习题 6.8(P44)

1. 向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$具有相等的模且两两所夹的角相等，如果$\vec{a}=\{1,1,0\}$，$\vec{b}=\{0,1,1\}$，试求向量$\vec{c}$.

解：设$\vec{c}=\{x,y,z\}$，由$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，则由题意得：

$$\begin{cases}|\vec{c}|=\sqrt{2}\\ \vec{a}\cdot\vec{c}=1\\ \vec{b}\cdot\vec{c}=1\end{cases}\quad \text{即}\quad \begin{cases}\sqrt{x^2+y^2+c^2}=\sqrt{2}\\ x+y=1\\ y+z=1\end{cases}\qquad \text{解得：}\begin{cases}x=1\\ y=0\\ z=1\end{cases}\quad \text{或}\quad \begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}\\ y=\dfrac{4}{3}\\ z=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

故 $\vec{c}=\{1,0,1\}$，或 $\vec{c}=\left\{-\dfrac{1}{3},\dfrac{4}{3},-\dfrac{1}{3}\right\}$

2. 设向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$为单位向量，且满足$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，求$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$.

解：由题意知：$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，$\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$，$\vec{b}+\vec{c}=-\vec{a}$，$\vec{a}+\vec{c}=-\vec{b}$

$$2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$$

$$=\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{c})+\vec{a}\cdot(\vec{c}+\vec{b})+\vec{c}\cdot(\vec{b}+\vec{a})$$

$$=-\vec{b}^2-\vec{a}^2-\vec{c}^2=-|\vec{b}|^2-|\vec{a}|^2-|\vec{c}|^2=-3$$

故$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=-\dfrac{3}{2}$

3. 设$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=2$，求$[(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{b}+\vec{c})]\cdot(\vec{c}+\vec{a})$.

解：$[(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{b}+\vec{c})]\cdot(\vec{c}+\vec{a})=[\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}+\vec{0}+\vec{b}\times\vec{c}]\cdot(\vec{c}+\vec{a})$

$$=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}+(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{a}+(\vec{a}\times\vec{c})\cdot\vec{c}+(\vec{a}\times\vec{c})\cdot\vec{a}+(\vec{b}\times\vec{c})\cdot\vec{c}+(\vec{b}\times\vec{c})\cdot\vec{a}$$

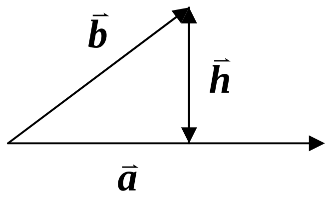
$$=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}+0+0+0+0+(\vec{b}\times\vec{c})\cdot\vec{a}$$

$$=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}+(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=2(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=2\times2=4$$

4. 以向量$\vec{a}$与$\vec{b}$为邻边作平行四边形，试用$\vec{a}$与$\vec{b}$表示$\vec{a}$边上的高向量。

解：如图所示：

高向量$\vec{h}=\pm(\vec{b}-\left|(\vec{b})_{\vec{a}}\right|\vec{a}^{0})=\pm(\vec{b}-\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^{2}}\vec{a})$



5. 设向量$\vec{a}=\{2,-3,1\}$，$\vec{b}=\{1,-2,3\}$，

$\vec{c}=\{2,1,2\}$，向量$\vec{r}$满足条件$\vec{r}\perp\vec{a}$，$\vec{r}\perp\vec{b}$，$(\vec{r})_{\vec{c}}=14$，求$\vec{r}$.

解：$\vec{d}=\vec{b}\times\vec{a}=\{7,5,1\}$，由于$\vec{d}\,//\,\vec{r}$，故$\vec{r}=\lambda\vec{d}$

于是$(\vec{r})_{\vec{c}}=\dfrac{\vec{c}\cdot\vec{r}}{|\vec{c}|}=\dfrac{\vec{c}\cdot\lambda\vec{d}}{|\vec{c}|}=\lambda\cdot\dfrac{2\times7+1\times5+2\times1}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\lambda\cdot\dfrac{21}{3}=7\lambda=14$

所以 $\lambda=2$，即$\vec{r}=\{14,10,2\}$

6. 已知点$A(1,0,0)$和$B(0,2,1)$，试在z轴上求一点C，使ΔABC的面积最小.

解：设所求点为$C(0,0,z)$，则$\overrightarrow{CA}=\{1,0,-z\}$，$\overrightarrow{CB}=\{0,2,1-z\}$

ΔABC的面积$=f(z)=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CB}\right|=\dfrac{1}{2}\left|\{2z,z-1,2\}\right|$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(2z)^2+(z-1)^2+2^2}=\frac{1}{2}\sqrt{5z^2-2z+5}$$

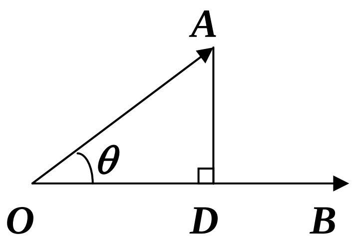
设 $F(z)=4f^2(z)=5z^2-2z+5$ （$F(z)$与$f(z)$有相同的极值点）

则 $F'(z)=10z-2$，令$F'(z)=0$得惟一驻点$z=\dfrac{1}{5}$

由问题的实际意义及驻点的惟一性知当z轴上的点为$C(0,0,\dfrac{1}{5})$时，ΔABC的面积最小.

7. 如图所示，已知向量$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，

$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\angle ODA=\dfrac{\pi}{2}$.



(1)求ΔODA的面积.

(2)当$\vec{a}$与$\vec{b}$间的夹角θ为何值时，ΔODA的面积最大？

解：(1)ΔODA的面积

$$S=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{OD}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{2}|\vec{a}|\cos\theta\cdot|\vec{a}|\sin\theta$$

$$=\frac{1}{2}|\vec{a}|\cdot\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}\cdot|\vec{a}|\cdot\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|\,|\vec{a}\times\vec{b}|}{2|\vec{b}|^2}$$

(2) $S=\frac{1}{2}|\vec{a}|^2\cos\theta\cdot\sin\theta=\frac{1}{4}|\vec{a}|^2\sin 2\theta$

故　当$\theta=\frac{\pi}{4}$时，　ΔODA的面积最大.

8．求点$(3,-1,-1)$关于平面$6x+2y-9z+96=0$的对称点.

解：　过点$(3,-1,-1)$且与已知平面垂直的直线L为　$\frac{x-3}{6}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{-9}$

点$(3,-1,-1)$到已知平面的距离

$$d=\frac{|6\times3+2\times(-1)-9\times(-1)+96|}{\sqrt{6^2+2^2+(-9)^2}}=\frac{121}{11}=11$$

设所求点为$M(x_0,y_0,z_0)$，则点M在直线L上，且M到已知平面的距离也是11

因而有$\begin{cases}\frac{x_0-3}{6}=\frac{y_0+1}{2}=\frac{z_0+1}{-9}\\ \frac{|6x_0+2y_0-9z_0+96|}{\sqrt{6^2+2^2+(-9)^2}}=11\end{cases}$，　即$\begin{cases}x_0=3+6t\\ y_0=-1+2t\\ z_0=-1-9t\\ |6x_0+2y_0-9z_0+96|=121\end{cases}$

解得$t=-2$，$x_0=-9$，$y_0=-5$，$z_0=17$

故所求点为$M(-9,-5,17)$

9．求过直线$\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$且与平面$x-4y-8z+12=0$的夹角为$\dfrac{\pi}{4}$的平面方程.

解：由于平面$x-z+4=0$与平面$x-4y-8z+12=0$的法向量分别为$n_1=\{1,0,-1\}$，

$n_2=\{1,-4,-8\}$， $\cos<n_1,n_2>=\dfrac{|n_1\cdot n_2|}{|n_1||n_2|}=\dfrac{9}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{81}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故其夹角为$\dfrac{\pi}{4}$；

所以平面$x-z+4=0$为一所求平面.

设过直线的平面束方程为$x+5y+z+\lambda(x-z+4)=0$

化简得 $(1+\lambda)x+5y+(1-\lambda)z+4\lambda=0$，此平面的法向量为$n=\{1+\lambda,5,1-\lambda\}$

故$\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{|n\cdot n_2|}{|n||n_2|}=\dfrac{|9\lambda-27|}{\sqrt{27+2\lambda^2}\cdot\sqrt{81}}=\dfrac{|\lambda-3|}{\sqrt{27+2\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $\lambda=-\dfrac{3}{4}$

故所求的另一平面为$\dfrac{1}{4}x+5y+\dfrac{7}{4}z-3=0$

即$x+20y+7z-12=0$

综上所述，所求平面分别为$x-z+4=0$或$x+20y+7z-12=0$.

10．设一平面垂直于平面$z=0$，并通过点$(1,-1,1)$到直线$\begin{cases} y-z+1=0 \\ x=0 \end{cases}$的垂线，求平面的方程。

分析：先求出点$(1,-1,1)$到直线$\begin{cases} y-z+1=0 \\ x=0 \end{cases}$的垂线方程，写出过该垂线的平面束方程，而平面束方程中垂直于平面$z=0$的平面就是所求的平面方程。

解：记已知点为$A(1,-1,1)$，将直线$L:\begin{cases} y-z+1=0 \\ x=0 \end{cases}$化为参数方程$\begin{cases} x=0 \\ y=-1+t \\ z=t \end{cases}$，

记其方向向量为$\bar{s}=\{0,1,1\}$，作过点A且垂直于直线L的平面$\pi_1:y+z=0$，

法 1：联立直线L与平面π_1的方程得垂线与直线L的交点$B(0,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$，

因而垂线的方向向量为$\overrightarrow{AB}=\left\{1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right\}$，垂线方程为$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$

垂线方程可化为$\begin{cases} x+2y+1=0 \\ y+z=0 \end{cases}$，　因为平面$\pi_1$与平面$z=0$不垂直，故设过垂线的平面束方程为　$x+2y+1+\lambda(y+z)=0$，即$x+(2+\lambda)y+\lambda z+1=0$

又所求平面垂直于平面$z=0$，故$0\times1+0\times(2+\lambda)+1\times\lambda=0$，得$\lambda=0$

所求平面方程为　$x+2y+1=0$

法 2：在直线L上找一点$C(0,0,1)$，则$\overrightarrow{AC}=\{1,-1,0\}$，记$\vec{n}=\vec{s}\times\overrightarrow{AC}=\{1,1,-1\}$，作过点$A$且以$\vec{n}$为法向量的平面$\pi_2:(x-1)+(y+1)-(z-1)=0$，

则垂线方程为$\begin{cases} \pi_2 \quad x+y-z+1=0 \\ \pi_1 \quad x+y=0 \end{cases}$

故过垂线的平面束方程为　$x+y-z+1+\lambda(y+z)=0$，即$x+(\lambda+1)y+(\lambda-1)z+1=0$

又所求平面垂直于平面$z=0$，故$0\times1+0\times(\lambda+1)+1\times(\lambda-1)=0$，得$\lambda=1$，所求平面方程为　$x+2y+1=0$

11．一平面通过平面$4x-y+3z-6=0$和$x+5y-z+10=0$的交线，且垂直于平面$2x-y+5z-5=0$，试求其方程.

解：记平面$2x-y+5z-5=0$的法向量　$\vec{n}_1=\{2,-1,5\}$

设所求平面方程为　$4x-y+3z-6+\lambda(x+5y-z+10)=0$

整理得　$(4+\lambda)x+(5\lambda-1)y+(3-\lambda)z+10\lambda-6=0$

其法向量为　$\vec{n}_2=\{4+\lambda,5\lambda-1,3-\lambda\}$

由题意：$\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$，即　$2(4+\lambda)-(5\lambda-1)+5(3-\lambda)=0$

解得　$\lambda=3$，故所求平面方程为　$7x+14y+24=0$

12．求平行于平面 $2x+y+2z+5=0$ 且与三坐标面构成的四面体体积为 1 的平面方程.

解：设所求平面方程为 $2x+y+2z+D=0$

化为截距式方程 $\dfrac{x}{-\frac{D}{2}}+\dfrac{y}{D}+\dfrac{z}{-\frac{D}{2}}=1$

由题意得： $V=\dfrac{1}{6}\left|-\dfrac{D}{2}\right|\cdot|D|\cdot\left|-\dfrac{D}{2}\right|=\dfrac{1}{24}|D|^3=1$

解得 $D=\pm2\sqrt[3]{3}$，故所求平面方程为 $2x+y+2z\pm2\sqrt[3]{3}=0$

13． (1) 求点 $(-1,2,0)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上的投影.

(2) 求点 $(2,3,1)$ 在直线 $x+7=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ 上的投影.

解：(1) 过点 $(-1,2,0)$ 且与平面垂直的直线方程为 $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$

所求投影就是垂线与平面的交点，故联立已知平面和垂线的方程.

解得：$\left(-\dfrac{5}{3},\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right)$.

(2) 过点 $(2,3,1)$ 且垂直于已知直线的平面方程为

$$(x-2)+2(y-3)+3(z-1)=0 \quad \text{即} \quad x+2y+3z-11=0$$

所求投影就是已知直线与平面的交点，故联立已知直线与平面的方程.

解得：$(-5,2,4)$

14．求过点 $(-1,0,4)$ 且平行于平面 $3x-4y+z-10=0$，并与直线 $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ 相交的直线方程.

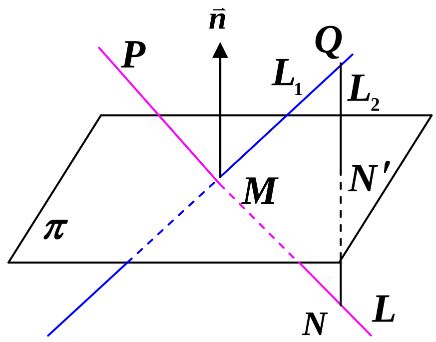
解：设与已知平面平行的平面为 $3x-4y+z+D=0$，将点 $(-1,0,4)$ 代入得 $D=-1$，又平面 $3x-4y+z-1=0$ 与已知直线的交点为 $(15,19,32)$，

故所求直线为过点$(-1,0,4)$与$(15,19,32)$的直线，即

$$\frac{x+1}{16}=\frac{y}{19}=\frac{z-4}{28}$$

15．已知入射光线的路径为$\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{3}=z-2$，求此光线经平面$x+2y+5z+17=0$反射后的反射线方程.

解：设入射光线为直线L，反射平面为π，反射线为L_1，入射点为$M(x_0,y_0,z_0)$，则M 既在已知直线L上又在已知平面π上，故有



$$\begin{cases}\dfrac{x_0-1}{4}=\dfrac{y_0-1}{3}=z_0-2\\ x_0+2y_0+5z_0+17=0\end{cases},$$

解得$x_0=-7$，$y_0=-5$，$z_0=0$；即$M(-7,-5,0)$，由直线L的方程知，点$P(1,1,2)$在直线L上. $|MP|=\sqrt{(1+7)^2+(1+5)^2+(2-0)^2}=\sqrt{104}$

设点$N(x_1,y_1,z_1)$是直线L上一点，且$|MN|=|MP|$

故解方程$\begin{cases}\dfrac{x_1-1}{4}=\dfrac{y_1-1}{3}=z_1-2\\ (x_1+7)^2+(y_1+5)^2+z_1^2=104\end{cases}$，

得$x_1=-15$，$y_1=-11$，$z_1=-2$；即$N(-15,-11,-2)$

则过点$N(-15,-11,-2)$且与$\vec{n}$平行的直线L_2：$\dfrac{x+15}{1}=\dfrac{y+11}{2}=\dfrac{z+2}{5}$

联立直线L_2与平面π的方程$\begin{cases}\dfrac{x+15}{1}=\dfrac{y+11}{2}=\dfrac{z+2}{5}\\ x+2y+5z+17=0\end{cases}$得交点

$N'(-14,-9,3)$，N'即是点N在平面π上的投影.

设N'是直线L_2上点$Q(x_2,y_2,z_2)$与N的中点，故点Q也是反射直线L_1上的一点，

$$\frac{-15+x_2}{2}=-14，\frac{-11+y_2}{2}=-9，\frac{-2+z_2}{2}=3$$

得 $x_2=-13$，$y_2=-7$，$z_1=8$；即 $Q(-13,-7,8)$

$\overrightarrow{QM}=\{6,2,-8\}=2\{3,1,-4\}$，取 $\vec{s}_1=\{3,1,-4\}$

故反射线 L_1 的方程为：$\dfrac{x+7}{3}=\dfrac{y+5}{1}=\dfrac{z}{-4}$

16．设一直线过点 $(2,-1,2)$ 且与两条直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{1}$，

$L_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{-3}$ 同时相交，求此直线方程.

解：法 1（利用向量共面）已知所求直线 L 上的点 $P(2,-1,2)$，直线 L_1 上的点 $P_1(1,1,1)$ 及 $\vec{s}_1=\{1,0,1\}$，直线 L_2 上的点 $P_2(2,1,-3)$ 及 $\vec{s}_2=\{1,1,-3\}$

求过 L_1 与 L 的平面 π_1：

设 $M(x,y,z)$ 是平面 π_1 上的任意一点，则 $\overrightarrow{P_1M}=\{x-1,y-1,z-1\}$，

$\overrightarrow{P_1P}=\{1,-2,1\}$，由于 $\overrightarrow{P_1M}$，$\vec{s}_1$，$\overrightarrow{P_1P}$ 共面，于是

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}=0，即\ \pi_1: x-z=0$$

求过 L_2 与 L 的平面 π_2：

设 $M(x,y,z)$ 是平面 π_2 上的任意一点，则 $\overrightarrow{P_2M}=\{x-2,y-1,z+3\}$，

$\overrightarrow{P_2P}=\{0,-2,5\}$，由于 $\overrightarrow{P_2M}$，$\vec{s}_2$，$\overrightarrow{P_2P}$ 共面，于是

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z+3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix}=0，即\ \pi_2: x+5y+2z-1=0$$

则 π_1 与 π_2 的交线即为所求直线 L 的方程：$\begin{cases} x-z=0 \\ x+5y+2z-1=0 \end{cases}$

法 2（利用平面束方程）分别将 L_1、L_2 化为一般方程：

$$L_1:\begin{cases} \pi_1: & y-1=0 \\ \pi_2 & x-z=0 \end{cases}, \qquad L_2:\begin{cases} \pi_3: & x-y-1=0 \\ \pi_4 & 3y+z=0 \end{cases}$$

则过 L_1（不含 π_1）的平面束方程为 $x-z+\lambda(y-1)=0$

将点 $P(2,-1,2)$ 代入上式得

过 L_1 且过点 P 的平面方程 $\pi_5:\quad x-z=0 \quad (\lambda=0)$

同理，过 L_2（不含 π_3）的平面束方程为 $x-y-1+\mu(3y+z)=0$

将点 $P(2,-1,2)$ 代入上式得

过 L_2 且过点 P 的平面方程 $\pi_6:\quad x+5y+2z-1=0 \quad (\mu=2)$

由于所求直线 L 既在平面 π_5 上又在平面 π_6 上

故所求直线 L 的方程为：$\begin{cases} x-z=0 \\ x+5y+2z-1=0 \end{cases}$

17．证明：直线 $\dfrac{x-2}{3}=y+2=\dfrac{z-3}{-4}$ 在平面 $x+y+z=3$ 上.

证明：法 1：$\vec{s}=\{3,1,-4\}$，$\vec{n}=\{1,1,1\}$，因为 $\vec{s}\cdot\vec{n}=0$，故直线平行于平面，

又因为直线上的点 $(2,-2,3)$ 在平面上，故直线在平面上.

法 2：将直线方程化为参数方程：$x=2+3t$，$y=-2+t$，$z=3-4t$，

直线方程满足平面方程，故直线在平面上.

18．求两平行直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ 与 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 间的距离.

解：所求距离即直线 L_1 上的点 $(1,-1,0)$ 到 $L_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 的距离，

过点 $(1,-1,0)$ 且垂直于直线 L_2 的平面方程为

$$(x-1)+2(y+1)+z=0 \qquad 即 \quad x+2y+z+1=0$$

该平面与直线 L_2 的的交点为 $(\frac{5}{3},-\frac{5}{3},\frac{2}{3})$，点 $(1,-1,0)$ 到点 $(\frac{5}{3},-\frac{5}{3},\frac{2}{3})$ 的距离即为两直线间的距离

$$d=\sqrt{\left(\frac{5}{3}-1\right)^2+\left(-\frac{5}{3}+1\right)^2+\left(\frac{2}{3}-0\right)^2}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

19．证明：两直线 $x-2=\frac{y-2}{3}=z-3$ 与 $x-2=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{2}$ 是相交的.

解：法 1 联立已知的两条直线方程，求出两条直线的交点 $M(1,-1,2)$，故两直线相交.

法 2 由直线方程可知：$\vec{s}_1=\{1,3,1\}$，$\vec{s}_2=\{1,4,2\}$，点 $P_1(2,2,3)$ 在直线 L_1 上，点 $P_2(2,3,4)$ 在直线 L_2 上，$\overrightarrow{P_1P_2}=\{0,1,1\}$

由于 $(\overrightarrow{P_1P_2},\vec{s}_1,\vec{s}_2)=\begin{vmatrix}0&1&1\\1&3&1\\1&4&2\end{vmatrix}=0$

即向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$，$\vec{s}_1$，$\vec{s}_2$ 共面，因而直线 L_1 与直线 L_2 相交.

20．求曲线 $\begin{cases}z=2-x^2-y^2\\z=(x-1)^2+(y-1)^2\end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线 C_{xy} 的方程以及 C_{xy} 绕 y 轴所成旋转曲面的方程.

解：曲线方程消去 z 得 $2-x^2-y^2=(x-1)^2+(y-1)^2$

整理得 $\quad x^2+y^2=x+y$

故投影曲线 C_{xy} 的方程为 $\begin{cases}x^2+y^2=x+y\\z=0\end{cases}$

则 C_{xy} 绕 y 轴所成旋转曲面的方程为 $\;x^2+z^2+y^2=\pm\sqrt{x^2+z^2}+y$