北京理工大学《数值分析》

2009-2010 学年第二学期期末试卷（B）卷（2008 级计算机系）

班级____________学号____________姓名 ____________成绩 _____________

注意：① 答题方式为闭卷。
② 可以使用计算器。
③请将填空题和选择题的答案直接填在试卷上，计算题答在答题纸上。

一、 填空题（每空 2 分，共 30 分）

1. 拉格朗日插值公式的系数和 $\sum_{i=0}^{n} a_i(x) =$____________。

2. 若函数 $f(x)=x^7+x^4+3x+5$，则 $f[0,1,2,3,4,5,6,7] =$__________。

3. 对任意初始向量 $X^{(0)}$ 和常数项 N，有迭代公式 $\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{x}^{(k)} + \boldsymbol{N}$ 产生的向量序列 $\left\{X^{(k)}\right\}$ 收敛的充分必要条件是____________。

4. 辛普生求积公式的代数精度为____________，n 个求积节点的高斯求积公式的代数精度为______________。

5. 非线性方程 $f(x)=1-x-\sin x=0$ 在[0，1]内有一个根，使用二分法求误差不大于 $0.5*10^{-4}$ 的根，需要对分的次数是________________。

6. 已知插值节点 (-1,3), (1,1), (2,-1)，则 $f(x)$ 的二次牛顿基本差商公式是 ____。

7. 设有矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$，则 $\|A\|_1=$_______。

8. 要使 $\sqrt{20} = 4.472135...$ 的近似值的相对误差小于 0.2%，至少要取______位有效数字。

9. 用牛顿下山法求解方程 $\frac{x^3}{3} - x = 0$ 根的迭代公式是__________________________，

   下山条件是___________________。

10. 用松弛法 $(\omega = 0.9)$ 解方程组 $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_2 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$ 的迭代公式是

    ____。

11. 已知 n=4 时的牛顿-科特斯系数 $C_0^{(4)}=\frac{7}{90}, C_3^{(4)}=\frac{16}{45}$, 则 $C_1^{(4)}=$ ______________ ，$C_2^{(4)}=$ ____________。

12. 三次样条插值中的自然边界条件是________________________________。

二、选择填空（每题 2 分，共 10 分）

1. 已知数 x_1=721　x_2=0.721　x_3=0.700　x_4=7*10^{-2} 是由四舍五入得到的，则它们的有效数字的位数应分别为(　　)。

A.　3，3，3，1　　　　B.　3，3，3，3

C.　3，3，1，1　　　　D.　3，3，3，2

2. 当 a (　　)时，线性方程组 $\begin{cases}10x_1-x_2-3x_3=7.2\\-x_1+7x_2+3x_3=8.3\\2x_2-4x_2+ax_3=9.2\end{cases}$ 的迭代解一定收敛。

A.　>6　　B.　=6　　C.　<6　　D.　= |6|

3. 用列主元素法求线性方程组 $\begin{cases}3x_1-x_2+3x_3=-1\\-x_1+2x_2-9x_3=0\\-4x_2-3x_2+x_3=1\end{cases}$,第 1 次消元时选择主元素为(　　)

A．3　　　　B．　4

C．−4　　　　D．−9

4. 已知多项式 P(x)过点(0,0)，(2,8)，(4,64)，(11,1331)，(15,3375)，它的三阶差商为常数 1，一阶、二阶差商均不为 0，那么 P(x)是(　　)。

A. 二次多项式　　　　B. 不超过二次的多项式

C. 三次多项式　　　　D. 四次多项式

5. 下列说法不正确的是（　）。

A.　二分法不能用于求函数 $f(x)$=0 的复根。

B.　方程求根的迭代解法的迭代函数为φ(x)，则迭代收敛的充分条件是φ(x)<1。

C.　用高斯消元法求解线性方程组 AX＝B 时，在没有舍入误差的情况下得到的都是精确解。

D.　如果插值节点相同，在满足插值条件下用不同方法建立的插值公式是等价的。

三、计算题（共 60 分）

1. 设 a 为常数，建立计算 $\sqrt{a}$ 的牛顿迭代公式，并求 $\sqrt{115}$ 的近似值，计算结果保留小数点后 5 位。（6 分）

2. 用三点高斯求积公式求 $I = \int_{-1}^{1} \sqrt{x+1.5}\,dx$ ，计算结果保留小数点后 6 位（6 分）

n	$\pm t_i$	w_i
2	0.577 350 269 2	1
3	0 0.774 596 692	0.888 888 888 9 0.555 555 555 6

3. 对线性代数方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$，请写出使雅可比迭代法和高斯－赛德尔迭代法均收敛的迭代格式，要求分别写出迭代格式（不需要迭代计算），并说明收敛的理由。（6 分）

4. 用列消元法解下面的线性方程组。（6 分）

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

5. 试用复化辛卜生公式计算定积分 $I = \int_{0.5}^{1} \sqrt{x}\,dx$ （4 等分区间）。（6 分）

6. 设 $y=sinx$，当取 $x_0=1.74, x_1=1.76, x_2=1.78$ 建立拉格朗日插值公式计算 $x=1.75$ 的函数值时，函数值 y_0, y_1, y_2 应取几位小数？　（10 分）

7. 设函数 $f(x)$ 在区间[0，3]上具有四阶连续导数，试用埃尔米特插值法求一个次数不高于 3 的多项式 $P_3(x)$，使其满足如下数据表值，并给出截断误差估计公式（10 分）

x	y	y'
0	0	
1	1	3
2	1	

8. 用 Euler 法和改进的欧拉法求解下述初值问题，取 $h=0.1$，计算到 $x=0.5$，要求计算结果保留小数点后 6 位。（10 分）

$$\begin{cases} y' = y - \dfrac{2x}{y}, \quad 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$