课程编号：A073003　　北京理工大学 2011-2012 学年第一学期

线性代数 B 试题 A 卷

班级 ________ 学号 _________ 姓名 __________ 成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2\\2&3\end{pmatrix}$，求 $\begin{pmatrix}0&A\\B&0\end{pmatrix}^{-1}$.

二、（10 分）已知矩阵 A, X 满足 $A^*XA=2XA-8I$，其中 $A=\begin{pmatrix}2&1&0\\1&1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$，$A^*$ 是 A 的伴随矩阵，I 为三阶单位方阵，求 X。

三、（10 分）求 a,b 对为何值时，下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1+\ x_2+x_3=0 \\ x_1+2x_2+3x_3=1 \\ 2x_1+x_2+(a-1)x_3=b \end{cases}$$

有唯一解？无解？有无穷多解？在有解时求其全部解，当有无穷多解时，用基础解系表示。

四、（10 分）已知向量组

$\alpha_1=(1,2,a,-2)^T,\alpha_2=(2,1,2a,2),$， $\alpha_3=(3,4,4a-1,-2)^T$，$\alpha_4=(a,\ 1,\ 1，2a-2)^T$，

其中 a 为常数，求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩和一个极大无关组;

五、（10 分）已知 $\boldsymbol{R}^3$ 的两个基：$\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(0,1,1)^T,\alpha_3=(0,0,1)^T$，

$\beta_1=(1,0,1)^T$，$\beta_2=(0,0,-1)^T$，$\beta_3=(1,2,0)^T$。

(1) 求基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵;

(2) 求向量 $\alpha=(3,2,1)^T$ 关于基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的坐标。

六、（10 分）设 A 是 3 阶方阵，它的 3 个特征值分别为 $\lambda_1=1, \lambda_2=-1, \lambda_3=2$ ，$B=A^3-5A^2$，求 $|B|$。

七、（10 分）已知向量组

$$\alpha_1=(0,0,3)^T, \alpha_2=(0,2,3)^T, \alpha_3=(1,2,3)^T$$

用 Schmidt 正交化方法，构造一组与 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 等价的标准正交向量组。

八、（10 分）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ 用正交变换将它化为标准形，并给出所用的正交变换。

九、（10 分）（1）证明：若 A、B 相似，则 A、B 有相同的特征多项式；
（2）举一个二阶矩阵的例子说明（1）的逆命题不成立。

十、（10 分）A 为三阶实对称矩阵，设 $r(A)=2$，且 $A\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

(1) 求 A 的特征值和特征向量；
(2) 求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 。