习题 6.1（P3）

1．指出下列各点在空间直角坐标系中的位置.

$A(1,-2,3)$，$B(2,3,-4)$，$C(2,-3,-4)$，$D(-2,-3,1)$，

$E(3,4,0)$，$F(0,4,-1)$，$G(0,0,3)$，$H(0,-2,0)$，

解：按顺序分别在第Ⅳ、Ⅴ、Ⅷ、Ⅲ卦限、xoy 平面、yoz 平面、z 轴、y 轴.

2．求点 $(2,-1,3)$ 关于原点、各坐标轴及各坐标面的对称点的坐标.

解：关于原点对称的点为 $(-2,1,-3)$、关于 x 轴对称的点为 $(2,1,-3)$

关于 y 轴对称的点为 $(-2,-1,-3)$、关于 z 轴对称的点为 $(-2,1,3)$

关于 xoy 面对称的点为 $(2,-1,-3)$、关于 yoz 面对称的点为 $(-2,-1,3)$

关于 zox 面对称的点为 $(2,1,3)$

3．求点 $M(4,-3,5)$ 到各坐标轴的距离.

解：M 到 x 轴的距离 $D_x=\sqrt{0^2+(-3)^2+5^2}=\sqrt{34}$

M 到 y 轴的距离 $D_y=\sqrt{4^2+0^2+5^2}=\sqrt{41}$

M 到 z 轴的距离 $D_z=\sqrt{4^2+(-3)^2+0^2}=5$

4．证明：以 $A(4,1,9)$、$B(10,-1,6)$、$C(2,4,3)$ 为顶点的三角形是等腰直角三角形.

证明：$|AB|=\sqrt{(10-4)^2+(-1-1)^2+(6-9)^2}=7$

$|AC|=\sqrt{(2-4)^2+(4-1)^2+(3-9)^2}=7$

$|BC|=\sqrt{(2-10)^2+(4+1)^2+(3-6)^2}=\sqrt{98}$

因为 $|AB|=|AC|$，$|BC|^2=|AB|^2+|AC|^2$

所以 ΔABC 是等腰直角三角形.

5．在 z 轴上求与点 $A(-4, 1, 7)$ 和 $B(3, 5, -2)$ 等距离的点.

解：设所求点为 $M(0, 0, z)$，由于 $|AM| = |BM|$，故

$$(0+4)^2 + (0-1)^2 + (z-7)^2 = (0-3)^2 + (0-5)^2 + (z+2)^2$$

解得： $z = \frac{14}{9}$，故所求点为 $M(0, 0, \frac{14}{9})$

6．在 yoz 面上求与点 $A(3, 1, 2)$、$B(4, -2, -2)$ 和 $C(0, 5, 1)$ 等距离的点.

解： 设所求点为 $M(0, y, z)$，由于 $|AM| = |BM| = |CM|$，故

$$(0-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = (0-4)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2$$

$$(0-0)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = (0-4)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2$$

解得： $y = 1$ ， $z = -2$，故所求点为 $M(0, 1, -2)$