



课程编号: 07000149

北京理工大学 2008-2009 学年第一学期

## 2008 级《微积分 A》期末试题 A 卷

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签名										

一、 填空（每小题 3 分，共 30 分）

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{2}{\sin x}} =$ \_\_\_\_\_.

2. 不定积分  $\int (\frac{\arctan x}{1+x^2} + \ln x) dx =$ \_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ 3-x & x > 1 \end{cases}$  的间断点为\_\_\_\_\_, 是第\_\_\_\_\_类间断点.

4. 设  $y = 10^{x \tan(2x)}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

5. 微分方程  $xy' + y = 0$  满足条件  $y(1) = 1$  的解是  $y =$ \_\_\_\_\_.

6. 定积分  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\frac{x^3}{e^{x^2} + \ln(1+x^2)} + \cos^5 x] dx =$ \_\_\_\_\_.

7. 参数方程  $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = 1-t \end{cases}$  所确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ \_\_\_\_\_.

8. 广义积分  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1+x)} =$ \_\_\_\_\_.

9. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (ax + bx^2)}{x^2} = 1$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

10. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $xy + \ln y = 1$  确定, 则  $y'(0) =$ \_\_\_\_\_.

二、(9 分) 求微分方程  $y'' + y = x^2 + x$  的通解.

三、(9 分) 设函数  $f(x) = \begin{cases} \int_0^x te^t dt & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$ , 试讨论  $f(x)$  在点  $x = 0$  处的连续性和可导性.

四、(10 分) 证明: 当  $x \geq 0$  时, 有  $1 - x^2 \leq e^{-x^2} \leq \frac{1}{1 + x^2}$ .

五、(10 分) 设  $f(x)$  是周期为 2 的连续函数.

(1) 证明: 对任意实数  $a$  都有  $\int_a^{a+2} f(t)dt = \int_0^2 f(t)dt$ ;

(2) 证明:  $F(x) = \int_0^x [2f(t) - \int_t^{t+2} f(s)ds]dt$  是周期为 2 的周期函数.

六、(10 分) 设曲线  $x = y^2$  ( $y > 0$ ),  $x = 2 - y^2$  ( $y > 0$ ) 及  $y = 0$  围成一平面图形 D.

- (1) 求平面图形 D 的面积;
- (2) 求平面图形 D 绕 y 轴旋转一周而成的立体的体积.

七、(8 分) 求函数  $f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)^2 dt$  的极值和它所表示的曲线的拐点的横坐标.

八、(8 分) 设跳伞运动员打开降落伞时, 其速度为  $176\text{m/s}$ , 假定空气阻力是  $\frac{m}{16}v$  千克  
力 (其中  $m$  是人伞系统的总质量), 试求降落伞打开后  $t$  秒时的运动速度以及其极限速度.

九、(6 分) 设函数  $f(x), g(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内具有二阶导数, 且在  $(a, b)$  内存在相等的最小值, 又  $f(a)=g(a), f(b)=g(b)$ , 证明: 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f''(\xi) = g''(\xi)$ .