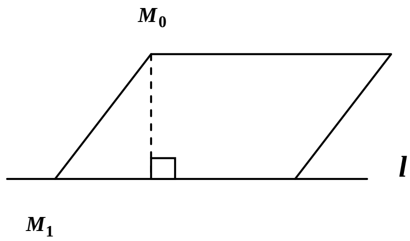
平面与直线总结

<table>
<tr><th>平面方程</th><th>直线方程</th></tr>
<tr><td>1．一般式方程　$Ax+By+Cz+D=0$

平面的法向量 $\vec{n}=\{A,B,C\}$</td><td>2．一般式方程（两平面交线）
$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 & \text{平面}\pi_1 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 & \text{平面}\pi_2 \end{cases}$

直线的方向向量 $\vec{s}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2$</td></tr>
<tr><td>2．点法式方程
已知平面上的点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 及其平面的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$，则
$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$</td><td>2．标准式（对称式）方程
已知直线上的点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 及其直线的方向向量$\vec{s}=\{l,m,n\}$，则
$\dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$</td></tr>
<tr><td>3．截距式方程
已知平面在三个坐标轴上的截距分别为 a,b,c，即平面过点$(a,0,0)$ $(0,b,0)$ $(0,0,c)$
则　$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$</td><td>3．参数式方程
已知直线上的点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 及其直线的方向向量$\vec{s}=\{l,m,n\}$，则
$\begin{cases} x=x_0+lt \\ y=y_0+mt \\ z=z_0+nt \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>4．三点式方程
已知平面上的三点 $M_1(x_1,y_1,z_1)$，$M_2(x_2,y_2,z_2)$，$M_3(x_3,y_3,z_3)$，　则
$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$</td><td>4．两点式方程
已知直线上的两点 $M_1(x_1,y_1,z_1)$，$M_2(x_2,y_2,z_2)$，　则
$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{z-z_1}{z_2-z_1}$</td></tr>
</table>

平面间的关系	平面与直线间的关系	直线间的关系
设有两个平面： $\pi_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ $\pi_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$	设有直线与平面： $L: \frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ $\pi: Ax+By+Cz+D=0$	设有两条直线： $L_1: \frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ $L_2: \frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$
1．平行的充要条件 $\pi_1 // \pi_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$	1．平行的充要条件 $L // \pi \Leftrightarrow Al+Bm+Cn=0$	1．平行的充要条件 $L_1 // L_2 \Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}$
2．垂直的的充要条件 $\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$	2．垂直的的充要条件 $L \perp \pi \Leftrightarrow \frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$	2．垂直的的充要条件 $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2=0$
3．夹角的确定 $\cos\theta=\frac{\lvert A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\rvert}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$	3．夹角的确定 $\sin\theta=\frac{\lvert Al+Bm+Cn\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$	3．夹角的确定 $\cos\theta=\frac{\lvert A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\rvert}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 到平面 $\pi: Ax+By+Cz+D=0$ 的距离为 $d=\dfrac{\lvert Ax_0+By_0+Cz_0+D\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$	点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 到直线 $L:\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$ 的距离为 $d=\dfrac{\lvert\overrightarrow{M_1M_0}\times\vec{s}\rvert}{\lvert\vec{s}\rvert}=\dfrac{\left\lVert\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x_0-x_1 & y_0-y_1 & z_0-z_1\\ l & m & n\end{vmatrix}\right\rVert}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$  或 $d=\sqrt{\lvert\overrightarrow{M_0M_1}\rvert^2-[(\overrightarrow{M_0M_1})_{\vec{s}}]^2}$
两个平行平面 $\pi_1: Ax+By+Cz+D_1=0$ $\pi_2: Ax+By+Cz+D_2=0$ 间的距离 $d=\dfrac{\lvert D_1-D_2\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$	两条异面直线 $L_1:\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$ $L_2:\dfrac{x-x_2}{l_2}=\dfrac{y-y_2}{m_2}=\dfrac{z-z_2}{n_2}$ 间的距离 $d=\dfrac{\left\lVert\begin{vmatrix}x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1\\ l_1 & m_1 & n_1\\ l_2 & m_2 & n_2\end{vmatrix}\right\rVert}{\left\lVert\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ l_1 & m_1 & n_1\\ l_2 & m_2 & n_2\end{vmatrix}\right\rVert}$ 由方程可得 $P_1(x_1,y_1,z_1)$，$P_2(x_2,y_2,z_2)$ 故两条直线共面的充分必要条件：$(\vec{s}_1\times\vec{s}_2)\cdot\overrightarrow{P_1P_2}=0$