北京理工大学《数学分析 B》

2008-2009 学年第二学期期末试题(A 卷)

班级________________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 5 页，九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签名										

一. 填空(每小题 4 分，共 28 分)

1. 已知直线 $L:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-4}{n}$ 与平面 $\pi:2x-y+z=5$ 平行，则 $n=$______________，直线 L 到平面π的距离 $d=$_____________.

2. 已知方程 $x^2+y^3+z^2=4z$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$_____________，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$__________________.

3. $I=\int_0^1 dx\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}}\dfrac{1}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}dy$ 在极坐标系中的累次积分表达式为___________________，此积分的值 $I=$_______________.

4. 设 $f(u,v)$ 具有连续偏导数，且 $f_u'(u,v)+f_v'(u,v)=uv$，则 $y(x)=e^{-2x}f(x,x)$ 所满足的微分方程为________________________，此微分方程的通解为______________________.

5. 曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=1$ 围成一均匀薄片 D，其面密度 $\mu=1$，则 D 的质量 $m=$_______，质心坐标为_______________.

6. 设 $f(x)=\begin{cases} x & 0\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ 1 & \dfrac{\pi}{2}\le x<\pi \end{cases}$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$ 是 $f(x)$ 的以 2π 为周期的正弦级数，$S(x)$ 是此

级数的和函数，则 $b_2 =$ __________，$S(-\frac{\pi}{2}) =$ __________，$S(\pi) =$ __________.

7. 设曲线 $L: x^2 + y^2 = R^2$，则 $I = \oint_L (3x^2 + 5y^2 + 2x\cos y + 5\sin y + 4) dl =$ __________.

二. (8 分) 求曲面 $S: xyz = a^2$ (其中 $x, y, z > 0$)上点 $M(x, y, z)$ 处的法向量 $\vec{n}$ 以及曲面 S 在点 M 处的切平面与三坐标面所围立体的体积.

三. (9 分) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(\frac{x+1}{2})^n$ 的收敛域及和函数.

四. (9 分) 设 V 是曲面 $x^2+y^2+z^2=2z \quad (z\ge 1)$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的有界闭区域, 计算积分 $I=\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dV$.

五. (10 分) 设 $f(x,y)=x^2y+y^3-y$, 求 $f(x,y)$ 的极值点和极值.

六. (10 分) 已知沿平面任意闭曲线 L，都有 $\oint_L (2xy+\varphi(y))dx+(x-y)^2dy=0$，且 $\varphi(0)=1$，

求 $\varphi(y)$ 的表达式及积分 $I=\int_{(0,0)}^{(1,2)}(2xy+\varphi(y))dx+(x-y)^2dy$ 的值.

七. (8 分) 将 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{x}\ln(1+x^2) & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 展成 x 的幂级数，并指出收敛域.

八. (9 分) 设 S 是曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ $(1\le z\le 2)$ 的下侧，利用高斯公式计算曲面积分

$$I=\iint\limits_S x^3dydz+y^3dzdx+(z+1)dxdy\,.$$

九. (9 分) 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有二阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=a$ （$a\ge 0$ 为实数），判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}f(\frac{1}{n})$ 的敛散性，若收敛指出是条件收敛还是绝对收敛.