课程编号：MTH17004, MTH17006 北京理工大学 2009-2010 学年第二学期

高等数学期中试题(B 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名____________________

(本试卷共 6 页，八个大题，试卷后面空白纸撕下作草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一. 填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. 设空间四点 $A(1,0,1), B(4,4,6), C(2,2,3), D(1,a,0)$, 已知 $\overrightarrow{AD} // -2\vec{j}+\vec{k}$，则 $a=$__________,

   以 A,B,C,D 为顶点的四面体的体积 $V=$________________.

2. 平面 $\pi_1: 2x-y-3z+2=0$ 与 $\pi_2: 2x-y-3z-5=0$ 之间的距离 $d=$_______________.

3. $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to 2}}(1+\dfrac{1}{xy})^{\frac{x^2}{x+y}}=$________________, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{3x^2y^2}{x^4+y^4}=$________________.

4. 设函数 $f(x,y,z)=\ln(x^2+y)+\arctan\dfrac{y}{z}$, 点 $A(-3,1,2), B(1,3,0)$, 则在点 A 处

   $\operatorname{grad} f=$_________________________, $\dfrac{\partial f}{\partial \overrightarrow{AB}}=$______________________.

5. 已知直线 $L_1:\begin{cases} x+y-z=1 \\ 3x+2y+z=3 \end{cases}$ ，$L_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$, 则 L_1 的方向向量

   $\vec{s}_1=$__________________, L_1 与 L_2 的夹角 $\theta=$____________________.

6. 设 $z=f(xy,\dfrac{x}{y})+\varphi(x^2+y)$, 其中 φ 二阶可导， f 有二阶连续偏导数，则

   $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$_______________________, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____.

7. $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy=$_______________________.

二. (9 分)求过点 $A(-1,0,4)$，与直线 $L_1:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ 相交，且与直线 $L_2:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{4}$ 垂直的直线 L 的标准方程.

三. (9 分) 求曲线 $\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x^2+2y^2+3z^2=15 \end{cases}$ 在点 $P(1,-1,2)$ 处的切向量 $\vec{s}$ 及法平面 π 的方程.

四. (11 分)求函数 $z=(1+e^y)\cos x-ye^y \quad (0\le x\le 3\pi)$ 的极值点与极值.

五. (9 分)计算 $I=\iiint\limits_V \frac{y\sin x}{x}dV$，其中 V 是由曲面 $y=\sqrt{x}$, 平面 $y=0, z=0$ 及 $x+z=\frac{\pi}{2}$ 所围成的空间有界闭区域.

六. (9 分) (1) 用变换 $u=x, v=x^2-y^2$ 变换微分方程 $y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$;

(2) 求 $z(x,y)$.

七. (11 分)设 S 是曲线 $\begin{cases} x^2+z^2=2z \quad (z\ge \frac{1}{2}) \\ y=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所得旋转面，V 是曲面 S 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的空间有界闭区域. (1)求曲面 S 的方程；(2)求 V 在 xOy 面上的投影区域的边界曲线 C 的方程；(3)计算积分 $I=\iiint\limits_V(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^5 dV$.

八. (14 分)在第一卦限内作曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的切平面，使得切平面与三坐标面所围成的四面体的体积最小，求切点的坐标及四面体体积的最小值.