某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型

摘要

本文针对某种家庭耐用消费产品的已有的部分售后服务数据即千件产品故障数分析产品质量问题以及厂家需要在何处改进问题；运用灰色数列 GM（1,1）模型和灰色系统分析中的关联度处理的计算和分析方法，建立了某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和数据关联度分析模型，运用 matlab 软件编程得到合理的结论，最终对模型的结果做出了误差分析。

针对第一问分析表中是否存在不合理数据以及对制表方法提出建议，我们通过利用已知数据，逐步分析，制作出了散点图，并运用最小二乘法得到了散点图的拟合直线方程，根据数据偏离直线的情况，以及理论分析，我们得出结论：相同使用月数数据中存在着以偏概全的问题以及在 1302 至 1307 这几个月内存在着月销售量突变的现象，所以数据不合理；对于制表我们的建议是：把每个使用月数对应的销售量也列在表中。

针对第二问设计相应的模型和方法，预测：1205 批次使用月数 18 时的千件产品故障数，1306 批次使用月数 9 时的千件产品故障数，1310 批次使用月数 12 时的千件产品故障数；我们利用灰色数列 GM（1,1）模型的计算和分析方法建立了某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型，通过使 MATLAB 进行计算，我们得出结论：1205 批次使用月数 18 时的千件产品故障数是 44.132，1306 批次使用月数 9 时的千件产品故障数 6.01,1310 批次使用月数 12 时的千件产品故障数 1.58。

针对第三问若已知耐用品所有部件的千件产品故障数的数据表，我们利用灰色系统分析中的关联度处理的计算和分析方法，以耐用品的数据作为母序列，以各部件的数据作为子序列，建立了数据关联度分析模型，充分分析耐用品与其各部件之间的关联度，我们得出结论：耐用品的那种部件跟耐用品关联度越大，这种产品出现故障时加强生产管理的力度就应该越大，关联度越小，这种产品出现故障时加强管理的力度适度增大。

针对第四问，在结合种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和关联数据合理使用模型综合考虑分析的基础上，我们认为应该调整生产策略，对于和耐用品关联度较大的部件，应该适当的加强生产质量监管力度，尽可能的降低其产品故障数，从而降低耐用品的故障数。

关键词：灰色数列、MATLAB、关联度、故障数，误差分析。

1 问题重述

1.1 问题背景

1，产品质量是企业的生命线，售后服务是产品质量的观测点，现代企业管理的重要问题之一是如何用好售后服务的数据。

2，现以某种家庭耐用消费品生产厂家为例考虑产品质量问题。假设该厂的保修期是三年, 即在其产品售出后三年中对于非人为原因损坏的产品免费维修。

3，对于耐用品在维修之后，分布在全国各地的维修站通过网络将保修记录送到统一的数据库里面，原始数据主要是这是哪个批次生产的产品（即生产月份)、售出时间、维修时间、损坏原因及程度、维修费用等等。通过这样的数据可以全面了解产品的质量情况，若从不同的需求角度出发科学整理数据库中的数据，可得到不同用途的信息，从而实现不同的管理目的。

4，整个产品的“千件产品故障数”是一个很重要的指标，常用于描述产品的质量。

5，数据利用的时效性是很强的，厂方希望知道近期生产中的质量情况，但刚出厂的产品还没有全卖出去，已售出的产品使用几个月后的保修情况可能还没有数据反馈，因此数据显得滞后很多。

1.2 相关数据

1，千件产品故障数的数据表。（表格中，每一列数据的统计时间的长度是相同的，在相同使用时间长度内的产品的保修总次数乘以 1000 再除以迄今已售出的产品数量，即为下面表格中的千件产品故障数。）

2，2014 年 4 月 1 日从数据库中整理出来的千件产品故障数，其中的使用月数一栏是指售出产品使用了的月份数，使用月数 0 的列中是已售出的全部耐用品在用户没使用前统计的千件产品故障数，1 的列中是某一批次已售出的每一件产品，在它被使用到第一个月结束时统计的，对于该批次售出的全部产品累计的千件产品故障数，12 的列中是每件产品使用到恰好一年结束时的累计千件产品故障数。

3，生产月份是生产批次，如 1201 表示 2012 年 1 月份生产的。,

1.3 问题概括

1. 分析 2014 年 4 月 1 日从数据库中得到的千件产品故障数表中是否存在不合理数据，同时并对制表方法提出建议。

2.设计合理的模型与方法，并预测：1205 批次使用月数 18 时的千件产品故障数，1306 批次使用月数 9 时的千件产品故障数，1310 批次使用月数 12 时的千件产品故障数。

3.如果有所有部件的千件产品故障数的数据表，通过建立模型和对求解所得结果的分析，你可以为质量管理方面提供那些决策与咨询有哪些。

4.在建立模型和求解分析的基础上，对配件的生产组织、运送等问题提出建议。

2 问题分析

本题中，对于影响耐用品千件产品故障数的因素所知比较模糊，系统行为现象比较朦胧，数据比较复杂，只是已知部分信息，在此情况下，我们认为可以使用灰色系统理论的研究方法对问题进行求解，灰色系统理论通过对“部分”已知信息的生成、开发去了解、认识现实情况，实现对系统运行行为和演化规律的正

确把握和描述病区它对实验观测数据及其分布没什么特殊要求和限制。在灰色系统理论的指导下，我们可以针对具体问题建立具体模型并求解，最终得到预期的结果。

针对第一问，可以对使用月数相同的一列数据进行散点图描绘，然后利用最小二乘法，简单的确定回归直线在图中的位置，然后直接观测每个数据对回归直线的偏离程度，得出结论；或者直接对表中每月的销量数据进行分析，看用其计算得到的千件产品故障数是否能够对本月同批次的耐用品有代表性，进而得出，数据是否合理；在对数据是否合理分析后，针对数据存在的问题和完备性，便可提出相应的制表建议。

针对第二问，可以在灰色系统理论的指导下，通过建立与问题的数据吻合度较高的灰度类模型，然后求解此模型，根据所得结果，对模型进行简单的残差修正分析，在确保模型所得结果准确合理的基础上，可以直接计算出题目中所要求的 1205 批次使用月数 18 时的千件产品故障数，1306 批次使用月数 9 时的千件产品故障数，1310 批次使用月数 12 时的千件产品故障数。

针对第三问，耐用品是由许多部件组成，而我们已知所有部件的千件产品故障数的数据表，但是由于在这个问题中，同系统中不同因素之间的关系是灰色的，也就是说难以找到主要矛盾，难以抓住主要特征和主要关系；而关联度分析因素时是对时间序列的比较，这是个动态过程，不要求太多数据；在此情况下，我们可以使用灰色系统理论中关联度分析的方法，建立不同部件和耐用品之间的关联度模型，通过求解分析模型，来确定不同的部件对耐用品的关联度大小，给生产厂家给出关联度大的花更多精力严把生产质量关口等建议。

针对第四问，在已经解决前面三问的基础上，通过对建立的模型和求解模型的结果进行综合分析，抽象的分析各类可能的因素之后，便可以就配件的生产组织、运送等问题向厂家提出较为合理的建议。

3 模型假设

1，某种家庭耐用消费品是正常情况下产生故障，假设其不会由于天灾人祸产生故障。
2，某种家庭耐用消费品如果它其中任意部件产生故障，视为此耐用品产生故障。
3，假设某种家庭耐用消费品在生产和销售过程中不会产生故障，只会在售出后产生故障。

4 名词解释和符号说明

4.1 名词解释

1，原始时间序列：每个月单独的千件产品故障率。
2，累加时间序列：当前月的千件产品故障率（将以前的都累加起来了）。
3，累加矩阵：将每个月的千件产品故障率累加转换成矩阵。
4，紧邻均值序列：相邻两月的千件产品故障率。
5，残差：实际观察值与估计值（拟合值）之间的差。
6，相对误差：测量所造成的绝对误差与被测量〔约定〕真值之比。乘以 100%所得的数值，以百分数表示。

7，后验差：模型求解之后用解又反过来检验模型的准确性误差。

4.2 符号说明

1，$x^{(0)}(k)$:原始时间序列，由$x^{(0)}(1),x^{(0)}(2)\ldots x^{(0)}(n)$组成。

2，$x^{(1)}(k)$:累加时间序列，由$x^{(1)}(1),x^{(1)}(2)\ldots x^{(1)}(n)$组成。

3，B:累加矩阵。

4，$\hat{a}$：系数向量。

5，$\varepsilon^{(0)}(t)$：残差。

6，$e(t)$：相对误差。

7，P：计算精度。
8，c：后验差。
9，$\{x_0(t)\}$：母数列
10，$\{x_i(t)\}$：子数列
11，L_{0i}（k)：时刻 t=k 时母序列与子序列的关联系数
13，r_{0i}: 子序列 i 与母序列 0 的关联度，
14，N：为比较序列的长度

5 模型建立与求解

5.1 问题一的分析与求解

根据已知的千件产品故障数表，我们首先对使用月数相同的一列数据进行散点图描绘，然后利用最小二乘法，简单的确定回归直线在图中的位置，然后直接观测每个数据对回归直线的偏离程度，观测数据是否合理；其次直接对表中每月的销量数据进行分析，看用其计算得到的千件产品故障数是否能够对本月同批次的耐用品有代表性，进而得出，数据是否合理；两种方法得到的结论在相互比较验证，在对数据是否合理分析后，我们的车的结论是：由表一可知各批次生产的耐用品的销售数量最多为 6450，所以不妨假设每个月的耐用品生产数量为 6500 而 2012 年 12 月生产的耐用品仅售出 403 辆，只占耐用品的百分之六点 2，用这一少部分售出耐用品的千件故障数作为这个月生产的耐用品的千件故障数，这就可能以偏概全，故而该数据存在着一定的不合理，不能用 2012 年 12 月份这行的数据作为耐用品质量管理的依据。其次从 1302 批次到 1303 批次，故障数有明显的下降，且从 1303 批次开始，批次与批次之间的耐用品故障数呈递减趋势，说明已经对该部件进行了改进，到 0307 批次时，故障数却有明显的突变，所以该数据存在着不合理性。

针对数据存在的问题和完备性，我们提出相应的制表建议是除了表中所给出的数据之外，在制表时分别统计每个月售出的那部分汽车对应的千件产品故障数，这样能使数据结构更加合理。

5.2 问题二的分析与求解

5.2.1 某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型的建立

基于灰度系统理论建立的某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型为：

1，灰度 GM（1,1）模型-时间序列的计算公式：

$$x^{(1)}(k)=\sum_{i=1}^{k}x^{(0)}(i)$$

$x^{(0)}(k)$—原始时间序列，由$x^{(0)}(1),x^{(0)}(2)\dots x^{(0)}(n)$组成

$x^{(1)}(k)$—累加时间序列，由$x^{(1)}(1),x^{(1)}(2)\dots x^{(1)}(n)$组成

2，GM（1,1）模型的微分方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt}+ax^{(1)}=u$$

3，系数向量

$$\hat{a}=[a,u]^T$$

4，累加矩阵

$$B=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)\right) & 1\\ -\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3)\right) & 1\\ \dots & \\ -\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(N-1)+x^{(1)}(N)\right) & 1\end{bmatrix}$$

5，常数项向量

$$Y_N=(x^{(0)}(2),x^{(0)}(3)\dots x^{(0)}(N))^T$$

6，用最小二乘法求解 $\hat{a}$

$$\hat{a}=\ (B^TB)^{-1}B^TY_N$$

7，时间函数

$$\hat{x}^{(1)}(t+1)=\left(x^{(0)}(1)-\frac{u}{a}\right)e^{-at}+\frac{u}{a}$$

对$\hat{x}^{(1)}$求导还原得到

$$\hat{x}^{(0)}(t+1)=-a\left(x^{(0)}(1)-\frac{u}{a}\right)e^{-at}\text{或}\hat{x}^{(0)}(t+1)=\hat{x}^{(1)}(t+1)-\hat{x}^{(1)}(t)$$

8，计算残差$\varepsilon^{(0)}(t)$及相对误差$e(t)$

$$\varepsilon^{(0)}(t)=x^{(0)}(t)-\hat{x}^{(0)}(t)$$

$$e(t)=\varepsilon^{(0)}(t)/\hat{x}^{(0)}(t)$$

9，计算精度 p 和后验差 c

$$p=1-\bar{e}(t)$$

$$s_1{}^2=\frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m}\left(x^{(0)}(t)-\bar{x}^{(0)}(t)\right)^2$$

$$s_2{}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m}\left(q^{(0)}(t) - \bar{q}^{(0)}(t)\right)^2$$

$$c = \frac{s_1}{s_2}$$

5.2.2 模型分析求解

根据表中 1205 行对应的数据，求解 1205 批次使用月数 18 时的千件产品故障数。

建立灰色模型 GM（1,1）

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i)$$

$x^{(0)}(k)$—原始时间序列，由$x^{(0)}(1),x^{(0)}(2)\dots x^{(0)}(n)$组成

$x^{(1)}(k)$—累加时间序列，由$x^{(1)}(1),x^{(1)}(2)\dots x^{(1)}(n)$组成

上面为灰色模型的原始时间序列和累加时间序列，易知，表中数据为累加时间序列，故

$x^{(1)}(0)$=3.94 ，$x^{(1)}(1)$=8.93 ，$x^{(1)}(2)$=13.4 ，$x^{(1)}(3)$=16.55 ，$x^{(1)}(4)$=18.13 ，$x^{(1)}(5)$ =21.81 ， $x^{(1)}(6)$ =23.12 ， $x^{(1)}(7)$ =25.22 ， $x^{(1)}(8)$ =27.06 ，$x^{(1)}(9)$=29.43 ，$x^{(1)}(10)$=31.53 ，$x^{(1)}(11)$=34.68 ，$x^{(1)}(12)$=36.78

得到原始序列

$x^{(0)}(0)$=3.94 ，$x^{(0)}(1)$=4.99 ，$x^{(0)}(2)$=4.47 ，$x^{(0)}(3)$=3.15 ，$x^{(0)}(4)$=1.58 ，$x^{(0)}(5)$=3.68 ，$x^{(0)}(6)$=1.31 ，$x^{(0)}(7)$=2.1 ，$x^{(0)}(8)$=1.84 ，$x^{(0)}(9)$=2.37 ，$x^{(0)}(10)$=2.1 ，$x^{(0)}(11)$=3.15 ，$x^{(0)}(12)$=2.1

通过计算累加矩阵

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)\right) & 1 \\ -\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)\right) & 1 \\ \dots & \\ -\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(N-1) + x^{(1)}(N)\right) & 1 \end{bmatrix}$$

可以得到估计参数

$\hat{\alpha} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$

可得 a = 0.0809, u = 4.5578

进而得到累加函数的预测模型

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}\right)e^{-at} + \frac{u}{a} = -54.29e^{-0.0809t} + 56.34$$

所以预测

$\hat{x}^{(1)}(19) = 44.132$

即 0205 批次使用月数 18 时的故障数为 44.132

由残差和相对残差公式

$\varepsilon^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)$

$e(t) = \varepsilon^{(0)}(t)/\hat{x}^{(0)}(t)$

得

$e(0)$=0 ， $e(1)$=0.1028 ， $e(2)$=0.1218 ， $e(3)$=0.0796 ， $e(4)$=0.0164 ， $e(5)$=0.0200 ， $e(6)$=0.0420 ， $e(7)$=0.0547 ， $e(8)$=0.0684 ， $e(9)$=0.0548 ， $e(10)$=0.0469 ， $e(11)$=0.0041 ， $e(12)$=0.0077

精度和后验差

$$p = 1 - \bar{e}(t) = 0.95$$

$$s_1{}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m}\left(x^{(0)}(t) - \bar{x}^{(0)}(t)\right)^2$$

$$s_2{}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{t=1}^{m}\left(e(t) - \bar{e}\ \ (t)\right)^2$$

$$c = \frac{s_1}{s_2} = 0.5561$$

由此可见二者都在较为理想的范围内，误差适中。

根据表中 1306 行对应的数据，求解 1306 批次使用月数 9 时的千件产品故障数。

1306 中数据偏少，而且随着月数增大到一定程度，故障率数值不再变化，故而单纯的 GM（1,1）模型不再适合。而灰色 Verhulstmi 模型针对这类单峰型数据有较好的拟合度，所以我们采用该灰色模型进行预测

除了原始时间序列$x^{(0)}(k)$和累加时间序列$x^{(1)}(k)$，我们还需构建紧邻均值序列$z^{(1)}(k)$, 其中

$$z^{(1)}(i) = \frac{x^{(0)}(i) + x^{(0)}(i-1)}{2} \quad i = 2,3 \ldots n$$

同时，累加矩阵变为

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & z^{(1)}(2)^2 \\ -z^{(1)}(3) & z^{(1)}(3)^2 \\ & \cdots \\ -z^{(1)}(n) & z^{(1)}(n)^2 \end{bmatrix}$$

经过计算得到

$\hat{x}^{(0)}(0)$=1.67 ， $\hat{x}^{(0)}(1)$=4.89 ， $\hat{x}^{(0)}(2)$=5.78 ， $\hat{x}^{(0)}(3)$=5.88 ， $\hat{x}^{(0)}(4)$=5.95 ， $\hat{x}^{(0)}(5)$=5.99 ， $\hat{x}^{(0)}(6)$=5.99 ， $\hat{x}^{(0)}(7)$=6.00 ， $\hat{x}^{(0)}(8)$=6.00 ， $\hat{x}^{(0)}(9)$=6.01

所以 0306 产品使用月数为 9 时故障数为 6.01

模型精度 p = 1 - 0.55 =0.945，具有很高的精度

根据表中 1306 行对应的数据，求解 1310 批次使用月数 12 时的千件产品故障数。

由于 1310 数据很少，且全部为 0，无法用于进一步的预测，我们于是借鉴 1304 至 1306 的发展趋势进行预测，并综合之前两种 GM（1,1）和 Verhulstmi 模型进行预测，以下为预测情况

0304 2.66 8.12 13.55 15.97 17.64 18.78 18.78 18.78 18.78 18.78 18.78 18.78 18.78

0305 7.34 10.12 12.53 13.45 14.13 14.32 14.50 14.63 14.63 14.63 14.64 14.64

0306　1.67　4.78　5.76　5.92　5.93　5.93　5.93　5.93　5.93　5.94　5.94　5.94　5.94

接下来通过这三组数据进行纵向比较，通过第 12 个月推测 1310 第 12 月的情况，具体方法为 GM（1,1）灰色预测，得到数据 1.58，精度 p = 0.902，结果可靠。

5.3 问题三的分析与求解

5.3.1 数据关联度分析模型的建立

在灰色系统理论的指导下，针对第三问，建立了数据关联度分模型。对两个系统或两个因素之间的关联性大小的度量，称为关联度。它可以描述一个系统中不同因素变化的相对情况，也可以描述系统总体和其中因素的变化的相对情况。如果两者在系统发展过程中相对变化情况一致，则认为两者关联度大；反之，两者关联度就小。即，灰色关联度分析可以对一个系统发展变化态势进行定量描述和比较。

有 m+1 个时间序列，x_0整个产品故障情况的时间序列，x_1到 x_m表示各个部件故障情况的时间序列。

t	$x_1^{(t)}$	$X_2^{(t)}$	...	$x_n^{(t)}$
0	$x_1^{(0)}$	$X_2^{(0)}$	...	$x_n^{(0)}$
1	$x_1^{(1)}$	$X_2^{(1)}$	...	$x_n^{(1)}$
...	...	...		...
m	$x_1^{(m)}$	$X_2^{(m)}$	...	$x_n^{(m)}$

即，$\{x_0^{(0)}(t)\},\{x_1^{0)}(t)\},...,\{x_m^{(0)}(t)\},t=1,2,...,N$

式中，N 为各序列的长度即数据个数，这 m+1 个序列代表总体和 m 个因素。分别称为母序列和子序列。

（1）可根据具体数据进行原始数据变换，以方便求值。

（2）计算关联系数

经数据变换的母数列记为$\{x_0(t)\}$，子数列记为$\{x_i(t)\}$，则在时刻 t=k 时母序列与子序列的关联系数 L_{0i}（k)可由下式计算：

$$L_{0i}(k)=\frac{\Delta\min+\rho\ \Delta\max}{\Delta 0i(k)+\rho\ \Delta\max}$$

（3）求关联度

（4）$r_{0i}=\frac{1}{N}\sum_{K=1}^{N}L_{0i}(k)$

式中 r_{0i}为子序列 i 与母序列 0 的关联度，N 为比较序列的长度。

（5）排关联序并列出关联矩阵

5.3.2 数据关联度分析模型求解

若已知所有部件的千件产品故障数的数据表，我们可以通过第四步计算得到每个部件和某种耐用产品品之间的关联度，通过对关联度进行数值比较，可以得到那种部件千件产品故障数对耐用品的千件产品故障数的影响较大，那种较小，从而可以为质量管理方面提供：对于与耐用品千件产品故障数关联度较大的的部件应该集中力量，加强生产管理，对于与耐用品千件产品故障数关联度较小的部件应该适度的加强监管力度等等。

5.4 问题四的分析与求解

综合分析前三问，在充分利用灰色系统理论分析后，我们认为为了降低此

种耐用品的千件产品故障数，生产厂家应该在考虑自身经济效益的同时，加大质量监管力度，不断优化生产结构，提高产品质量；除此之外，耐用品配件的生产组织形式和其运送方式也应有所改进，首先要优化生产组织形式，在使各项生产指标尽可能的名确的同时，也应加强监管力度，对于配件的运送方式应该更加的灵活，通过多中途径进行配送，这样可以保证当耐用品发生故障时，可以在最快的情况下更换故障部件，解决故障问题。最后我们认为对于耐用品的销售方式应该随着互联网的潮流相应的有所变化，除了单一的实体店销售，还可以利用网络进行销售，进行追踪服务，同时为消费者提供更加广泛的咨询渠道，这样不仅利于消费者也利于生产厂家的销售管理和问题反馈。

6 误差分析

6.1 对于第一问误差分析

在求解第一问的过程，我们了两种方法求解，一是使用月数相同的一列数据进行散点图描绘，然后利用最小二乘法，简单的确定回归直线在图中的位置，然后直接观测每个数据对回归直线的偏离程度，观测数据是否合理；二是直接对表中每月的销量数据进行分析，看用其计算得到的千件产品故障数是否能够对本月同批次的耐用品有代表性，进而得出，数据是否合理；虽然没有进行误差分析，但是两种方法得到的结论相差不大，由此可得，第一问得到的结果在合理的误差范围内，具有极高的可信度。

6.2 对于第二问误差分析

在求解第二问的过程中，我们基于灰度系统理论建立了某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型，在对模型的求解分析的过程中，我们对模型进行了残差修正，同时计算了相对误差，计算精度和后验差，通过对这些数值进行分析，我们可以得出结论，模型的计算结果在合理的误差范围内，具有较高可信度；除此之后，我们将计算得出的结论同已知的千件产品故障数表进行对比和逻辑分析，发现结果与表中数据具有较高的吻合度，由此得出，计算结果准确性极高。

6.3 对于第三问误差分析

在求解第三问的过程中，我们基于灰度系统理论建立了数据关联度分析模型，通过对模型建立过程的反复思考，同时在模型建立之后，对其进行数据模拟，通过对所得数值进行分析比较，发现其与现实可能情况的吻合度较高，即使有些许误差也在可控范围内，由此得出结论，模型的适用性较高。

6.4 对于第四问误差分析

在求解第四问的过程中，我们充分考虑与耐用品生产和消费有关的现实问题，同时结合求解模型得到的结果，从而对生产耐用品的厂家提出建设性意见，具有极高的可行性。

7 模型评价与推广

7.1 模型优点

某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和数据关联度分析模型都是在灰色系统理论的指导下建立的，克服了所知数据较少的困难，对千件产品故障数进行了预测，比经典预测方法的预测效果要好，预测结果误差较小，为提高耐用品生产质量提供了非常有用的信息。同时我们在建立模型的过程中，不断对模型进行残差修正，使得模型的正确性和准确性得到了保证，通过带

入数据求解模型，可以为耐用品厂家优化生产提供可靠地数据支持，同时为消费者提供选择依据，适用性广泛。

7.2 模型缺点

在灰色系统理论指导下建立的某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和数据关联度分析模型虽然相对于经典预测方法预测效果更好，但是由于模型建立时的已知数据较少，所以模型仍存在着不足之处，仍需改进。

7.3 模型推广

某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和数据关联度分析模型是在灰色系统理论的指导下建立的，灰色系统理论适用于所知情况较少的情况，所以，某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型和数据关联度分析模型具有较好的可移植性，可以广泛用于类似此耐用品的不同产品的更方面性能预测，能够为使用者提高较为可靠地数据支持，可以广泛推广。

参考文献

[1] 唐启义、冯明光，《DPS 数据处理系统》，北京，科学出版社，2007 年。
[2] 周国标、谢建利，《数值计算》，北京，高等教育出版社，2013 年。
[3] 石博强、赵金，《MATLAB 数学计算与工程分析范例教程》，北京，中国铁道出版社，2005 年。
[4] 姜启源，谢金星，叶俊，《数学模型》，北京，高等教育出版社，2011 年。
[5] 刘思峰、杨英杰、吴利丰，《灰色系统理论及其应用》，北京，科学出版社，2014 年。
[6] 殷伯明，《教育动态测评方法草根谭》，武汉，华中科技出版社，2012 年。
[7] 邓聚龙，《灰色系统气质理论》，北京，科学出版社，2014 年。
[8] 刘浩、韩晶，《MATLAB R2014 a 完全自学一本通》，北京，电子工业出版社，2015 年。
[9] 张涛、齐永奇，《MATLAB 图像处理编程与应用》，北京，机械工业出版社，2014 年。
[10] 冯昌凤、柯艺芬、谢亚君，《最优化计算方法及其 MATLAB 程序实现》，北京，国防工业出版社，2015 年。

附录

附录 1：求解某种家庭耐用消费品产品售后服务数据的分析与运用模型 MATLAB 源代码。

GM(1,1)灰色模型代码

```
%alpha 是包含α、μ值的参数矩阵；ago 是预测后累加值矩阵；var 是还原预测值矩阵；error 是残差矩阵；c 是后验差比值
clc  %清屏，以使结果独立显示
format long;  %设置计算精度
b = [3.94,8.93,13.4,16.55,18.13,21.81,23.12,25.22,27.06,29.43,31.53,34.68,36.78];
if length(b(:,1)) == 1  %对输入矩阵进行判断，如不是一维列矩阵，进行转置变换
    b = b';
```

```
end
n = length(b);  %取输入数据的样本量
x(1,:) = b(1,:);
for i = 2:n  %计算累加值，并将值赋予矩阵 x
    x(i,:) = b(i,:)-b(i-1,:);
end
for i = 2:n  %对原始数列平行移位
    y(i-1,:) = x(i,:);
end
for i=1:n-1  %计算数据矩阵 B 的第一列数据
    c(i,:) = -0.5*(b(i,:) + b(i+1,:));
end
for j = 1:n-1  %计算数据矩阵 B 的第二列数据
    e(j,:)=1;
end
for i = 1:n-1  %构造数据矩阵 B
    B(i,1) = c(i,:);
    B(i,2) = e(i,:);
end
alpha = inv(B'*B)*B'*y;  %计算参数 矩阵
for i = 1:n+8 %计算数据估计值的累加数列，如改为 n+1 为 n+m 可预测后 m-1
个值

ago(i,:)=(x(1,:)-alpha(2,:)/alpha(1,:))*exp(-alpha(1,:)*(i-1))+alpha(
2,:)/alpha(1,:);
end
var(1,:) = ago(1,:);
for i = 1:n+7  %如改 n 为 n+m-1，可预测后 m-1 个值
    var(i+1,:) = ago(i+1,:)-ago(i,:);  %估计值的累加数列的还原，并计算
出下一预测值
end
for i = 1:n
    error(i,:) = abs(b(i,:)-ago(i,:));  %计算残差
end
for i = 1:n
    er(i,:) = error(i,:)/b(i,:);  %计算相对误差
end
cc = std(error)/std(x);  %调用统计工具箱的标准差函数计算后验差的比值 c
eravg = mean(er,1);
p = 1-abs(eravg)
```

Verhulst 灰色模型代码

%alpha 是包含α、μ值的参数矩阵；ago 是预测后累加值矩阵；var 是还原预测

```
值矩阵；error 是残差矩阵；c 是后验差比值
clc  %清屏，以使结果独立显示
format long;  %设置计算精度
b = [0.01,1.67,5,5.84,5.84,5.84,5.84,5.84,5.84];
if length(b(:,1)) == 1  %对输入矩阵进行判断，如不是一维列矩阵，进行转置变换
    b = b';
end
n = length(b);  %取输入数据的样本量
x(1,:) = b(1,:);
for i = 2:n  %计算累加值，并将值赋予矩阵 x
    x(i,:) = b(i,:)-b(i-1,:);
end
for i = 2:n  %对原始数列平行移位
    y(i-1,:) = b(i,:);
end
for i=1:n-1  %计算数据矩阵 B 的第一列数据
    c(i,:) = -0.5*(b(i,:) + b(i+1,:));
end
for j = 1:n-1  %计算数据矩阵 B 的第二列数据
    e(j,:)=(0.5*(b(i,:) + b(i+1,:)))^2;
end
for i = 1:n-1  %构造数据矩阵 B
    B(i,1) = c(i,:);
    B(i,2) = e(i,:);
end
alpha = inv(B'*B)*B'*y;  %计算参数 矩阵
for i = 1:n+1 %计算数据估计值的累加数列，如改为 n+1 为 n+m 可预测后 m-1 个值
    tmp1 = alpha(1,:)*b(2,:);
    tmp2 = ( alpha(2,:)*b(2,:) + (alpha(1,:)-alpha(2,:)*b(2,:)) * exp(alpha(1,:)*(i-1)) );
    ago(i,:)=tmp1/tmp2;
end
var(1,:) = ago(1,:);
for i = 1:n  %如改 n 为 n+m-1，可预测后 m-1 个值
    var(i+1,:) = ago(i+1,:)-ago(i,:);
    %var(i+1,:) = ( alpha(2,:)/alpha(1,:) - 1/b(2,:) ) * exp(alpha(1,:)*i) * ago(i+1,:)^2;  %估计值的累加数列的还原，并计算出下一预测值
end
for i = 1:n
    error(i,:) = abs(b(i,:)-ago(i,:));  %计算残差
end
for i = 1:n
```

```
    er(i,:) = error(i,:)/b(i,:);  %计算相对误差
end
cc = std(error)/std(x);  %调用统计工具箱的标准差函数计算后验差的比值c
eravg = mean(er,1);
p = 1-abs(eravg)
```