课程编号：07000131；07000150　　北京理工大学 2007-2008 学年第二学期

高等数学课程期中考试试卷（A 卷）

2008.4.18

学号 ____________ 班级 ____________ 姓名 _____________ 成绩 _____

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1．曲线 $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 13 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转曲面 S 的方程为__________________，

S 在点 $(1,-1,2)$ 处的法向量 $\vec{n} =$____________________.

2．已知 $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$，又设 $\vec{b}$ 是既垂直于 $\vec{a}$ 又垂直于 z 轴，且与 x 轴正向夹角为锐角的单位向量，则 $\vec{b} =$________________.

3．设有直线 $L:\begin{cases} x - y + z + 5 = 0 \\ 5x - 8y + 4z + 36 = 0 \end{cases}$ 和平面 $\pi: \lambda x - 5y + z = 8$，若 $L // \pi$，则 $\lambda =$________，

L 到 π 的距离 $d =$_________.

4．设 $z = z(x,y)$ 是由方程 $2x - 2y = z + e^{yz}$ 确定的可微的隐函数，则 $z(x,y)$ 在 $(1,0)$ 点的一阶全微分 $dz(1,0) =$____________________.

5．　设 $z = f(x,y) = x^2 + xy - y^2$．已知 $f(x,y)$ 在 $P(2,1)$ 点处沿方向 $\vec{e}$ 的方向导数取最大值，则此方向导数的最大值为 ______________ .

6．设 $f(x,y)$ 是连续函数，将累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx + \int_1^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$ 交换积分次序后的累次积分形式为 $I =$

二、 (10 分) 设 $z = f(x^2 y, \dfrac{x}{y})$ 其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三、(10 分) 设 $f(x,y) = 2x^3 + xy - x^2 - y^2$．求 $f(x,y)$ 的极值点和极值.

四、(12 分) 分别求曲线$\Gamma:\begin{cases} x^2+y^2+2z^2=7 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$在点$M(1,-2,1)$处的切线$L$的方程和曲面$\Sigma: 2z=y^2-2x^2$ 在点$M(1,-2,1)$处的切平面π的方程，并求直线L与平面π的夹角.

五、(10 分) 设$z=z(x,y)$是由方程$xz+e^z+\int_x^{2y} e^{t^2}dt=0$确定的可微函数，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

六、(12 分) 设D是由半圆周$y=\sqrt{2-x^2}$、曲线$x=y^2$及x轴所围成的闭区域，将二重积分$I=\iint\limits_D f(x,y)dxdy$写成极坐标系下的累次积分，并计算$I=\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$的值.

七、(10 分) 求柱面$x=y^2$，平面$x-y+z=2$与xoy坐标平面所围立体的体积V.

八、(12 分) 求函数$u=x^2+y^2+z^2$在约束条件$z=x^2+y^2$和$x+y+z=4$下的最大值，并验证：曲线$\Gamma:\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+z=4 \end{cases}$在上述取得最大值的点处的切向量与最大值点的向径正交.（提示：条件极值点的x坐标与y坐标相等）