课程编号: A073003

北京理工大学 2007-2008 学年第一学期

2006 级线性代数试题 A 卷

班级 学号 姓名 成绩

一、(10 分) 已知
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$$
, 求行列式 $\begin{vmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & 2B \end{vmatrix}$ 。

二、(10 分) 已知 3 阶方阵
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -18 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$
 和 X 满足 $4XA^{-1} = X - A^{-1}$,求 X 。

三、(10分) 求下列线性方程组的通解

(用导出组的基础解系表示通解)

四、(10分)已知

$$\alpha_1 = (1,1,1,1)^T, \alpha_2 = (1,2,4,8)^T, \alpha_3 = (1,3,9,27)^T, \alpha_4 = (1,4,12,34)^T$$

求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩和一个极大无关组。

五、 $(10\, eta)$ 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 与 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 是4维向量空间V的两个基,从 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

到
$$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$$
 的过渡矩阵为 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 。已知向量 γ 关于基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 的坐标

为(1,-1,2,-2),求 γ 关于基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的坐标。

六、
$$(10 分)$$
已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 相似于矩阵 $B = \begin{pmatrix} -5 & \\ & -3 & \\ & & -3 \end{pmatrix}$,求可逆矩阵 P ,

使 $P^{-1}AP = B$ 。

七、(10 分) 已知欧氏空间 R^3 的一个基 $\alpha_1 = (1,2,3), \alpha_2 = (2,3,1), \alpha_3 = (1,1,-1)$,求 R^3 的一个标准正交基。

八、(10分) 求可逆线性替换, 把二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = -2x_1x_2 + x_1x_3$$

化为标准形。

九、(10分)证明: 若 n 阶方阵 A,B,C 满足: $AB=AC,B\neq C$, 则 A 不满秩。

十、(10分)举例说明: 由 $AB=AC,A\neq 0$ 不能导出B=C。