课程编号：07000131；07000150　　北京理工大学 2007-2008 学年第二学期

《微积分 A》期末考试试卷(A 卷)　　2008.6

一、填空（每小题 4 分，共 28 分）

1．设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x^3-3y^3}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则 $f'_x(0,0)=$ ______，

$f'_y(0,0)=$ ______.

2．函数 $f(x,y,z)=x^2+3y^2-z^2$ 在 $P(-2,2,1)$ 点处沿着从 P 到 $O(0,0,0)$ 方向的方向导数为 ____________________.

3．设 $f(x,y)=x^3+8y^3-3x^2-12y^2$，则 $f(x,y)$ 取得极小值的点为____________，$f(x,y)$ 取得极大值的点为______________.

4．设 L 是曲线弧 $x=e^t\cos t$，$y=e^t\sin t$，$z=e^t$（$0\le t\le 2$），则曲线积分

$\int_L \dfrac{dl}{x^2+y^2+z^2}=$ ________________________.

5．设 $f(x,y)$ 为连续函数，交换累次积分 $I=\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$ 的积分次序后，

$I=$ ________________________.

6．数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\ln\dfrac{n+1}{n}$ 是条件收敛、绝对收敛、还是发散？

答：____________.

7．幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\sqrt{n}\,2^n}{3n+5}x^n$ 的收敛半径 $R=$ _____________.

二、（8 分）设 $u=xy+f(xy,\dfrac{y}{x})$，其中 f 有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$.

三、（8 分）计算二重积分 $I=\iint\limits_D \dfrac{1}{x^2y^2}dxdy$，其中 D 是由曲线 $xy=1$ 与直线 $y=x$ 和 $y=2$ 围成的有界闭区域.

四、(10 分) 设Σ为半球面$x^2+y^2+z^2=R^2\quad(z\ge 0)$，计算第一类曲面积分

$I=\iint_{\Sigma}(x^2+y^2)dS$.

五、(10 分) 将函数$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x<0\\ x, & 0\le x\le\pi\end{cases}$在$(-\pi,\pi]$上展开成傅里叶级数

$\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，并求和函数$S(x)$在$(\pi,3\pi)$内的表达式.

六、(10 分) 计算第二类曲面积分$I=\iint_{\Sigma}x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$，其中$\Sigma$是

抛物面$z=x^2+y^2$介于平面$z=0$和$z=4$之间的部分，积分沿 Σ的上侧.

七、(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛区间及和函数.

八、(8 分)设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$和平面$z=2x$所围成的立体, 其上质量分布

是均匀的(密度为μ), 求Ω绕z轴旋转的转动惯量.

九、(8 分) 设$f(u)$在$(-\infty,+\infty)$内有连续的导函数，k是一个待定常数. 已知

曲线积分$\int_{\Gamma}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$与路径无关，且对任意的$t$，

$$\int_{(0,0)}^{(t,-t)}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy=2t^2$$

求$f(u)$的表达式和k的值，并求$(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$的原函数.