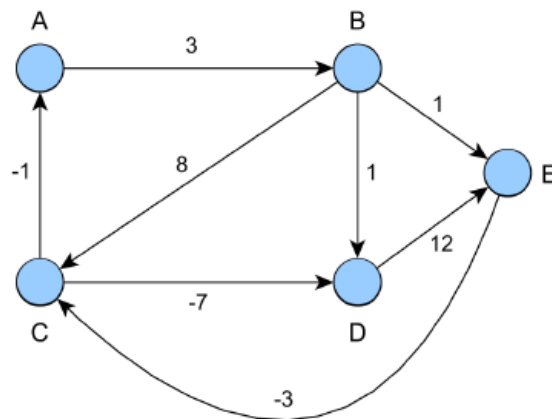


### Exo #3. Plus courts chemins

On considère le graphe orienté G ci-dessous de sommets  $S = \{A, B, C, D, E\}$ .



**A propos des algos. de PCC** (Plus Courts Chemins) entre un sommet source  $s$  et tous les autres sommets.

(1) S'il existe un PCC de  $s$  à un sommet  $x$ , alors :

- dans tous les cas, BELLMAN-FORD calcule ce PCC
- si tous les poids sont positifs ou nuls, alors on peut utiliser DIJKSTRA

(2) S'il existe un circuit/cycle de poids strictement négatif, alors il n'existe pas de PCC. MAIS, dans ce cas, BELLMAN-FORD est capable de le détecter.

(3) Pour plus de détails sur les algos de PCC, *se reporter au CM 02 et TD 02*

On souhaite déterminer les plus courts chemins entre le sommet source **A** et tous les autres sommets.

**Q1.** Peut-on appliquer l'algorithme de DIJKSTRA ? Justifier

**Non**, car il existe au moins un poids strictement négatif ; par exemple, arc C-D de poids -7

**Q2.** Pourquoi peut-on appliquer l'algorithme de BELLMAN-FORD ?

**Car il n'existe aucun circuit de poids strictement négatif**

**Q3.** On souhaite appliquer l'algorithme de BELLMAN-FORD au graphe G. Terminer l'exécution de cet algorithme en complétant les deux tableaux ci-dessous. Justifier chacune des itérations restantes.

DistSource [1..5]

	A	B	C	D	E
init	0	inf	inf	inf	inf
1		3			
2					
3					
4					

PRED [1..5]

	A	B	C	D	E
init	A	nil	nil	nil	nil
1		A			
2					
3					
4					

(1) Dans l'énoncé, on a envisagé les chemins de longueur 1 issus du sommet source A.

(2) On continue avec les chemins de longueur 2 issus du sommet source A. Pour cela, on envisage les successeurs de B, i.e. C, puis D, puis E.

DistSource [1..5]

	A	B	C	D	E
init	0	inf	inf	inf	inf
1		3			
2			11	4	4
3			1		
4				-6	

PRED [1..5]

	A	B	C	D	E
init	A	nil	nil	nil	nil
1		A			
2			B	B	B
3			E		
4				C	

(3) On continue avec les chemins de longueur 3 issus du sommet source A.

Pour cela, on envisage successivement

- les successeurs de C (sommet D) → ABCD poids 4
- puis les successeurs de D (sommet E) → ABDE poids 16
- puis les successeurs de E (sommet C) → ABEC poids 1 (seule amélioration)

(4) On termine avec les chemins de longueur 4 issus de A → ABECD de poids -6 (seule amélioration)

**Q4.** Représenter graphiquement le tableau PRED [1..5]. Est-ce un arbre ? Justifier

Il existe toujours un PCC entre 2 sommets car le graphe ne possède aucun circuit de poids strictement négatif. Donc, les PCC issus de la source A forment un arbre (voir arbre des PCC dans le CM 02)

Ici, il se trouve que l'arbre est un peu « particulier » car chaque nœud (sauf la racine A) possède un seul et unique fils

