

# 结冰路面撒盐模型

## 摘要

结冰路面撒盐可以是冰更快融化，使道路更加通畅，从来都是除雪除冰的常用方法；本文以结合已知的实际道路模型，建立了结冰路面撒盐模型，分别解决了在撒盐车从管理站出发，给所有道路撒完盐后回到管理站以及当撒盐车的载盐量有限时需要回到管理站进行补充的前提下，通过计算得出一条撒盐车行驶的最优路径，使得撒盐车所行使的距离最短，实现最优化。为了找到最优路径，我们利用矩阵的方法将所给的实际道路模型数据转换为一个矩阵，同时由于题中涉及数据规模较少，所以采用深度优先和广度优先的搜索策略，利用 matlab 软件编写计算程序，枚举载盐车所有可能的行驶路径，然后进行比较，得出最优路径。对于第一问和第二问，没有载盐量一定的限制条件，所以不必考虑载盐车回到管理站补充盐量的问题，直接得出结果，第一问的结论是：6-7-8-4-3-2-1-5-6-2-5-9-10-11-12-8-7-11-7-10-6-9 这条路径使得完成所有街道撒盐所需路程最短，其长度为 3308m；第二问的结论是：6-7-8-4-3-2-6-5-1-2-3-4-8-12-11-10-6-2-5-6-10-7-11-7-3-7-6-9-10-9-5-1-2-3-1-8-11 这条路径使得所有街道撒盐所需路程最短，其长度为 5770m；对于第三问和第四问，需要考虑载盐车在所载盐用完之后回管理站补充的情况，以及在某一点，盐没有用完，但是不够接下来的任意一条路的所需要的，所以仍需回到管理站补充，所以最好的情况时，每次都能在刚好回到管理站时刚好补充，或者离管理站很近时，这样来保证最后总的行驶距离最短，最后得出结果，第三问结论是 6-7-8-4-3-2-1-5-6-2-5-9-10-11-12-8-7-11-7-10-6-9 这条路径使得所有街道撒盐所需路程最短，其长度为 3308m；第四问结论是：6-7-8-4-3-2-6-5-1-2-3-4-8-12-11-10-6-2-5-6-10-7-11-7-3-7-6-9-10-9-5-1-2-3-1-8-11 这条路径使得所有街道撒盐所需路程最短，其长度为 5770m；同时结冰路面撒盐模型具有广泛的适用性，可以运用于各种类似问题的求解。

关键词：距离最短、最优化、矩阵、matlab。

## 1. 问题背景

食盐的主要特点为①可溶性. 食盐很容易溶解在水中, 这是一个很常见的物理现象; ②吸潮性. 盐的表面通常被一层薄膜状的饱和盐溶液所包围, 当这层薄膜溶液的蒸气压低于空气中水蒸气分压时, 食盐就吸附空气中的水分而潮解; 反之, 当高于空气中水蒸气分压时则呈现干燥状态. 当然, 这只是在食盐被暴露在空气中才有的现象, 密闭在包装袋中与周围空气隔绝的食盐是不会潮解的; ③冰点低. 我这里所说的冰点其实并不是指的纯净的食盐 ( $\text{NaCl}$ ) 晶体的溶解点, 因为在没有水参与的情况下要加热到上千摄氏度才能使其熔化, 这里说的冰点是指的盐水溶液的冰点, 实验表明, 如果食盐溶液里含有 20% 的盐分, 它的冰点就会降低到  $-16^{\circ}\text{C}$ ; 雪的成分主要是固态水——小冰晶, 不论温度有多低, 冰都有升华的现象, 所以雪的周围弥散着水蒸气; 因此当我们把食盐洒在雪上时, 食盐利用其吸潮特性吸附雪表层的水蒸气, 从而使自己越来越“潮”, 那层食盐溶液薄膜也越来越明显, 我认为, 这时候的溶液层就像星星之火一样不断“入侵”周围的雪层, 最终反客为主, 把雪统统给消灭了! 以达到除雪除冰的目的。

## 2. 问题重述

假设有一个社区冬天应对路面结冰的措施是向路面上撒盐防滑, 撒盐工作有养路站负责, 养路站位于节点 6 处, 盐和撒盐车辆都在此养路站内, 车辆最后也要回到养路站, 考虑如下几个问题:

(1) 图 1 是社区道路示意图, 每条边表示需要撒盐的道路, 边上的数字表示街道长度 (单位: m), 假设撒盐车行驶一次可以为整条道路撒盐, 车辆载盐量也足够大, 请为撒盐车设计一条路线, 使得完成所有街道撒盐所需路程最短。

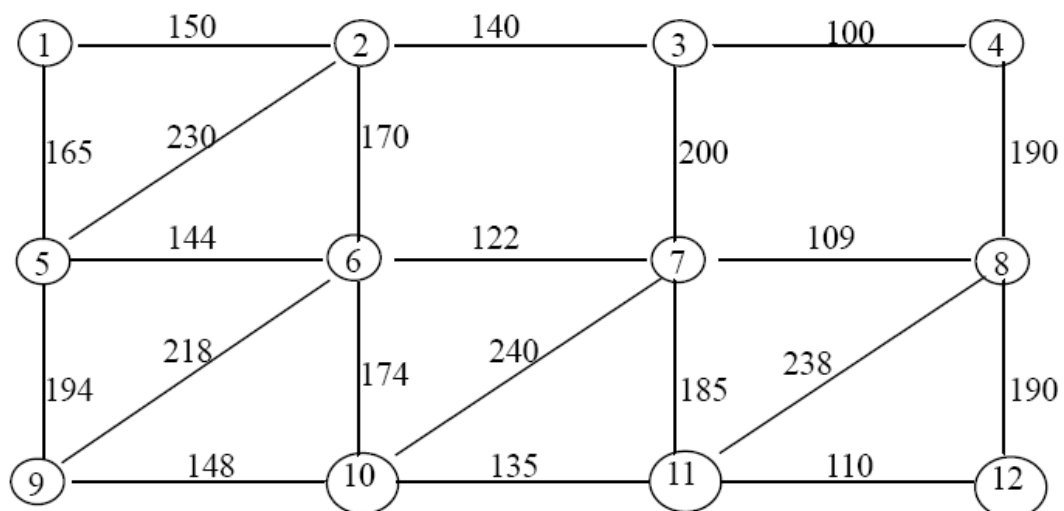
(2) 如果考虑撒盐车容量有限, 其容量可以为 1000m 的道路撒盐, 那么需要怎样设计撒盐车的行驶路线完成所有街道撒盐所需路程最短。



对于图一所示的道路模型，要求解第一问和第三问，只需要根据图利用广度和深度优先的策略，以选择最短为目标，既可以通过 matlab 编程实现，也可以通过人工暴力搜索求解，得出最优路径，当然第三问需要考虑每次出发后都应该尽可能的围绕在管理站（即 6 号）附近，以便能够尽可能的找出最优化路径，得出想要的结果；对于图二所示的道路模型，要求解第二问和第一问，只需要做简单的变动，将双行路线该问两条单行路线，然后以选择最短为目标，既可以通过 matlab 编程实现，也可以通过人工暴力搜索求解，得出最优路径，当然第三问需要考虑每次出发后都应该尽可能的围绕在管理站（即 6 号）附近，以便能够尽可能的找出最优化路径，得出想要的结果。

## 4. 模型的建立与求解

### 4.1 第一问和第三问建模及求解



如图所示，对于第一问利用暴力破解的方式可以得到最优路径为：

6-7-8-4-3-2-1-5-6-2-5-9-10-11-12-8-7-11-7-10-6- 9

计算其总长度为：

122+109+190+100+140+150+165+144+170+230+194+148+135+110+190+109+185+  
185+140+174+218=3308 (m)

如图所示，对于第三问利用暴力破解的方式可以得到最优路径为：

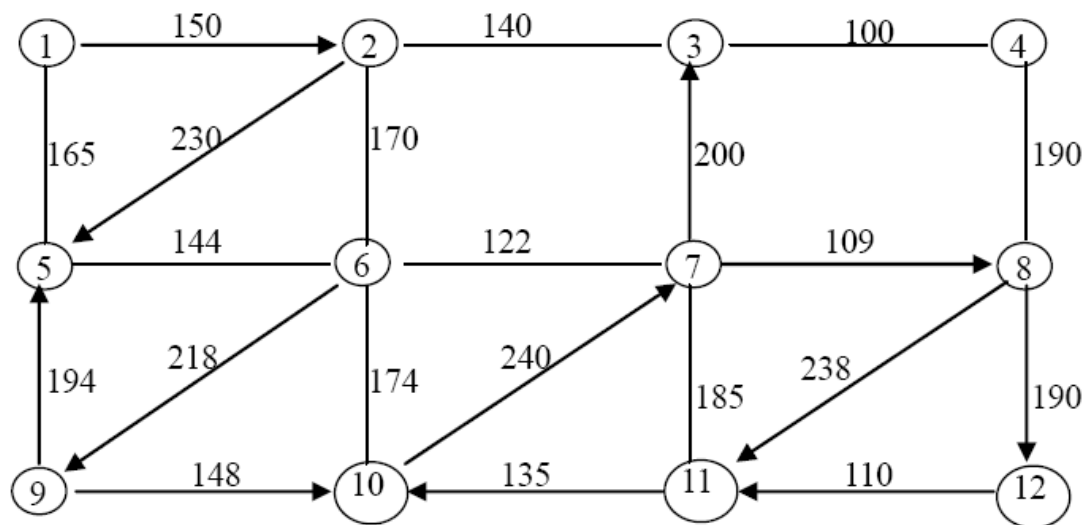
6-7-8-4-3-2-1-5-6-2-5-9-10-11-12-8-7-11-7-10-6- 9

计算其总长度为：

122+109+190+100+140+150+165+144+170+230+194+148+135+110+190+109+185+

185+140+174+218=3308 (m)

#### 4.2 第二问和第四问建模及求解



如图所示，第二问使用暴力破解得到的最优路径为：

6-7-8-4-3-2-6-5-1-2-3-4-8-12-11-10-6-2-5-6-10-7-11-7-3-7-6-9-10-9-5-1-2-3-4-8-11

计算其总长度为：

122+109+190+100+140+170+144+165+150+140+100+190+190+110+135+174+170+230+144+174+240+185+185+200+200+122+218+148+148+194+165+150+140+190+238=5770 (m)

如图所示，第四问使用暴力破解得到的最优路径为：

6-7-8-4-3-2-6-5-1-2-3-4-8-12-11-10-6-2-5-6-10-7-11-7-3-7-6-9-10-9-5-1-2-3-4-8-11

计算其总长度为：

122+109+190+100+140+170+144+165+150+140+100+190+190+110+135+174+170+230+144+174+240+185+185+200+200+122+218+148+148+194+165+150+140+190+238=5770 (m)

通过编程也能求解，源代码附在附录中，在此不再展示其求解过程。

## 5. 模型的评价与推广

### 5.1 模型优点

- 1，结冰路面撒盐模型在建立之初便是以实际问题为依托，故而有极强的实际性；
- 2，结冰路面撒盐模型是一个寻找最短路径的问题和一个在限制条件寻找最短路径的问题，所以具有极强的推广价值。
- 3，结冰路面撒盐模型无论是编程求解还是人工暴力求解都非常简单。

### 5.2 模型缺点

- 1，在建模的过程中，只能根据实际问题，控制有限的一些因素，所以模型有一定的局限性。
- 2，模型求解过程过于粗糙。

### 5.3 模型推广

结冰路面撒盐模型在建立时根据问题的需要，考虑到的因素较为全面，而且建模所用的搜索方法具有很好的普适性，所以结冰路面撒盐模型对于其类似的问题能够很好的解决，因此推广的价值很高。

## 6. 参考文献

- [1] 唐启义、冯明光，《DPS 数据处理系统》，北京，科学出版社，2007 年。
- [2] 周国标、谢建利，《数值计算》，北京，高等教育出版社，2013 年。
- [3] 石博强、赵金，《MATLAB 数学计算与工程分析范例教程》，北京，中国铁道出版社，2005 年。
- [4] 姜启源，谢金星，叶俊，《数学模型》，北京，高等教育出版社，2011 年。
- [5] 刘思峰、杨英杰、吴利丰，《灰色系统理论及其应用》，北京，科学出版社，

2014 年。

[6] 殷伯明,《教育动态测评方法草根谭》,武汉,华中科技大学出版社,2012 年。

[7] 邓聚龙,《灰色系统气质理论》,北京,科学出版社,2014 年。

[8] 刘浩、韩晶,《MATLAB R2014 a 完全自学一本通》,北京,电子工业出版社,2015 年。

[9] 张涛、齐永奇,《MATLAB 图像处理编程与应用》,北京,机械工业出版社,2014 年。

[10] 冯昌凤、柯艺芬、谢亚君,《最优化计算方法及其 MATLAB 程序实现》,北京,国防工业出版社,2015 年。

[11] 作者未知,

<http://wenku.baidu.com/link?url=LqfW3IT0bAlgRz47-czNVPnnMqyinBoiowBonKtDlcc1ACJhT21SyBosjaHNWQXduBzKqDB4BI4hbyg2m21HPp12XahnMVLcowTUwlpV8w0>, 2016 年 5 月 1 日。

[12] 作者未知,

[http://wenku.baidu.com/link?url=EeGCK2pkYFMXzrixbkNhImq4hk0T9g814PFdeCFp9PPfCfsF\\_r5rWrva0RVORKxYRoQ0E48xp1fmJm0eiY38MQhBkAAfQs0wQYdNd\\_Yk\\_7](http://wenku.baidu.com/link?url=EeGCK2pkYFMXzrixbkNhImq4hk0T9g814PFdeCFp9PPfCfsF_r5rWrva0RVORKxYRoQ0E48xp1fmJm0eiY38MQhBkAAfQs0wQYdNd_Yk_7), 2016 年 5 月 1 日。

[13] 作者未知,

<http://data.stats.gov.cn/easyquery.htm?cn=C01&zb=A0301&sj=2014,20165> 月 1 日。

## 附录

### 程序源代码:

```
clc %清屏, 以使结果独立显示
```

```
format short g; %设置计算精度
```

```
start = 2010; %开始的年数
```

```
Len = 40; %要计算的年数
```

```
De = 21; %维度
```

```
A = 1;
```

```
B = load('B.txt'); %各年龄组的育龄妇女在五年内的平均生育率向量
```

```

B = 0.8*B;
Sum_B = A*sum(B(1 , :));
S = load('S.txt'); %第 i 个年龄组的存活率
X0 = load('X0.txt'); %第一年的人口分布向量
Year = zeros(Len , 1);%年份
Sum = zeros(Len , 1);%人口总数
R = zeros(Len-1 , 1);%生育率
X = zeros(Len,De); %各年龄组的人口分布向量
L = zeros(De,De); %Leslie 矩阵
%初始化
X(1 , :) = X0(1 , :);
L(1 , :) = B(1 , :);
for i = 2:De
    L(i,i-1) = S(1 , i-1);
end
%计算
for i = 2:Len
    X(i , :) = X(i-1 , :) * L';
end
for i = 1:Len
    Year(i , 1) = start+i-1;
    Sum(i , 1) = sum(X(i , :));
end
Year_Sum_X = [Year Sum X];
plot(Year, Sum);

```