课程编号：07000131；07000150 北京理工大学 2008-2009 学年第二学期

高等数学期中试题(B 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名____________________

(本试卷共 4 页，七个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一. 填空题（每小题 4 分，共 32 分）

1. 已知向量 $\vec{AB}$ 的起点 $A(2,0,3)$，其方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{6}},\cos\beta=\frac{2}{\sqrt{6}},\cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{6}}$，且 $|\vec{AB}|=2\sqrt{6}$， 则其终点 B 的坐标为________________.

2. 已知 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2,$ $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $(\vec{a},\vec{b})=\frac{\pi}{3}$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$__________，以 $2\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}+3\vec{b}$ 为邻边的平行四边形的面积 A=____________.

3. 设 $z=x^2-xy+y^2$，在点 $(-1,1)$ 处沿方向________________ z 增加得最快，且沿此方向 z 的变化率为________________.

4. 函数 $f(x,y)=e^{x+y^2}$ 的二阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为

   $f(x,y)=$____.

5. 设 $z=f(xy,e^x+y)$，其中 f 有二阶连续偏导数，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$__________________________，

   $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____.

6. 曲线 $\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+z=8 \end{cases}$ 在点 $(1,2,5)$ 处的切向量 $\vec{s}=$____________________.

7. 设 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$，$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{y=0}=\tan x$，$\left.z\right|_{x=0}=\frac{y^2}{2}$，则 $z=$____________________________.

8. 函数 $f(x,y)=x^2+4y^2+9$ 在区域 $D:x^2+y^2\le 4$ 上的最大值 $M=$__________，最小值 $m=$__________.

二. (10 分) 设 $x^2yz = f(y-z)$，其中 f 有连续导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

三. (10 分) 计算二重积分 $I = \iint\limits_D \sqrt{4R^2 - x^2 - y^2}\,dxdy$，其中 D 是由曲线 $(x-R)^2 + y^2 = R^2$ 围成的平面有界闭区域.

四. (12 分) 已知直线 L 过点 $(2,-1,3)$，且与直线 $L_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$ 相交，又平行于平面 $\pi: 3x - 2y + z + 5 = 0$，求直线 L 的标准方程.

五. (12 分) 设平面 π 与直线 $L: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - y + 3z - 2 = 0 \end{cases}$ 垂直，且与球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 相切，求平面 π 的方程.

六. (12 分) 计算三重积分 $I = \iiint\limits_V xz\left|y - x^2\right| dxdydz$，其中 V 是平面 $x = 1, y = 1, z = 1$ 与三坐标面围成的空间有界闭区域.

七. (12 分) 设 M 是椭圆 $\begin{cases} 2x^2 - y^2 + z^2 = 5 \\ x + y = 0 \end{cases}$ 上的点，$\dfrac{\partial f}{\partial \vec{e}}$ 是函数 $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ 在点 M 处沿方向 $\{1,-1,1\}$ 的方向导数，求使 $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{e}}$ 取得最大值和最小值的点 M 及 $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{e}}$ 的最大值和最小值.