42 – Os mapas representam os resíduos dos algoritmos: do FastICA (à esquerda) e do GMCA (centro) e a diferença entre os resíduos (à direita). Todas as imagens correspondem ao décimo canal.

2.7.2 Teste de robustes das simulações: Influência do número de realizações na qualidade da estimação

Explorando FastICA e GMCA com $n_s = 3$, e mudando o número de simulações de todos os algoritmos, nós podemos inquirir sobre a dependência dos resultados dos algoritmos com relação ao número de simulações, N_r . Dito de outro forma, existe uma quantidade de realizações a partir da qual não há mais ganhos em qualidade nos resultados se aumentarmos o número de realizações? É essencial saber essa informação nesse momento das construções da(s) pipeline(s) do BINGO, em que são necessárias diversas investigações com os mais diferentes fins técnicos e científicos. O uso desnecessário de um número muito grande de realizações pode levar a um custo computacional alto sem qualquer ganho em resultados. Na Figura 43, nós temos os χ^2_{eff} para os casos dos três algoritmos com cinco diferentes números de realizações utilizadas para fazer a reconstrução do sinal de 21-cm. Em relação aos valores do FastICA e do GMCA, é possível verificarmos que somente para 400 realizações ambos os algoritmos têm resultados estatisticamente similares. FastICA parece convergir mais rápido a curva para χ^2_{eff} com 400 realizações do que o GMCA. Os resultados se tornam mais claros ao analisarmos a Tabela 3, que apresenta o caso com 25 realizações como o único caso em que todos os algoritmos não são compatíveis com qui-quadrado geral (overall) igual a um. Para todos os outros números de realizações os resultados são compatíveis com o valor de um. GMCA e FastICA possuem exatamente os mesmos resultado para o caso com 400 realizações e $n_s = 3$. Parece que para um número maior de realizações na estimativa, em nossa configuração, ambos os algoritmos convergem para a mesma forma e assume o mesmo χ^2_{overall} .

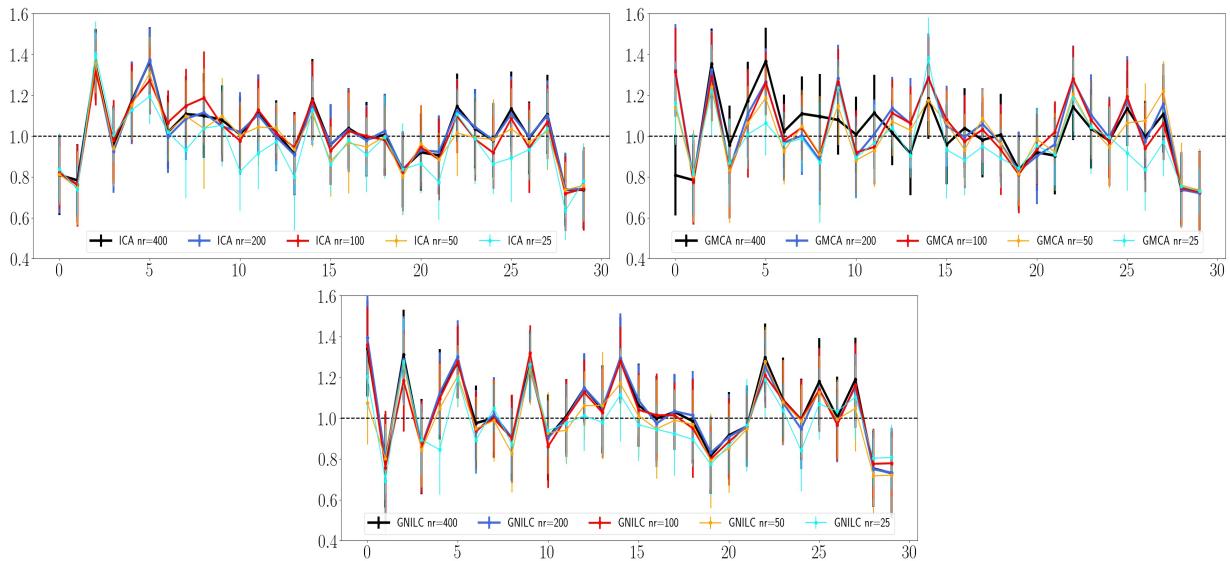


Figura 43 – χ^2_{eff} por canal para FastICA (superior à esquerda), GMCA (superior à direita) e GNILC (inferior), para cinco configurações diferentes do número de realizações.

n_r	GMCA	FastICA	GNILC
400	1.02(4)	1.02(4)	1.04(4)
200	1.04(4)	1.01(4)	1.04(4)
100	1.03(3)	1.01(4)	1.03(3)
50	1.01(3)	0.99(3)	1.01(3)
25	0.97(4)	0.95(3)	0.97(4)

Tabela 3 – χ^2_{overall} para diferentes números de simulações usados no processo de desenviesamento. GMCA e FastICA foram utilizadas com $n_s = 3$.

2.7.3 Comparação entre GNILC, GMCA e FastICA

As estimativas dos espectros de potência angulares de 21-cm para o primeiro, décimo, vigésimo e o trigésimo canais podem ser vistos no Apêndice D para todos os algoritmos (cor azul), em relação aos espectros de potência angulares dos mapas fiduciais (cor vermelha) e espectros de potência angulares do white noise (cor verde). Aqui, vamos nos concentrar em quantificar os resultados. Analisando o χ^2 para 400 simulações para estimar os valores, na Figura 44 há uma representação do tipo "mapa de calor" em que as cores mais vermelhas representam as regiões mais difíceis de obtermos as estimativas dos espectros de potência. Existem algumas regiões onde existem valores mais vermelhos que se destacam, como as ao redor de $(\nu, \ell) = (4, 47)$ e $(12, 181)$, que na Figura 45 estão representadas na parte superior e inferior, respectivamente. Esses gráficos mostram explicitamente os efeitos da baixa razão sinal-ruído para um caso de mapeamento de um ano de observação, assim como, uma temperatura de sistema (ainda) da ordem de 70 K. O gráfico superior tem uma representação correta de onde o sinal estimado segue um aumento repentino do ruído. O gráfico inferior apresenta o mesmo efeito, mas para uma relação sinal-ruído ainda menor. Um outro ponto crucial a ser destacado é que somente a variância cósmica contribui ao ruído aqui, levando a uma maior dificuldade em obter o melhor valor de χ^2 .

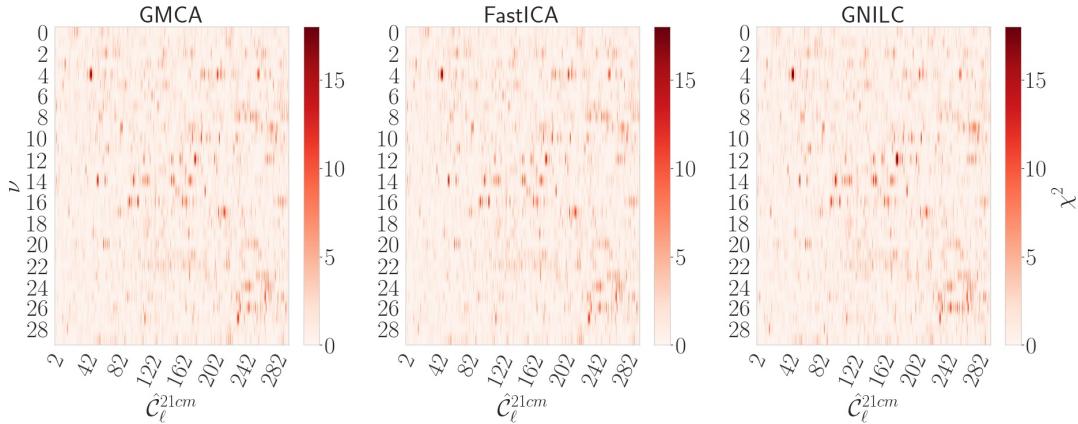


Figura 44 – As imagens representam os valores de χ^2 (Eq. 2.24) dos espectros de potência angular de 21-cm por canal de frequência (vertical) e por multipolo (horizontal) para os três algoritmos usados. heat map of the three algorithms. Aqui, os canais de frequência estão numerados de 0-29.

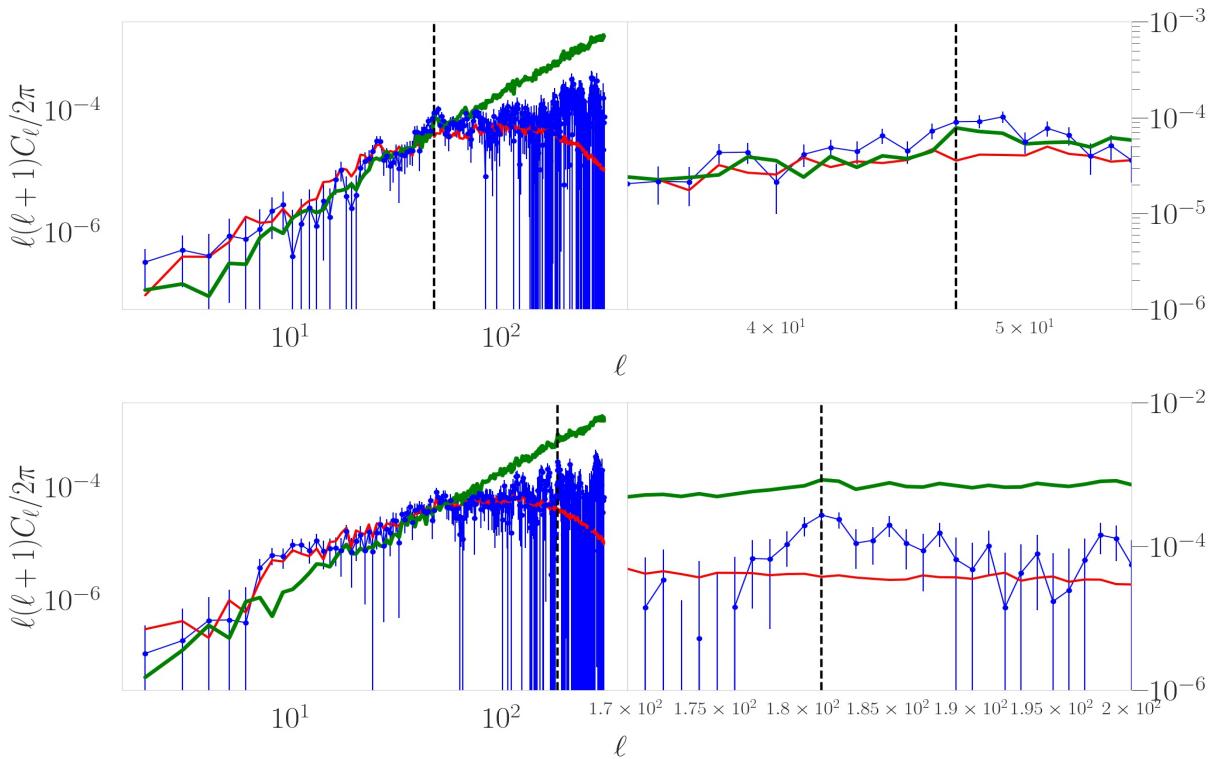


Figura 45 – Os gráficos são para os resultados do GMCA com $n_r = 3$ e 400 realizações. O gráfico superior corresponde ao quinto canal ($\nu = 4$ da Figura 44), e o gráfico inferior é para o décimo terceiro canal ($\nu = 12$, da Figura 44). Os gráficos à esquerda são para multipolos entre 2-300, e os à direita, entre 30-100. O espectro de potência angular de 21-cm reconstruído e o espectro de potência simulado estão representados pelas cores azul e vermelhos, respectivamente. A cor verde representa o espectro de potência angular do white noite. A linha vertical tracejada preta corresponde ao multipolo 47 (superior) e 181 (inferior).

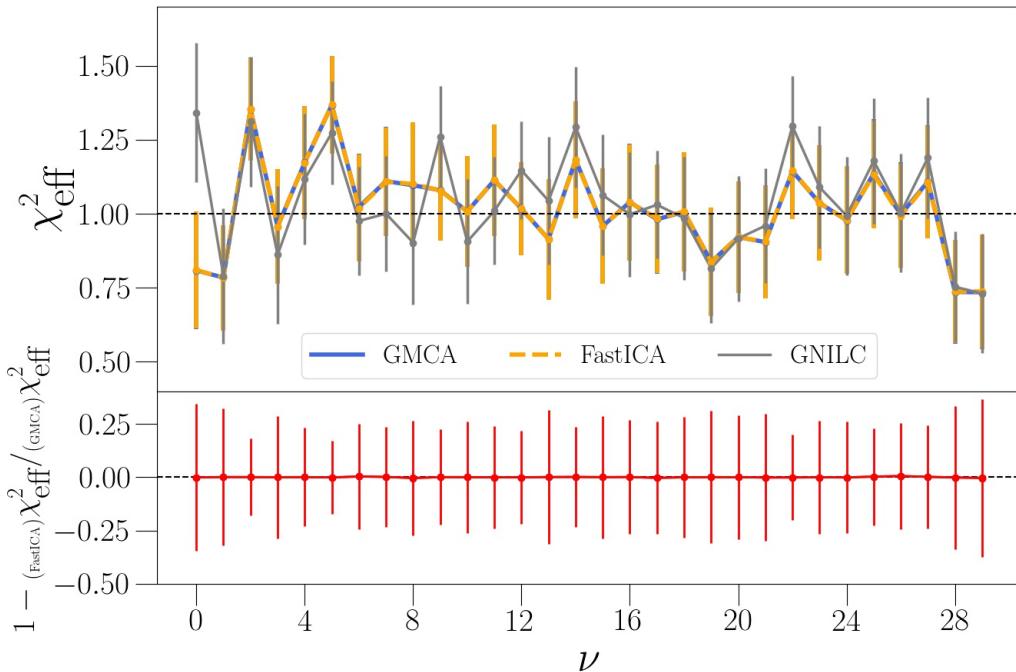


Figura 46 – No gráfico superior, há a comparação dos χ_{eff}^2 do GMCA (linha contínua azul), FastICA (linha pontilha laranja) e GNILC (linha sólida cinza). No gráfico inferior, nós representamos a diferença residual entre os valores do FastICA and GMCA.

	GMCA	FastICA	GNILC
GMCA	0	0.00(5)	-0.02(6)
FastICA	0.00(5)	0	-0.02(6)
GNILC	0.02(6)	0.02(6)	0

Tabela 4 – Medidas da diferença do Critério de Informação de Akaike (AIC) entre dois algoritmos (ΔAIC) é equivalente a medir a diferença dos seus qui-quadrados globais. $\Delta\text{AIC} > 0$ é a evidencia em favor do maior qui-quadrado. Comparando os três métodos dois a dois e obtendo seus erros pela técnica de Jackknife resulta em todos os valores serem compatíveis com zero.

As comparações entre GMCA e FastICA foram realizadas anteriormente, assim como na seção anterior pudemos ver os resultados dos três algoritmos quando assumimos 400 simulações. A principal questão que surge quando temos a Tabela 3 é que a partir de 50 simulações usadas para estimar os espectros, os resultados obtidos por todos os algoritmos são estatisticamente equivalentes. Essa equivalência é melhor representada pela Tabela 4, que representa a diferença entre os valores AIC dos algoritmos nas suas melhores configurações. Os valores das tabelas são calculados como sendo

$$\Delta\text{AIC}_{jk} = \binom{L_i}{M_j} \chi_{\text{overall}}^2 - \binom{L_i}{M_k} \chi_{\text{overall}}^2, \quad (2.29)$$

em que j é o resultado a partir do algoritmo M_j e representa o algoritmo na linha, k é o mesmo só que para a coluna da tabela. L_i é a realização (simulação) escolhida como referência. Quando

seu valor é $\Delta\text{AIC}_{jk} > 0$, o resultado pode ser pensado como "evidência em favor do" algoritmo M_j , quando comparado ao algoritmo M_k . A Tabela 4 não apresenta nenhum evidência em favor de um algoritmo específico.

Nós usamos um servidor *Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2640 v4 @ 2.40GHz*. Em relação a custo computacional, FastICA é o algoritmo mais eficiente, levando menos de um minuto por rodada. Enquanto que GMCA e GNILC levam entre 6-10 minutos para cada rodada.

2.7.4 Influência da binagem dos multipolos

Uma outra informação importante para a questão de eficiência computacional é se é possível diminuir o número de multipolos utilizados para descrever os sinais de 21-cm mantendo acurácia compatível quando inclusos todos os multipolos. Esse processo de *binagem* dos multipolos pode nos ajudar com a compressão de dados tornarem todos os processos mais rápidos. A binagem aqui é definida tomando uma média ponderada do espectro de potência angular por *bins* (intevalos) de multipolos,

$$\hat{C}_{\Delta\ell_i} = \frac{\sum_{\ell \in \Delta\ell_i} (2\ell + 1) \hat{C}_\ell}{\sum_{\ell \in \Delta\ell_i} (2\ell + 1)}, \quad (2.30)$$

com $\Delta\ell_i$ sendo i -ésimo bin de multipolo que pode assumir diferentes larguras.

Nós calculamos o efeito de binagem somente para o FastICA com 400 simulações e $n_s = 3$. Cada tamanho de bin, multipolos mínimo e máximo, número dos multipolos usados e respectivos valores de χ^2_{overall} estão na Tabela 5.

A Figura 47 representa, na parte superior esquerda, o resultado dos espectros de potência angulares para diferentes binagens ($\Delta\ell$) até o multipolo 100 e em escala logarítmica, e, na parte superior direita, os resultados para os multipolos entre 100-300. No gráfico inferior, estão representados os resultados dos χ^2_{eff} e suas respectivas diferenças em relação ao caso $\Delta\ell = 1$. É possível perceber que há grandes deslocamentos dos valores para $\Delta\ell = 12$, principalmente para canais inferiores e superiores. Examinando χ^2_{overall} , é possível identificar a inconsistência dessa binagem de 1 à 2 sigmas. Pela Tabela 6, nós podemos ver um sigma de evidência para $\Delta\ell = 1$ e 2, comparado à 12. Entre 1, 2 e 4, não há evidência estatística a favor de qualquer escolha. Portanto, entre $\Delta\ell = 1$ e 4, tem 765 e 191 multipolos - ou seja, o último é quatro vezes menor - não há evidência estatística a favor de usar uma ou outra e $\Delta\ell = 4$ é compatível com $\chi^2_{\text{geral}} = 1$ acima de dois sigmas.

Uma análise de binagem deverá ser retomada mais adiante na pipeline do BINGO. Isso pois a sua utilização é de grande valia - em certos casos é vital - de ser realizado junto de análise da detecção das BAOs. O tamanho da binagem, assim como a não binagem, podem dificultar ou inviabilizar a detecção das BAOs.

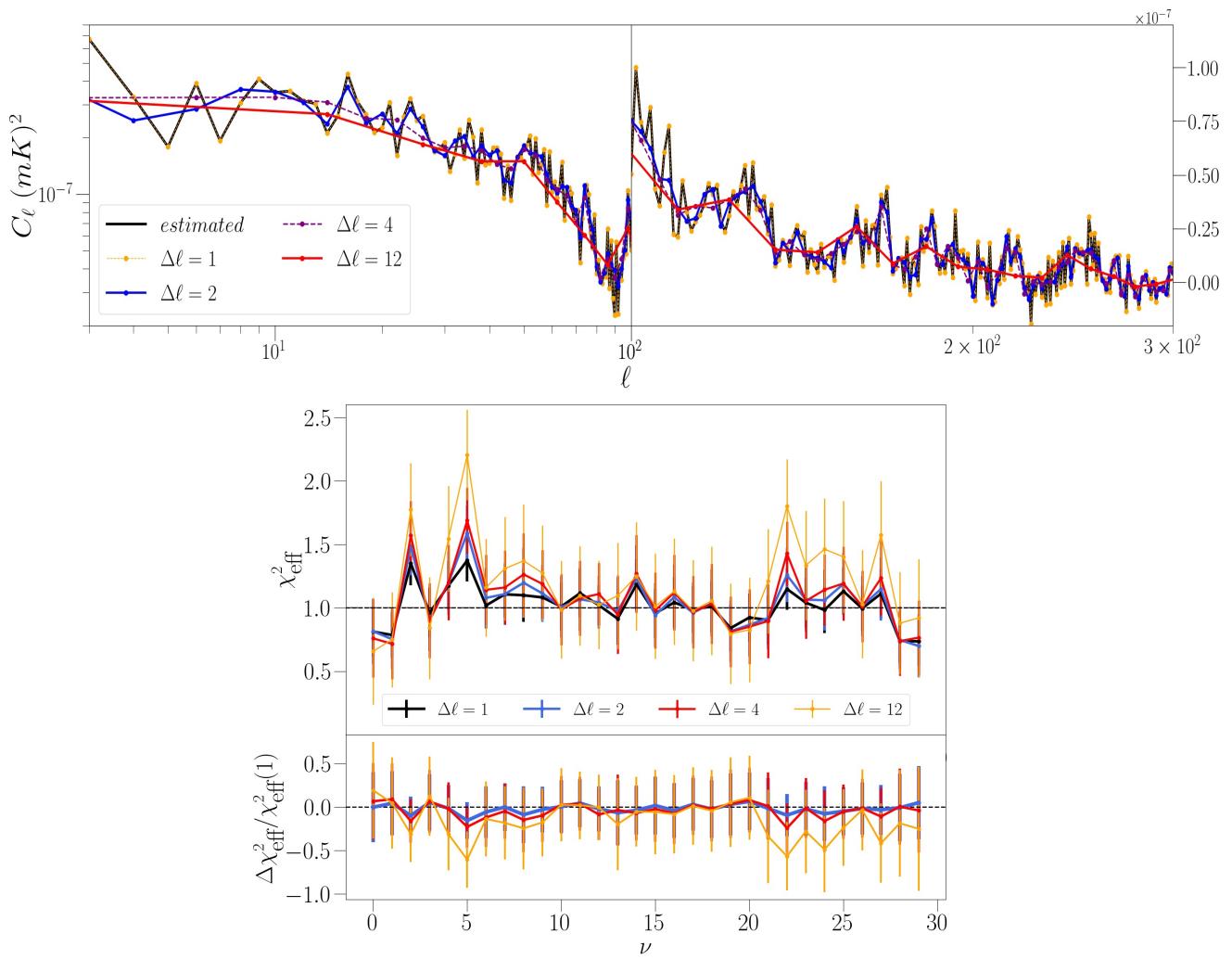


Figura 47 – O gráfico superior à esquerda, corresponde a reconstrução do espectro de 21-cm sem (linha sólida preta) e com binagem dos multipolos. Os Δ representam o tamanho da binagem, i.e., quantos multipolos ela abrange. O gráfico superior esquerda está com o eixo vertical em escala logarítmica, e o à direita, em escala linear. O gráfico inferior representa os resultados dos χ_{eff}^2 das binagens.

Δ_ℓ	ℓ_{\min}	ℓ_{\max}	n_ℓ	χ_{overall}^2
1	2	766	765	1.02(4)
2	2	764	382	1.05(5)
4	2	762	191	1.07(6)
12	2	746	63	1.19(8)

Tabela 5 – O qui-quadrado global (Eq. 2.27) é fornecido para diferentes comprimentos de bin de multipolos.

2.7.5 Conclusões

Nosso objetivo original era construir um módulo de remoção de foregrounds e que realizasse a estimativa do sinal de 21-cm para a pipeline do BINGO, e que esse módulo pudesse ser de fácil uso e flexível o suficiente para explorar diferentes métodos e domínios matemáticos, bem como conectável a outros módulos da pipeline de análise de dados do BINGO. O próximo passo

$\Delta\ell$	1	2	4	12
1	0	-0.03(6)	-0.05(7)	-0.17(9)
2	0.03(6)	0	-0.03(7)	-0.15(9)
4	0.05(7)	0.03(7)	0	-0.1(1)
12	0.17(9)	0.15(9)	0.1(1)	0

Tabela 6 – Diferença do AIC (ΔAIC), Eq. 2.29, de diferentes binagens dos multipolos. Cada valor da tabela resultou da diferença da binagem do qui-quadrado global (Eq. 2.27) da linha com a coluna, com erro estimado pelo método Jackknife entre diferentes realizações.

foi testar diferentes configurações do módulo para comparar as situações e frameworks anteriores. Este trabalho foi resultado desta segunda etapa e dos primeiros testes dela, comparando os algoritmos cegos já implementados. Até agora, os trabalhos sobre pós-reionização de 21-cm do BINGO foram publicados usando apenas o algoritmo GNILC. Este trabalho é o primeiro a adicionar novos métodos de remoção de foregrounds e pode ser visto como o resultado natural da construção da pipeline do BINGO. Nós investigamos três algoritmos cegos de remoção de foreground aplicados à configuração do telescópio. É essencial ter em mente que nossa análise não assumiu efeitos de ruído instrumental diferentes de white noise. Além disso, todos os mapas foram mantidos na menor resolução do radiotelescópio e assumindo somente o lóbulo principal dos feixes. Efeitos tais como os devido a construção dos espelhos levam a mudanças no feixe principal e nos seus lóbulos laterais, assim como a dependência do feixe com a frequência e a própria localização de cada corneta coletora. Todas essas informações adicionais estão sendo investigadas em outros trabalhos a serem publicados em breve.

Na literatura, existem identificações do comportamento similar entre GMCA e de algoritmos baseados no ICA (Bobin et al., 2007; Cunningham et al., 2021) e a necessidade de uma medida mais precisa para identificar uma distinção entre eles, possivelmente utilizando análise de bispectro. Nesse trabalho, nós pudemos ver que ambos algoritmos convergem para resultados equivalentes quando utilizamos as suas configurações ótimas, mas há uma diferença visível entre eles quando observamos a reconstrução dos mapas dos foregrounds. Uma possibilidade para trabalhos futuros é analisar em que situações as propriedades exploradas por cada algoritmo (independência estatística e esparsidade) são relevantes ao ponto de serem distinguíveis e nos ajudarem a identificar a contribuição dos foregrounds de maneira mais acurada possível. A região coberta pelo radiotelescópio e a largura dos canais de frequência também podem influenciar nos rendimentos dos algoritmos. Caso contrário, a introdução de outros efeitos instrumentais realistas como ruído de banda correlacionado, lóbulos laterais, feixes principais não simétricos (realistas), feixes diferentes por corneta coletora e dependências com a frequência levam a um problema ainda mais sutil que vai além do escopo desse trabalho, e está sendo atualmente analisado em outros trabalhos do projeto. A introdução desses efeitos mudará a forma como cada algoritmo funciona e em qual espaço assumido está trabalhando. Por exemplo, diferentes formatos dos feixes, para diferentes canais e posições no plano focal são melhores tratadas no espaço harmônico (onde o GNILC funciona) do que no espaço do pixel (FastICA).

Assumindo apenas o ruído térmico como ruído instrumental e um ano de mapeamento do BINGO, pudemos fazer o primeiro estudo para realizar e verificar possíveis dificuldades iniciais, assim como verificar exatamente como cada algoritmo funciona em uma primeira e preliminar situação. Em um ano de cobertura, o sinal de 21-cm coletado pode não ser o suficiente para obter uma boa estatística, principalmente devido a relação sinal-ruído ainda ser baixa. Isso pode ser visto na Fígura 44 e na Fígura 45, onde um valor maior de χ^2 está associado a um valor maior do sinal de ruído térmico mesmo para multipolos não muito altos.

Ao verificar χ^2_{eff} para GMCA e FastICA, descobrimos que o seu valor médio por canal é melhor descrito quando assumimos três templates não-físicos (Tabela 2). O que é explicado por haver três componentes mais fortes de foregrounds na região do BINGO. Agora, para diferentes simulações, é possível ver que GMCA e FastICA convergem estatisticamente para valores equivalentes acima de 100 simulações e com $n_s = 3$. Ou seja, possivelmente ambos convergem para valores equivalentes em seu caso ótimo. Finalmente, comparando os três algoritmos, nenhuma diferença significativa surge nessa etapa da pipeline do radiotelescópio. Comparações entre todos os algoritmos através do ΔAIC são compatíveis com zero, ou seja, não há preferência por nenhum algoritmo.

Novamente, nessa etapa da pipeline é fundamental fazer muitas simulações e testes, e para isso um algoritmo mais rápido leva a ganho computacional, o que por vezes é essencial não somente em benefício do trabalho como nas utilizações de horas/CPU de clusteres. Portanto, por ora, o uso do FastICA pode ser justificado por ser muito mais rápido do que os outros algoritmos sem perder acurácia.

Por fim, os resultados obtidos nesta etapa da pipeline nos ajudam a entender melhor a influência do ruído térmico para um ano de cobertura e comparar os três algoritmos cegos para estimar a contribuição dos foregrounds para a cobertura desejada do céu. Todos os algoritmos são estatisticamente equivalentes nesta etapa, fato que podemos explorar para usar o algoritmo mais rápido. No entanto, devemos ter em mente que, para modelos de instrumentação mais complexos, esses resultados devem se alterar. Além disso, usar um conjunto de espectros de potência angulares agrupado com $\Delta\ell = 2$ reduz à metade o número de valores multipolos e mantém as informações estatísticas requeridas.

Parte III

Design Óptico

3 Optimização do Plano Focal e Modelo de Construção dos Espelhos do Radiotelescópio BINGO

Em 2010, começou a ser discutido entre um conjunto de pesquisadores, inclusive brasileiros, a construção de um radiotelescópio seguindo a proposição de mapeamento por intensidade sugerido por (Peterson et al., 2009). A ideia principal era que fosse um radiotelescópio que tivesse sensibilidade suficiente para detectar as oscilações acústicas de bárions (BAOs) para fins de estudo de modelos de energia escura, que tivesse ótimo custo-benefício, e fosse mais barato do que radiotelescópio por interferômetria. A discussão toma forma e nome junto ao trabalho (Battye et al., 2013), que o apresenta como um telescópio operando em frequência de rádio \sim 1100 MHz, realizando mapeamentos das flutuações do hidrogênio neutro (HI) em larga escala e baixa resolução. Por volta de 2011, o Prof. Élcio Abdalla (Universidade de São Paulo) realiza extensas conversas junto ao Ministério de Ciência e Tecnologia (MCT) brasileiro sobre a concepção do radiotelescópio. O MCT, então, sugere que a construção seja realizada no Uruguai, através do financiamento do Mercosul. Em 2012, um primeiro grupo de pesquisadores, liderados pelo pesquisador Christian Monstein (ETH Zurich), foi ao Uruguai para realizar as primeiras medidas em sítios sugeridos para a construção. Em 2013, oito localizações na província de Rivera foram analisadas; em 2016 e 2017, foram realizadas análises nas regiões de Areranguá. Contudo, devido a dificuldades com interferências por radiofrequência (RFI) na faixa de frequência objetivada pelo projeto, e devido ao não avanço entre as negociações da liderança do projeto e os responsáveis uruguaios, a construção no Uruguai foi descartada.

Em meados de 2017, um grupo de pesquisadores da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), liderados naquele momento pelo Prof. Luciano Barosi (UFCG), investigou onze sítios no interior do estado da Paraíba, nordeste brasileiro. Então, foram feitas as análises dos sítios segundo os requerimentos tecno-científicos do projeto e as análises estão descritas no artigo (Peel et al., 2019). Nesse trabalho foi analisado e reportado a escolha do sítio Serra do Urubu, no município de Aguiar como local a ser construído o BINGO.

Dentre as diversas exigências técnicas e científicas, como pode ser visto resumido na Tabela 1 do artigo (Abdalla et al., 2022b), há as especificações sobre o desenho óptico do telescópio. Para alcançar uma resolução mínima de 40 arcmin para frequências $>$ 900 MHz, foi requerido um espelho reflector primário (i.e., que recebe a radiação do céu) com abertura de 40m de diâmetro e sub-iluminação. Para alcançar a sensibilidade requerida, fora proposto um número mínimo de 50 pixels, associados às 50 cornetas coletores.

A exigência inicial do design era que ele fosse com o espelho reflector primário "off-axis", ou seja, fora do eixo do plano focal, para evitar bloqueios da radiação, minimizar o efeito de

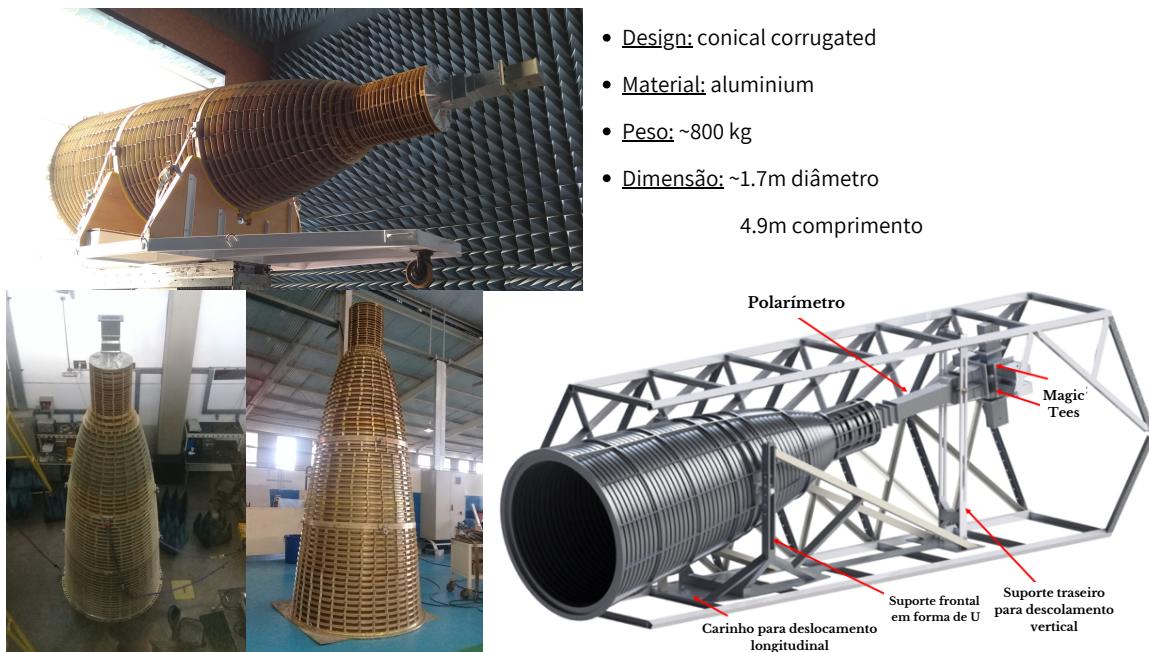


Figura 48 – Representação da corneta coletora do BINGO. Na parte superior esquerda, a corneta está sendo arrumada para testes no INPE.

difração e de espalhamentos pela estrutura, assim como evitar efeitos de ondas estacionárias criadas pelas estruturas de suporte, que geram adição de sinais contaminantes. Cada corneta coletora deveria ter cerca de 2 m de abertura a fim de reduzir o efeito de spillover (ver Figura 48).

O atual modelo teórico do design óptico é do tipo off-axis *crossed-Dragonian* (Dragone, 1978; Tran et al., 2008), que é um modelo comum em experimentos de CMB para minimizar a polarização cruzada (p.ex., há o experimento QUIJOTE (Poidevin et al., 2018)). Para compreendê-lo em sua plenitude é necessário uma completa descrição do sistema de coordenadas que o forma, uma vez que cada componente estrutural do design pode estar associada a um sistema de coordenadas específico. Com tudo, por ora, é importante ressaltarmos o formato geral do design que é baseado em um espelho primário parabolóide com corte transversal elíptico¹, um espelho reflector secundário hiperbolóide, também com corte elíptico, e uma estrutura que estará localizada no plano focal para suportar o arranjo das cornetas coletoras.

O terceiro e último capítulo dessa tese se destina a descrever parte dos trabalhos efetuados na área de modelagem, simulação e teste de diferentes partes do design óptico do radiotelescópio BINGO e que foi realizado durante o doutoramento. O foco aqui será a descrição dos trabalhos: (1) sugestão de modelo de arranjo das cornetas coletoras sobre o plano focal, (2) optimização do plano focal para estudo do número e da disposição das cornetas coletoras a serem utilizadas, (3) análise do efeito de spillover, e (4) proposição de modelo de construção dos espelhos reflectores.

¹ Veremos na seção que descreve a construção dos espelhos o motivo de euressaltar o fato do corte elíptico ser somente um modelo teórico, e que obviamente não corresponderá ao modelo exato. Contudo, para o foco do estudo que foi feito nesse trabalho não há grande alteração o fato das bordas dos espelhos não serem lisas, e existirem pequenas anomalias devido a construção.

3.1 Optimização do plano focal

O problema da optimização do plano focal é um problema central na construção do radiotelescópio. Desde a ideia da concepção do radiotelescópio diferentes modelos de arranjos para a disposição das cornetas coletoras foram propostos. O primeiro modelo, no artigo (Battye et al., 2013), consistia de uma plano focal com 60 cornetas, com quatro fileiras verticais com oito cornetas e quatro com seis cornetas, intercaladas. Em seguida, com a construção do modelo do BINGO no pacote de softwares dinamarquês GRASP no módulo TICRA² (TICRA - Reflector Antenna and EM Modelling Software) um novo modelo fora proposta com 49 cornetas (ver Figura 53, parte inferior à direita). Posteriormente, houve uma proposição de 33 cornetas (ver Figura 53, parte superior esquerda).

Contudo, a questão central ainda estava aberta, que era a necessidade de se ter um mapeamento da descrição geral do plano focal para poder buscar um modelo custo-benefício condizente as necessidades tecno-científicas e com o orçamento do projeto. Essa análise passava por poder mapear como cada posição (x, y) estava relacionada às variáveis de apontamento das cornetas coletoras sobre o plano secundário a fim de alcançar o máximo de intensidade possível. Para entender melhor, podemos imaginar a corneta da Figura 48 no plano focal apresentado na Figura 53. Chamando a parte frontal da corneta de "boca", a boca da corneta tem seu centro (de fase³) como o ponto indicativo da simulação e que estará relacionada a outras variáveis tais como seu deslocamento "para frente" e "para trás" pelo carinho que suporta a corneta, que corresponde à posição z no plano focal; não somente, há dois ângulos (θ, ϕ) associados ao apontamento da corneta ao espelho secundário. Ou seja, $x = x(z, \theta, \phi)$ e $y = y(z, \theta, \phi)$. Assim, cada ponto sobre o plano focal - i.e., sobre o plano formado pelas coordenadas x e y do sistema das cornetas, como veremos à frente - está associado a três variáveis que podem ser optimizadas para obter a maior intensidade possível para a posição.

3.1.1 Sistemas de coordenadas

Todo design do BINGO é construído a partir de um conjunto de sistemas de coordenadas (especificamente, quatro sistemas de coordenadas). Dentre esses sistemas, há um que fixamos como sendo o sistema de referência e que chamaremos de "sistema global", ou simplesmente "global". Todos os demais sistemas são construídos a partir desse sistema. O espelho primário é construído baseado no sistema global, mas seu corte transversal elíptico é realizado sobre um sistema dito "sistema cut", ou simplesmente "cut". O sistema cut tem a sua origem transladada do global até a posição $(-226.54, 0.00, 91.64)$ m (ver Figura 50).

Já o espelho secundário é construído baseado no "sistema sub", ou simplesmente "sub". Esse sistema tem seu centro transladado do global e fixado em $(0.00, 0.00, 140.00)$ m. Isso se deve ao secundário dever estar localizado no foco do espelho primário. Após isso, ele é rotacionado

² <https://www.ticra.com/software/grasp/>

³ Em verdade, o ponto focal não está na boca, mas sim, a 30cm para dentro da corneta. Contudo, por ora e para fins práticos, isso não tem importância.

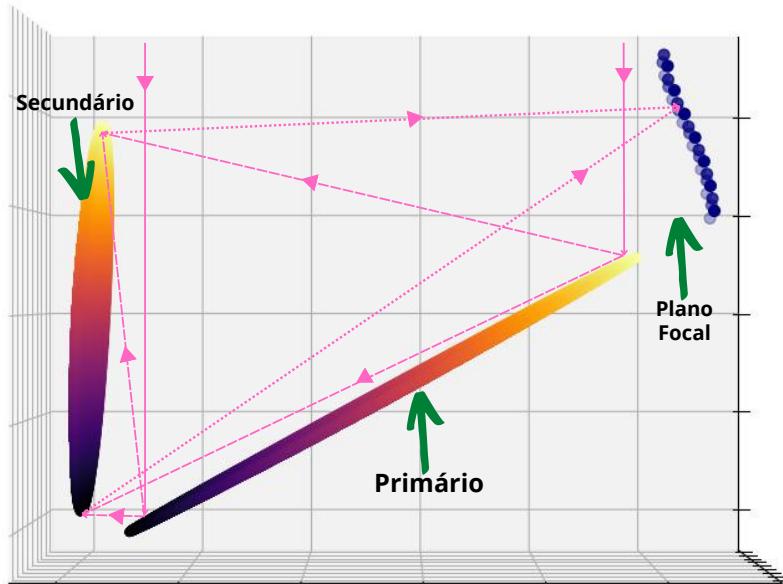


Figura 49 – Representação simplista do design óptico do BINGO. Em cores que vão do preto ao vermelho estão os espelhos primário (parabolóide) e secundário (hiperbolóide). Na parte superior direita está representado a disposição das cornetas sobre o plano focal.

segundo uma rotação (por ângulos) de Euler⁴. Aqui usamos a referência da primeira rotação de ângulo γ ao redor do eixo x , depois de rotação de ângulo β ao redor do eixo y (do novo sistema), e por fim, rotação de α ao redor do eixo z (do novo sistema). Esse padrão de rotação é representado como

$$R_{zyx}(\alpha, \beta, \gamma) = R_z(\alpha) R_y(\beta) R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\beta) & \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) - \sin(\alpha) \cos(\gamma) & \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\gamma) \\ \sin(\alpha) \cos(\beta) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \cos(\gamma) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) - \cos(\alpha) \sin(\gamma) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \sin(\gamma) & \cos(\beta) \cos(\gamma) \end{bmatrix}.$$

Para o caso do sistema sub, utiliza-se $(\alpha, \beta, \gamma) = (180.00^\circ, 95.00^\circ, 0.00^\circ)$.

Tabela 7 – Parâmetros dos sistemas de coordenadas em relação ao sistema global. Exceção se dá para o feed que é construído em relação ao sistema sub.

Coordenada/Sistema	cut	sub	feed
x (m)	-226.54	0.00	0.00
y (m)	0.00	0.00	0.00
z (m)	91.64	140.00	252.00
α ($^\circ$)	180.00	0.00	0.00
β ($^\circ$)	95.00	0.00	153.27
γ ($^\circ$)	0.00	0.00	180.00

⁴ É usual denominar uma rotação arbitrária em termos de três rotações através primeiro do eixo z , depois do novo eixo y , e posteriormente sobre um novo eixo z , como rotações de Euler. Contudo, aqui, eu estou me referindo de maneira geral a qualquer rotação descrita em termos de três rotações como rotações de Euler.

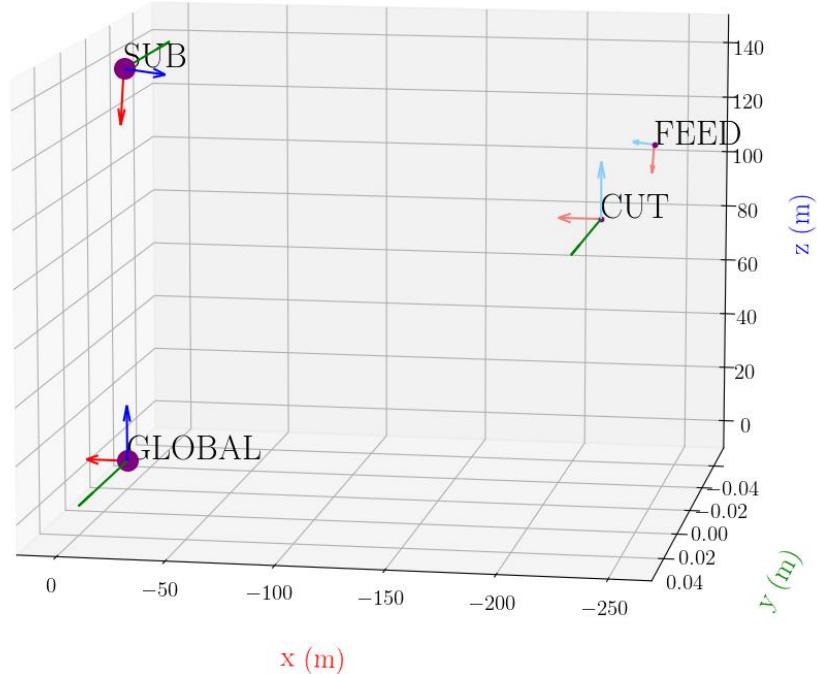


Figura 50 – Representação simplista do design óptico do BINGO. Em cores que vão do preto ao vermelho estão os espelhos primário (parabolóide) e secundário (hiperbolóide). Na parte superior direita está representado a disposição das cornetas sobre o plano focal.

O último sistema de coordenadas é o ”sistema feed”, que é o sistema utilizado para construir a disposição das cornetas coletooras. O sistema feed é construído a partir do sistema sub, fixando sua origem por uma translação de $(0.00, 0.00, 252.00)$ m (em relação ao sub). A translação é seguida por uma rotação por ângulos de Euler $(0.00^\circ, 153.27^\circ, 180.00^\circ)$. O resumo das coordenadas dos sistemas pode ser acessado através da Tabela 7 e está representado na Figura 50.

Contudo, fixando o global sobre o terreno da construção nós teremos que o sistema óptico estará apontando para a região do céu que nós não desejamos mapear. O terreno de construção do BINGO, que será construído na cidade de Aguiar, no sertão do estado da Paraíba, está localizado na latitude $7^\circ 2' 27.6''$ à sul (e longitude $38^\circ 16' 4.8''$ a oeste). Como desejamos que o telescópio aponte para declinação -15° , precisamos realizar uma rotação adicional de todo sistema óptico de 7.95° em direção à sul, que é equivalente a rotação na direção negativa do eixo x do sistema cut (ver Figura 51). Essa transformação do sistema pode ser feita da seguinte forma: cada ponto p no sistema global pode ser representado por um vetor $\mathbf{r}_g(p)$ e o mesmo ponto no sistema cut por $\mathbf{r}_c(p)$. Chamemos o vetor translação entre o global e o cut por S_{gc} .

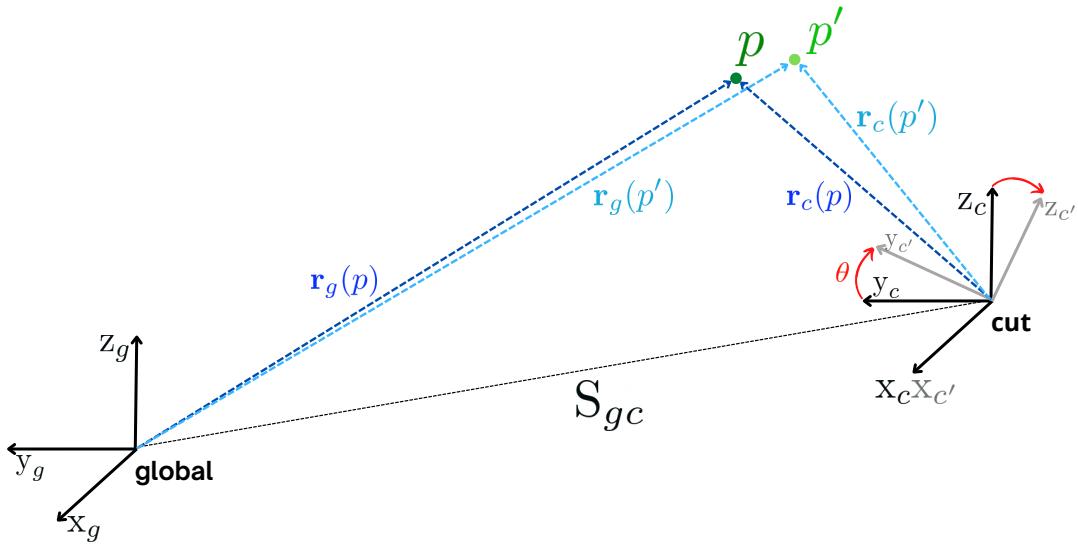


Figura 51 – Representação da rotação de cada ponto p do sistema óptico em um novo ponto p' , devido a rotação do sistema para apontar à declinação de -15° .

Assim, a transformação de um sistema a outro se dá por

$$\mathbf{r}_g(p) = \mathbf{S}_{gc} + \mathbf{r}_c(p). \quad (3.1)$$

Agora o que queremos é que no sistema cut um ponto p seja levado a um ponto p' por uma rotação $\phi = 7.96^\circ$ ao redor do eixo x (no sentido oposto ao sentido do eixo y) do sistema cut. Após isso, deve-se retornar ao sistema global. Podemos fazer um algoritmo desse processo como sendo

$$\begin{aligned} (1^\circ) \quad & \mathbf{r}_c(p) = \mathbf{r}_g(p) - \mathbf{S}_{gc} \\ (2^\circ) \quad & \mathbf{r}_c(p') = R_x(\phi)\mathbf{r}_c(p) \\ (3^\circ) \quad & \mathbf{r}_g(p') = \mathbf{r}_c(p') + \mathbf{S}_{gc} \end{aligned} \quad (3.2)$$

baseado na Figura 51. O resultado sobre o sistema óptico pode ser visto na Figura 52. A seguir, veremos como determinar a geometria dos espelhos reflectores.

3.1.2 Equações dos espelhos

Como dissemos anteriormente, o desenho óptico do BINGO é hoje estabelecido como sendo constituído de uma espelho primário em formato de um parabolóide, em relação ao sistema global, e um espelho reflector secundário em formato de um hiperbolóide, em relação ao sistema sub. Agora, falta a nós determinarmos as equações que definem tais espelhos.

Para o caso do espelho primário, temos que esse é definido segundo um parabolóide circular⁵, centrado na origem do sistema global, do tipo

$$z(x, y|f) = \frac{x^2 + y^2}{4f}, \quad (3.3)$$

⁵ Os semieixos a e b são dados por $a = b = \sqrt{4f}$, com f sendo o foco.

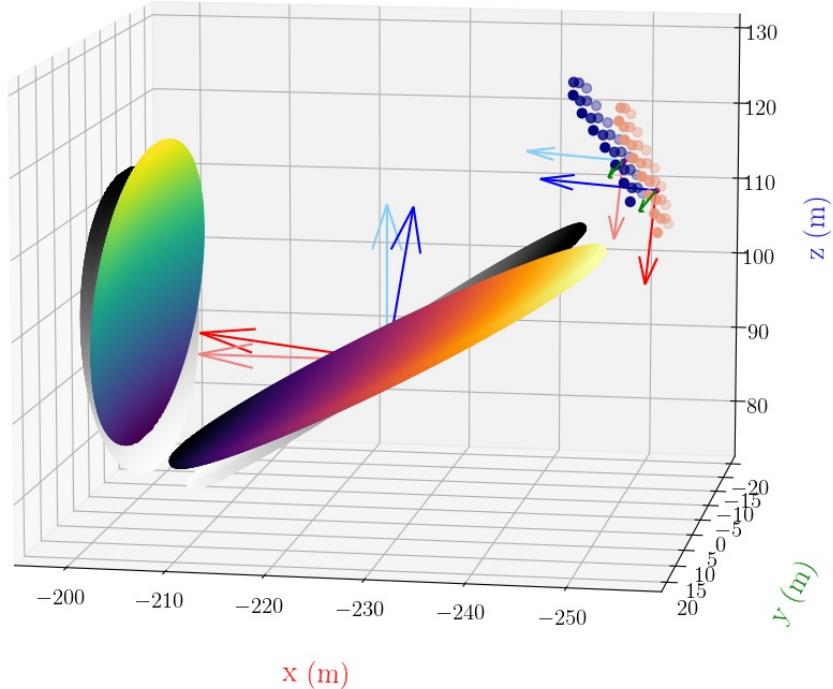


Figura 52 – Representação 3D do sistema ótico do BINGO. O reflector primário está no centro, o secundário à esquerda e as cornetas coletores à direita superior. O sistema tem duas representações: uma no sistema apontando à zenite do terreno de construção, em cores cinzas e cornetas em azul, e outra para o apontamento à declinação de -15° em coordenadas celestiais, com cores esverdeadas e alaranjadas e plano focal em salmão. Sobre o espelho primário e sobre o plano focal estão representados seus respectivos sistemas de coordenadas.

com f sendo o foco do parabolóide. Obviamente, a priori, não há restrição aos valores assumidos por x e y . As restrições são estabelecidas pelo corte elíptico sobre a superfície baseado no sistema cut, e centrado em (x_0, y_0) e semieixos (a_e, b_e) , definido por

$$\left(\frac{x - x_0}{a_e}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b_e}\right)^2 \leq 1. \quad (3.4)$$

Os valores utilizados para o BINGO podem ser vistos na Tabela 8.

Quanto ao espelho secundário, sendo um hiperbolóide, a equação é definida como sendo

$$z = \frac{f}{2} - \frac{v/2}{\sqrt{(f/2)^2 - (v/2)^2}} \sqrt{\left(\sqrt{(f/2)^2 - (v/2)^2}\right)^2 + x^2 + y^2} \quad (3.5)$$

com v e f sendo as distâncias de vértice e focal, respectivamente. Assim como o caso do primário, o secundário tem um corte transversal segundo a Eq. (3.4), com os dados fornecidos pela Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros dos espelhos. Cada espelho está descrito em relação ao seu sistema de referência: primário (parabólico) ao global e secundário (hiperbólico) ao sub.

Parâmetro/Medidas (m)	Parabolóide	Hiperbolóide
Eixo elíptico maior (a_e)	20.00	18.34
Eixo elíptico menor (b_e)	20.00	17.77
Centro elíptico (x_e, y_e)	(-226.54, 0.00)	(26.28, 0.00)
Centro (x_0, y_0, z_0)	(0.00, 0.00, 0.00)	(0.00, 0.00, 140.00)
Distância dos vértices (v)	-	-148.23
Distância dos focos (f)	140.00	252.00

3.2 Proposições de arranjos para o plano focal

Após estabelecer os elementos principais da construção do design, os sistemas de coordenadas e os modelos e formatos dos espelhos, o próximo passo é analisar as possibilidades de arranjos da distribuição das cornetas coletoras no sistema feed. No software GRASP, cada corneta é criada a partir de um novo sistema de coordenadas próprio da corneta, centrado no centro de fase dessa, e que está em relação ao centro do sistema feed. Foi necessário estabelecer primeiro os sistemas de coordenadas e os espelhos pois sem essas informações é impossível conseguirmos estudar as disposições das cornetas no plano. Vale a pena reforçar que o que estamos chamando de ”plano focal” é o plano xy do sistema feed.

As configurações do plano focal estudadas para o BINGO são mostradas na Figura 53. Para cada configuração, foram considerados os seguintes requisitos: a) cobertura homogênea do céu; b) amostragem, em termos de elementos de resolução por pixel, dos mapas finais e; c) eficiência das cornetas quando colocadas em locais diferentes do plano focal.

Dentre as quatro proposições de arranjos, o nosso trabalho apresentou duas novas proposições: modelo superior direito, chamado de *double-rectangular*, e o modelo inferior esquerdo, chamado de *triple-rectangular*), da Figura 53. Os novos modelos foram construídos objetivamente para que não houvesse sobreposição dos centros dos feixes de cada corneta no céu. O modelo apresentado na parte inferior à direita, chamado aqui de modelo *hexagonal*, como já discutimos, foi um dos primeiros modelos propostos, e o modelo superior à esquerda, um modelo subsequente ao anterior dispondo de 33 cornetas e chamado de *rectangular*.

A ideia por trás de uma das primeiras proposições, o da configuração hexagonal, era que houvesse uma quantidade mínima de aberrações ópticas nos feixes finais, de modo que cada feixe fosse o mais limpo e o mais próximo possível do formato gaussiano (dado que as cornetas são compactadas e estão o mais próximas possíveis do foco). A configuração não é exatamente um hexágono, pois as cornetas mais baixas, próximas ao solo, seriam obstruídas pelo espelho primário do telescópio e, portanto, não poderiam ser consideradas. Para esse arranjo, as cornetas estão encapsuladas dentro de estruturas que frontalmente são hexágonos regulares, como pode ser visto na Figura 53.

No entanto, há questões que devemos observar sobre esse modelo e sobre os nossos objetivos científicos. Antes de mais nada, nós temos que considerar que o BINGO é um telescópio

de trânsito sem espelhos móveis. Portanto, à medida que o céu passa pelo plano focal, ele o faz na direção y do plano focal, como apresentado na Figura 53. Portanto, a primeira questão a ressaltarmos sobre esse arranjo é que cada corneta em um determinado local x veria o céu em uma certa declinação. Se olharmos com atenção para a configuração hexagonal, existem várias cornetas que veriam a mesma declinação. Isso, em teoria, produziria uma cobertura desigual do céu (fato confirmado por nossas simulações e que pode ser visto no artigo base ([Abdalla et al., 2022b](#))), ou seja, uma cobertura inhomogênea, o que é menos desejável quando se trata de uma análise de espectro de potência dos campos subjacentes, que a radiação de 21-cm vai deixar como uma marca.

A segunda questão da configuração hexagonal surge quando examinamos o número de pixels por elemento de resolução para tais cornetas. Se quisermos ter uma faixa de declinação de ($\Delta_{\text{dec}} =$) 15° no céu - considerando o comprimento focal efetivo do telescópio sendo de 63.2 m (ver discussão em ([Abdalla et al., 2022b](#))) - e dado que o diâmetro da boca das cornetas mede ($D =$) 1.9 m (ver Figura 48), considerando ainda que as cornetas estejam dispostas de forma (idealmente) compactada, teríamos que os feixes seriam separados por essa proporção D , que em graus equivale a $d_B = (1.9/63.2)(180^\circ/\pi) = 1.7^\circ$. Portanto, mesmo se empilharmos as cornetas em uma direção vertical, de fato, subamostrariam o plano focal do sistema óptico hexagonal. Isso porque, para compreendermos uma faixa de declinação de 15° , precisaríamos de um disposição vertical de cornetas de $1.9 \times (15^\circ/1.72^\circ) \approx 16.8$ m de altura. Contudo, o sistema hexagonal tem somente ≈ 13.5 m. Por isso, começamos a investigar e, então, propusemos outras distribuições que pudessem fornecer uma melhor cobertura na faixa de declinação desejada.

Se calcularmos a separação vertical (Δs), no plano focal, necessária para que os feixes fossem separados por meia largura de feixe (θ_{FWHM}), ou seja, tendo um número de amostras ($N_{\text{am}} =$) 2 por feixe, precisaríamos distribuir as cornetas verticalmente a cada 37 cm. Isto é, 16.8 m dividido pelo número de elementos de resolução dentro desses 15° ,

$$\begin{aligned}\Delta s &= \frac{\text{Altura Plano Focal}}{\text{Elementos de resolução}} \\ &= \left(D \frac{\Delta_{\text{dec}}}{d_B} \right) \times \left(N_{\text{am}} \frac{\Delta_{\text{dec}}}{\theta_{\text{FWHM}}} \right)^{-1} = \left(\frac{D}{N_{\text{am}}} \frac{\theta_{\text{FWHM}}}{d_B} \right) = 0.37\text{m}\end{aligned}$$

Logo, usamos essa ideia como base para desenvolver modelos que pudessem ter as cornetas deslocadas verticalmente (eixo x do plano focal) de até ~ 30 m sem sobreposição dos picos dos feixes, e que possuem maiores estruturas suportes encapsulando as cornetas. Tais estruturas foram projetadas para terem 2.4 m de altura e 2.0 m de largura, e devido ao seu tamanho, permite que as posições originais das cornetas possam ser ajustadas para deslocamentos verticais de ± 15 e ± 30 cm, alterando a posição em que cada corneta ilumina o espelho secundário. Para o caso específico do arranjo retangular, usamos deslocamentos possíveis dentro do seu design: ± 21 cm e ± 42 cm. Já o arranjo hexagonal, devido à forma compacta do encapsulamento, tem mobilidade vertical inviável. A Figura 48, na parte direita, apresenta o carrinho que possibilita o deslocamento frontal (eixo z) da corneta sobre a "encapsuladora" e o suporte de mobilidade vertical (eixo x).

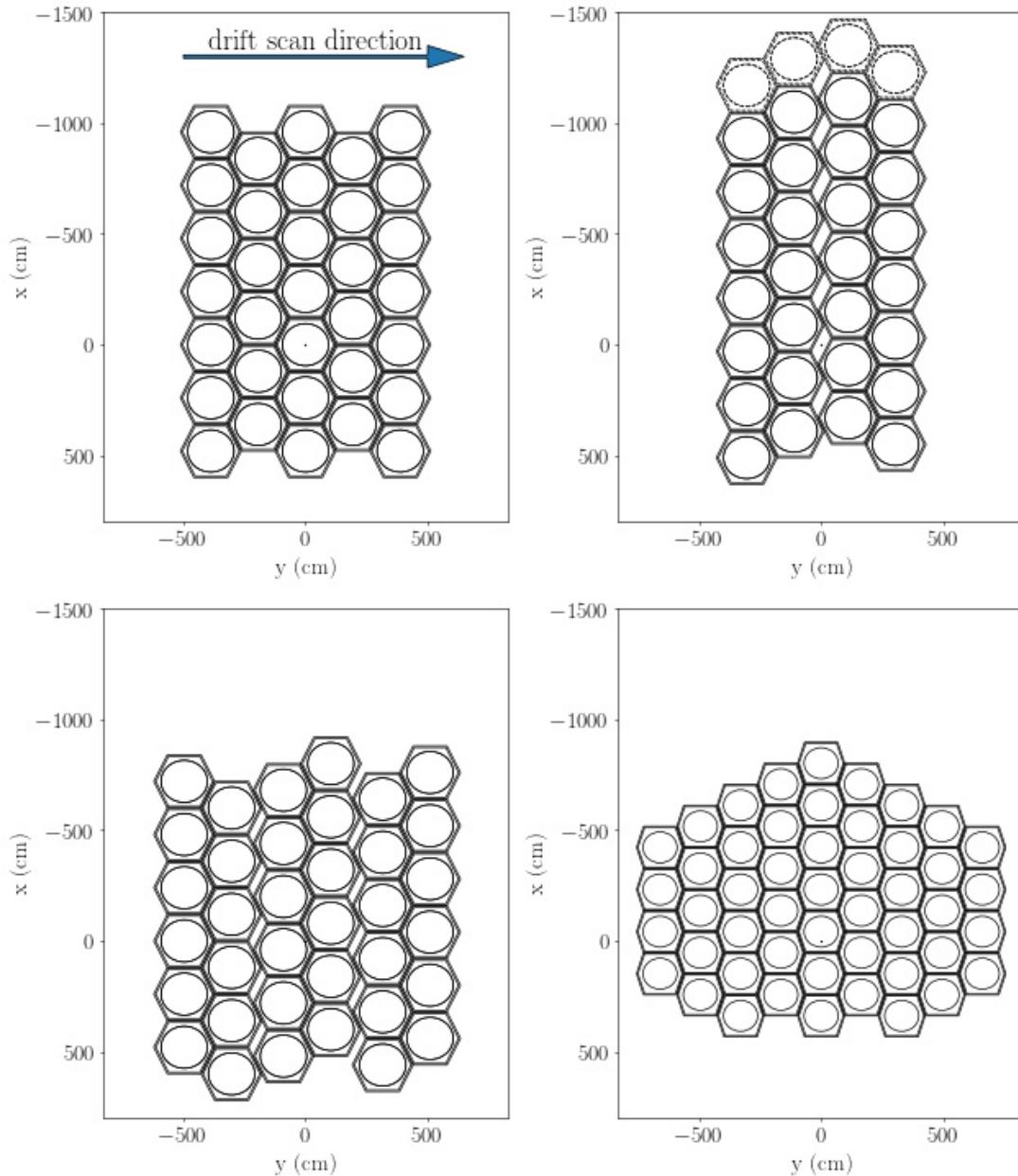


Figura 53 – Quatro arranjos para as distribuições das cornetas estudadas sobre plano focal. Canto superior esquerdo: modelo rectangular. Superior direito: double-rectangular. Inferior esquerdo: triple-rectangular. Embaixo à direita: hexagonal. Nos três primeiros arranjos, o suporte hexagonal (estrutura com o chifre) tem 249.44 cm de largura máxima e 240 cm de altura. Nessa estrutura, o círculo representa a posição central da corneta com 190 cm de diâmetro. O arranjo quatro foi construído com diferentes medidas das estruturas hexagonais para conter as cornetas, com 192 cm de largura máxima e 190 cm de altura. A seta em azul sobre a imagem superior esquerda indica a direção da varredura do BINGO no céu.

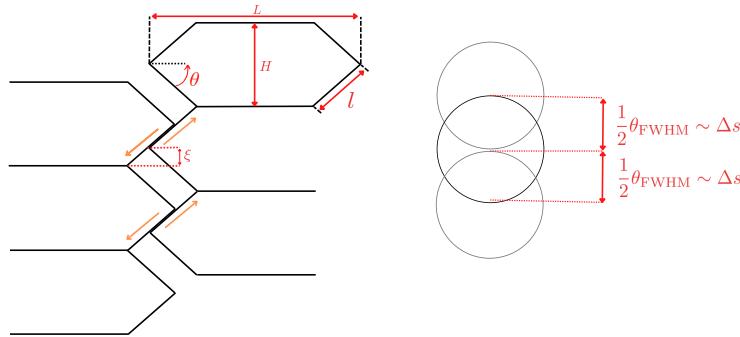


Figura 54 – Representação da ideia para construção dos modelos double-rectangular e triple-rectangular. À direita está esquematizada a ideia de se ter um número de amostra de 2 por feixe, para um separação dos centros por metade do FWHM. À esquerda estão representadas as dimensões importantes do suporte hexagonal das cornetas, e a ideia que leva à não sobreposição dos feixes, deslocando as colunas centrais adjacentes num ângulo θ por uma distância $l/2$ (double-rectangular) ou $l/3$ (triple-rectangular).

As três configurações possíveis de deslocamentos⁶ permitem os ajustes de altura necessários para produzir uma cobertura do céu bastante uniforme, em um intervalo de declinação um pouco maior. Na figura 53, não há deslocamento, todas as cornetas estão centralizadas na posição de referência delas. Com a altura extra das estruturas encapsuladoras, notamos pela figura que o plano focal de todas as três configurações retangulares é um pouco maior do que os 16 metros necessários para obtermos uma cobertura maior que os 15 graus de declinação⁷. Uma simulação completa dos feixes integrados sobre a ascensão reta pode ser vista no artigo referência (Abdalla et al., 2022b), onde apresentamos que algumas dessas configurações retangulares são mais optimizadas do que outras.

No arranjo double-rectangular, há quatro colunas com sete cornetas cada. As duas colunas à direita (do modelo na parte superior direita da Figura 53) e as duas colunas à esquerda podem ser pensadas como estando inicialmente sem qualquer espaçamento entre as colunas, e em seguida a parte à direita é deslocada (deslizada) verticalmente num ângulo de $\theta = 75.64^\circ$ (que corresponde a metade do ângulo do vértice lateral do suporte) até a metade do tamanho lateral do suporte (ver Figura 54). Esse deslocamento corresponde a um deslocamento vertical (ξ) de

$$\sin \theta = \frac{H/2}{l} = \frac{\xi}{l/2} \implies \xi = \frac{H}{4},$$

sendo H a altura do suporte hexagonal e l o tamanho do lado do suporte. Com isso, o deslocamento é de 60 cm. Assim, como nas duas primeiras colunas o ponto central de duas cornetas verticalmente subsequentes é de metade da altura do suporte, 120 cm, e sempre entre essas

⁶ Sem deslocamentos verticais, $\pm \Delta s/2$ e $\pm \Delta s$.

⁷ Sendo mais específico, ~ 16 m para triple-rectangular, ~ 17 m para o rectangular e ~ 18 m do double-rectangular.

haverá um ponto central de uma corneta dentre uma das colunas à direita, haverá um espaçoamento vertical a cada 60 cm entre os pontos focais das cornetas, sem qualquer sobreposição de posições verticais. Consequentemente, sem qualquer sobreposição do centro dos feixes no céu. Além disso, cada corneta poderá deslocar até 30 cm dentro da sua estrutura, como discutimos acima. Portanto, podemos alcançar uma configuração que é ainda mais homogênea do que uma configuração fixa simplesmente mudando a posição das cornetas verticalmente uma vez para cada ano, durante o tempo de operação do telescópio.

O caso do modelo triple-rectangular foi pensando de maneira similar, diferindo que o deslocamento vertical seria de um terço da altura, possibilitando a disposição de mais cornetas em três pares de colunas de seis cornetas, sem qualquer sobreposição das posições no céu. Todos os modelos foram testados dentro da capacidade de incluir o máximo de cornetas possíveis, dentro de cada proposição, tanto para cima (mais distante do solo) quanto para baixo (mais próximo ao solo) no eixo x , assim como para os lados no eixo y . Analisamos o caso próximo ao solo com a restrição da corneta não estar obstruída pelo espelho primário. Para os demais casos, impomos a restrição de que a intensidade coletada não poderia ser menor do que 48 dB.

No que se seguirá, apresentaremos o estudo de optimização das posições dos centros da boca⁸ das cornetas para a maior intensidade possível coletada por cada uma. Os estudos sobre os efeitos das distribuições no plano focal, bem como as implicações dessas escolhas nas formas e polarizações dos feixes, estão apresentados no artigo base.

3.3 Optimização do Plano Focal

Uma vez que obter a melhor solução para todos as posições no plano focal é uma tarefa computacional custosa e demorada, delineamos aqui uma técnica de ajuste onde selecionamos pontos distribuidos sobre o plano focal (não em relação às posições dos arranjos, mas para pontos que cobrissem todas as regiões de interesse), em que buscamos os parâmetros das cornetas que levassem as maiores intensidades coletadas para diversos pontos (x, y) sobre o plano focal. Após ter os valores ótimos das variáveis para um número relevante de pontos, interpolamos as variáveis sobre o plano focal, a fim de obter os valores dos parâmetros para qualquer posição (x, y) , e conseguir analisar os arranjos. Dito de maneira mais específica, cada posição (x, y) do plano focal (usando como referência o sistema feed) está associada a outros três parâmetros, (z, θ, ϕ) , que definem quão para frente e para trás a corneta deve ir, segundo o deslocamento do carinho suporte, e a direção de apontamento do centro da boca da corneta em direção ao espelho secundário.

Os ângulos que ditam o apontamento de cada corneta no software GRASP são, em geral, (θ, ϕ, ψ) . Tais ângulos se associam aos ângulos de Euler, (α, β, γ) , pelas relações: $(\theta, \phi, \psi) = (\beta, \alpha, \alpha + \psi)$. O ângulo ψ descreve a direção de polarização, que para nós é nulo. Assim, temos

⁸ Na verdade, como dito anteriormente, no centro de fase da corneta, que fica a 30 cm do centro da boca para dentro da corneta.

que $(\alpha, \beta, \gamma) = (\phi, \theta, -\phi)$ ⁹. Ou seja, qualquer rotação do sistema teórico centrado no centro da boca da corneta e com eixo z para fora dessa, pode ser definida por apenas dois ângulos.

Após realizarmos as interpolações dos parâmetros sobre o plano focal, como veremos melhor à frente, usamos essas interpolações para obter a descrição de cada posição de corneta de cada arranjo, incluindo os possíveis deslocamentos verticais.

Observemos aqui que as localizações e os ângulos das cornetas foram optimizados buscando a intensidade máxima do sinal gerada por nossas simulações com o GRASP em uma frequência de 1100 MHz. No entanto, a cobertura de frequência BINGO abrange de 980 MHz à 1260 MHz. Portanto, embora a optimização neste trabalho tenha sido realizada a 1100 MHz, também observamos o comportamento dos feixes em outras frequências no intervalo de interesse. Como a optimização foi realizada no plano focal, isso se aplica a todos os arranjos.

O processo de optimização das variáveis se dá assumindo que cada uma delas é independente das outras duas variáveis, e que pode ser totalmente caracterizada pela posição sobre o plano focal. Então, para obter as posições (z, θ, ϕ) de cada corneta atingindo intensidade máxima, buscamos os valores desses parâmetros que maximizassem $10 \log_{10}(\|E_{co}\|^2)$, utilizando o já citado software TICRA-GRASP. Esse valor é equivalente à própria intensidade¹⁰. As primeiras calibrações foram feitas da seguinte forma: dada uma corneta a ser analisada, identificada pelas posições x e y , buscamos os valores dos parâmetros (z, θ, ϕ) que fornecessem a amplitude máxima, varrendo um amplo domínio dos valores que pudessem ser assumidos pelos parâmetros. Isso foi feito para um conjunto de 52 posições (x, y) .

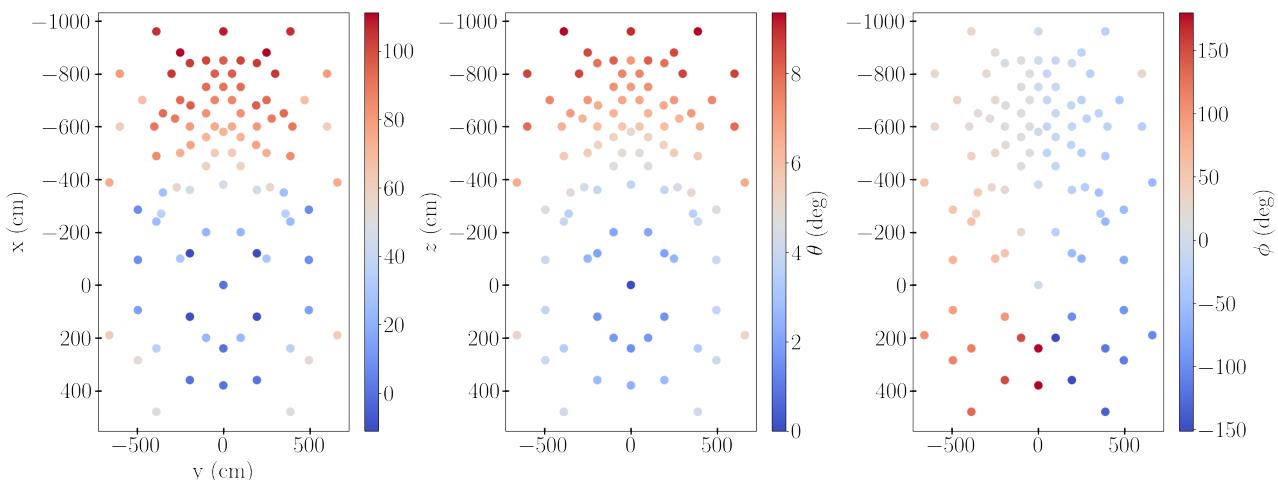


Figura 55 – Parâmetros de cornetas optimizados com GRASP usando apenas o mesmo pico na faixa z em relação à coordenada x . O eixo vertical dos gráficos são x , com valores em cm, e eixo horizontal, y , também em cm.

Após a realização do processo descrito acima, verificamos haver simetria dos parâmetro z e θ , e antissimetria do parâmetro ϕ , em relação ao eixo y do plano focal. Pudemos, então, explorar

⁹ O GRASP usa como convenção de rotação R_{zyz} , ou seja, "zyz". As definições podem ser vistas no TICRA Tools User's Manual, edição 20.0.0, na página 1223.

¹⁰ A intensidade é obtida por $10 \log_{10}(\|E_{co}\|^2 + \|E_{cx}\|^2) \approx 10 \log_{10}(\|E_{co}\|^2)$.

essas propriedades para alcançar um total de 96 posições para as interpolações. Os resultados podem ser vistos na Figura 55. Nós utilizamos esses valores e buscamos ajustes analíticos para representar $(\hat{z}, \hat{\theta}, \hat{\phi})$, para cada (x, y) na região de interesse. Utilizando um modelo de regressão de mínimos quadrados não-linear, baseado na função `curve_fit` do pacote em python `scipy`¹¹, foi possível encontrar bons ajustes para os parâmetros usando apenas um polinômio em função de x e y . Usamos as funções $\hat{z}(x, y)$, $\hat{\theta}(x, y)$, $\hat{\phi}(x, y)$ a partir dos polinômios

$$\begin{aligned} a &+ bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 + gx^2y + hxy^2 \\ &+ ix^3 + jy^3 + kx^4 + ly^4 + \frac{m}{(x + 10^{-5})} + \frac{n}{(y + 10^{-5})}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

com os coeficientes de a a n apresentados na Tabela 10. Nós notamos que, dado que as interpolações cobrem toda a região de interesse do plano focal, os ajustes se aplicam a todos os arranjos. Como comparação e para fins de verificação cruzada, utilizamos também um modelo de rede neural DNN para fazer a interpolação dos parâmetros, que, como mostrado no artigo base, resultaram em valores compatíveis com os resultados aqui descritos.

Contudo, as análises iniciais para o parâmetro z não apresentavam um comportamento de variação suave pelo plano focal. O ajuste desse parâmetro exigiu uma análise mais refinada para entender sua falta de suavidade. Para tal análise, usando os valores calibrados dos parâmetros angulares, realizamos uma análise completa de como varia a amplitude da intensidade com relação ao z , como pode ser visto na Figura 56. A figura apresenta diversos gráficos de evolução de z pela intensidade máxima para y e x espaçados por 50 cm, com o primeiro entre -600 e 0 , e o segundo de -1000 à -400 cm.

Os valores de intensidade máxima para $x > -400$ cm podem ser vistos gerando uma evolução gradual do parâmetro z em relação ao pico de máxima intensidade, o que não ocorre para o caso $x < -400$ cm. Podemos verificar que em diferentes gráficos, para x fixo, sequer é possível identificar a posição do pico máximo de intensidade, quanto menos uma evolução da posição do pico para diferentes x . Esse fato fica bem claro nos gráficos para $y = -350$, -400 e -450 cm. Eles poderiam ter um segundo ou terceiro pico como resposta, para um dado erro, e isso se deve muito provavelmente a alguns efeitos de aberração serem mais dominantes do que outros em certas posições. Tais múltiplos picos nos impossibilitou de obter uma representação monótona da evolução de z sobre o plano focal tomando apenas os valores máximos da intensidade. Para contornar essa situação e ter uma representação suave da evolução desse parâmetro foi necessário nos restringirmos a evolução de um mesmo pico para diferentes valores de x ; i.e., acompanhando a modificação do pico em relação a x , para um dado y , sem necessariamente o pico corresponder ao de máxima intensidade da curva.

Para esses resultados serem possíveis, como dissemos, tivemos que em certos casos tomar ocasionalmente um pico secundário para garantir a suavidade da função, z . Após obtermos os valores de z para esses picos em diferentes valores de x , utilizamos uma função suave

$$\hat{z}_y(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \frac{f}{(x + 10^{-5})} + \frac{g}{(x + 10^{-5})}. \quad (3.7)$$

¹¹ https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html

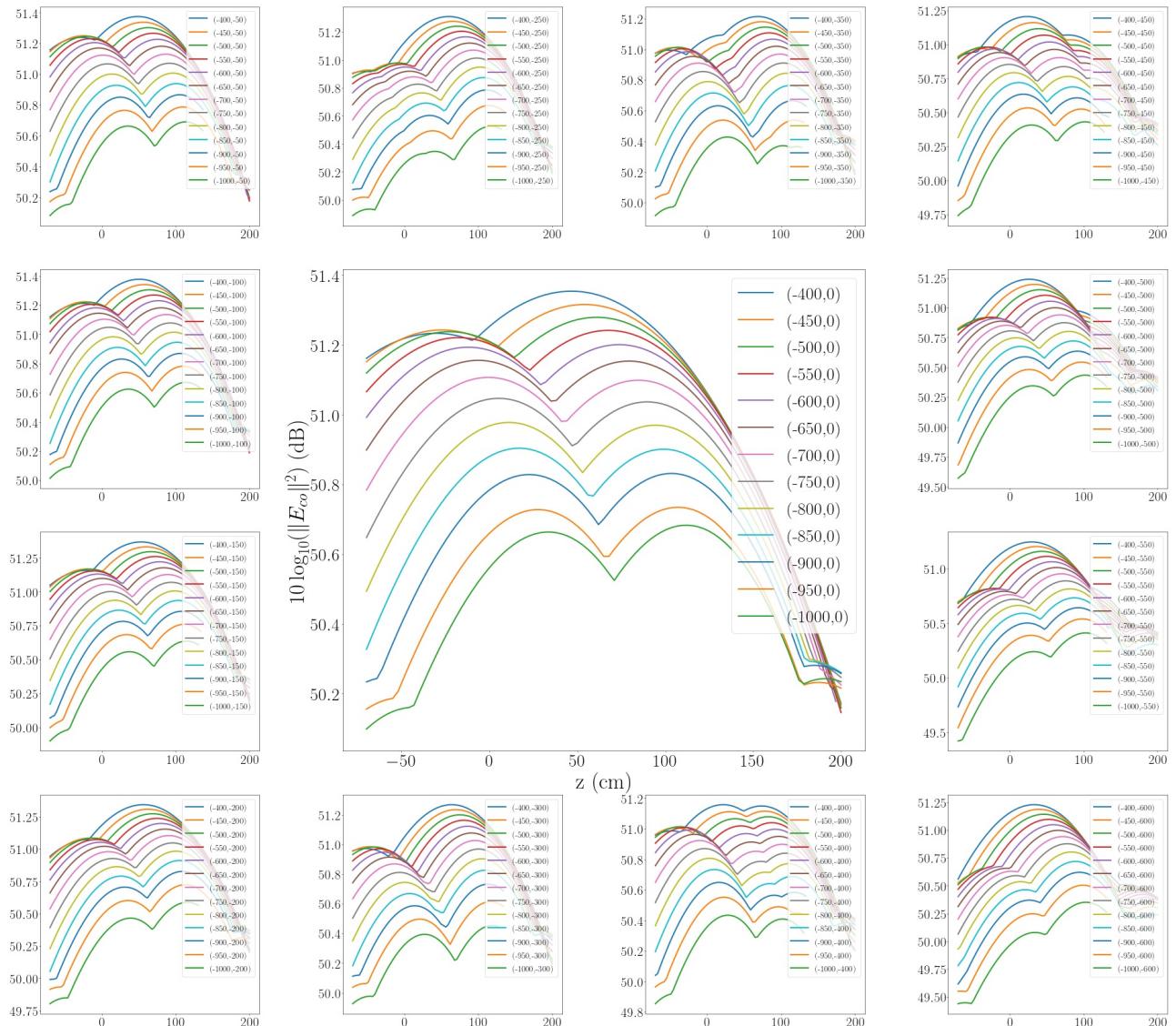


Figura 56 – Evolução do parâmetro z em relação à coordenada x para diferentes coordenadas y .

Os valores de x estão entre -1000 e -400 cm com intervalos de 50 cm para todas as parcelas. Os valores de y estão entre -600 e 0 cm, começando no gráfico superior esquerdo e terminando no gráfico inferior direito. Esses valores correspondem à região crítica no plano focal para obter um ajuste para o parâmetro z .

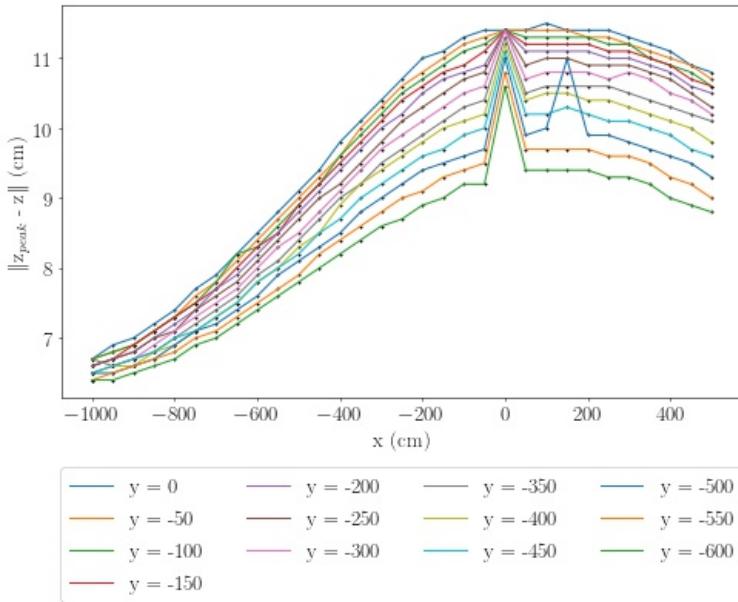


Figura 57 – Cada curva de profundidade de foco necessária para o foco apropriado da corneta, considerando a desfocagem de no máximo 0.005 dBi para 13 posições de y .

Tabela 9 – Raíz quadrada média (RMS) das coordenadas calculadas na Tabela 10 para o ajuste de mínimos quadrados não linear.

Parâmetro	RMS
z (cm)	11.63
θ (deg)	0.25
ϕ (deg)	10.27

que, para cada y (e com base nos resultados), fornecesse o valor de z para a evolução que desejávamos. Assim sendo, obtivemos as posições dadas na Tabela B.1. Com os ajustes, obtivemos uma raiz quadrada média (RMS) para o ajuste da posição z abaixo de 12 cm.

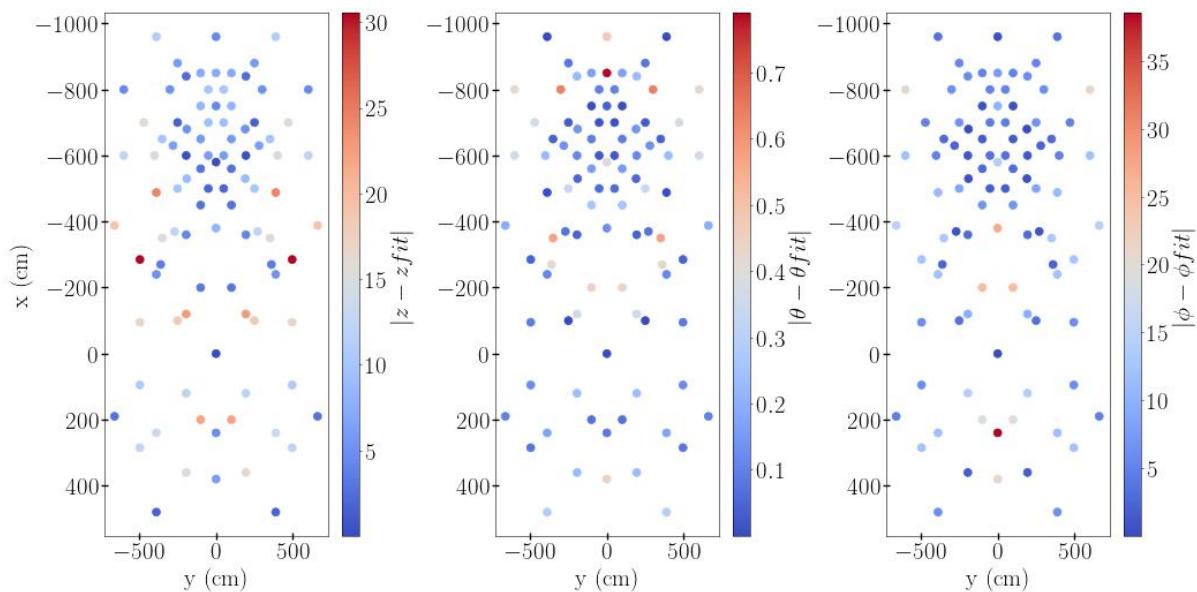
O rms de z é 11.63 cm; para θ e ϕ encontramos 0.25 e 10.27, respectivamente, como pode ser visto na Tabela 9. Nas Figuras 58 e 59, podemos ver a diferença absoluta entre os valores optimizados e os reconstruídos de cada parâmetro, tanto quanto a distribuição espacial (2D) quanto colocando todos os resultados em sequência, numa série, respectivamente.

Para a nova escolha acima, também calculamos a profundidade de foco para todos os 13 gráficos da Figura 56, apresentados na Figura 57, que corresponde à precisão na qual precisamos colocar as cornetas no plano focal em relação ao movimento frontal delas. No caso, as curvas de profundidade de foco são obtidas ao pegarmos as intensidades em cada pico selecionado e seu respectivo valor z , denominados aqui por I_{max} e z_{max} , respectivamente, e, então, encontramos o valor $\|z_{max} - z\|$ no qual $\|I_{max} - I\| = 0.005$ dBi. Na figura, cada curva representa um valor y fixo para posições x variáveis. Vemos que todos os valores de z estão no intervalo $6.5 \leq z \leq 11.5$ cm, e que quanto menor o valor de x , menor é o valor da profundidade de foco. Isso quer dizer que a profundidade de foco é menor próximo a origem do plano focal.

Uma outra observação nessa figura é sobre os dois picos aparentes que surgem em $x = 0$

Tabela 10 – Parâmetros ajustados a partir da Eq. (3.6) via mínimos quadrados não-lineares.

	z (cm)	θ (deg)	ϕ (deg)
a	1.1 ± 4.2	1.6079 ± 0.0904	89.8 ± 3.69
b	-0.048 ± 0.013	$-2.422e-03 \pm 2.80e-04$	$2.183e-01 \pm 1.14e-02$
c	$0.00e-03 \pm 9.7e-03$	$0.00e-04 \pm 2.11e-04$	$0.00e-03 \pm 8.42e-03$
d	$0.00e-05 \pm 1.7e-05$	$0.00e-07 \pm 3.79e-07$	$0.00e-05 \pm 1.54e-05$
e	$2.1e-04 \pm 2.2e-05$	$9.747e-06 \pm 4.82e-07$	$4.52e-05 \pm 1.97e-05$
f	$7.6e-04 \pm 4.0e-04$	$9.574e-06 \pm 8.73e-07$	$-2.32e-05 \pm 3.57e-05$
g	$0.00e-08 \pm 2.8e-08$	$0.00e-10 \pm 6.14e-10$	$0.00e-08 \pm 2.40e-08$
h	$1.97e-07 \pm 3.0e-08$	$4.8107e-09 \pm 6.53e-10$	$-1.941e-07 \pm 2.67e-08$
i	$3.9e-08 \pm 6.7e-08$	$2.07e-09 \pm 1.45e-09$	$-3.071e-07 \pm 5.94e-08$
j	$0.00e-08 \pm 3.0e-08$	$0.00e-10 \pm 6.63e-10$	$0.00e-08 \pm 2.67e-08$
k	$-1.08e-10 \pm 6.1e-11$	$-2.79e-12 \pm 1.31e-12$	$-2.293e-10 \pm 5.36e-11$
l	$5.4e-11 \pm 9.4e-11$	$-4.10e-12 \pm 2.02e-12$	$-2.56e-11 \pm 8.27e-11$
m	$5e-05 \pm 1.4e-04$	$-1.416e-05 \pm 2.99e-06$	$-9.14e-04 \pm 1.22e-04$
n	$-6.3e-05 \pm 5.5e-05$	$-1.92e-06 \pm 1.19e-06$	$1.67e-05 \pm 4.85e-05$

Figura 58 – Diferença absoluta entre os valores dos parâmetros calibrados e os parâmetros de ajuste. O primeiro gráfico é a diferença para o parâmetro z , o gráfico central é a diferença para o parâmetro θ e o último gráfico para ϕ .

e 150, esse última só para $y = -500$. A explicação para eles é que nos gráficos $z \times I$ surge uma divisão na posição onde haveria a continuação de um pico. Devido a isso, o novo pico tem uma declinação mais suave e maior do que $\|z_{max} - z\|$ para 0.005 dBi. Como exemplo, peguemos o caso $(x, y, z) = (150, -500, z)$. Essa divisão corresponde à divisão $z \sim 74$ cm para $I(x, y, z) = I(250, -500, z)$, e $z \sim 78$ cm para $I(x, y, z) = I(350, -500, z)$.

3.3.1 Spillover

Nós usamos o GRASP para derivar uma estimativa para o spillover em todo o plano focal. O software explora o teorema da reciprocidade e gera os campos a partir das cornetas. O

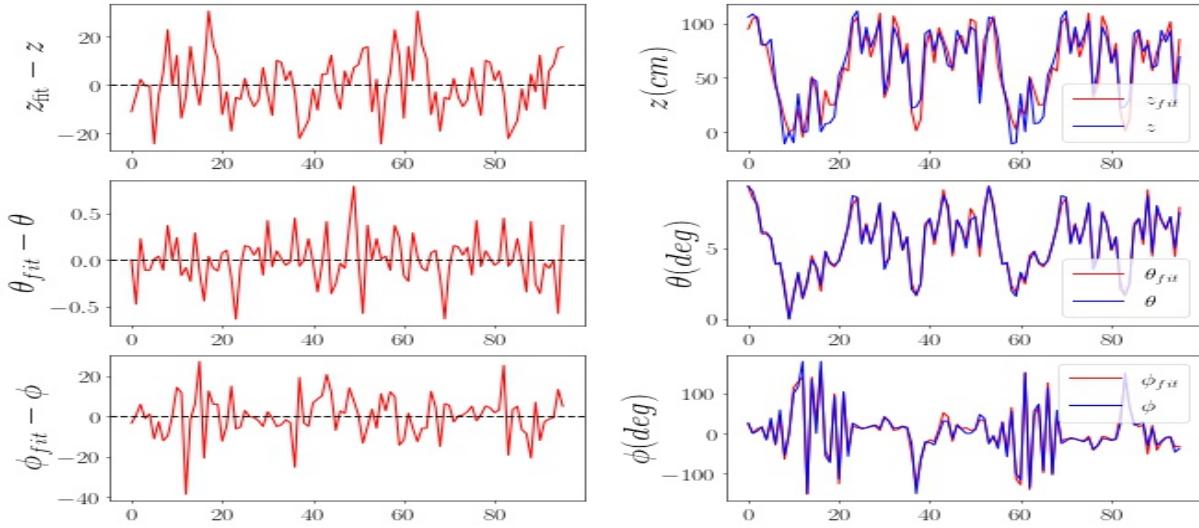


Figura 59 – Ajuste de mínimos quadrados não linear para cada 96 posições no plano focal para cada coordenada estimada. A coluna da esquerda mostra a diferença entre os parâmetros estimados e optimizados, e a coluna da direita mostra as visualizações estimadas e optimizadas juntas.

GRASP constrói cada simulação partindo com os raios da corneta para o reflector secundário, e os raios refletidos do secundário na direção do reflector principal. Portanto, para cada reflector haverá um transbordamento (*spillover*) associado. Nesse trabalho, indicamos 'spillover1' para o reflector secundário e 'spillover2' para o reflector principal, devido à configuração do software.

Uma vez que o campo (em relação aos raios) contém a potência expressa em termos do vetor de Poynting, $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^\dagger)$, a potência que alcança a superfície é

$$W = - \int_S d\mathbf{a} \cdot \mathbf{S},$$

com S sendo a superfície do reflector. Assim, o spillover no software é definido como

$$\text{spillover} = 10 \log_{10} \frac{4\pi}{W}. \quad (3.8)$$

O design do telescópio é configurado de forma que o espelho secundário seja sub-iluminado pelas cornetas, dada a combinação da distância focal escolhida e a abertura angular das cornetas. Como tal, o spillover dessa configuração é extremamente baixo na mira do telescópio, que é onde está a declinação ($\delta = -15^\circ$) que a corneta apontará e está localizado na posição $(x, y) = (0, 0)$ do plano focal.

Nós precisamos avaliar se o arranjo óptico tem um spillover significativamente diferente para cada uma das cornetas localizadas fora do foco principal do telescópio. Na Figura 60, apresentamos o spillover calculado para as 96 posições com os parâmetros optimizados. Podemos ver que no foco do telescópio o spillover é muito baixo, em torno de 0.003 dB (menor valor na escala da Figura 60). A figura também nos mostra que o spillover mais do que dobra em dB nas bordas na região considerada do plano focal; porém, mesmo nas localidades mais distantes do centro do plano focal, o valor do spillover permanece inferior a 0.007 em dB.

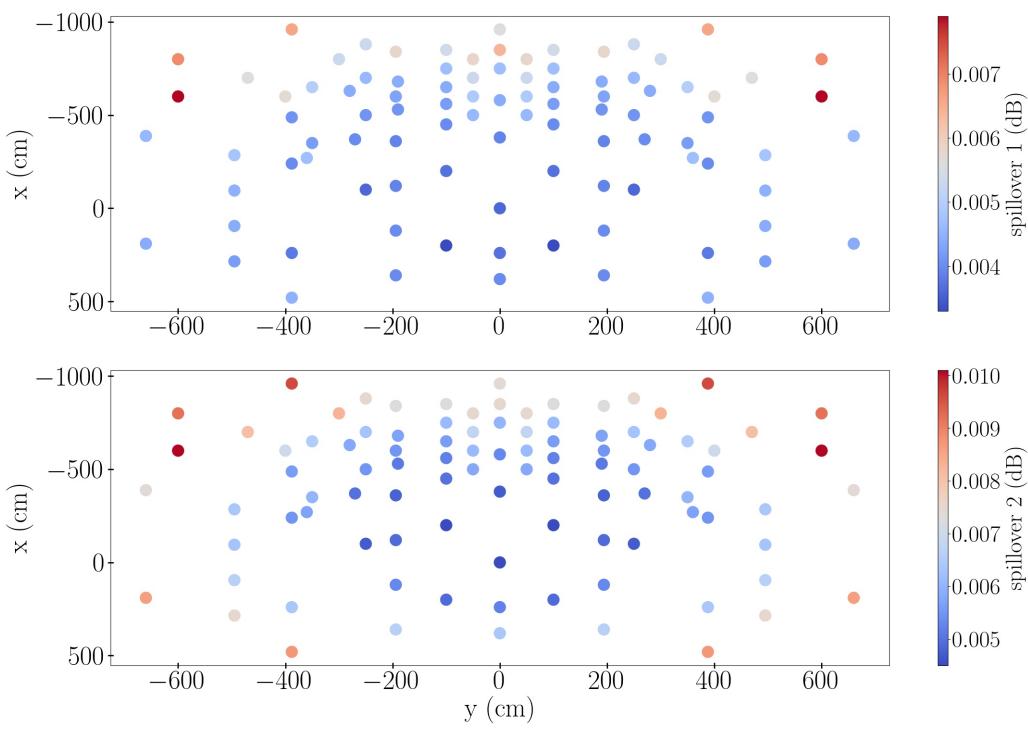


Figura 60 – (Superior) spillover1 está em relação ao reflector secundário. Podemos ver que no foco do telescópio o spillover1 é de 0.0036 dB e que, na pior das hipóteses, aumenta para 0.008 dB nas bordas do plano focal. (Inferior) o spillover2 é em relação ao reflector primário. Seu spillover no centro é de 0.0045 dB e o pior é de 0.0101 dB.

Os resultados acima são encorajadores pois significam que, mesmo sem a blindagem do espelho principal e sem quaisquer outras medidas para evitar o aterrramento, o spillover para todo o sistema deve permanecer abaixo de 0.007 dB e na maioria dos casos em torno de 0.003 – 0.004 dB. O projeto avalia usar uma blindagem de aterrramento ao redor do primário e na parte inferior do espelho secundário, o que deve melhorar consideravelmente os valores acima.

3.4 Atenuação do sinal devido ao design da corneta

Como comentamos anteriormente, as cornetas precisam ter sidelobes muito baixos e os seus feixes centrais precisam ser afunilados tal que a iluminação na borda do espelho secundário seja menor do que -20 comparado ao centro, minimizando as contribuições do spillover e do sinal proveniente do solo para o sinal registrado pelo telescópio. O padrão do feixe resultante é importante para permitir que o fraco sinal de 21-cm seja eficientemente separado da brilhante emissão galáctica. Com uma leve sub-iluminação do espelho secundário, o FWHM para todo o telescópio deve ser de ≈ 40 arcmin (na frequência central da nossa banda), mantendo os requisitos originais de resolução angular para o projeto.

Isso é determinado principalmente pelo limite de difração do espelho primário, mas obviamente dependerá dos detalhes da localização das cornetas e de potenciais aberrações ópticas presentes no sistema para cornetas que não estão localizados no exato foco do telescópio. Cada

corneta no plano focal terá uma FWHM diferente.

Para as análises desse trabalho, usamos as medições dos padrões de radiação das cornetas relatados em (Wuensche et al., 2020), e mostrados nas Figuras 16 e 18, para produzir ajustes para a medição horizontal (H) e vertical (V) das intensidades de polarização usadas para modelar o padrão do feixe do telescópio. Os ajustes são mostrados no Apêndice F. Calculamos o ângulo e os valores de intensidade correspondentes para cada frequência e cada componente de intensidade medida (V, H), para o qual a intensidade é atenuada em 10 dB e 20 dB em relação à intensidade de pico. Os resultados são apresentados nas Figuras 61 e 62 para as componentes horizontal e vertical, respectivamente. Ressaltamos aqui que modelamos os lóbulos principais dos feixes por gaussianas, como apresentado no Apêndice F, pois esses são ajustes muito bons para as medições fornecidas pelo LIT (Wuensche et al., 2020). Além disso, neste trabalho, negligenciamos qualquer acoplamento cruzado das cornetas. Também assumimos que o feixe gaussiano do software GRASP é colocado no centro de fase da corneta física, localizada a 30 cm para dentro da boca da corneta.

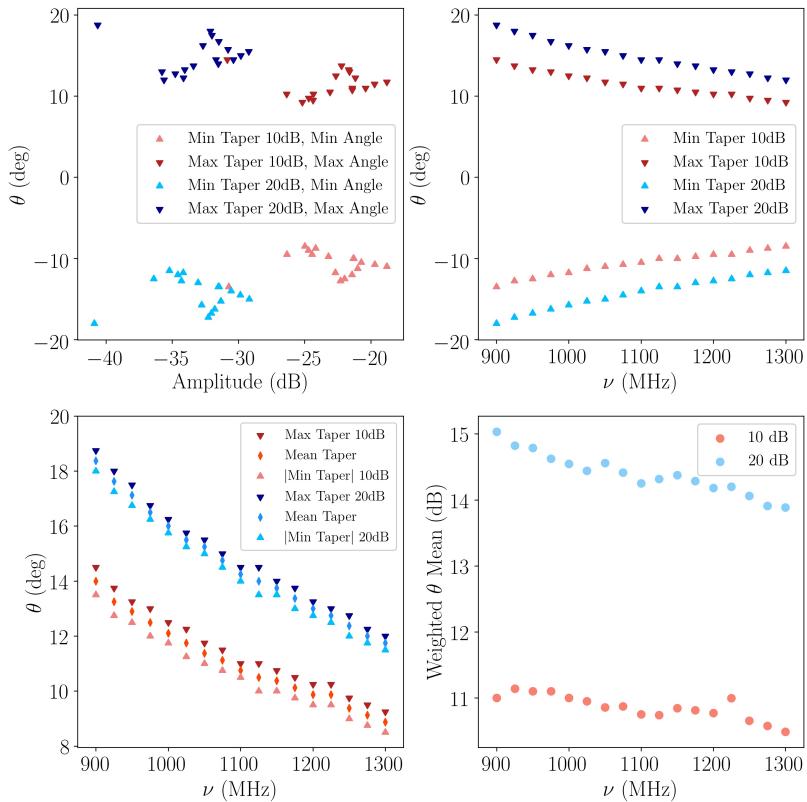


Figura 61 – Ajuste da intensidade da polarização horizontal para as medidas do protótipo da corneta. Imagem superior à esquerda: ângulo de atenuação para 10-20 dB para diferentes frequências em relação à amplitude da intensidade. Superior à direita: ângulos para atenuação de 10-20 dB attenuation angles \times frequência. Inferior à esquerda: valores absolutos dos ângulo em relação à frequência. Inferior à direita: ângulo ponderado pela frequência de 1100 MHz para atenuação de 10-20 dB da intensidade e em relação à frequência. Valores mínimos e máximos são citadas em relação à intensidade máxima do feixe para cada frequência.

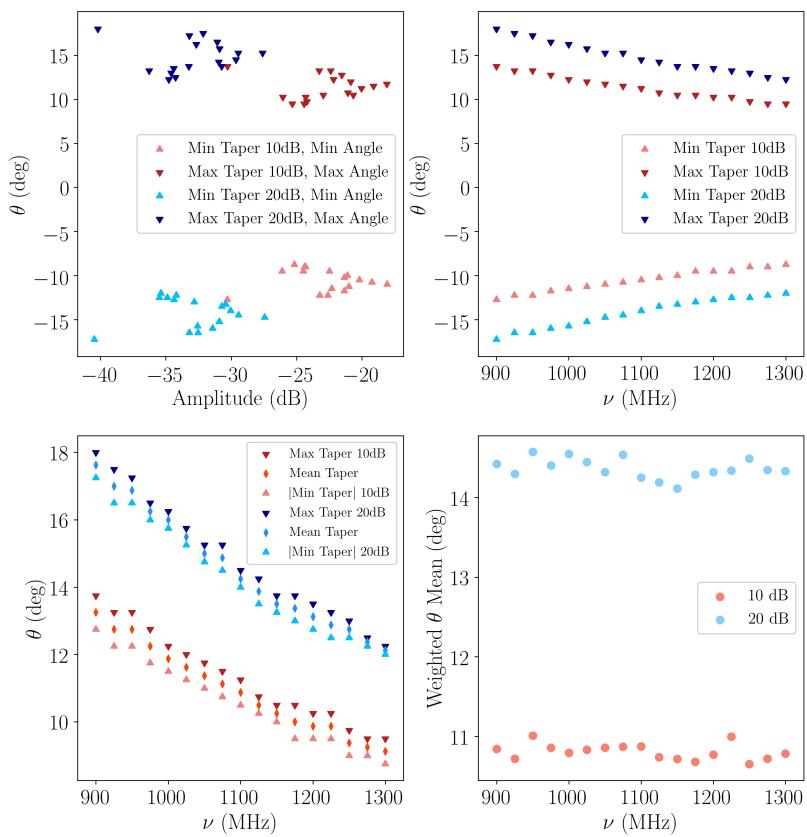


Figura 62 – Ajuste da intensidade de polarização vertical para as medidas do protótipo da corneta. Imagem superior à esquerda: ângulo de atenuação para 10-20 dB para diferentes frequências em relação à amplitude da intensidade. Superior à direita: ângulos para atenuação de 10-20 dB attenuation angles × frequência. Inferior à esquerda: valores absolutos dos ângulos em relação à frequência. Inferior à direita: ângulo ponderado pela frequência de 1100 MHz para atenuação de 10-20 dB da intensidade e em relação à frequência. Valores mínimos e máximos são citadas em relação à intensidade máxima do feixe para cada frequência.

A Figura 61 contém quatro gráficos: superior esquerdo mostra os ângulos para os quais a intensidade é atenuada em 10 e 20 dB em relação à intensidade de pico (daqui em diante, nos referiremos a estes simplesmente por ângulos de atenuação 10 e/ou 20 dB).¹²; o canto superior direito mostra os ângulos de atenuação de 10 e 20 dB como função da frequência - observemos que há uma clara redução do ângulo de abertura à medida que a frequência aumenta; o canto inferior esquerdo mostra os ângulos de atenuação máxima, média e mínima, em valor absoluto, em função da frequência, para 10 e 20 dB; o canto inferior direito mostra a média ponderada ($\theta \times \nu / (1100 \text{ MHz})$) dos ângulos de atenuação em função da frequência. A mesma discussão se aplica à Figura 62.

Nós usamos os ângulos de atenuação 20 dB para ambas componentes V e H para calcular os valores médios para cada frequência e usar as interpolações neste intervalo nas simulações GRASP. Os valores mostrados na Figura 63 são realmente menores do que o ângulo subtendido pelo reflector secundário, portanto, confirmamos que o nosso sistema óptico está de fato sub-

¹² Vide que utilizamos a nomenclatura min e max, para contemplar possíveis assimetrias dos feixes

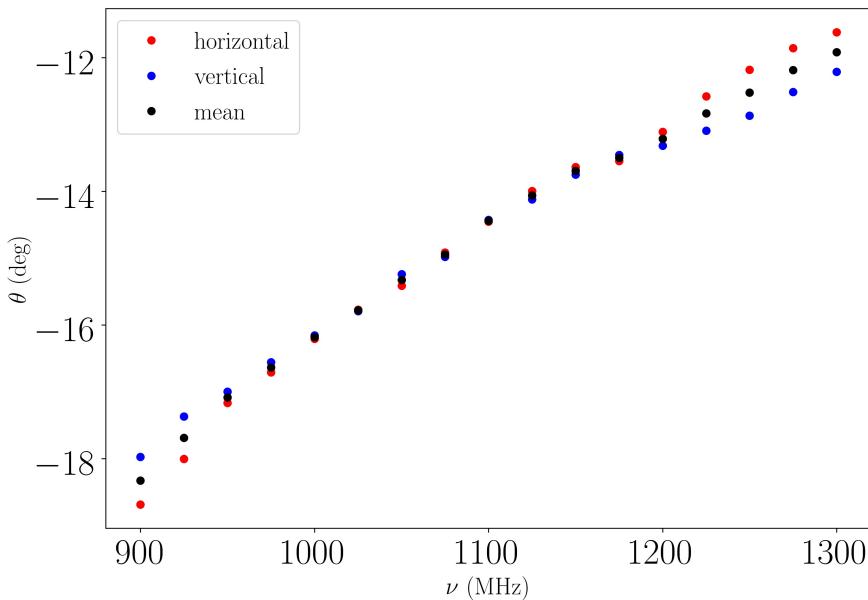


Figura 63 – O valor do ângulo de atenuação θ para as intensidades das componentes de polarização vertical (azul) e horizontal (vermelha) em frequências diferentes e o valor médio (black) entre ambas componentes na mesma frequência.

iluminado, produzindo os lóbulos laterais muito baixos de acordo com os requisitos científicos.

3.5 Proposição de modelo de construção dos espelhos refletores

O último tópico que cobriremos será a respeito de como construir os espelhos refletores. A inviabilidade de construir cada um dos espelhos reflectores (curvos) com uma única placa faz com que devamos construí-los através de placas menores acopladas, acoplando-as através de algum sistema mecânico que permita conectá-las ao mesmo tempo que possibilite que as placas sofram pequenas variações devido a interpéries. Esse tipo de procedimento fora usado pelo telescópio FAST ([Nan et al., 2011; Zhao; Wang; Song, 2018](#)), que é o maior radiotelescópio do mundo e também tem um design do tipo single-dish. O reflector principal do FAST é um parabolóide de 500 m de abertura de iluminação e 300 m de raio do parabolóide. A estrutura do espelho é composta por uma anel que sustenta uma rede de cabos de aço (veja a Figura 64). Cada nó da rede de cabos conecta seis placas triangulares, dentre as cerca de 4400 placas, de 11 m de lado (veja a Figura 65). Tal modelo pode ser adaptado aos reflectores do BINGO, dadas as devidas especificidades dos espelhos deste.

Apesar do design óptico do BINGO não ser exatamente um single-dish, ele funciona como um ([Wuensche et al., 2022](#)). Seu modelo crossed-Draconian off-axis, como vimos, possui o espelho principal em formato de parabolóide com abertura de 40 m e o espelho secundário sendo hiperbolóide. A princípio, ambos espelhos possuem corte elíptico nas bordas.

A proposição de construção é usar simetrias das próprias geometrias dos espelhos para estipular os formatos das placas. No caso do espelho principal, um parabolóide centrado na

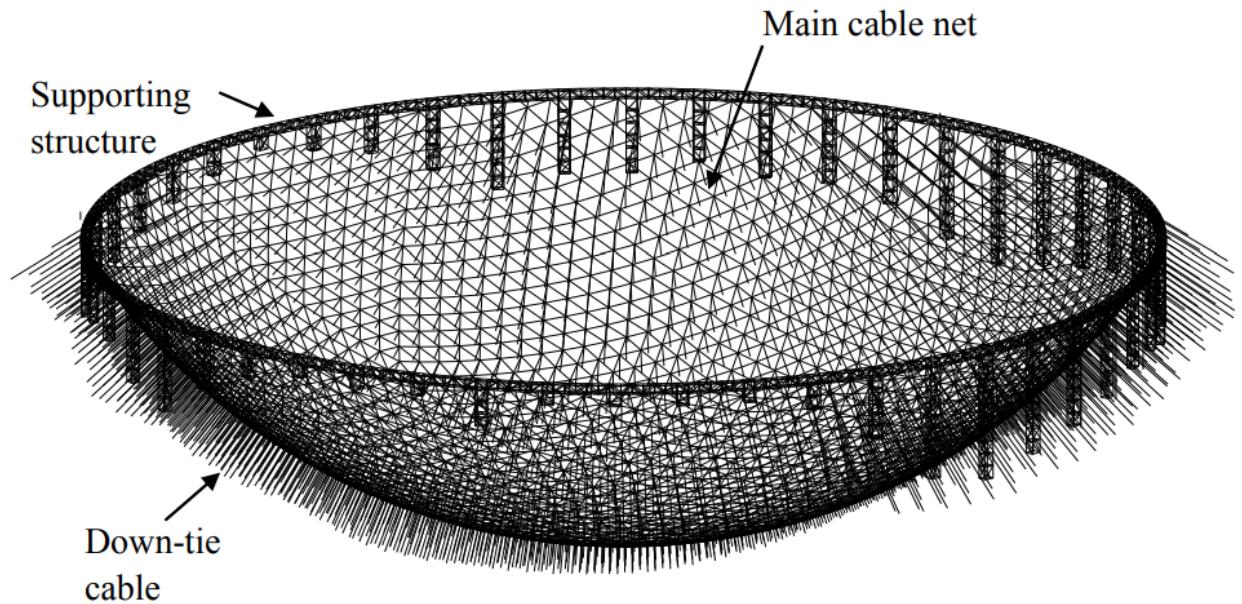


Figura 64 – Representação do espelho principal em formato parabolóide do radiotelescópio FAST. Há um suporte em formato de anel que sustenta uma rede de cabos. Cada nós da rede conecta seis placas triangulares. Imagem extraída de (Nan et al., 2011).



Figura 65 – Um elemento unitário (placa) do espelho do FAST. Essa unidade possui lados com 11m sustentada por uma estrutura de alumínio e de aço. Imagem extraída de (Nan et al., 2011).

origem, as coordenadas (x, y, z) estão vinculadas pela geometria do parabolóide, que no caso do BINGO fornece a Eq. 3.3 com $f = 140$ m sendo o comprimento focal. Em seguida, é mais fácil imaginar o espelho em um outro espaço, através do mapeamento

$$(x, y, z(x, y)) \rightarrow (r, \theta),$$

com $r = \sqrt{4fz}$ e $\theta = \arctan(x/y)$. As placas devem ser, então, construídas a partir de retângulos dentro desse espaço. Ou seja, $(\Delta r^i, \Delta \theta^j)$, com i e j estabelecendo diferentes valores possíveis para as larguras. Propusemos um modelo com $\Delta\theta$ fixo para um certo valor (a ser avaliado) e a partir desse valor rotacionamos as placas para Δr , também fixo, dentre

$\theta_{\min} = \min_{x,y}\{\arctan(x/y)\}$ e $\theta_{\max} = \max_{x,y}\{\arctan(x/y)\}$. Os valores x e y usados para essa contabilização são os do modelo teórico com o corte elíptico na borda. Isso é, o modelo teórico é usado como base para a construção do modelo realístico, principalmente fornecendo os valores permitidos para x e y .

Logo,

$$\theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\min} + \Delta\theta, \dots, \pi/2 - \Delta\theta, \pi/2, \pi/2 + \Delta\theta, \dots, \theta_{\max} - \Delta\theta, \theta_{\max}].$$

A ideia para Δr é similar, estabelecendo r_{\min} e r_{\max} e um passo Δr , tal que, $r \in [r_{\min}, r_{\min} + \Delta r, \dots, r_{\max} - \Delta r, r_{\max}]$. Logo, as relações ($\Delta r, \Delta\theta$) estipularão as dimensões das placas, que variarão para cada Δr de uma dada faixa. Ou seja, uma dada placa é rotacionada entre os ângulos mínimo e máximo, preservando a área da placa.

A Figura 66 contém a representação de um tipo de modelagem por placas retangulares. Na imagem superior há a representação geral da divisão, em que faixas da mesma cor representam placas com mesmas dimensões (mesma área) e os pontos pretos os nós, em três diferentes projeções. A divisão realizada nesse modelo foi com 14 subdivisões na coordenadas z e divisões angulares a cada 0.015 rad. Nesse tipo de simulação as placas variam, mas têm dimensões da ordem de $\sim 3.0 \times 3.75$ m. Rotações dessas placas para construir uma fileira podem ser vistas na Figura 66, parte inferior. Nessa parte da figura, estão contemplados as placas da décima e décima primeira fileiras. São representações ilustrativas que indicam a ideia a ser adotada, modulada e implementada no software GRASP. Como pode ser visto, tal representação não possui as bordas em formato elíptico, o que pode ser melhor visto na imagem à esquerda da Figura 67.

O caso do espelho secundário segue exatamente a mesma ideia, diferindo na definição do espaço (r, θ) . Sendo o hiperbolóide definido pela Eq. 3.5, podemos definir

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = b \sqrt{\left(\frac{z - c}{a}\right)^2 - 1}.$$

A mesma ideia descrita para o espelho primário aplicado ao secundário fornece o padrão representado na imagem à direita da Figura 67.

Como o custo das placas - mesma quantidade de placas - será o mesmo para ambos os casos - com ou sem corte elíptico nas bordas -, sem o corte deverá haver uma maior coleta de sinal, o que poderá resultar em uma melhoria do lóbulo principal. Contudo, deve-se avaliar se o spillover de cada espelho continuará baixo, como descrito anteriormente. Algumas análises preliminares, a serem apresentados em artigo a ser publicado, apresentaram que apesar de surgirem aberrações nos feixes devido ao modelo de construção, é possível manter os sidelobes baixos, seguindo a exigência tecno-científica e uma forte preservação do lóbulo central.

3.6 Conclusões

Esse capítulo apresentou o trabalho, durante o doutorado, relacionado ao estudo óptico do radiotelescópio. Nosso objetivo era alcançar uma configuração que tivesse uma subiluminação

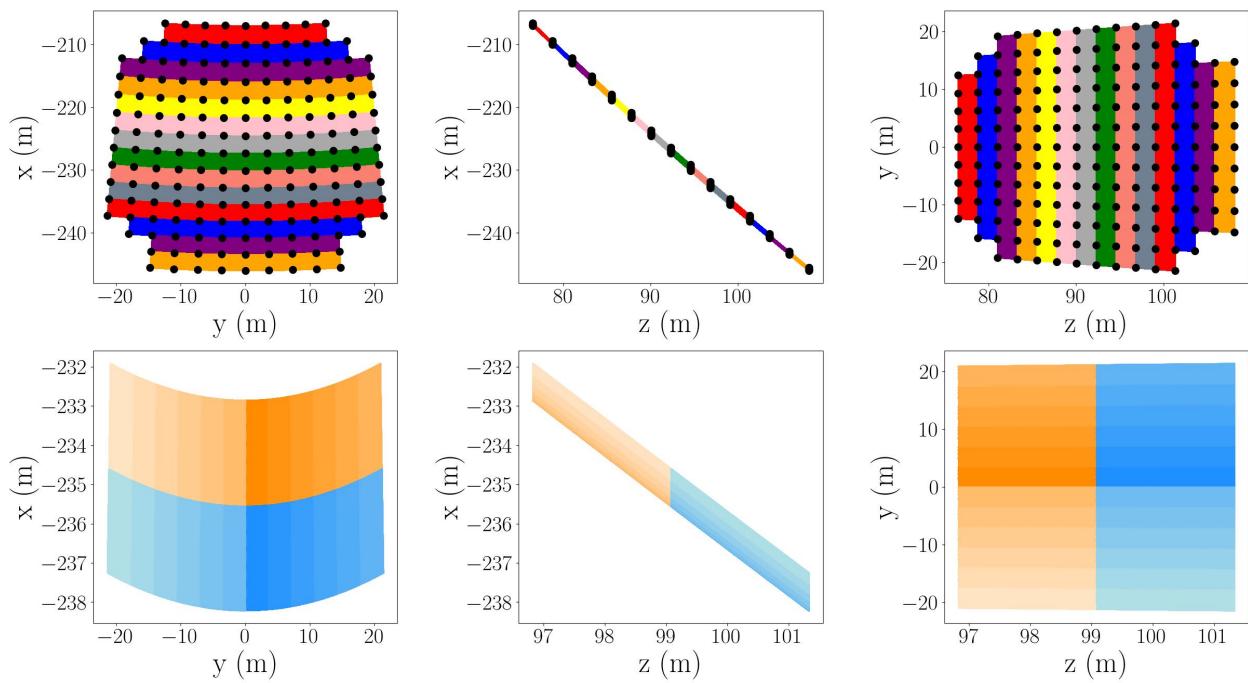


Figura 66 – Divisão do espelho primário, no sistema de coordenadas global, correspondendo a divisão de 14 faixas e no máximo 13 subdivisões pelo ângulo. (Superior) As cores são meramente ilustrativas, em que cada faixa com a mesma cor representa placas com as mesmas dimensões, diferindo somente por rotações. (Inferior) representação de duas faixas sequenciais, diferindo pelos degrades em azul e laranja, que correspondem a décima e décima primeira faixas.

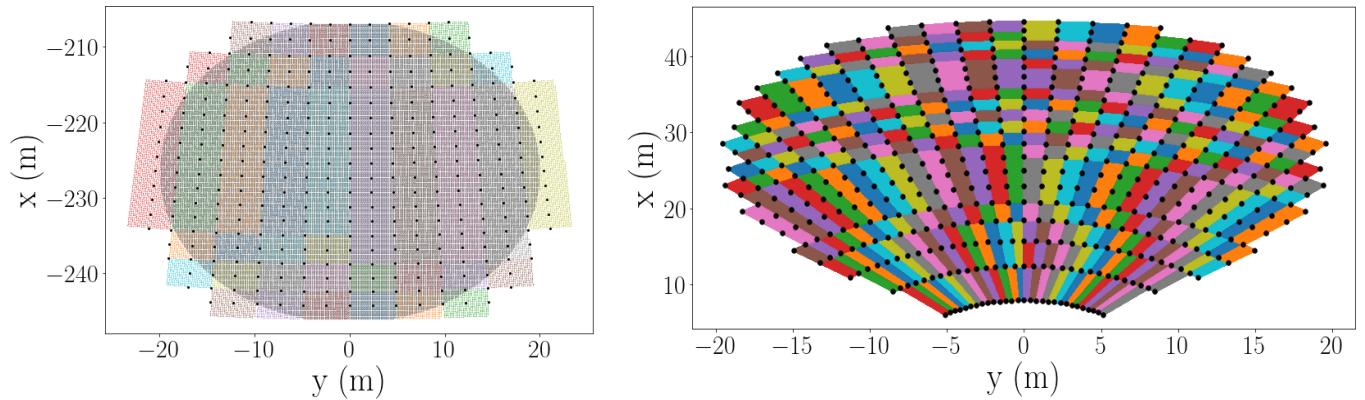


Figura 67 – (Esquerda) espelho primário teórico, com corte elíptico, é representado em cor cinza translúcido e está contido totalmente dentro do modelo de construção por placas. (Direita) representação do modelo de construção do espelho secundário. Os pontos pretos representam pontos de intersecção de placas (nós).

do espelho secundário com vazamento da polarização cruzada muito baixo. Para cada corneta, a atenuação obtida em nossas simulações é melhor do que 60 dB a alguns graus de distância do centro do feixe, o que é crucial para obter dados robustos à contaminação a partir dos sidelobes, especialmente para observações realizadas próximas ao centro galáctico.

Ao analisarmos o formato e a orientação da distribuição das cornetas, em diferentes

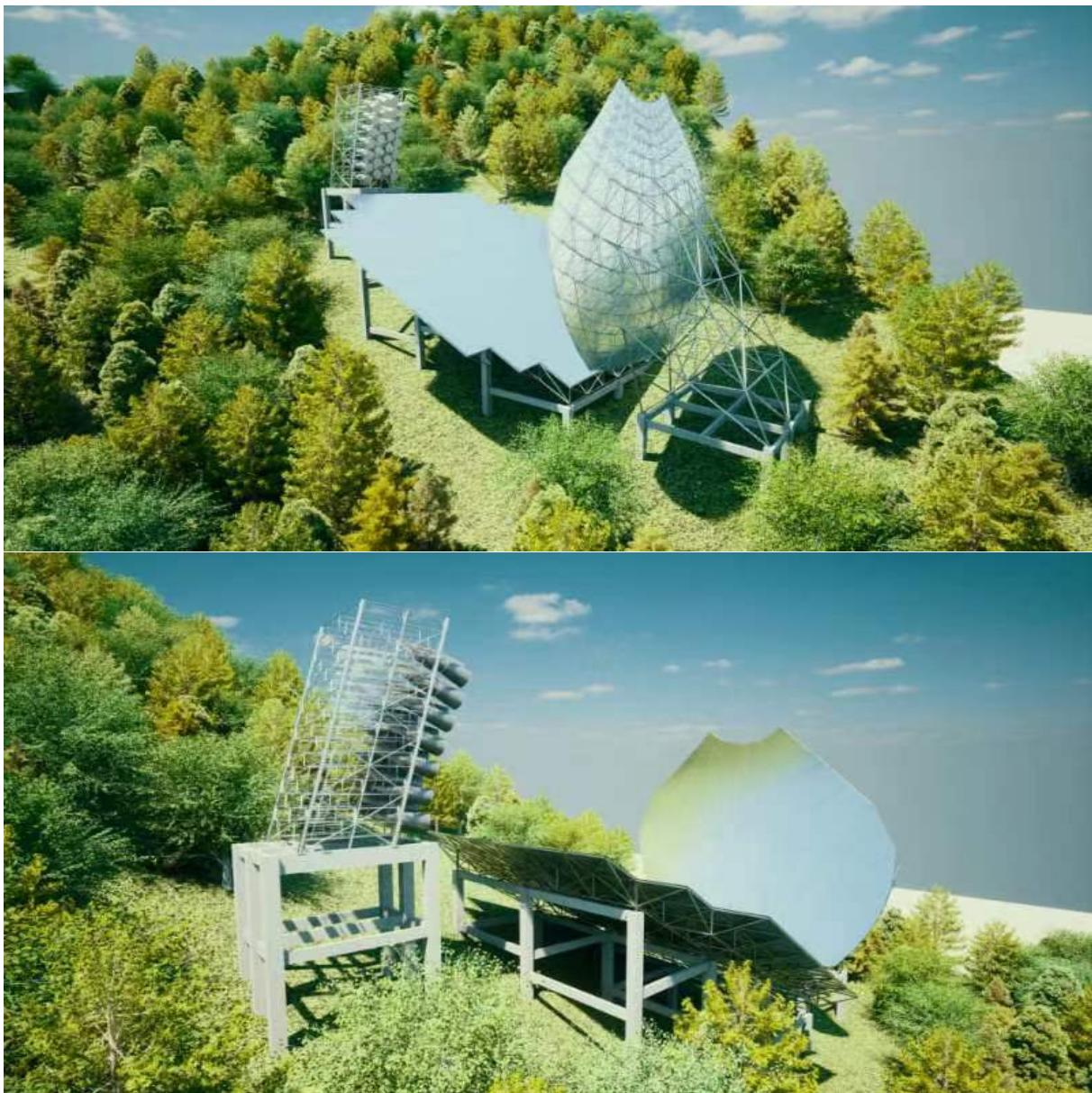


Figura 68 – Representação artística do modelo de construção dos espelhos propostos. As representações já consideram o modelo de arranjo das cornetas do tipo double-hexagonal.

configurações, encontramos uma forma ótima que é não-planar e não trivial, principalmente devido ao fato de múltiplos máximos locais estarem presentes ao optimizarmos as localizações, assim como as orientações angulares das cornetas longe do centro do sistema focal. Esse fato nos levou a encontrar máximos locais específicos para a resposta das cornetas em função das posições. Dada a distância focal, assim como o diâmetro da boca das cornetas, pudemos calcular as propriedades de Nyquist do plano focal investigado e encontrar uma forma adequada para a superfície focal visando optimizar a cobertura do levantamento e satisfazer os requerimentos científicos.

Sobre o plano focal, nós encontramos que no modelo denominado por *double-rectangular* as aberrações ópticas são aceitáveis e somente modificam o feixe no nível dos sidelobes a alguns graus distante do pico principal do feixe. Além disso, verificamos que a atenuação do pico

principal do feixe se mantém em níveis razoáveis, ou seja, na borda do campo escolhido a atenuação é de no máximo 0.5 dB e se mantém dentro de uma fração de dB_i na maioria dos lugares dentro da superfície focal.

O *double-rectangular* resultou em ser uma configuração ótima, atendendo aos requisitos para o desempenho científico do instrumento. Essa disposição, aliada a um sistema que permite o deslocamento vertical das cornetas nos anos subsequentes do levantamento, permite uma cobertura do céu homogênea e sem lacunas. As simulações indicam um baixo spillover, bom desempenho do feixe e, de acordo com os resultados aqui apresentados, o arranjo *double rectangular* é considerado, a partir da publicação do artigo base, a configuração nominal para o levantamento da Fase 1.

Para manter uma tolerância do foco de 0.005 dB, descobrimos que a profundidade de campo para nossa superfície focal deve ser ~ 10 cm. Isso está de acordo com as tolerâncias mecânicas e os requisitos do projeto de engenharia projetado para hospedar a superfície focal, bem como do ruído do sistema de detecção do BINGO.

Quanto à proposição do modelo para construção dos espelhos, o modelo se baseou em explorar simetrias das próprias cônicas que constituem cada espelho e assim construir os espelhos por faixas compostas por placas de mesma dimensão. A proposição preserva o lóbulo principal, que inclusive pode até mesmo ser melhorado, mas deve ser criteriosamente analisada a configuração que concilia as possibilidades de construção e baixos sidelobes. Para os próximos passos dessa proposição, o primeiro desafio é estabelecer diferentes configurações - conjuntos com tamanhos de placas - e inserir tais modelos no software GRASP para então obter uma análise dos feixes resultantes. Isto não configurará necessariamente numa inovação, mas uma adaptação baseada em modelo já estabelecido. Contudo, as análises dos feixes através das pipelines e a sua decomposição, p.ex., por polinômios de Zernike, representarão uma inovação na radioastronomia.

Conclusões

A proposição inicial junto à pós-graduação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo foi o tratamento de imagens de emissões de radiação do hidrogênio neutro de períodos específicos do Universo para detectar as oscilações acústicas de bárions e, por conseguinte, analisar e restringir modelos de energia escura.

O trabalho foi conduzido construindo uma minipipeline - que se acopla à pipeline do próprio radiotelescópio - que contém três métodos de remoção dos foregrounds, e então, possibilitam a estimativa dos sinais de 21-cm através de análise estatística dos espectros de potência angulares de 21-cm e mensura a qualidade dos resultados. Todos os três métodos se demonstraram eficientes para a reconstrução dos sinais de 21-cm com alta acurácia. Os valores dos espectros de potência angulares que a reconstrução não é tão boa se devem a relação sinal-ruído, fato que poderá ser melhorado no futuro tanto com melhorias na temperatura do sistema - esperamos alcançar valor $\sim 70\%$ do valor atual -, quanto ao tempo de integração de sinal maior do que o considerado nas análises desse trabalho.

Todos os algoritmos tiveram desempenho compatíveis nessa etapa da construção da pipeline. Dado que estamos assumindo que os mapas estão todos na mesma resolução, convoluidos por um feixe gaussiano com FWHM de 40 arcmin, os resultados dos algoritmos demonstraram que, neste cenário, a reconstrução dos sinais de 21-cm independem do espaço matemático em que as contribuições dos foregrounds são estimadas.

Além do fato acima, mostramos também que, para análises com grande quantidade de simulações - análises em grande escala, necessárias para estimativas precisas dos sinais -, usar 100 realizações para as estimativas dos sinais de 21-cm e dos ruídos, assim como manter o número de multipolos pela metade, mantêm a mesma acurácia e levam a um menor custo computacional.

Já para os trabalhos ópticos para o radiotelescópio, apresentamos proposições tanto para novos arranjos de distribuição de cornetas, conciliando custo-benefício comparadas as proposições até então vigentes, assim como proposição para construção modular dos espelhos refletores. Conseguimos alcançar com um dos modelos proposto para o arranjo as especificações tecno-científicas para o design óptico do projeto e que possui um número menor de cornetas coletoras de sinais. Esse fato leva a expressível redução de custos, uma vez que cada corneta está atualmente orçada por $\gtrsim 200$ mil reais. O modelo apresentou satisfazer um baixo nível de intensidade dos sidelobes, baixo spillover dos espelhos, número de amostragem por feixe igual a dois, homogeneidade na cobertura e baixo vazamento de polarização, mantendo uma sensibilidade desejável.

Por fim, propusemos um modelo de construção para os espelhos refletores que leva em consideração as simetrias das cônicas que definem os espelhos. O modelo, similar e inspirado

no modelo chinês realizado no telescópio FAST, possibilita a construção dos espelhos de forma modular, conectando placas e subplacas. Além disso, é possível prever os efeitos das construções modulares pelo software GRASP nos dados do projeto, o que nos possibilitará analisar qual configuração preserva as características desejadas.

Os trabalhos aqui apresentados representam uma boa parcela da produção realizada durante o doutoramento, mas não cobrem todo o material e trabalho efetuado. O trabalho analisou e efetuou os estudos primariamente propostos, e foi além das proposição inicial, condensando diferentes processos que compõem um radiotelescópio por mapeamento de intensidade.

Publicações durante o doutoramento

Publicações com o BINGO Telescope

Marins, A.² et al. Foreground removal and 21 cm signal estimates: comparing different blind methods for the BINGO Telescope. arXiv preprint arXiv:2209.11701 (**2022**).

Abdalla, E. et al. The BINGO Project I: Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A14.

Wuensche, C. A. et al. The BINGO Project II: Instrument Description. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A15.

Abdalla, F. B.; Marins, A.² et al. The BINGO Project-III. Optical design and optimization of the focal plane. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A16.

Liccardo, V., et al. The BINGO Project IV: Simulations for mission performance assessment and preliminary component separation steps. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A17.

Fornazier, K. S. F., et al. The BINGO Project V: Further steps in Component Separation and Bispectrum Analysis. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A18.

Zhang, J., et al. The BINGO Project VI: HI Halo Occupation Distribution and Mock Building. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A19.

Costa, A. A. et al. The BINGO Project VII: Cosmological Forecasts from 21cm Intensity Mapping. *Astronomy&Astrophysics* 664 (**2022**): A20.

Novaes, C. P., et al. The BINGO project VIII: On the recoverability of the BAO signal on HI intensity mapping simulations. arXiv:2207.12125. (**2022**)

Wuensche, C. A., et al. Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations: an instrument to observe the 21cm hydrogen line in the redshift range $0.13 < z < 0.45$ —status update. *Anais da Academia Brasileira de Ciências* 93 (**2021**).

de Mericia, E. J., et al. Testing synchrotron models and frequency resolution in BINGO 21 cm simulated maps using GNILC. arXiv preprint arXiv:2204.08112 (**2022**).

Outra(s) publicação(ões)

Abdalla, E.; Marins, A.². The dark sector cosmology. *International Journal of Modern Physics D*, v. 29, n. 14, p. 2030014, jan (**2020**)

² First/Corresponding author.

Brilenkov, M, et al. BeyondPlanck IV. On end-to-end simulations in CMB analysis - Bayesian versus frequentist statistic. arXiv preprint arXiv:2209.04437 (**2022**).

Watts, D. J., et al. Cosmoglobe DR1 results. I. Improved Wilkinson Microwave Anisotropy Probe maps through Bayesian end-to-end analysis. arXiv preprint arXiv:2303.08095 (**2023**).

Referências

- Abdalla, E. et al. The BINGO project. I. Baryon acoustic oscillations from integrated neutral gas observations. , v. 664, p. A14, ago. 2022. Citado 2 vezes nas páginas [56](#) e [61](#).
- Abdalla, F. B. et al. The BINGO Project. III. Optical design and optimization of the focal plane. , v. 664, p. A16, ago. 2022. Citado 8 vezes nas páginas [61](#), [66](#), [88](#), [90](#), [102](#), [119](#), [127](#) e [129](#).
- Abdalla, F. B.; Rawlings, S. Probing dark energy with baryonic oscillations and future radio surveys of neutral hydrogen. , v. 360, n. 1, p. 27–40, jun. 2005. Citado 2 vezes nas páginas [49](#) e [60](#).
- Abel, T.; Bryan, G. L.; Norman, M. L. The Formation of the First Star in the Universe. *Science*, v. 295, n. 5552, p. 93–98, jan. 2002. Citado na página [182](#).
- Aditya, J. N. H. S. et al. uGMRT detection of associated H I 21-cm absorption at $z = 3.5$. , v. 500, n. 1, p. 998–1002, jan. 2021. Citado na página [54](#).
- Akaike, H. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, p. 716–723, jan. 1974. Citado na página [98](#).
- Alam, S. et al. The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample. , v. 470, n. 3, p. 2617–2652, set. 2017. Citado 2 vezes nas páginas [50](#) e [60](#).
- Alvarez, M. A.; Bromm, V.; Shapiro, P. R. The H II Region of the First Star. , v. 639, n. 2, p. 621–632, mar. 2006. Citado na página [183](#).
- Anderson, L. et al. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: baryon acoustic oscillations in the Data Releases 10 and 11 Galaxy samples. , v. 441, n. 1, p. 24–62, jun. 2014. Citado 2 vezes nas páginas [50](#) e [60](#).
- Bañados, E. et al. An 800-million-solar-mass black hole in a significantly neutral Universe at a redshift of 7.5. , v. 553, n. 7689, p. 473–476, jan. 2018. Citado na página [45](#).
- Bagla, J. S.; Khandai, N.; Datta, K. K. HI as a probe of the large-scale structure in the post-reionization universe. , v. 407, n. 1, p. 567–580, set. 2010. Citado 2 vezes nas páginas [14](#) e [48](#).
- Barkana, R.; Loeb, A. In the beginning: the first sources of light and the reionization of the universe. , v. 349, n. 2, p. 125–238, jul. 2001. Citado 2 vezes nas páginas [43](#) e [182](#).
- Barkana, R.; Loeb, A. A Method for Separating the Physics from the Astrophysics of High-Redshift 21 Centimeter Fluctuations. , v. 624, n. 2, p. L65–L68, maio 2005. Citado 2 vezes nas páginas [49](#) e [55](#).
- Basak, S.; Delabrouille, J. A needlet ILC analysis of WMAP 9-year polarization data: CMB polarization power spectra. , v. 435, n. 1, p. 18–29, out. 2013. Citado 2 vezes nas páginas [96](#) e [97](#).
- Battye, R. A. et al. H I intensity mapping: a single dish approach. , v. 434, n. 2, p. 1239–1256, set. 2013. Citado 10 vezes nas páginas [39](#), [46](#), [53](#), [59](#), [61](#), [63](#), [77](#), [119](#), [121](#) e [175](#).

Bennett, C. L. et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Foreground Emission. , v. 148, n. 1, p. 97–117, set. 2003. Citado na página 71.

BeyondPlanck Collaboration et al. BeyondPlanck I. Global Bayesian analysis of the Planck Low Frequency Instrument data. *arXiv e-prints*, p. arXiv:2011.05609, nov. 2020. Citado na página 75.

Bharadwaj, S.; Ali, S. S. The cosmic microwave background radiation fluctuations from HI perturbations prior to reionization. , v. 352, n. 1, p. 142–146, jul. 2004. Citado na página 39.

Bharadwaj, S.; Ali, S. S. On using visibility correlations to probe the HI distribution from the dark ages to the present epoch - I. Formalism and the expected signal. , v. 356, n. 4, p. 1519–1528, fev. 2005. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 175.

Bharadwaj, S.; Nath, B. B.; Sethi, S. K. Using HI to probe large scale structures at $z \sim 3$. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, v. 22, n. 1, p. 21–34, mar. 2001. Citado 3 vezes nas páginas 39, 55 e 175.

Bird, S. et al. Damped lyman α absorbers as a probe of stellar feedback. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 445, n. 3, p. 2313–2324, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 46.

Blake, C.; Glazebrook, K. Probing Dark Energy Using Baryonic Oscillations in the Galaxy Power Spectrum as a Cosmological Ruler. , v. 594, n. 2, p. 665–673, set. 2003. Citado na página 60.

Bobin, J.; Acero, F.; Picquenot, A. Metric learning for semi-supervised sparse source separation with spectral examples. In: IEEE. 2019 IEEE 8th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). [S.l.], 2019. p. 450–454. Citado na página 84.

Bobin, J. et al. SZ and CMB reconstruction using Generalized Morphological Component Analysis. In: *Astronomical Data Analysis ADA'06*. Marseille, France: [s.n.], 2006. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01160933>>. Citado na página 96.

Bobin, J. et al. Sparsity and Morphological Diversity in Blind Source Separation. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, n. 11, p. 2662–2674, nov. 2007. Citado 4 vezes nas páginas 94, 95, 108 e 115.

Bowman, J. D. et al. An absorption profile centred at 78 megahertz in the sky-averaged spectrum. , v. 555, n. 7694, p. 67–70, mar. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 54.

Bozdogan, H. Model selection and akaike's information criterion (aic): The general theory and its analytical extensions. *Psychometrika*, Springer, v. 52, n. 3, p. 345–370, 1987. Citado na página 98.

Braun, R. Cosmological Evolution of Atomic Gas and Implications for 21 cm H I Absorption. , v. 749, n. 1, p. 87, abr. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.

Bromm, V.; Yoshida, N. The First Galaxies. , v. 49, n. 1, p. 373–407, set. 2011. Citado 3 vezes nas páginas 42, 181 e 183.

Bromm, V. et al. The formation of the first stars and galaxies. , v. 459, n. 7243, p. 49–54, maio 2009. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 181.

- Carrón Duque, J. et al. Point source detection and false discovery rate control on CMB maps. *Astronomy and Computing*, v. 28, p. 100310, jul. 2019. Citado na página [84](#).
- Carucci, I. P.; Irfan, M. O.; Bobin, J. Recovery of 21-cm intensity maps with sparse component separation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 499, n. 1, p. 304–319, 2020. Citado 4 vezes nas páginas [34](#), [90](#), [93](#) e [96](#).
- Chang, T.-C. et al. Baryon Acoustic Oscillation Intensity Mapping of Dark Energy. , v. 100, n. 9, p. 091303, mar. 2008. Citado na página [60](#).
- Chapman, E. et al. Foreground removal using FASTICA: a showcase of LOFAR-EoR. , v. 423, n. 3, p. 2518–2532, jul. 2012. Citado 2 vezes nas páginas [93](#) e [96](#).
- Chapman, E.; Jelić, V. Foregrounds and their mitigation. *arXiv preprint arXiv:1909.12369*, 2019. Citado 2 vezes nas páginas [69](#) e [77](#).
- Chen, S.; Donoho, D. L. Examples of basis pursuit. In: Laine, A. F.; Unser, M. A.; Wickerhauser, M. V. (Ed.). *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*. [S.l.: s.n.], 1995. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 2569), p. 564–574. Citado na página [93](#).
- Chen, S. S.; Donoho, D. L.; Saunders, M. A. Atomic Decomposition by Basis Pursuit. *SIAM Review*, v. 43, n. 1, p. 129–159, jan. 2001. Citado na página [93](#).
- Chen, X.; Miralda-Escudé, J. The Spin-Kinetic Temperature Coupling and the Heating Rate due to Ly α Scattering before Reionization: Predictions for 21 Centimeter Emission and Absorption. , v. 602, n. 1, p. 1–11, fev. 2004. Citado 2 vezes nas páginas [183](#) e [184](#).
- Chevallier, M.; Polarski, D. Accelerating Universes with Scaling Dark Matter. *International Journal of Modern Physics D*, v. 10, n. 2, p. 213–223, jan. 2001. Citado na página [51](#).
- Choudhury, T. R.; Haehnelt, M. G.; Regan, J. Inside-out or outside-in: the topology of reionization in the photon-starved regime suggested by Ly α forest data. , v. 394, n. 2, p. 960–977, abr. 2009. Citado na página [46](#).
- Ciardi, B.; Ferrara, A. The First Cosmic Structures and Their Effects. , v. 116, n. 3-4, p. 625–705, fev. 2005. Citado 3 vezes nas páginas [42](#), [181](#) e [184](#).
- Ciardi, B.; Madau, P. Probing beyond the Epoch of Hydrogen Reionization with 21 Centimeter Radiation. , v. 596, n. 1, p. 1–8, out. 2003. Citado 2 vezes nas páginas [183](#) e [184](#).
- Costa, A. A. et al. Interacting dark energy: possible explanation for 21-cm absorption at cosmic dawn. *European Physical Journal C*, v. 78, n. 9, p. 746, set. 2018. Citado 2 vezes nas páginas [49](#) e [60](#).
- Costa, A. A. et al. The BINGO project. VII. Cosmological forecasts from 21 cm intensity mapping. , v. 664, p. A20, ago. 2022. Citado 5 vezes nas páginas [15](#), [56](#), [57](#), [58](#) e [61](#).
- Cunnington, S. et al. 21-cm foregrounds and polarization leakage: cleaning and mitigation strategies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 504, n. 1, p. 208–227, 2021. Citado 5 vezes nas páginas [34](#), [84](#), [96](#), [108](#) e [115](#).
- Davé, R. et al. The neutral hydrogen content of galaxies in cosmological hydrodynamic simulations. , v. 434, n. 3, p. 2645–2663, set. 2013. Citado 2 vezes nas páginas [14](#) e [48](#).

de Oliveira-Costa, A. et al. Cross-Correlation of Tenerife Data with Galactic Templates—Evidence for Spinning Dust? , v. 527, n. 1, p. L9–L12, dez. 1999. Citado na página 75.

Delabrouille, J. et al. The pre-launch Planck Sky Model: a model of sky emission at submillimetre to centimetre wavelengths. , v. 553, p. A96, maio 2013. Citado 5 vezes nas páginas 34, 53, 68, 76 e 78.

Delabrouille, J. et al. A full sky, low foreground, high resolution CMB map from WMAP. , v. 493, n. 3, p. 835–857, jan. 2009. Citado na página 97.

Delhaize, J. et al. Detection of H I in distant galaxies using spectral stacking. , v. 433, n. 2, p. 1398–1410, ago. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.

Dickinson, C. Large-Scale Features of the Radio Sky and a Model for Loop I. *Galaxies*, v. 6, n. 2, p. 56, maio 2018. Citado na página 70.

Dickinson, C. et al. The State-of-Play of Anomalous Microwave Emission (AME) research. , v. 80, p. 1–28, fev. 2018. Citado na página 75.

Dickinson, C.; Davies, R. D.; Davis, R. J. Towards a free-free template for CMB foregrounds. , v. 341, n. 2, p. 369–384, maio 2003. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 73.

Dijkstra, M.; Haiman, Z.; Loeb, A. A Limit from the X-Ray Background on the Contribution of Quasars to Reionization. , v. 613, n. 2, p. 646–654, out. 2004. Citado na página 184.

Dragone, C. Offset multireflector antennas with perfect pattern symmetry and polarization discrimination. *AT&T Technical Journal*, v. 57, p. 2663–2684, set. 1978. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 120.

Draine, B. T. *Physics of the Interstellar and Intergalactic Medium*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado 2 vezes nas páginas 173 e 183.

Draine, B. T.; Lazarian, A. Diffuse Galactic Emission from Spinning Dust Grains. , v. 494, n. 1, p. L19–L22, fev. 1998. Citado na página 74.

Duffy, A. R. et al. Modelling neutral hydrogen in galaxies using cosmological hydrodynamical simulations. , v. 420, n. 4, p. 2799–2818, mar. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.

Eisenstein, D. J. et al. Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. , v. 633, n. 2, p. 560–574, nov. 2005. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 60.

Ekers, R. The History of the Square Kilometre Array (SKA) - Born Global. *arXiv e-prints*, p. arXiv:1212.3497, dez. 2012. Citado na página 49.

Eriksen, H. K. et al. Joint Bayesian Component Separation and CMB Power Spectrum Estimation. , v. 676, n. 1, p. 10–32, mar. 2008. Citado na página 84.

Field, G. B. Excitation of the Hydrogen 21-CM Line. *Proceedings of the IRE*, v. 46, p. 240–250, jan. 1958. Citado 3 vezes nas páginas 37, 174 e 177.

Field, G. B. An Attempt to Observe Neutral Hydrogen Between the Galaxies. , v. 129, p. 525, maio 1959. Citado na página 37.

Field, G. B. The Spin Temperature of Intergalactic Neutral Hydrogen. , v. 129, p. 536, maio 1959. Citado na página 37.

Fornazier, K. S. F. et al. The BINGO project. V. Further steps in component separation and bispectrum analysis. , v. 664, p. A18, ago. 2022. Citado 5 vezes nas páginas 34, 61, 76, 79 e 99.

Freudling, W. et al. Deep 21 cm H I Observations at $z \approx 0.1$: The Precursor to the Arecibo Ultra Deep Survey. , v. 727, n. 1, p. 40, jan. 2011. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.

Furlanetto, S. R.; Oh, S. P.; Briggs, F. H. Cosmology at low frequencies: The 21 cm transition and the high-redshift Universe. , v. 433, n. 4-6, p. 181–301, out. 2006. Citado 5 vezes nas páginas 37, 40, 42, 43 e 184.

Gallerani, S. et al. Physical Properties of the First Quasars. , v. 34, p. e022, maio 2017. Citado na página 184.

Gaustad, J. E. et al. A Robotic Wide-Angle H α Survey of the Southern Sky. , v. 113, n. 789, p. 1326–1348, nov. 2001. Citado na página 73.

Gnedin, N. Y.; Madau, P. Modeling cosmic reionization. *Living Reviews in Computational Astrophysics*, v. 8, n. 1, p. 3, dez. 2022. Citado na página 44.

Gnedin, N. Y.; Shaver, P. A. Redshifted 21 Centimeter Emission from the Pre-Reionization Era. I. Mean Signal and Linear Fluctuations. , v. 608, n. 2, p. 611–621, jun. 2004. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 55.

Górski, K. M. et al. HEALPix: A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. , v. 622, n. 2, p. 759–771, abr. 2005. Citado 3 vezes nas páginas 57, 79 e 100.

Greig, B. Inference from the 21cm signal. *arXiv e-prints*, p. arXiv:1909.13860, set. 2019. Citado na página 49.

Gutiérrez, C. M. et al. The Tenerife Cosmic Microwave Background Maps: Observations and First Analysis. , v. 529, n. 1, p. 47–55, jan. 2000. Citado na página 75.

Haemmerlé, L. et al. Formation of the First Stars and Black Holes. , v. 216, n. 4, p. 48, abr. 2020. Citado na página 42.

Hall, A.; Bonvin, C.; Challinor, A. Testing general relativity with 21-cm intensity mapping. , v. 87, n. 6, p. 064026, mar. 2013. Citado na página 58.

Haslam, C. G. T. et al. A 408-MHZ All-Sky Continuum Survey. II. The Atlas of Contour Maps. , v. 47, p. 1, jan. 1982. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 75.

Hensley, B. S.; Draine, B. T. Modeling the Anomalous Microwave Emission with Spinning Nanoparticles: No PAHs Required. , v. 836, n. 2, p. 179, fev. 2017. Citado na página 75.

Ho, M.-F.; Bird, S.; Garnett, R. Damped lyman-alpha absorbers from sloan digital sky survey dr16q with gaussian processes. *arXiv preprint arXiv:2103.10964*, 2021. Citado na página 33.

Hoag, A. et al. Constraining the Neutral Fraction of Hydrogen in the IGM at Redshift 7.5. , v. 878, n. 1, p. 12, jun. 2019. Citado na página 45.

Hyvärinen, A.; Karhunen, J.; Oja, E. *Independent Component Analysis*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 92.

Hyvärinen, A. *Survey on Independent Component Analysis*. 1999. Citado na página 91.

- Iliev, I. T. et al. On the Direct Detectability of the Cosmic Dark Ages: 21 Centimeter Emission from Minihalos. , v. 572, n. 2, p. L123–L126, jun. 2002. Citado na página 55.
- Irfan, M. O. et al. Measurements of the diffuse Galactic synchrotron spectral index and curvature from MeerKlass pilot data. , v. 509, n. 4, p. 4923–4939, fev. 2022. Citado 8 vezes nas páginas 14, 15, 51, 52, 53, 54, 58 e 59.
- Jelić, V. et al. Foreground simulations for the LOFAR-epoch of reionization experiment. , v. 389, n. 3, p. 1319–1335, set. 2008. Citado na página 77.
- Jung, I. et al. Texas Spectroscopic Search for Ly α Emission at the End of Reionization. III. The Ly α Equivalent-width Distribution and Ionized Structures at $z > 7$. , v. 904, n. 2, p. 144, dez. 2020. Citado na página 45.
- Kanekar, N.; Chengalur, J. N. A deep search for 21-cm absorption in high redshift damped lyman- α systems. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 399, n. 3, p. 857–868, 2003. Citado na página 33.
- Katz, H. et al. The Challenges of Identifying Population III Stars in the Early Universe. *arXiv e-prints*, p. arXiv:2207.04751, jul. 2022. Citado na página 42.
- Khandai, N. et al. Detecting neutral hydrogen in emission at redshift $z = 1$. , v. 415, n. 3, p. 2580–2593, ago. 2011. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.
- Kogut, A. Synchrotron Spectral Curvature from 22 MHz to 23 GHz. , v. 753, n. 2, p. 110, jul. 2012. Citado na página 71.
- Kogut, A. et al. Microwave Emission at High Galactic Latitudes in the Four-Year DMR Sky Maps. , v. 464, p. L5, jun. 1996. Citado na página 74.
- Kogut, A. et al. ARCADE 2 Observations of Galactic Radio Emission. , v. 734, n. 1, p. 4, jun. 2011. Citado na página 75.
- Konishi, S. *Introduction to multivariate analysis: Linear and nonlinear modeling*. [S.l.]: CRC Press, 2014. Citado na página 100.
- Kuhlen, M.; Madau, P. The first miniquasar. , v. 363, n. 4, p. 1069–1082, nov. 2005. Citado na página 184.
- Kumar, A.; Padmanabhan, T.; Subramanian, K. Neutral hydrogen at high redshifts as a probe of structure formation - II. Line profile of a protocluster. , v. 272, n. 3, p. 544–550, fev. 1995. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 54.
- Lah, P. et al. The HI content of star-forming galaxies at $z = 0.24$. , v. 376, n. 3, p. 1357–1366, abr. 2007. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.
- Leitch, E. M. et al. An Anomalous Component of Galactic Emission. , v. 486, n. 1, p. L23–L26, set. 1997. Citado na página 74.
- Lewis, A.; Challinor, A. 21cm angular-power spectrum from the dark ages. , v. 76, n. 8, p. 083005, out. 2007. Citado na página 42.
- Licciano, V. et al. The BINGO project. IV. Simulations for mission performance assessment and preliminary component separation steps. , v. 664, p. A17, ago. 2022. Citado na página 61.
- Limber, D. N. The Analysis of Counts of the Extragalactic Nebulae in Terms of a Fluctuating Density Field. , v. 117, p. 134, jan. 1953. Citado na página 59.

- Linder, E. V. Exploring the Expansion History of the Universe. , v. 90, n. 9, p. 091301, mar. 2003. Citado na página 51.
- Liu, A.; Shaw, J. R. Data analysis for precision 21 cm cosmology. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, IOP Publishing, v. 132, n. 1012, p. 062001, 2020. Citado 4 vezes nas páginas 33, 37, 43 e 50.
- Loeb, A.; Furlanetto, S. R. *The First Galaxies in the Universe*. [S.l.: s.n.], 2013. Citado 2 vezes nas páginas 181 e 183.
- LoVerde, M.; Afshordi, N. Extended Limber approximation. , v. 78, n. 12, p. 123506, dez. 2008. Citado na página 59.
- Ludwig, A. The definition of cross polarization. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 21, n. 1, p. 116–119, 1973. Citado na página 63.
- Macià Escatllar, A.; Bromley, S. T. Assessing the viability of silicate nanoclusters as carriers of the anomalous microwave emission: a quantum mechanical study. , v. 634, p. A77, fev. 2020. Citado na página 75.
- Madau, P.; Meiksin, A.; Rees, M. J. 21 Centimeter Tomography of the Intergalactic Medium at High Redshift. , v. 475, n. 2, p. 429–444, fev. 1997. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 49.
- Maino, D. et al. All-sky astrophysical component separation with Fast Independent Component Analysis (FASTICA). , v. 334, n. 1, p. 53–68, jul. 2002. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 93.
- Marín, F. A. et al. Modeling the Large-scale Bias of Neutral Hydrogen. , v. 718, n. 2, p. 972–980, ago. 2010. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.
- Marins, A. et al. Foreground removal and 21 cm signal estimates: comparing different blind methods for the BINGO Telescope. *arXiv e-prints*, p. arXiv:2209.11701, set. 2022. Citado na página 34.
- Marins, A. R. *Observações na linha de 21 cm do hidrogênio: um ajuste fenomenológico para extração das oscilações acústicas de bárions do espectro de potência angular*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018. Citado na página 59.
- Marinucci, D. et al. Spherical needlets for cosmic microwave background data analysis. , v. 383, n. 2, p. 539–545, jan. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 94 e 97.
- Martin, A. M. et al. The Arecibo Legacy Fast ALFA Survey. X. The H I Mass Function and $\Omega_{\text{H I}}$ from the 40% ALFALFA Survey. , v. 723, n. 2, p. 1359–1374, nov. 2010. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.
- Mason, C. A. et al. The Universe Is Reionizing at $z \sim 7$: Bayesian Inference of the IGM Neutral Fraction Using Ly α Emission from Galaxies. , v. 856, n. 1, p. 2, mar. 2018. Citado na página 45.
- Matsuoka, Y. et al. Subaru High-z Exploration of Low-luminosity Quasars (SHELLQs). XVI. 69 New Quasars at $5.8 < z < 7.0$. , v. 259, n. 1, p. 18, mar. 2022. Citado na página 184.
- McGreer, I. D.; Mesinger, A.; D’Odorico, V. Model-independent evidence in favour of an end to reionization by $z \approx 6$. , v. 447, n. 1, p. 499–505, fev. 2015. Citado na página 45.
- McLeod, M.; Balan, S. T.; Abdalla, F. B. A joint analysis for cosmology and photometric redshift calibration using cross-correlations. , v. 466, n. 3, p. 3558–3568, abr. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 67.

McQuinn, M. et al. Cosmological parameter estimation using 21 cm radiation from the epoch of reionization. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 653, n. 2, p. 815, 2006. Citado na página [33](#).

Mebane, R. H.; Mirocha, J.; Furlanetto, S. R. The Persistence of Population III Star Formation. , v. 479, n. 4, p. 4544–4559, out. 2018. Citado na página [182](#).

Meiring, J. D. et al. The First Observations of Low-redshift Damped Ly α Systems with the Cosmic Origins Spectrograph. , v. 732, n. 1, p. 35, maio 2011. Citado 3 vezes nas páginas [14](#), [47](#) e [48](#).

Mertens, F. G.; Semelin, B.; Koopmans, L. V. E. Exploring the Cosmic Dawn with NenuFAR. In: Siebert, A. et al. (Ed.). *SF2A-2021: Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 211–214. Citado na página [54](#).

Mesinger, A.; Furlanetto, S.; Cen, R. 21CMFAST: a fast, seminumerical simulation of the high-redshift 21-cm signal. , v. 411, n. 2, p. 955–972, fev. 2011. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [43](#) e [44](#).

Miralda-Escudé, J.; Haehnelt, M.; Rees, M. J. Reionization of the Inhomogeneous Universe. , v. 530, n. 1, p. 1–16, fev. 2000. Citado 2 vezes nas páginas [45](#) e [46](#).

Mirocha, J.; Furlanetto, S. R.; Sun, G. The global 21-cm signal in the context of the high- z galaxy luminosity function. , v. 464, n. 2, p. 1365–1379, jan. 2017. Citado na página [183](#).

Miville-Deschénes, M. A. et al. Separation of anomalous and synchrotron emissions using WMAP polarization data. , v. 490, n. 3, p. 1093–1102, nov. 2008. Citado 4 vezes nas páginas [52](#), [69](#), [71](#) e [75](#).

Morales, M. F.; Wyithe, J. S. B. Reionization and Cosmology with 21-cm Fluctuations. , v. 48, p. 127–171, set. 2010. Citado na página [184](#).

Mortlock, D. J. et al. A luminous quasar at a redshift of $z = 7.085$. , v. 474, n. 7353, p. 616–619, jun. 2011. Citado na página [45](#).

Nakamura, F.; Umemura, M. On the Initial Mass Function of Population III Stars. , v. 548, n. 1, p. 19–32, fev. 2001. Citado na página [182](#).

Nan, R. et al. The Five-Hundred Aperture Spherical Radio Telescope (fast) Project. *International Journal of Modern Physics D*, v. 20, n. 6, p. 989–1024, jan. 2011. Citado 3 vezes nas páginas [22](#), [140](#) e [141](#).

Noterdaeme, P. et al. Column density distribution and cosmological mass density of neutral gas: Sloan Digital Sky Survey-III Data Release 9. , v. 547, p. L1, nov. 2012. Citado 2 vezes nas páginas [14](#) e [48](#).

Noterdaeme, P. et al. Evolution of the cosmological mass density of neutral gas from Sloan Digital Sky Survey II - Data Release 7. , v. 505, n. 3, p. 1087–1098, out. 2009. Citado na página [47](#).

Olivari, L. et al. Cosmological parameter forecasts for h i intensity mapping experiments using the angular power spectrum. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 473, n. 3, p. 4242–4256, 2017. Citado 2 vezes nas páginas [34](#) e [53](#).

Olivari, L.; Remazeilles, M.; Dickinson, C. Extracting h i cosmological signal with generalized needlet internal linear combination. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 456, n. 3, p. 2749–2765, 2016. Citado 3 vezes nas páginas [34](#), [60](#) e [98](#).

Ouchi, M. et al. Statistics of 207 Ly α Emitters at a Redshift Near 7: Constraints on Reionization and Galaxy Formation Models. , v. 723, n. 1, p. 869–894, nov. 2010. Citado na página [45](#).

Padmanabhan, H.; Choudhury, T. R.; Refregier, A. Theoretical and observational constraints on the H I intensity power spectrum. , v. 447, n. 4, p. 3745–3755, mar. 2015. Citado 5 vezes nas páginas [14](#), [46](#), [48](#), [51](#) e [52](#).

Padmanabhan, H.; Choudhury, T. R.; Refregier, A. Modelling the cosmic neutral hydrogen from DLAs and 21-cm observations. , v. 458, n. 1, p. 781–788, maio 2016. Citado 2 vezes nas páginas [46](#) e [48](#).

Paykari, P.; Starck, J.-L. S. Cosmic Microwave Background Data Analysis. In: _____. *Advances in Machine Learning and Data Mining for Astronomy*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 55–87. Citado na página [87](#).

Peel, M. W. et al. Baryon Acoustic Oscillations from Integrated Neutral Gas Observations: Radio Frequency Interference Measurements and Telescope Site Selection. *Journal of Astronomical Instrumentation*, v. 8, n. 1, p. 1940005, jan. 2019. Citado 2 vezes nas páginas [62](#) e [119](#).

Percival, W. J. et al. Baryon acoustic oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 galaxy sample. , v. 401, n. 4, p. 2148–2168, fev. 2010. Citado 2 vezes nas páginas [50](#) e [60](#).

Peterson, J. B. et al. 21-cm Intensity Mapping. In: *astro2010: The Astronomy and Astrophysics Decadal Survey*. [S.l.: s.n.], 2009. v. 2010, p. 234. Citado na página [119](#).

Pietrobon, D. et al. NeedATool: A Needlet Analysis Tool for Cosmological Data Processing. , v. 723, n. 1, p. 1–9, nov. 2010. Citado 2 vezes nas páginas [17](#) e [94](#).

Planck Collaboration et al. Planck 2015 results. X. Diffuse component separation: Foreground maps. , v. 594, p. A10, set. 2016. Citado 3 vezes nas páginas [17](#), [72](#) e [73](#).

Planck Collaboration et al. Planck early results. XX. New light on anomalous microwave emission from spinning dust grains. , v. 536, p. A20, dez. 2011. Citado na página [75](#).

Planck Collaboration et al. Planck intermediate results. XXIII. Galactic plane emission components derived from Planck with ancillary data. , v. 580, p. A13, ago. 2015. Citado na página [75](#).

Planck Collaboration et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. , v. 641, p. A6, set. 2020. Citado 5 vezes nas páginas [45](#), [51](#), [68](#), [78](#) e [97](#).

Planck Collaboration et al. Planck 2018 results. XII. Galactic astrophysics using polarized dust emission. , v. 641, p. A12, set. 2020. Citado na página [97](#).

Planck Collaboration et al. Planck intermediate results. XLVIII. Disentangling Galactic dust emission and cosmic infrared background anisotropies. , v. 596, p. A109, dez. 2016. Citado na página [97](#).

- Poidevin, F. et al. The QUIJOTE Experiment: Prospects for CMB B-MODE polarization detection and foregrounds characterization. *arXiv e-prints*, p. arXiv:1802.04594, fev. 2018. Citado na página [120](#).
- Pritchard, J. R.; Loeb, A. 21 cm cosmology in the 21st century. *Reports on Progress in Physics*, v. 75, n. 8, p. 086901, ago. 2012. Citado 4 vezes nas páginas [37](#), [40](#), [43](#) e [46](#).
- Prochaska, J. X.; Wolfe, A. M. On the (Non)Evolution of H I Gas in Galaxies Over Cosmic Time. , v. 696, n. 2, p. 1543–1547, maio 2009. Citado 3 vezes nas páginas [14](#), [47](#) e [48](#).
- Rao, S. M.; Turnshek, D. A.; Nestor, D. B. Damped Ly α Systems at $z < 1.65$: The Expanded Sloan Digital Sky Survey Hubble Space Telescope Sample. , v. 636, n. 2, p. 610–630, jan. 2006. Citado 3 vezes nas páginas [14](#), [47](#) e [48](#).
- Remazeilles, M.; Delabrouille, J.; Cardoso, J.-F. Foreground component separation with generalized Internal Linear Combination. , v. 418, n. 1, p. 467–476, nov. 2011. Citado 2 vezes nas páginas [97](#) e [98](#).
- Remazeilles, M. et al. An improved source-subtracted and destriped 408-MHz all-sky map. , v. 451, n. 4, p. 4311–4327, ago. 2015. Citado 2 vezes nas páginas [52](#) e [71](#).
- Reynolds, R. J. et al. The Wisconsin H α Mapper (WHAM): A Brief Review of Performance Characteristics and Early Scientific Results. , v. 15, n. 1, p. 14–18, abr. 1998. Citado na página [73](#).
- Rhee, J. et al. Neutral atomic hydrogen (H I) gas evolution in field galaxies at $z \sim 0.1$ and ~ 0.2 . , v. 435, n. 3, p. 2693–2706, nov. 2013. Citado 2 vezes nas páginas [14](#) e [48](#).
- Robertson, B. E. Galaxy formation and reionization: key unknowns and expected breakthroughs by the James Webb Space Telescope. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews, v. 60, p. 121–158, 2022. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [42](#) e [45](#).
- Rybicki, G. B.; Lightman, A. P. *Radiative processes in astrophysics*. [S.l.: s.n.], 1979. Citado na página [173](#).
- Santos, M. G.; Cooray, A.; Knox, L. Multifrequency Analysis of 21 Centimeter Fluctuations from the Era of Reionization. , v. 625, n. 2, p. 575–587, jun. 2005. Citado na página [33](#).
- Schauer, A. T. P. et al. Lyman-Werner UV escape fractions from primordial haloes. , v. 454, n. 3, p. 2441–2450, dez. 2015. Citado na página [182](#).
- Schlegel, D. J.; Finkbeiner, D. P.; Davis, M. Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds. , v. 500, n. 2, p. 525–553, jun. 1998. Citado na página [73](#).
- Scott, D.; Rees, M. J. The 21-cm line at high redshift: a diagnostic for the origin of large scale structure. , v. 247, p. 510, dez. 1990. Citado 2 vezes nas páginas [49](#) e [54](#).
- Seo, H.-J.; Eisenstein, D. J. Probing Dark Energy with Baryonic Acoustic Oscillations from Future Large Galaxy Redshift Surveys. , v. 598, n. 2, p. 720–740, dez. 2003. Citado na página [60](#).
- Shao, J.; Tu, D. *The jackknife and bootstrap*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página [100](#).

Shaver, P. A. et al. Can the reionization epoch be detected as a global signature in the cosmic background? , v. 345, p. 380–390, maio 1999. Citado 2 vezes nas páginas [33](#) e [49](#).

Sikder, S. et al. Strong 21-cm fluctuations and anisotropy due to the line-of-sight effect of radio galaxies at cosmic dawn. *arXiv e-prints*, p. arXiv:2301.04585, jan. 2023. Citado na página [49](#).

Singh, S. et al. First Results on the Epoch of Reionization from First Light with SARAS 2. , v. 845, n. 2, p. L12, ago. 2017. Citado na página [54](#).

Sobacchi, E.; Mesinger, A. The clustering of Lyman α emitters at $z \approx 7$: implications for reionization and host halo masses. , v. 453, n. 2, p. 1843–1854, out. 2015. Citado na página [45](#).

Starck, J.; Murtagh, F.; Bertero, M. The starlet transform in astronomical data processing: Application to source detection and image deconvolution. *Handbook of Mathematical Methods in Imaging, O. Scherzer ed., Springer*, Citeseer, p. 1489–1531, 2011. Citado 2 vezes nas páginas [84](#) e [94](#).

Starck, J.-L.; Donoho, D.; Elad, M. Redundant multiscale transforms and their application for morphological component separation. *Adv. Imaging Electron Phys.*, CM-P00052061, n. DAPNIA-2004-88, 2004. Citado na página [94](#).

Starck, J.-L.; Fadili, J.; Murtagh, F. The Undecimated Wavelet Decomposition and its Reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, n. 2, p. 297–309, fev. 2007. Citado 3 vezes nas páginas [84](#), [87](#) e [93](#).

Starck, J.-L.; Murtagh, F.; Fadili, J. M. *Sparse image and signal processing: wavelets, curvelets, morphological diversity*. [S.l.]: Cambridge university press, 2010. Citado na página [93](#).

Starck, J.-L.; Siebenmorgen, R.; Gredel, R. Spectral Analysis Using the Wavelet Transform. , v. 482, n. 2, p. 1011–1020, jun. 1997. Citado na página [93](#).

Sunyaev, R.; Zeldovich, Y. B. Formation of clusters of galaxies; protocluster fragmentation and intergalactic gas heating. *Astronomy and Astrophysics*, v. 20, p. 189, 1972. Citado na página [37](#).

Susa, H.; Hasegawa, K.; Tominaga, N. The Mass Spectrum of the First Stars. , v. 792, n. 1, p. 32, set. 2014. Citado na página [182](#).

Swarup, G. Giant metrewave radio telescope (gmrt). *International Astronomical Union Colloquium*, Cambridge University Press, v. 131, p. 376–380, 1991. Citado 2 vezes nas páginas [37](#) e [49](#).

Toma, K.; Yoon, S.-C.; Bromm, V. Gamma-Ray Bursts and Population III Stars. , v. 202, n. 1-4, p. 159–180, dez. 2016. Citado na página [184](#).

Tran, H. et al. Comparison of the crossed and the Gregorian Mizuguchi-Dragone for wide-field millimeter-wave astronomy. , v. 47, n. 2, p. 103–109, jan. 2008. Citado na página [120](#).

Vidal, M. et al. Polarized radio filaments outside the Galactic plane. , v. 452, n. 1, p. 656–675, set. 2015. Citado 2 vezes nas páginas [17](#) e [70](#).

Villaescusa-Navarro, F. et al. Ingredients for 21 cm Intensity Mapping. , v. 866, n. 2, p. 135, out. 2018. Citado 4 vezes nas páginas [13](#), [46](#), [47](#) e [48](#).

Villasenor, B. et al. Inferring the Thermal History of the Intergalactic Medium from the Properties of the Hydrogen and Helium Ly α Forest. , v. 933, n. 1, p. 59, jul. 2022. Citado na página [45](#).

Wang, F. et al. A Significantly Neutral Intergalactic Medium Around the Luminous $z = 7$ Quasar J0252-0503. , v. 896, n. 1, p. 23, jun. 2020. Citado na página [45](#).

Wilson, A. S.; Colbert, E. J. M. The Difference between Radio-loud and Radio-quiet Active Galaxies. , v. 438, p. 62, jan. 1995. Citado na página [77](#).

Wolfe, A. M.; Gawiser, E.; Prochaska, J. X. Damped Ly α Systems. , v. 43, n. 1, p. 861–918, set. 2005. Citado 2 vezes nas páginas [33](#) e [46](#).

Wuensche, C. A. et al. Baryon acoustic oscillations from Integrated Neutral Gas Observations: Broadband corrugated horn construction and testing. *Experimental Astronomy*, v. 50, n. 1, p. 125–144, jul. 2020. Citado 8 vezes nas páginas [24](#), [63](#), [64](#), [66](#), [138](#), [193](#), [194](#) e [195](#).

Wuensche, C. A. et al. The BINGO project. II. Instrument description. , v. 664, p. A15, ago. 2022. Citado 5 vezes nas páginas [61](#), [62](#), [63](#), [65](#) e [140](#).

Wyithe, J. S. B.; Loeb, A.; Geil, P. M. Baryonic acoustic oscillations in 21-cm emission: a probe of dark energy out to high redshifts. , v. 383, n. 3, p. 1195–1209, jan. 2008. Citado na página [60](#).

Xavier, H. S.; Abdalla, F. B.; Joachimi, B. Improving lognormal models for cosmological fields. , v. 459, n. 4, p. 3693–3710, jul. 2016. Citado 2 vezes nas páginas [57](#) e [67](#).

Xu, H.; Wise, J. H.; Norman, M. L. Population III Stars and Remnants in High-redshift Galaxies. , v. 773, n. 2, p. 83, ago. 2013. Citado 3 vezes nas páginas [181](#), [183](#) e [184](#).

Yang, J. et al. Pōniuā'ena: A Luminous $z = 7.5$ Quasar Hosting a 1.5 Billion Solar Mass Black Hole. , v. 897, n. 1, p. L14, jul. 2020. Citado na página [45](#).

Yoshida, N. Formation of the first generation of stars and blackholes in the Universe. *Proceedings of the Japan Academy, Series B*, v. 95, n. 1, p. 17–28, jan. 2019. Citado 4 vezes nas páginas [23](#), [181](#), [182](#) e [184](#).

Yoshida, N. et al. Formation of Primordial Stars in a Λ CDM Universe. , v. 652, n. 1, p. 6–25, nov. 2006. Citado na página [181](#).

Zafar, T. et al. The ESO UVES advanced data products quasar sample. II. Cosmological evolution of the neutral gas mass density. , v. 556, p. A141, ago. 2013. Citado 3 vezes nas páginas [14](#), [47](#) e [48](#).

Zaldarriaga, M.; Furlanetto, S. R.; Hernquist, L. 21 centimeter fluctuations from cosmic gas at high redshifts. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 608, n. 2, p. 622, 2004. Citado 3 vezes nas páginas [33](#), [49](#) e [55](#).

Zaroubi, S. The Epoch of Reionization. In: Wiklind, T.; Mobasher, B.; Bromm, V. (Ed.). *The First Galaxies*. [S.l.: s.n.], 2013. (Astrophysics and Space Science Library, v. 396), p. 45. Citado 2 vezes nas páginas [13](#) e [41](#).

Zhang, J. et al. The BINGO project. VI. H I halo occupation distribution and mock building. , v. 664, p. A19, ago. 2022. Citado 3 vezes nas páginas [46](#), [61](#) e [67](#).

Zhao, B.; Wang, Q.; Song, B. The method to realize the performance of FAST reflector unit. In: Marshall, H. K.; Spyromilio, J. (Ed.). *Ground-based and Airborne Telescopes VII*. [S.l.: s.n.], 2018. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 10700), p. 107005V. Citado na página [140](#).

Zibulevsky, M.; Pearlmutter, B. A. Blind source separation by sparse decomposition. In: Szu, H. H. et al. (Ed.). *Wavelet Applications VII*. [S.l.: s.n.], 2000. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 4056), p. 165–174. Citado na página [94](#).

Zwaan, M. A. et al. The HIPASS catalogue: Ω_{HI} and environmental effects on the HI mass function of galaxies. , v. 359, n. 1, p. L30–L34, maio 2005. Citado 3 vezes nas páginas [14](#), [48](#) e [59](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Fundamentos de Transferência Radiativa

Faz-se necessário dar uma breve descrição e contextualização sobre linhas de emissão e suas análises espetrais para posteriormente utilizar alguns dos resultados que aqui serão desenvolvidos no estudo das temperaturas associadas ao contexto do sinal de 21-cm do HI.

Considere a energia que atravessa uma superfície $d\sigma$, em um angulação θ e dentro do ângulo sólido $d\Omega$, entre as frequências ν e $\nu + d\nu$, a cada dt ,

$$dE_\nu = d\sigma d\nu d\Omega dt (I_\nu \cos \theta). \quad (\text{A.1})$$

Ou, em termos de potência,

$$dP_\nu = d\sigma d\nu d\Omega (I_\nu \cos \theta). \quad (\text{A.2})$$

I_ν é a *intensidade específica*. A *intensidade total* é soma contínua de todas as contribuições: $I = \int d\nu I_\nu$.

De modo prático, um detector mede a energia coletada, durante um tempo dt , de um campo de radiação. Isso é equivalente à densidade de fluxo integrada sobre as contribuições de todas as partes do detector num dado intervalo de tempo. Nesse sentido, define-se a *densidade de fluxo* (potência de radiação por unidade de área) de uma fonte de radiação dentro de um ângulo sólido Ω_S , como

$$d\nu F_\nu = \frac{\int_{\Omega_S} dP_\nu}{d\sigma} \quad \rightarrow \quad F_\nu = \int_{\Omega_F} d\Omega I_\nu(\theta, \phi) \cos \theta, \quad (\text{A.3})$$

e o *fluxo total*, ou simplesmente *fluxo*,

$$F = \int d\nu F_\nu = \int d\Omega d\nu I_\nu \cos \theta = \int_{\Omega_S} d\Omega I \cos \theta \quad (\text{A.4})$$

A.1 Transferência Radiativa

O sinal (radiação) emitido por uma fonte distante, no caminho entre emissão e observação, pode atravessar meio(s) que absorva(m) e reemita(m) o sinal; o que leva não somente a uma alteração no comprimento de onda do sinal, como também na alteração do fluxo específico. Todas as perdas de sinais por tais processos são genericamente chamadas de **extinção**. Quantifiquemos tal efeito imaginando o sinal passando por um gás. Consideremos primeiro o efeito que ocorre no gás numa pequena região cilíndrica de área $d\sigma$ e comprimento (próprio) dr . A intensidade específica I_ν do campo de radiação é alterada por dI_ν , e por conseguinte, a energia é alterada, durante um tempo dt , por

$$dE_\nu = dI_\nu d\sigma d\nu d\Omega dt. \quad (\text{A.5})$$

Vide que essa alteração está relacionada aos efeitos, por ora, de absorção e (re)emissão¹ dentro do volume $dV = cdtd\sigma$. Ou seja, há dois principais mecanismos que regem essa alteração que são descritos por

$$\begin{aligned} dE_\nu^{abs} &= d\sigma d\nu d\Omega dt (dr I_\nu \alpha_\nu), \\ dE_\nu^{em} &= d\sigma d\nu d\Omega dt (dr j_\nu), \end{aligned}$$

com α_ν sendo o coeficiente de opacidade do meio (na frequência ν) e j_ν , coeficiente de emissão do meio (na frequência ν). De forma a termos a relação da variação da energia como sendo

$$\begin{aligned} dE_\nu &= dE_\nu^{em} - dE_\nu^{abs} \\ d\sigma d\nu d\Omega dt (dI_\nu) &= d\sigma d\nu d\Omega dt (dr j_\nu) - d\sigma d\nu d\Omega dt (dr I_\nu \alpha_\nu) \\ &= d\sigma d\nu d\Omega dt (dr j_\nu - dr I_\nu \alpha_\nu). \end{aligned}$$

Então,

$$\begin{aligned} dI_\nu = dr \frac{dI_\nu}{dr} &= dr (j_\nu - I_\nu \alpha_\nu), \\ &= dr \alpha_\nu \left(\underbrace{\frac{j_\nu}{\alpha_\nu}}_{\dot{S}_\nu} - I_\nu \right), \\ &= dr \alpha_\nu (S_\nu - I_\nu). \end{aligned}$$

S_ν é chamada de função de fonte. Aqui, definiremos *profundidade ótica*, numa dada frequência, como sendo a soma das contribuições do coeficiente de opacidade por uma região, no caso o gás.

$$\tau_\nu = \int d\tau_\nu = \int dr \alpha_\nu(r). \quad (\text{A.6})$$

Portanto, podemos escrever a *equação básica de transferência radiativa* como sendo

$$\frac{dT_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu. \quad (\text{A.7})$$

Notem-se três casos possíveis:

- $I_\nu < S_\nu$: aumento da radiação na direção de propagação;
- $I_\nu > S_\nu$: diminuição da radiação na direção de propagação; e,
- $I_\nu = S_\nu$: equilíbrio termodinâmico. No caso, a radiação no meio é de um corpo negro. Ou seja², $S_\nu = B_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} (e^{h\nu/kT} - 1)^{-1}$

¹ Posteriormente, veremos que devemos adicionar efeitos de transições de fases e emissões devido a colisões atômicas. Porém, numa primeira abordagem, é suficiente imaginarmos que o gás que forma o meio tem baixíssima densidade tal que esse efeito é desprezível.

² Veremos posteriormente que mesmo que o sistema não esteja em equilíbrio termodinâmico podemos definir uma *temperatura de excitação*, T_{exc} , tal que,

$$B_\nu(T_{exc}) = S_\nu.$$

Tal temperatura, em certas circunstâncias, será chamada de *temperatura de spin*, quantificando a densidade de partículas em diferentes níveis quânticos.

Para nossos propósitos é importante escrevermos tal equação na forma integral que como veremos, no regime de grandes comprimentos de onda, poderemos obter a relação entre temperaturas do campo de radiação incidente e do meio.

Partamos da equação básica em termos da distância,

$$\begin{aligned}\alpha_\nu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} &= \frac{dI_\nu}{dr}, \\ &= \alpha_\nu (-I_\nu + S_\nu).\end{aligned}$$

Agora usamos o truque de multiplicar ambos os lados por uma exponencial da profundidade ótica, assumindo que o meio tem comprimento r ,

$$\begin{aligned}e^{\tau_\nu(r)} \frac{dI_\nu}{dr} &= e^{\tau_\nu(r)} (-\alpha_\nu I_\nu + \alpha_\nu S_\nu), \\ &= -\left(\alpha_\nu(r) e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')}\right) I_\nu(r) + \alpha_\nu(r) \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')} S_\nu(r)\right), \\ &= -\frac{d}{dr} \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')}\right) I_\nu(r) + \alpha_\nu(r) \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')} S_\nu(r)\right). \\ e^{\tau_\nu(r)} \frac{dI_\nu}{dr} + \frac{d}{dr} \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')}\right) I_\nu(r) &= \alpha_\nu(r) \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')} S_\nu(r)\right) \\ \frac{d}{dr} \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')} I_\nu(r)\right) &= \alpha_\nu(r) \left(e^{\int_0^r dr' \alpha_\nu(r')} S_\nu(r)\right).\end{aligned}$$

Integrando por todo meio,

$$\begin{aligned}\int_0^r dr' \frac{d}{dr'} \left(e^{\int_0^{r'} dr'' \alpha_\nu(r'')} I_\nu(r')\right) &= \int_0^r dr' \alpha_\nu(r') \left(e^{\int_0^{r'} dr'' \alpha_\nu(r'')} S_\nu(r')\right) \\ \left.e^{\int_0^{r'} dr'' \alpha_\nu(r'')} I_\nu(r')\right|_{r'=r} - \left.e^{\int_0^{r'} dr'' \alpha_\nu(r'')} I_\nu(r')\right|_{r'=0} &= \\ I_\nu(r) e^{\tau_\nu(r)} - I_\nu(0) &= \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu e^{\tau'_\nu} S_\nu(\tau'_\nu)\end{aligned}$$

Portanto,

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu), \quad (\text{A.8})$$

que é a expressão integral da transferência radiativa. O termo $I_\nu(0)$ é a intensidade específica da radiação que incide sobre o meio, ou seja, a intensidade específica do campo de fundo. O primeiro termo da expressão é o decaimento exponencial da radiação incidente ao atravessar o meio, e o segundo termo é a radiação proveniente de emissões do meio.

APÊNDICE B – Temperatura de brilho de emissões de 21-cm

No Apêndice A obtivemos que uma radiação proveniente de uma fonte distante, e observada hoje, ao passar por um meio sofre efeitos que alteram a sua intensidade (específica). A alteração desse fato é expressado por

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu). \quad (\text{B.1})$$

Agora, é importante aplicarmos esse conhecimento ao caso de emissões de 21-cm por nuvens de hidrogênio neutro (HI). Para isso, precisaremos dos coeficientes de opacidade (absorção) e de emissão em termos dos coeficientes de Einstein. As emissões que queremos analisar aqui ocorrem quando há transição entre dois autoestados de energia de um átomo de hidrogênio, digamos que estados 1 e 2. Sendo o autoestado 1 o com menor autoenergia, e o 2 autoestado excitado. Se um sistema está em 2 a probabilidade de ocorrer a transição para 1 é dada pelo coeficiente (de Einstein) A_{21} . Assim, se n_2 é a densidade numérica de partículas no autoestado 2, $n_2 A_{21}$ fornece o número de transições **espontâneas** (por segundo e por volume) $2 \rightarrow 1$.

A linha de absorção será descrita por uma distribuição chamada de *perfil de densidade* $\phi = \phi(\nu)$, normalizada, de tal forma que o campo de radiação médio é dado por

$$\bar{I} = \int_0^\infty d\nu \phi(\nu) I_\nu.$$

Do qual podemos definir a (densidade de) energia média por

$$\bar{U} = \frac{4\pi}{c} \bar{I}.$$

E as seguintes relações¹:

$B_{12}\bar{U}$: Probabilidade de absorção de um fóton;

$B_{21}\bar{U}$: Probabilidade de emissão de um fóton;

$N_1 B_{12}\bar{U}$: Número de fôtons absorvidos por segundo;

$N_2 B_{21}\bar{U}$: Número de fôtons emitidos por segundo, por emissão estimulada.

Se o sistema está em um estado estacionário, os números de absorções e emissões devem ser iguais, tal que²

$$n_2 A_{21} + n_2 B_{21} I_\nu = n_1 B_{12} I_\nu.$$

¹ $N_j = \int d^3x n_j(\vec{x})$

² N representa o número de uma quantidade e n a sua densidade numérica.

Isto no equilíbrio termodinâmico (completo). Contudo, os sistemas em uma cavidade não estão todos no mesmo estado, mas em diferentes, de tal forma a diferentes níveis atômicos serem populados pela distribuição de Boltzmann. Pela distribuição de Boltzmann temos a lei de Boltzmann, também chamada de Equação de Excitação entre dois estados: autoestado i e seu autoestado excitado $i + 1$, relacionados por

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{g_{i+1}}{g_i} e^{-\left(\frac{E_{i+1}-E_i}{kT}\right)},$$

com g_{i+1} e g_i sendo os pesos estatísticos dos respectivos autoestados, ou seja, o grau de degenerescência dos mesmos; E_{i+1} e E_i as respectivas autoenergias, tal que a transição de autoestados se dá pela emissão/absorção de um fóton de energia $h\nu_{i+1,i}$. Assim,

$$\begin{aligned} \frac{n_2}{n_1} &= \frac{B_{12}I_\nu}{A_{21} + B_{21}I_\nu} \\ &= \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}} \\ \\ B_{12}I_\nu &= \left[\frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}} \right] (A_{21} + B_{21}I_\nu) \\ \left[\left(\frac{g_1}{g_2} e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} \right) B_{12} - B_{21} \right] I_\nu &= A_{21} \\ \\ \therefore I_\nu &= \frac{A_{21}}{\left(\frac{g_1}{g_2} e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} \right) B_{12} - B_{21}} \end{aligned}$$

Mas, como no equilíbrio termodinâmico I_ν deve ser obtido pela distribuição de corpo negro, $I_\nu = B_\nu(T)$,

$$\begin{aligned} I_\nu &= \frac{A_{21}/B_{21}}{\left(\frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} \right) - 1} \\ \left(\frac{2\pi h}{c^2} \right) \frac{\nu_{21}^3}{e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} - 1} &= \frac{2\pi h \nu_{21}^3 / c^2}{e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} - 1} \end{aligned}$$

Comparando o lado direito da parte superior com o lado direito da parte inferior, temos

$$B_{21} = \left(\frac{c^2}{2h\nu_{21}^3} \right) A_{21} \quad (\text{B.2})$$

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} \quad (\text{B.3})$$

Precisaremos dessas relações para determinar a temperatura de 21-cm. Agora, o próximo passo será determinar os coeficientes α_ν e j_ν . Para obter o coeficiente de emissão j_ν é necessário fazermos hipóteses acerca da distribuição de radiação emitida durante uma transição espontânea de um nível 2 para um nível 1, e a hipótese mais simples é a de que a emissão é distribuída de acordo com o perfil de linha $\phi(\nu)$, que é o mesmo que descreve a absorção. Com isso, a energia emitida dentro de um volume $dV = dr d\sigma$, compreendido dentro de um ângulo sólido $d\Omega$, em

uma faixa de frequência $d\nu$ e durante um tempo dt é, por definição, $j_\nu d\nu d\Omega d\sigma dr dt$. Como cada átomo contribui com uma energia $h\nu_{21}$, distribuídas sobre 4π para cada transição, também podemos escrever a energia emitida como sendo (Rybicki; Lightman, 1979; Draine, 2011)

$$dE_\nu^{\text{emit}} = \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) n_2 A_{21} \phi^{(21)}(\nu) dr d\sigma d\Omega d\nu dt,$$

que ao compararmos as duas expressões anteriores, obtemos

$$j_\nu = \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) n_2 A_{21} \phi^{(21)}(\nu). \quad (\text{B.4})$$

Já para o coeficiente de absorção (opacidade) α_ν , tomemos a quantidade de energia absorvida durante um tempo dt , num volume $dV = dr d\sigma$, a partir das contribuições de cada partícula de energia $h\nu$,

$$dE_\nu^{\text{abs}} = \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) n_1 B_{12} I_\nu \phi^{(21)}(\nu) d\sigma dt d\Omega d\nu dr,$$

que ao compararmos com a expressão anteriormente apresentada

$$\alpha_\nu = \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) n_1 B_{12} \phi^{(21)}(\nu).$$

É importante observarmos que os coeficientes foram obtidos somente considerando os mecanismos de absorção e emissão **estimulada**. Precisamos considerar também o efeito de emissão **espontânea**, que contribui com uma energia de emissão de

$$dE_\nu^{\text{em, esp}} = \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) n_2 B_{21} I_\nu \phi^{(21)}(\nu) d\nu d\Omega d\sigma dr dt,$$

e o balanço energético, ficando

$$\begin{aligned} dE_\nu &= dE_\nu^{\text{em, esp}} + dE_\nu^{\text{em, est}} - dE_\nu^{\text{abs}} \\ &= \left[\left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) (n_2 A_{21} \phi^{(21)\text{em}}(\nu) + n_2 B_{21} I_\nu \phi^{(21)\text{em}}(\nu) - n_1 B_{12} I_\nu \phi^{(21)\text{abs}}(\nu)) \right] d\nu d\Omega d\sigma dr dt \\ &= \left[\left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) \phi^{(21)}(\nu) (n_2 A_{21} - (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) I_\nu) \right] d\nu d\Omega d\sigma dr dt \\ \frac{dE_\nu}{d\nu d\Omega d\sigma dt} &= \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) \phi^{(21)}(\nu) (n_2 A_{21} - (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) I_\nu) dr, \end{aligned}$$

Então,

$$\begin{aligned} \frac{dI_\nu}{dr} &= \left(\frac{h\nu_{21}}{4\pi} \right) \phi^{(21)}(\nu) (n_2 A_{21} - (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) I_\nu) \\ &= j_\nu - \alpha_\nu I_\nu \end{aligned}$$

Por fim, desse resultado, extraímos os valores dos coeficientes:

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu_{21}}{4\pi} (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) \phi^{(21)}(\nu), \quad (\text{B.5})$$

$$j_\nu = \frac{h\nu_{21}}{4\pi} n_2 A_{21} \phi^{(21)}(\nu). \quad (\text{B.6})$$

Podemos reescrever o coeficiente de emissão de uma forma mais conveniente aos nossos propósitos,

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu_{21}}{4\pi} n_1 B_{12} \left(1 - \frac{n_2 B_{21}}{n_1 B_{12}}\right) \phi^{(21)}(\nu).$$

Mesmo que os sistemas não estejam, de fato, em equilíbrio termodinâmico podemos definir uma temperatura T_{exc} tal que tenhamos $n_2/n_1 = (g_2/g_1)\exp(-T_*(\nu_{21})/T_{\text{exc}})$, com $T_*(\nu) \doteq h\nu/k_B$. Além disso, ao usarmos a relação entre os coeficientes de Einstein, $g_2/g_1 = B_{12}/B_{21}$,

$$\begin{aligned} \alpha_\nu &= \frac{h\nu_{21}}{4\pi} n_1 B_{12} \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(21)}(\nu) \\ &= \frac{h\nu_{21}}{4\pi} n_1 \left(\frac{g_2}{g_1} \left(\frac{c^2}{2h\nu_{21}^3}\right) A_{21}\right) \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(21)}(\nu) \\ &= \frac{c^2}{8\pi\nu_{21}^2 g_1} n_1 A_{21} \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(21)}(\nu) \end{aligned}$$

B.1 Temperatura de 21-cm

Aqui estaremos interessados na transição hiperfina do átomo de hidrogênio neutro. Por isso, por conveniência de nomeclatura, chamaremos o primeiro autoestado simplesmente como 0, e o segundo como 1. Com isso,

$$\alpha_\nu = \frac{c^2}{8\pi\nu_{21}^2 g_0} n_0 A_{10} \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(10)}(\nu)$$

Seguindo a argumentação de (Field, 1958), temos que $n_{\text{HI}} = ((g_1 + g_0)/g_0)n_0$,

$$\begin{aligned} \alpha_\nu &= \frac{c^2}{8\pi\nu_{21}^2 g_0} \left(\frac{g_0}{g_1 + g_0} n_{\text{HI}}\right) A_{10} \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(10)}(\nu) \\ &= \frac{g_1}{g_1 + g_0} \frac{c^2}{8\pi\nu_{21}^2} n_{\text{HI}} A_{10} \left(1 - e^{-\frac{T_*}{T_{\text{exc}}}}\right) \phi^{(10)}(\nu) \end{aligned}$$

Na quase totalidade das situações astrofísicas³ $T_* \ll T_S$. Então, podemos expandir o termo exponencial até primeira ordem, $1 - \exp(-T_*/T_{\text{exc}}) \approx T_*/T_S = h\nu_{10}/k_B T_S$, e sendo $g = 2F + 1$, com F momento angular total, temos que as degenerescências são $g_0 = 1$ e $g_1 = 3$. Assim, reescrevemos o coeficiente como sendo

$$\alpha_\nu = \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}}\right) \frac{n_{\text{HI}}}{T_S} \phi^{(10)}(\nu).$$

Agora, usando esse resultado para obter a profundidade óptica, sendo S a representação do comprimento percorrido através do meio, e assumindo que a linha de emissão sofre (somente)

³ $T_{\text{exc}} = T_S$

efeito de *Doppler broadening* condensado no perfil de linha,

$$\begin{aligned}
\tau_\nu &= \int_{\text{nuvem}} d\tau_\nu = \int_S ds \alpha_\nu(s) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \int_S ds \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \phi^{(10)}(\nu) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \int_{\nu(S)} d\nu \left| \frac{ds}{d\nu} \right| \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \phi^{(10)}(\nu) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \int_{\nu(S)} d\nu \left| \frac{ds}{d\chi} \frac{d\chi}{d\nu} \right| \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \phi^{(10)}(\nu) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \int_{\nu(S)} d\nu \left| \frac{ds}{d\chi} \frac{d\chi}{d\nu} \right| \phi^{(10)}(\nu)
\end{aligned}$$

em que $\chi (= a^{-1}s)$ é a posição comóvel. Cabe aqui observar que a frequência acima é a frequência no referencial da emissão e que é expressa como $\nu = \nu_{\text{emit}} = \nu_{10}(1 - v_{\parallel}/c)$, devido à velocidade peculiar do gás de HI, e a integração tem o efeito de contabilizar as contribuições das diferentes frequências da *Doppler broadening*. Contudo, usando o caso da largura Doppler extremamente estreita, tendendo à zero, $\Delta\nu_D \rightarrow 0$, que leva ao perfil de linha ser uma função delta de Dirac, temos que (Bharadwaj; Nath; Sethi, 2001; Bharadwaj; Ali, 2005)

$$\begin{aligned}
\tau_{\nu_{10}} &= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \int_{\nu(S)} d\nu \left| a \frac{d\chi}{d\nu} \right| \phi^{(10)}(\nu) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \int_{\nu(S)} d\nu \left| a \frac{d\chi}{d\nu} \right| \delta(\nu - \nu_{10}) \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} \left| a \frac{d\chi}{d\nu} \right|_{\nu_{10}} \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} a \left| \frac{d\chi}{dv_{\parallel}} \right| \left| \frac{dv_{\parallel}}{d\nu} \right| \\
&= \left(\frac{3hc^2 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{T_S(z)} a \left| \frac{d\chi}{dv_{\parallel}} \right| \left| -\frac{c}{\nu_{10}} \right| \\
&= \left(\frac{3hc^3 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}^2} \right) \frac{n_{\text{HI}}(z)}{(1+z) \|dv_{\parallel}/d\chi\|} \frac{1}{T_S(z)} \\
&= \left(\frac{3hc^3 A_{10}}{32\pi k_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\rho_{\text{HI}}(z)}{(1+z) \|dv_{\parallel}/d\chi\|} \frac{1}{T_S(z)}
\end{aligned}$$

Define-se o parâmetro de densidade de HI (Battye et al., 2013) por $\Omega_{\text{HI}}(z) \doteq 8\pi G \rho_{\text{HI}}(z)/3H_0^2$, de forma a podermos obter a expressão para a profundidade ótica para 21-cm

$$\therefore \tau_{\nu_{10}} = \left(\frac{9hc^3 A_{10}}{256\pi^2 G k_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\Omega_{\text{HI}}(z)}{(1+z)} \frac{H_0^2}{\|dv_{\parallel}/d\chi\|} \frac{1}{T_S(z)} \quad (\text{B.7})$$

Consideremos o autoestado 0 e o 1 como sendo o singuleto e o triploto da transição hiperfina do HI, respectivamente; ou seja, associando ν_{10} à frequência de emissão de 21-cm. Ainda, trabalharemos aqui no regime de frequência de rádio, sendo assim, é conveniente reescrever a Eq. B.1 a definição de *temperatura de brilho*, que se baseia na aproximação de Rayleigh-Jeans.

Para o caso de emissão de 21-cm, temos que

$$\begin{aligned}
 S_\nu &= \frac{j_{\nu_{10}}}{\alpha_{\nu_{10}}} = \frac{\frac{h\nu_{10}}{4\pi}\phi^{(10)}(\nu)n_1A_{10}}{\frac{3c^2}{8\pi\nu_{10}^2}\phi^{(10)}(\nu)n_0A_{10}(1-e^{-T_\star/T_{\text{exc}}})} \\
 &\approx \frac{\frac{h\nu_{10}}{4\pi}\phi^{(10)}(\nu)n_1A_{10}}{\frac{3c^2}{8\pi\nu_{10}^2}\phi^{(10)}(\nu)n_0A_{10}\frac{T_\star}{T_{\text{exc}}}} \\
 &= \frac{2h\nu_{10}^3 n_1}{3c^2 n_0 h\nu_{10}/k_B} \frac{T_{\text{exc}}}{n_0} \\
 &= \frac{2k_B\nu_{10}^2 n_1}{3c^2 n_0} T_{\text{exc}} \\
 &\approx \frac{2k_B\nu_{10}^2}{c^2} T_{\text{exc}}
 \end{aligned}$$

Tomando $T_{\text{exc}} = T_S$,

$$S_{\nu_{10}} = \frac{2k_B\nu_{10}^2}{c^2} T_S.$$

Ou seja, satisfaz a relação de Rayleigh-Jeans e é descrito pela *temperatura de spin*, também é basicamente constante por todo meio que atravessa, de forma a termos

$$\begin{aligned}
 I_\nu(\tau_\nu) &= I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \\
 \left(\frac{2k_B\nu^2}{c^2}\right)^{-1} I_\nu(\tau_\nu) &= \left(\frac{2k_B\nu^2}{c^2}\right)^{-1} I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \left(\frac{2k_B\nu^2}{c^2}\right)^{-1} S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \\
 T_b(\nu, \tau_\nu) &= T_b(\nu, 0)e^{-\tau_\nu} + T_S(1 - e^{-\tau_\nu})
 \end{aligned}$$

com $T_b(\nu, \tau_\nu)$ temperatura de brilho do campo de radiação que emerge do meio (gás de HI) a um redshift z e $T_b(\nu, 0)$ temperatura de brilho do campo de radiação de fundo, que incide sobre o meio ao longo da linha de visada. Denotando $T_b(\nu, \tau_\nu) \doteq T_b(\nu)$ e $T_b(\nu, 0) \doteq T_R$ ⁴,

$$T_b(\nu) = T_R e^{-\tau_\nu} + T_S(1 - e^{-\tau_\nu}). \quad (\text{B.8})$$

A temperatura de brilho em um dado redshift z (no período da emissão) para a emissão de 21-cm é

$$T_b(\nu_{10}, z) = T_R(z)e^{-\tau_{\nu_{10}}} + T_S(z)(1 - e^{-\tau_{\nu_{10}}}) \quad (z \neq 0).$$

e pela relação da frequência $\nu_{10} = \nu(1+z)$ [Furlanetto et al 2006], temos

$$T_b^{\text{obs}}(\nu) = \frac{T_b(\nu_{10}, z)}{1+z} = \frac{T_R(z)e^{-\tau_{\nu_{10}}} + T_S(z)(1 - e^{-\tau_{\nu_{10}}})}{1+z}.$$

Como o nosso caso é o de $\tau \ll 1$, podemos tomar a aproximação de $T_b(\nu, \tau_\nu)$ até primeira ordem ao redor de zero,

$$\begin{aligned}
 T_b(\nu, \tau_\nu) &\approx T_b(\nu, 0) + \frac{dT_b(\nu, \tau_\nu)}{d\tau_\nu} \Big|_{\tau_\nu=0} \tau_\nu \\
 &= T_b(\nu, 0) + (T_S - T_b(\nu, 0)) \tau_\nu
 \end{aligned}$$

⁴ No nosso caso, T_R será, basicamente, dado pela radiação cósmica de fundo na região da frequência de rádio.

Contabilizando o efeito de redshift cósmico sobre a temperatura de brilho observacional,

$$\begin{aligned} T_b^{\text{obs}}(\nu) &= \frac{T_R(z) + (T_S(z) - T_R(z))\tau_{\nu_{10}}}{1+z} \\ &=: T_R^{\text{obs}}(\nu) + \delta T_b^{\text{obs}}(\nu) \\ \Rightarrow \delta T_b^{\text{obs}}(\nu) &= T_b^{\text{obs}}(\nu) - T_R^{\text{obs}}(\nu) = \frac{T_S(z) - T_R(z)}{1+z}\tau_{\nu_{10}} \end{aligned}$$

Portanto, o contraste entre a temperatura de brilho da emissão de 21-cm e a temperatura de brilho de fundo em frequência de rádio, medida observacional, é dado por

$$\therefore \delta T_b^{\text{obs}}(z) = \left(\frac{9hc^3 A_{10}}{256\pi^2 G k_B \nu_{10}^2 m_{\text{HI}}} \right) \frac{\Omega_{\text{HI}}(z)}{(1+z)^2} \frac{H_0^2}{\|dv_{\parallel}/d\chi\|} \left(1 - \frac{T_R(z)}{T_S(z)} \right)$$

B.2 Temperatura de Spin de 21-cm

Usamos a temperatura de spin como temperatura de excitação no caso da transição devido ao *spin-flip*, que é uma forma compacta de descrever as densidades numéricas do singuleto e triploto da transição (Field, 1958). Existem dois mecanismos fundamentais para excitar um átomo, cada um desses podendo excitar a transição pela troca de um quanta de energia, que são: **colisional** e **radiativo**. Devemos considerar quatro casos possíveis:

- transição radiativa de baixa energia;
- transição radiativa de alta energia;
- colisão de baixa energia;
- colisão de alta energia

Contudo, regiões quentes o suficiente para ocorrerem colisões de altas energias estarão ionizadas, e por isso inobservadas (Field, 1958). Sobrando os três primeiros como mecanismos importantes para estudo.

B.2.1 Transição radiativa de alta energia

Tomemos os coeficientes de Einstein de emissão e absorção estimulados por um dado fóton

$$\begin{cases} B_{01} &= 3\frac{T_R}{T_*} A_{10} \\ B_{10} &= \left(1 + \frac{T_R}{T_*}\right) A_{10} \end{cases}$$

A relação entre os coeficientes é dada por:

$$\frac{B_{01}}{B_{10}} = 3 \frac{1}{1 + \frac{T_*}{T_R}} \approx 3 \left(1 - \frac{T_*}{T_R}\right)$$

B.2.2 Transição colisional

Sejam as taxas de emissão e absorção colisional, C_{01} e C_{10} , respectivamente. No equilíbrio temos

$$n_0 C_{01} = n_1 C_{10} = \left(\frac{g_1}{g_0} n_0 e^{-T_\star/T_K} \right) C_{10}$$

ou seja,

$$\frac{C_{01}}{C_{10}} = \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{T_\star}{T_K}} \approx 3 \left(1 - \frac{T_\star}{T_K} \right)$$

B.2.3 Transição radiativa de baixa energia

Sejam as taxas de transição radiativa por campo de radiação UV, P_{01} e P_{10} , a razão entre a taxa de excitação e dexcitação define a temperatura de cor

$$\frac{P_{01}}{P_{10}} \doteq 3 \left(1 - \frac{T_\star}{T_c} \right)$$

A hipótese de equilíbrio afirma que as populações de singuleto e tripléto não dependem do tempo. Ou seja, o número dos que deixam o tripléto é igual ao dos que entram no mesmo,

$$\underbrace{n_1 (B_{10} + C_{10} + P_{10})}_{\text{núm. emissões}} = \underbrace{n_0 (B_{01} + C_{01} + P_{01})}_{\text{núm. absorções}}$$

Da definição de temperatura de spin,

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{T_\star}{T_S}} \approx 3 \left(1 - \frac{T_\star}{T_S} \right),$$

e rearranjando a relação entre os números de emissões e absorções,

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{B_{01} + C_{01} + P_{01}}{B_{10} + C_{10} + P_{10}}.$$

Logo,

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{n_0} &= 3 \left(1 - \frac{T_\star}{T_S} \right) \\ &= \frac{3(T_R/T_\star)A_{10} + 3(1 - T_R/T_K)C_{10} + 3(1 - T_R/T_c)P_{10}}{(1 + T_R/T_\star)A_{10} + C_{10} + P_{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_S - T_\star}{T_S} \right) &= \frac{(T_R/T_\star)A_{10} + (1 - T_R/T_K)C_{10} + (1 - T_R/T_c)P_{10}}{((T_\star + T_R)/T_\star)A_{10} + C_{10} + P_{10}} \\ &= \frac{\left(\frac{A_{10}}{T_\star} \right) [T_R + (T_K - T_\star) \left(\frac{T_\star}{T_K} \frac{C_{10}}{A_{10}} \right) + (T_c - T_\star) \left(\frac{T_\star}{T_c} \frac{P_{10}}{A_{10}} \right)]}{\left(\frac{A_{10}}{T_\star} \right) [(T_\star + T_R) + \left(\frac{C_{10}}{A_{10}} T_\star \right) + \left(\frac{P_{10}}{A_{10}} \right) T_\star]} \end{aligned}$$

Definindo os parâmetros:

$$\begin{cases} y_c &\doteq \frac{T_\star}{T_K} \left(\frac{C_{10}}{A_{10}} \right) \\ y_\alpha &\doteq \frac{T_\star}{T_c} \left(\frac{P_{10}}{A_{10}} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{T_S - T_\star}{T_S} \right) &= \frac{T_R + (T_K - T_\star) y_c + (T_c - T_\star) x_\alpha}{(T_\star + T_R) + T_K y_c + T_c y_\alpha} \\
&= \frac{(T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) - (y_c + y_\star) T_\star}{(T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) + T_\star} \\
(T_S - T_\star) [(T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) + T_\star] &= T_S [(T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) - (y_c + y_\alpha)] \\
T_S [T_\star (1 + y_c + y_\alpha)] &= T_\star ((T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) + T_\star) \\
T_S &= \frac{(T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c) + T_\star}{1 + y_c + y_\alpha}
\end{aligned}$$

Portanto, temos que a temperatura de spin da emissão do hidrogênio neutro,

$$T_S = \frac{T_R + y_c T_K + y_\alpha T_c}{1 + y_c + y_\alpha} \quad (\text{B.9})$$

no equilíbrio e com $T_R, T_K, T_c \gg T_\star$, temos que T_S como a média ponderada das demais temperaturas, com x_c e x_α probabilidades normalizadas, ou "eficiências".

Uma outra forma comum de encontrarmos tal relação entre a temperatura de spin e as temperaturas de cor, cinética e de campo de fundo em rádio é através dos coeficientes de acoplamento colisional x_c^i e de acoplamento Ly α x_α (emissão pelo efeito Wouthuysen-Field). Definindo tais coeficientes como

$$\begin{cases} x_c &\doteq \frac{T_\star}{T_R} \left(\frac{C_{10}}{A_{10}} \right) = \left(\frac{T_K}{T_R} \right) y_c \\ x_\alpha &\doteq \frac{T_\star}{T_R} \left(\frac{P_{10}}{A_{10}} \right) = \left(\frac{T_c}{T_R} \right) y_\alpha \end{cases}$$

a Eq. B.9 pode ser reescrita como

$$T_S^{-1} = \frac{T_R^{-1} - 1 + x_c T_K^{-1} + x_\alpha T_c^{-1}}{1 + x_c + x_\alpha} \quad (\text{B.10})$$

APÊNDICE C – Formação das primeiras fontes de luz: uma objetiva digressão

C.1 Primeiras Estrelas: População estelar III.1

Segundo a formação hierárquica de estruturas fornecida pelo modelo Λ CDM, regiões de sobredensidade do campo da matéria se tornaram cada vez mais proeminentes até eventualmente colapsarem gravitacionalmente. Os objetos gasosos formados pelos colapsos relaxaram até entrarem em equilíbrio dinâmico, num processo chamado de *processo de virialização* (Ciardi; Ferrara, 2005; Yoshida, 2019). Os objetos colapsados em tal processo formaram, então, nuvens de gás primordial sem metais pesados - aqui, estaremos considerando metais pesados aqueles elementos que seguem depois do lítio no número atômico.

Os gases virializaram dentro de poços potenciais dos halos de matéria escura, chamados de *minihalos*. Tais minihalos possuem massa e temperatura viriais da ordem de $M_{vir} \sim 10^6 M_\odot$ e $T_{vir} \sim 10^3 K$, respectivamente, e são esperados atuarem à $z \sim 20 - 30$ (Xu; Wise; Norman, 2013; Bromm; Yoshida, 2011).

Após o gás virializar, adicional processo de resfriamento do gás era necessário para que esse colapsasse ainda mais e, então, pudesse formar estrela(s). Uma vez que tal gás era composto, basicamente, por hidrogênio neutro e átomos de hélio, à temperaturas da ordem de $\sim 1000 K$, o processo usado para o resfriamento é através, primeiro, da formação de hidrogênio molecular, seguido pela interação de tais moléculas com outras moléculas e átomos, num processo de excitação-desexcitação por emissão (*resfriamento por H_2*) (Yoshida et al., 2006; Loeb; Furlanetto, 2013). Segundo a teoria de formação estelar (Bromm et al., 2009), com a região central do minihalo extremamente densa composta por hidrogênio molecular e o processo de resfriamento de H_2 , levando a formação de protoestrelas, esta cresce por acreção do gás circundante para então formar uma estrela massiva basicamente formada por hidrogênio e hélio. Tais estrelas são chamadas de População III (Pop. III)¹, e formam a primeira geração de estrelas - por conseguinte, de fontes luminosas - que levam o Universo de um estado neutro e escuro à um estado complexo e composto por elementos pesados, ejetando grande quantidade de radiação ionizante no meio interestelar (ISM), i.e., *reionizando* o Universo.

Simulações e modelos teóricos apontam as Pop. III surgiram por volta de $z \sim 20$ e, posteriormente, ocorreu a formação das primeiras galáxias, num ambiente influenciado diretamente pelas emissões e efeitos de *feedbacks* das Pop. III e em um meio já enriquecido por metais, principalmente pelas supernovas resultantes das primeiras estrelas.

¹ Estrelas como o Sol, abundante em metais pesados, são chamadas genericamente como de População I. Já estrelas com uma quantidade muito baixa de tais metais, e provenientes da primeira geração de estrelas, são denominadas de População II.

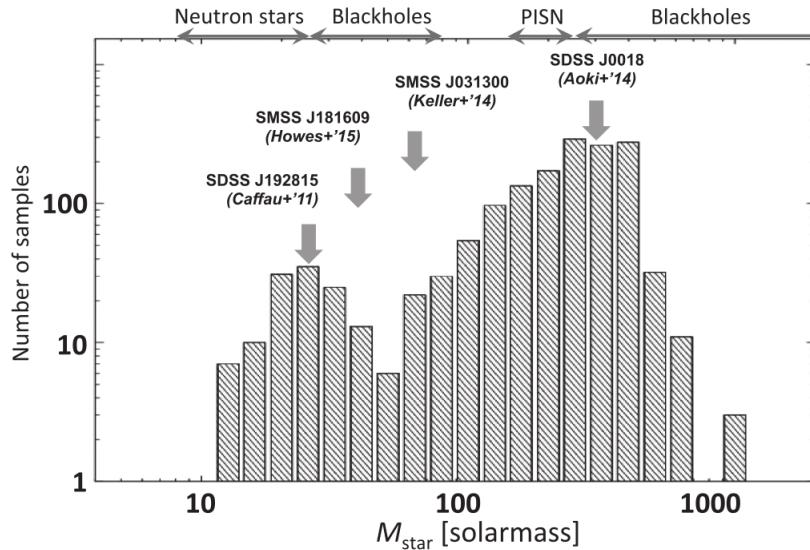


Figura 69 – Distribuição das massas das primeiras estrelas (Pop. III) a partir de um conjunto de simulações cosmológicas. Na parte superior da figura há representação do destino final (Estrela de neutron, buraco negro de massa intermediaria, PISN (supernova de instabilidade de pares) e buraco negro supermassivo) das estrelas para diferentes intervalos de massa final. Estão apontados na figura objetos observacionais e a que massa corresponde. Fonte: (Yoshida, 2019).

As estrelas Pop. III sintetizam uma fração significativa de metais durante seu (curto) ciclo de vida e seu estágio final deve auxiliar na dispersão de tais metais através do IGM. Tanto seu feedback radiativo durante a vida quanto o seu destino final agem diretamente no processo de ionização do IGM e interferem diretamente na formação (ou não) de estruturas em outros halos. Na Figura 69, é possível ver a compilação de uma série de simulações para o resultado final de uma estrela Pop. III para a massa final que ela deve ter, em unidades de massa-solar (M_{\odot}). Modelos sugerem a possibilidade da massa final de uma Pop. III poder ir desde uma fração de M_{\odot} até milhares dessa massa (Schauer et al., 2015). Contudo, simulações como as que resultaram na Figura 69 restringem esse valor entre dezenas e milhares de massas solares.

C.2 Influência das primeiras fontes de luz na visibilidade dos sinais de 21-cm

Pelas simulações e análises teóricas realizadas até o momento, e como descrito na seção anterior, as primeiras fontes de radiação - que iniciam o processo de aquecimento seguido de reionização do Universo - foram estrelas compostas somente de hidrogênio e hélio (Pop. III). Com massas tipicamente da ordem de $\sim 100 M_{\odot}$ (Nakamura; Umemura, 2001; Abel; Bryan; Norman, 2002; Susa; Hasegawa; Tominaga, 2014; Mebane; Mirocha; Furlanetto, 2018), são consideradas estrelas com temperaturas (de superfície efetiva) da ordem de $\sim 10^5 \text{ K}$ (Barkana; Loeb, 2001; Mebane; Mirocha; Furlanetto, 2018). Essas estrelas (*metal-free*), então, são massivas e extremamente quentes e, por conseguinte, grandes emissoras de radiação ionizante. Por exemplo,

uma Pop. III muito massiva pode ter produzido $\sim 10^5$ fótons/próton (Loeb; Furlanetto, 2013; Alvarez; Bromm; Shapiro, 2006). O que significa que somente uma diminuta fração ($> 10^{-5}$) de todos os hidrogênios precisava ser produzido em uma Pop. III para que ela pudesse emitir fótons o suficiente para ionizar o resto do gás cósmico.

Um grande fluxo de radiação ionizante era emitida pelas Pop. III e influenciaram fortemente a sua vizinhança, aquecendo e ionizando o gás dentro do alcance de alguns Kpc². Sendo que a estrela se origina numa região cercada por gás denso, uma frente de ionização se forma a partir da estrela e se propaga para longe dela, criando uma região com hidrogênio ionizado (regiões de HII). Tais regiões de HII crescem para além do minihalo hospedeiro, iniciando o processo de reionização do Universo (Alvarez; Bromm; Shapiro, 2006). O processo de reionização estará completo quando essas "bolhas ionizadas" - formadas não somente pelas Pop. III, mas também pelas gerações posteriores de estrelas, formadas em halos maiores, progressivamente mais enriquecidas de elementos pesados - se sobrepuarem e preencherem o IGM.

As primeiras gerações de estrelas são fortes emissoras em frequências do ultravioleta (UV) e em raio-X (Chen; Miralda-Escudé, 2004; Mirocha; Furlanetto; Sun, 2017). Não somente, seguido da frente de ionização de tais estrelas, o gás que fora ionizado esfria radiativamente e recombina por emissão Lyman-alpha (Ly α). Dessa forma, tais estrelas formam um forte fundo em UV (um forte *background* de radiação UV). Assim, desde as primeiras formações de fontes luminosas ocorre a formação de um *background* de (radiação) Ly α . Com a expansão do Universo, radiações em UV vão sendo continuamente *redshiftadas* (alargadas) e, porventura, em certos momentos, alcançam o comprimento de onda da radiação Ly α .

A radiação Ly α é de suma importância para tornar o IGM visível nas linhas de 21-cm. É o espalhamento por fótons Ly α , via efeito Wouthuysen-Field, que torna possível desacoplar a temperatura de spin da temperatura de fundo da CMB (Ciardi; Madau, 2003).

C.3 Primeiras significativas fontes de aquecimento do IGM por Raio-X

As regiões HII e as supernovas devido as primeiras estrelas Pop. III enriquecem quimicamente o IGM. Uma população seguinte de estrelas surge e é denominada População II (Pop. II). Essa população surge por volta de $z \sim 20$ (Xu; Wise; Norman, 2013) não devido ao resfriamento por H₂ - que é facilmente quebrado pelos radiação Lyman-Werner (LW) (Draine, 2011), emitida pelas Pop. III e entre 11.1-13.6 eV - mas ao resfriamento por HD (deutereto de hidrogênio) e H. Nas gerações estelares seguintes, com a mudança do IGM, a formação deixa de ocorrer por mecanismos de resfriamento molecular para ser por resfriamento atômico à $T_{vir} > 10^4$ K nas primeiras galáxias, sobre halos de $\gtrsim 10^8 M_\odot$ (Bromm; Yoshida, 2011). As condições de formação da Pop. II são distintas da Pop. III, elas já se formam a partir de um gás que já estava fotonionizado antes do colapso. Uma vez que radiação LW suprime qualquer formação de H₂, a formação das Pop. III atrasa a formação das gerações subsequentes, principalmente por invi-

² $1 \text{ Kpc} = 1 \times 10^3 \text{ pc} = 3.0857 \times 10^{19} \text{ m.}$

abilizar o uso de H₂ como mecanismo de resfriamento (Xu; Wise; Norman, 2013). A primeira geração de estrelas, além de poder ter terminado sua vida como supernovas e buracos negros massivos, muito provavelmente também gerou fortes explosões de radiação gama, chamadas de *Gamma-Ray Bursts* (GRBs) (Ciardi; Ferrara, 2005; Toma; Yoon; Bromm, 2016).

A formação de um buraco negro supermassivo (SMBH - *supermassive black hole*) é ainda fonte de intensa pesquisa. Sua massa se encontra entre $\sim 10^6 - 10^9 M_{\odot}$. Há uma aparente correlação entre a massa do SMBH e a massa do bulbo da galáxia hospedeira que sugere uma relação na evolução do SMBH e da galáxia (Yoshida, 2019). Existem sugestões tais como formação por fusão de buracos negros de massa intermediárias ($\sim 40 - 100 M_{\odot}$), assim como a partir de uma nuvem de gás extremamente massiva e quente que colapsa rapidamente numa estrela supermassiva ($\gtrsim 240 M_{\odot}$), que por sua vez colapsa direto no SBMH (Ciardi; Ferrara, 2005; Gallerani et al., 2017). Os SMBHs, nos centros de galáxias, quando acretam o gás que os circundam são núcleos ativos galácticos (AGN - *Active Galactic Nuclei*), que em certas circunstâncias são quasares, objetos astrofísicos extremamente luminosos que podem ser observados à altos redshifts³. Uma outra possibilidade de objeto que pode se formar à altos redshifts é a de um miniquasar, formado por um BH cuja a massa está entre $\sim 10^2 - 10^4 M_{\odot}$ (Dijkstra; Haiman; Loeb, 2004; Kuhlen; Madau, 2005). Um último objeto que é importante citar como tendo (possivelmente) influência na mudança do IGM durante o período pré-reionização são binários de raio-X (XRBs - *X-Ray Binaries*), que é um sistema binário entre uma estrela ainda ativa e uma estrela colapsada (em BH, estrela de neutrons ou anã branca). Os objetos devem estar próximos o suficiente tal que a remanescente da estrela colapsada atrai gravitacionalmente e acreta o material da estrela ativa, produzindo raio-X. Esses sistemas devem surgir tão logo as primeiras estrelas morrem.

Os objetos astrofísicos descritos acima auxiliaram na ionização, no aquecimento e na alteração do Universo pré- e pós-reionização. Principalmente por, a partir deles, uma quantidade significativa de raio-X ser produzida, isso somente após alguns milhões de anos depois das primeiras estrelas surgirem (Ciardi; Madau, 2003; Chen; Miralda-Escudé, 2004). Há que notarmos que a produção de radiação de UV por esses objetos não era significativa quando comparada à produzida pelas primeiras fontes estelares. O background de raio-X que se forma, por ser bastante energético, ao fotoionizar o IGM, transfere a energia ao meio, aquecendo-o (Ciardi; Madau, 2003; Furlanetto; Oh; Briggs, 2006; Morales; Wyithe, 2010).

³ O Projeto *Subaru High-z Exploration of Low-Luminosity Quasars* (SHELLQs) (Matsuoka et al., 2022) compilou 69 quasares no intervalo $5.8 < z < 7.0$ e 7 galáxias sem assinaturas de AGN entre $5.6 < z < 6.7$.

APÊNDICE D – Estimativa do espectro de potência angular: gráficos complementares

Representamos a reconstrução de cada algoritmo com 400 realizações para quatro canais diferentes (1° , 10° , 20° e 30° canal) na Figura 70 para o GMCA, na Figura 71 para o GNILC e na Figura 72 para o FastICA. GMCA e FastICA são assumidos com $n_r = 3$.

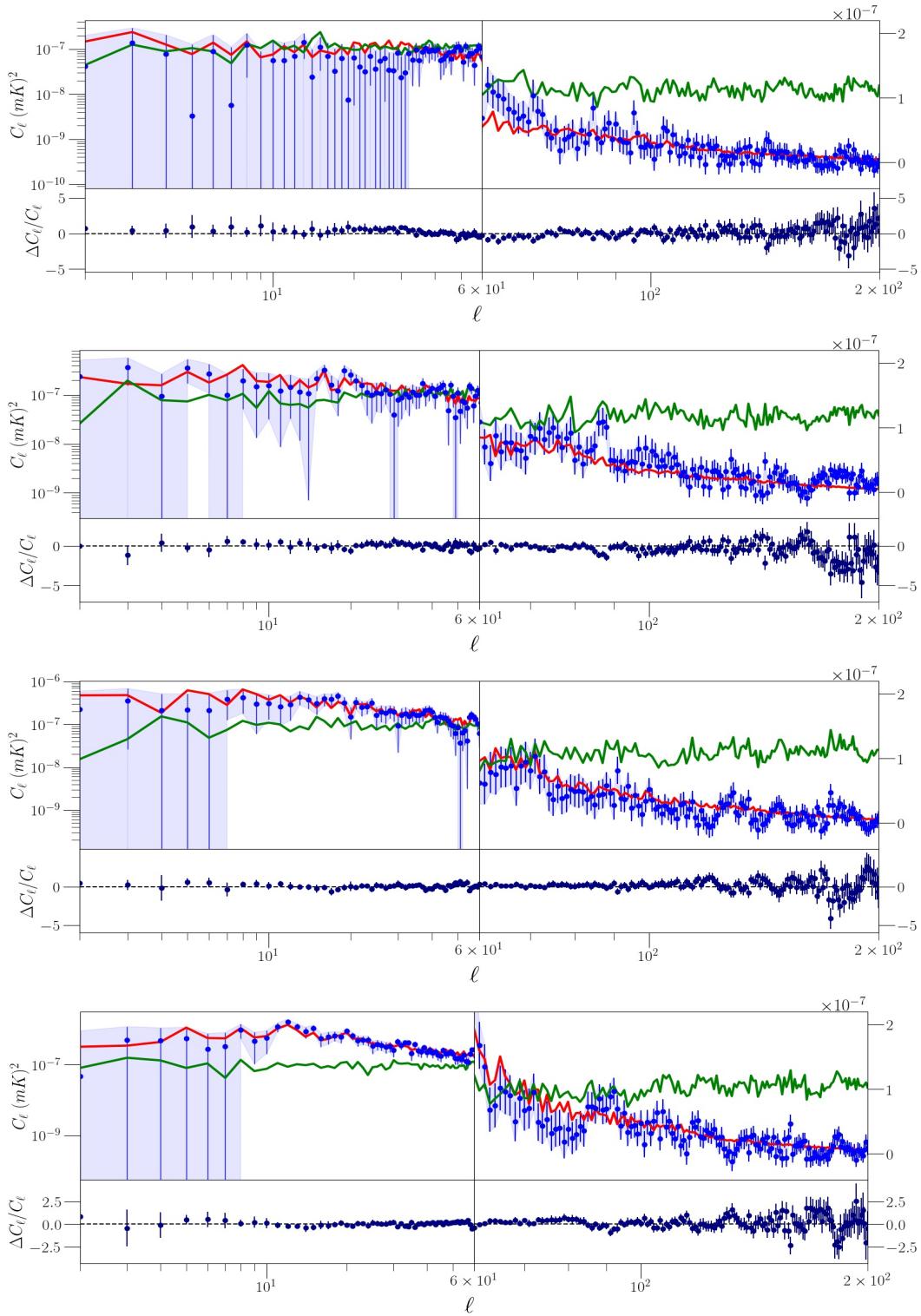


Figura 70 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando GMCA com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.

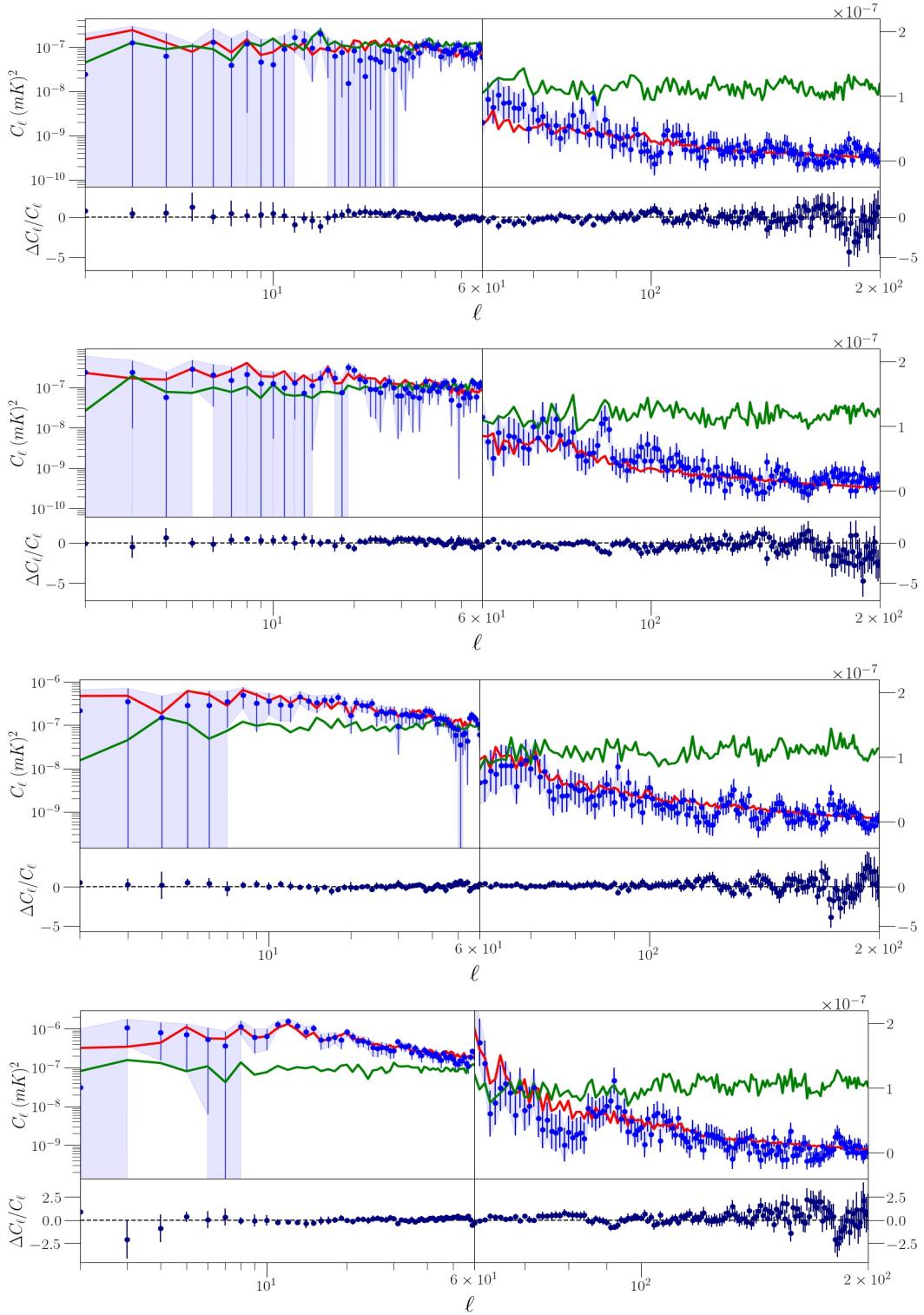


Figura 71 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando GNILC com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.

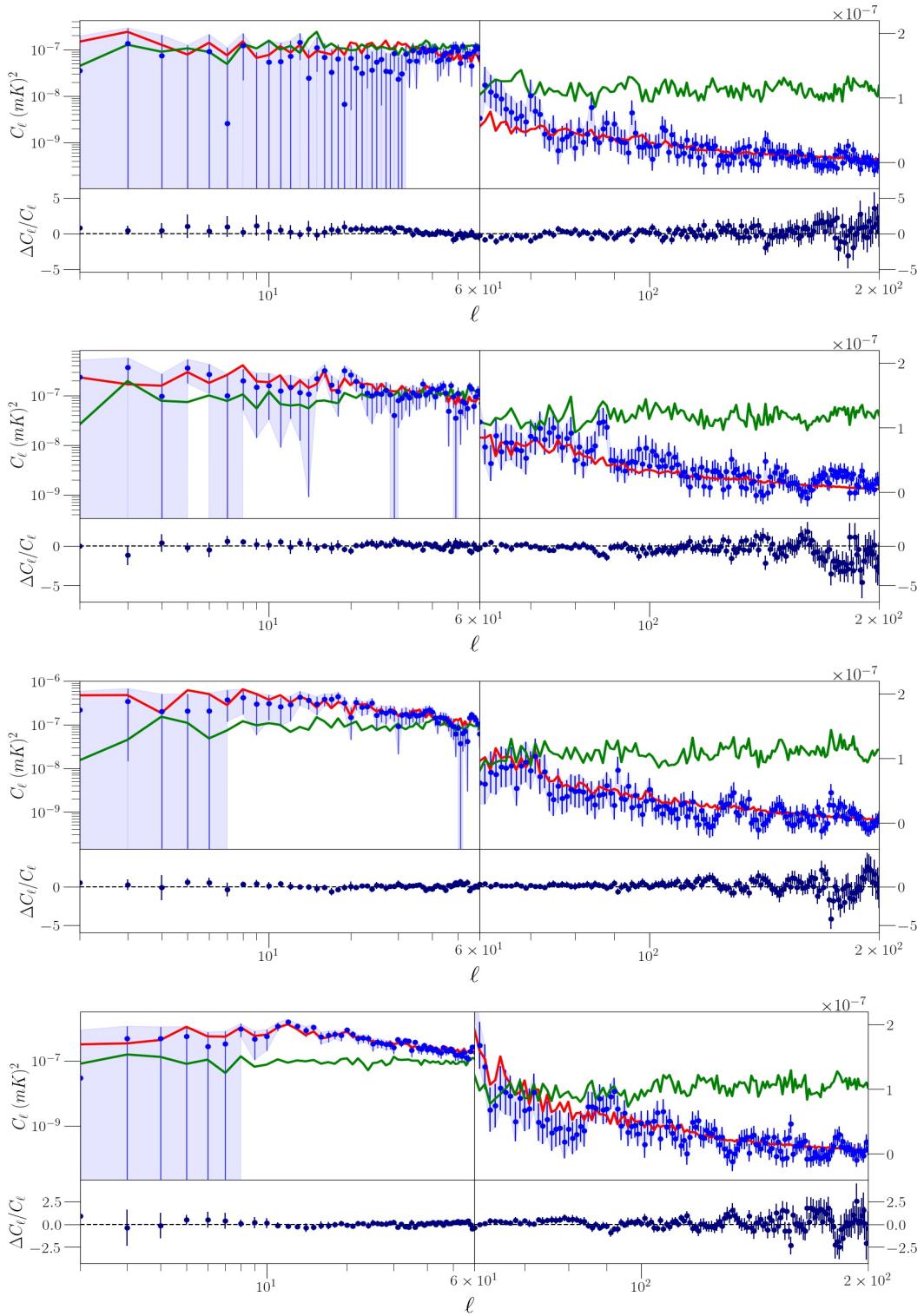


Figura 72 – Os gráficos são os espectros de potência angular de 21-cm para o primeiro (primeiro), décimo (segundo), vigésimo (terceiro) e trigésimo (último gráfico) canal usando FastICA com 400 realizações e $n_s=3$. A linha azul representa o sinal de 21-cm reconstruído, a vermelha o sinal de 21-cm simulado (usado como entrada no código) e em verde o sinal de white noise. Abaixo de cada gráfico está a representação da diferença residual entre o sinal reconstruído e o simulado.

APÊNDICE E – Optimizações dos parâmetros ópticos para os arranjos estudados

Baseado nos parâmetros obtidos pela optimização do plano focal par aos parâmetros espaciais que caracterizam as cornetas coletoras de sinais, apresentamos abaixo os resultados para cada um dos quatro modelos estudados. No caso dos modelos com deslocamento vertical, apresentamos também os valores para tais deslocamentos.

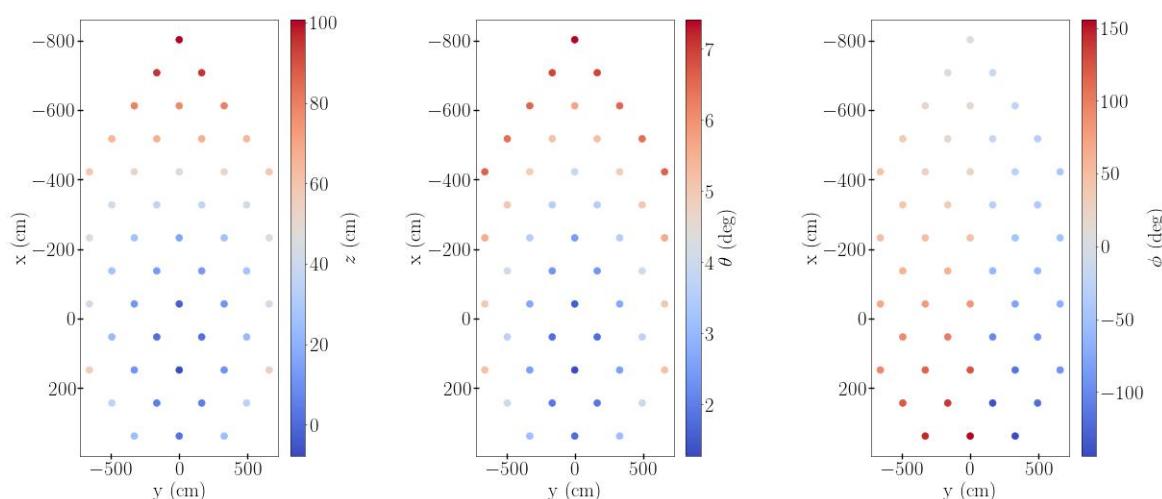


Figura 73 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao o modelo hexagonal.

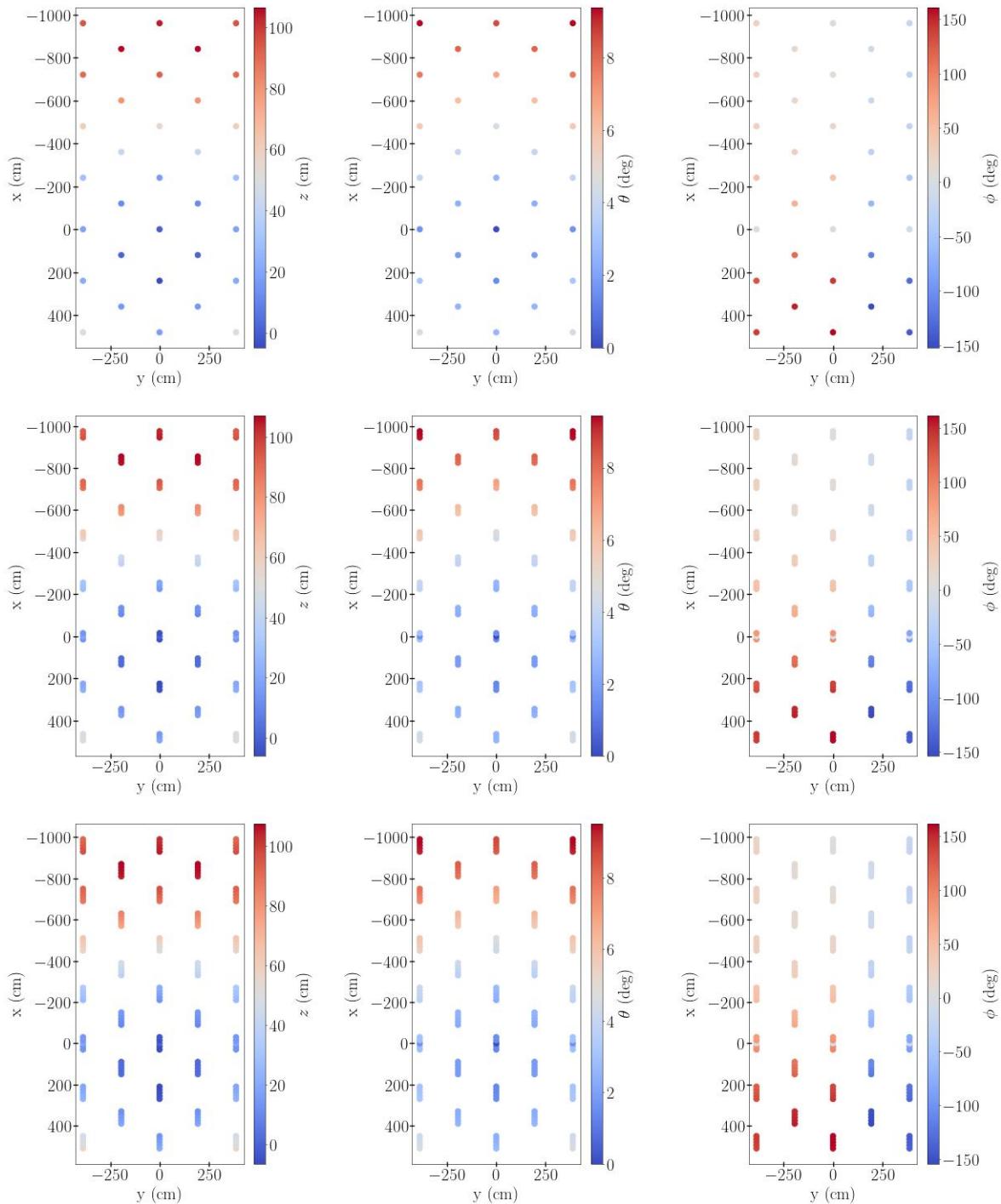


Figura 74 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao modelo rectangular, com a primeira linha contendo os resultados sem descolamentos verticais, na segunda linha com descolamentos até ± 21 cm, e na última linha os resultados para os deslocamentos até ± 41 cm.

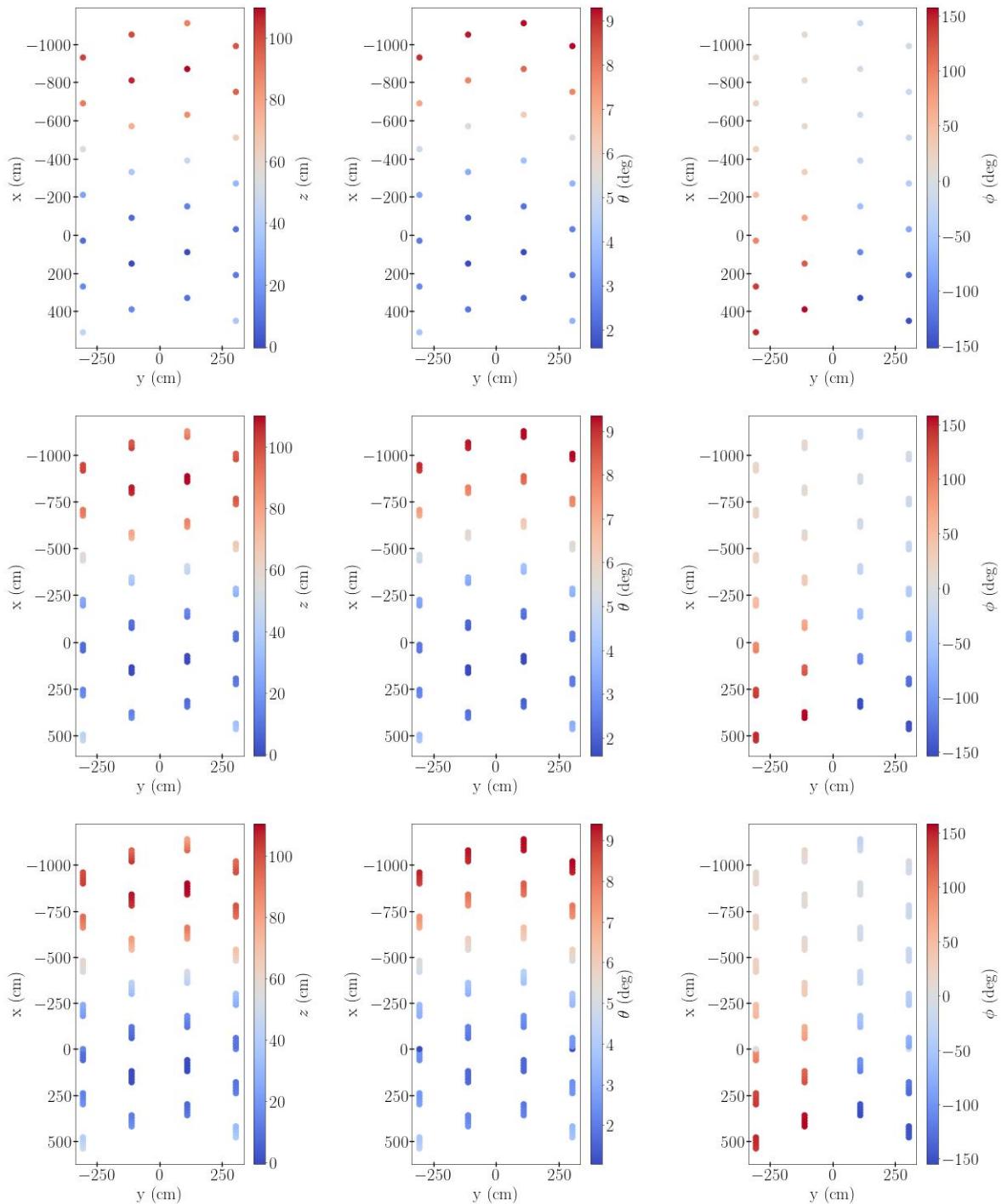


Figura 75 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao modelo double-rectangular, com a primeira linha contendo os resultados sem descolamentos verticais, na segunda linha com descolamentos até ± 15 cm, e na última linha os resultados para os deslocamentos até ± 30 cm.

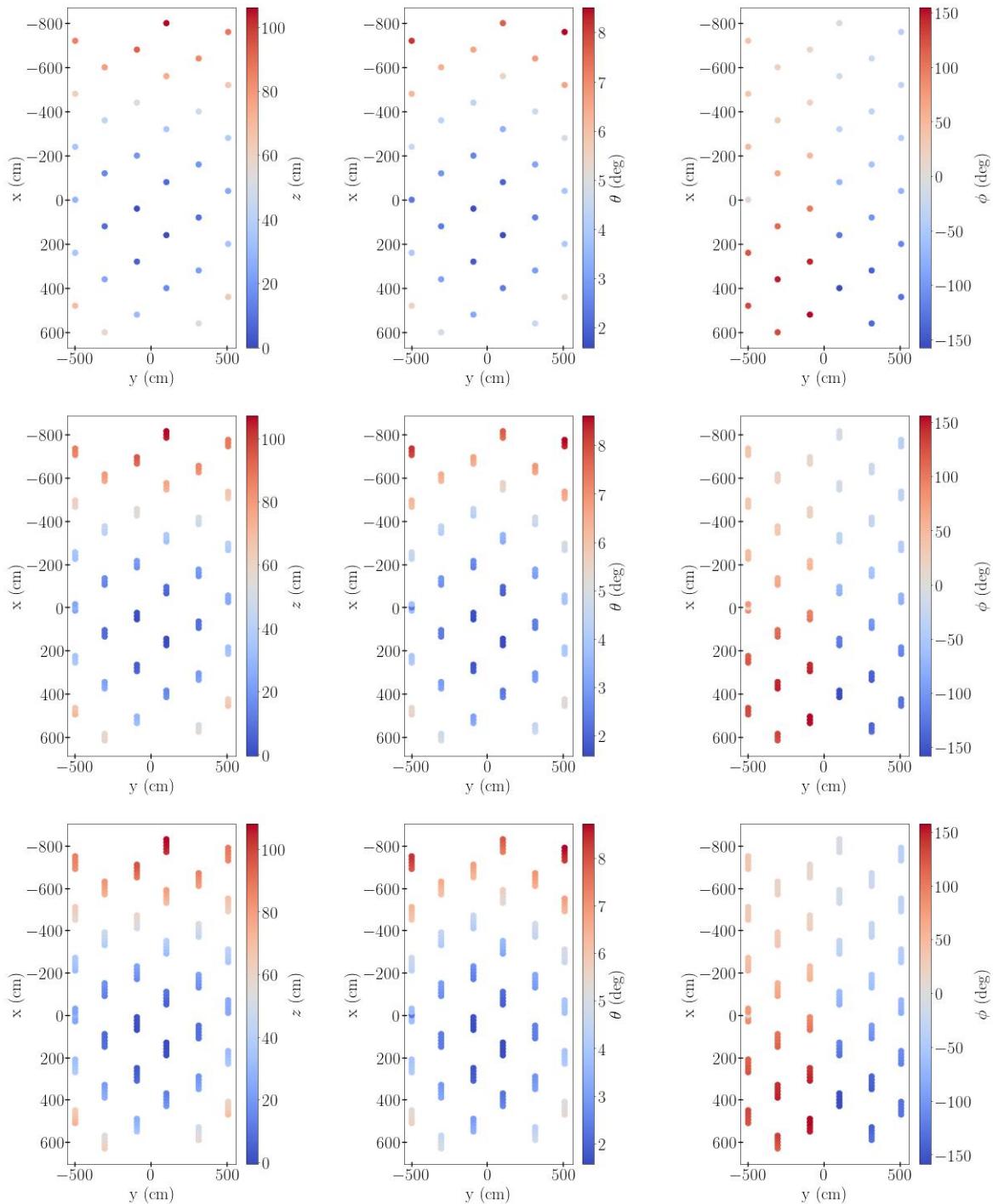


Figura 76 – Parâmetros (z, θ, ϕ) optimizados aplicados ao modelo triple-rectangular, com a primeira linha contendo os resultados sem descolamentos verticais, na segunda linha com descolamentos até ± 15 cm, e na última linha os resultados para os deslocamentos até ± 30 cm.

APÊNDICE F – Ângulos de atenuação das cornetas do BINGO

Utilizando os dados provenientes do LIT pelo INPE, para as cornetas (Wuensche et al., 2020), nós interpolamos os dados do feixe em diferentes frequências entre 900 e 1300 MHz e construímos dois conjuntos de dados, para cada componente do feixe e em cada frequência, com valor de redução da intensidade de 10 e 20 dB em relação ao valor de intensidade máxima (pico do lóbulo principal). Depois, nós tomamos os correspondentes valores angulares das duas reduções, como pode ser visto na Figura 77, para a componente horizontal do feixe, e na Figura 78 para a componente vertical, com os valores compilados apresentados nas imagens (superior esquerda) das Figuras 61 e 62. Nós também podemos ver nas Figuras 77 e 78 que quanto maior a frequência, menores os ângulos que delimitam o intervalo de pico. Não somente, o valor absoluto dos ângulos mínimo, máximo e médio decrescem com o aumento da frequência (compilados no gráfico superior direita e inferior esquerda das Figuras 61 e 62). Logo, descrevemos a relação segundo um ângulo ”pesado” do tipo

$$\theta_{\text{weighted}}(\nu) = \frac{\nu \text{ (MHz)}}{1100 \text{ (MHz)}} \theta(\nu), \quad (\text{F.1})$$

que apresenta um comportamento de decaimento mais suave e menos íngrime (gráficos inferior direito das Figuras 61 e 62).

Usando um intervalo entre os ângulos mínimo e máximo, ajustamos uma função Gaussiana ao pico para estimar os ângulos de atenuação de 10-20 dB para a corneta do BINGO em função da frequência. Os resultados são ajustados com a seguinte função

$$G(\theta|a, b, c, d) = ae^{-0.5 \frac{(\theta-b)^2}{c^2}} + d, \quad (\text{F.2})$$

para 10 e 20 dB. Nós centramos o feixe gaussiano em $b = 0^\circ$ e tomamos os novos ângulos para 10 e 20 dB de intensidade de decrescimento e a cada frequência. Os resultados para 10 dB estão apresentados na Figura 63. Então, os ângulos de atenuação podem ser obtidas pelo ajuste

$$\theta_{\text{taper}}(\nu|a, b, c, d, f) = a + b\nu + c\nu^2 + \frac{d}{\nu} + \frac{f}{\nu^2}. \quad (\text{F.3})$$

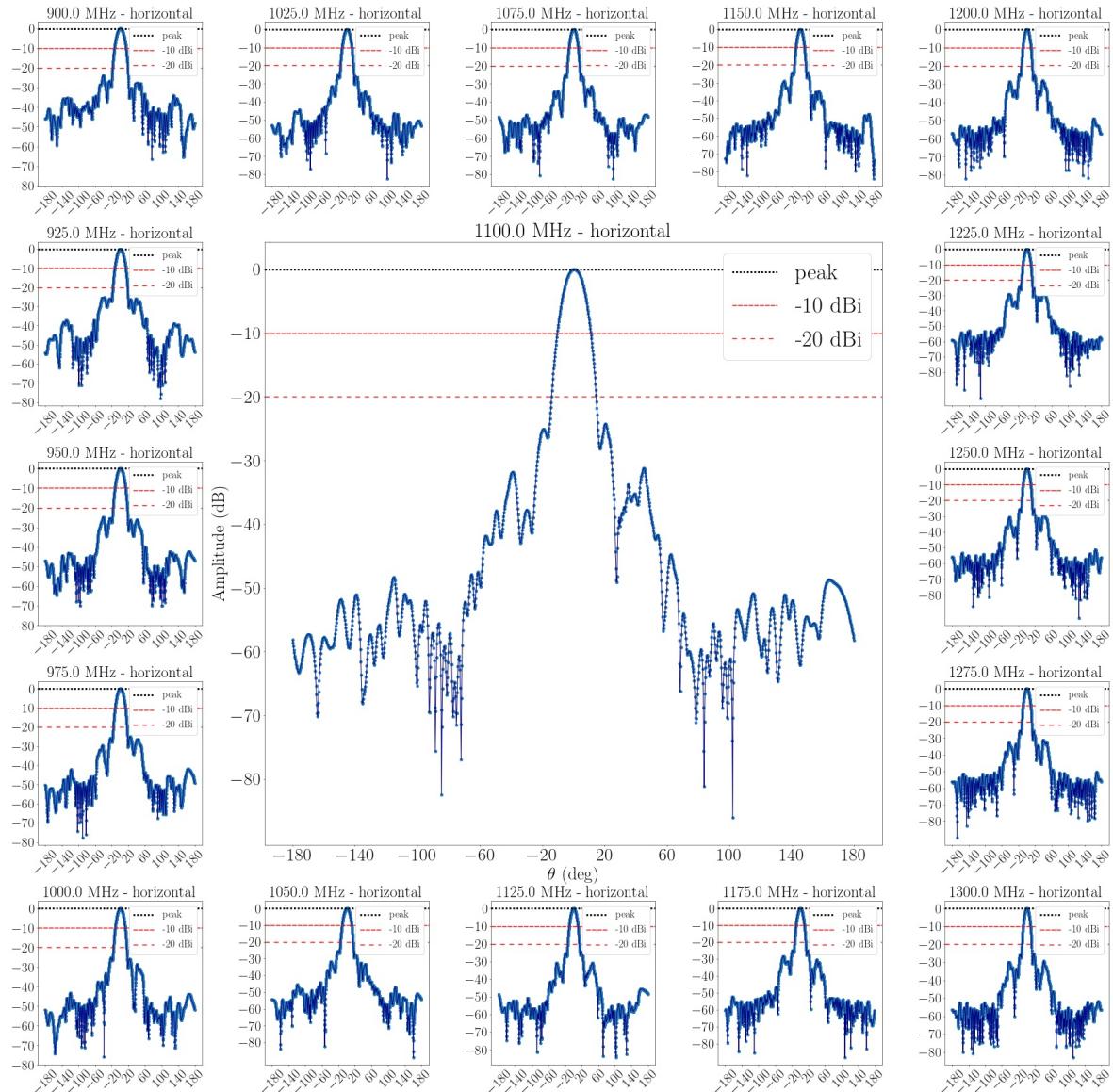


Figura 77 – Gráficos a partir das medidas para os feixes realizados e apresentados pelo trabalho (Wuensche et al., 2020), para a corneta do BINGO. Os resultados mostrados aqui são para um sinal de entrada polarizado horizontalmente. Para qual gráfico a intensidade é atenuada em 10 dB (linha vermelha tracejada) e 20 dB (linha vermelha esparsamente tracejada) em relação ao pico da intensidade (linha preta tracejada).

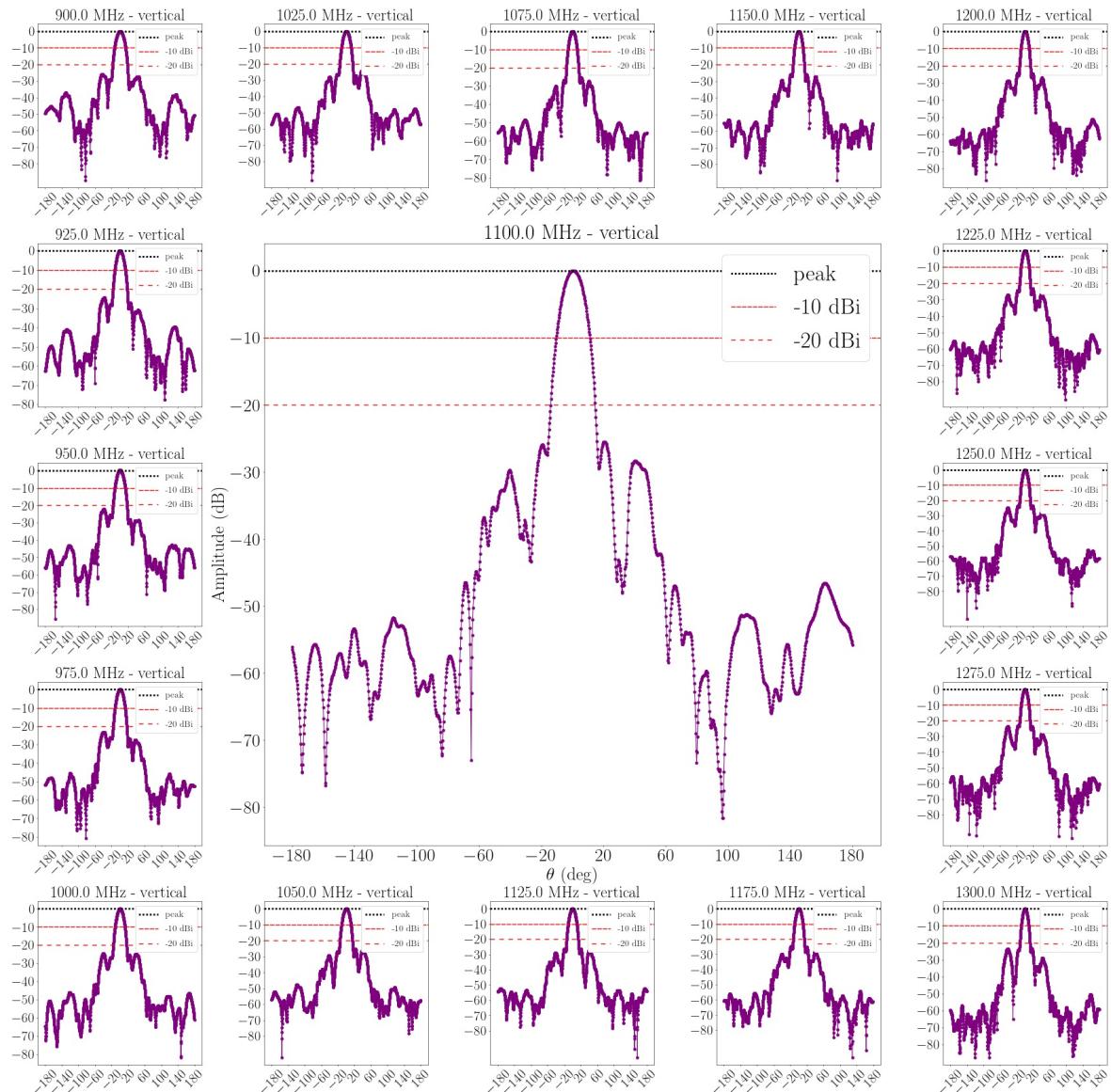


Figura 78 – Gráficos a partir das medidas para os feixes realizados e apresentados pelo trabalho (Wuensche et al., 2020), para a corneta do BINGO. Os resultados mostrados aqui são para um sinal de entrada polarizado verticalmente. Para qual gráfico a intensidade é atenuada em 10 dB (linha vermelha tracejada) e 20 dB (linha vermelha esparsamente tracejada) em relação ao pico da intensidade (linha preta tracejada).