

## 2016 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。

③ 将所有答案答在答题纸上, 不要在试卷上答题。

### 一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 四舍五入得到近似数  $a=0.025$ , 则  $a$  有【\_\_\_\_\_】位有效数字, 相对误差为【\_\_\_\_\_】。
2. 设有一个长方形水池, 由测量知长为  $(50 \pm 0.1)\text{m}$ , 宽为  $(25 \pm 0.1)\text{m}$ , 深为  $(20 \pm 0.1)\text{m}$ , 则该水池容积的绝对误差是【\_\_\_\_\_】, 相对误差是【\_\_\_\_\_】。
3. 为提高数值计算精度, 当近似值  $x \gg 1$  时, 应将  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$  改写为【\_\_\_\_\_】。
4. 将方程  $f(x)=0$  等价变化成  $x = \varphi(x)$  后, 迭代二次得到三个相邻迭代值:  $x_0, y_1 = \varphi(x_0), z_1 = \varphi(y_1)$ , 则埃特肯加速法计算的下一迭代值  $x_1 = \text{【_____】}$ 。
5. 迭代法解方程的过程中, 结果的舍入误差通常由【\_\_\_\_\_】 (填: 第一/最后一) 次迭代计算决定。
6. 用单点弦截法求  $x^3+2x-8=0$  在  $[1,2]$  区间上的根, 应取不动点  $x_0 = \text{【_____】}$ 。
7. 强对角占优矩阵是指其对角线上元素的绝对值【\_\_\_\_\_】同行上其余元素绝对值之和的矩阵。
8. 用对分法求解方程  $f(x)=0$  在  $[0,1]$  区间上的根, 要求误差不超过  $0.5 \times 10^{-3}$ , 需对分【\_\_\_\_\_】次。
9. 设  $f(x)=3x^4+8x^3-98x+1$ , 则差商  $f[2,4,8,16,32] = \text{【_____】}$ 。
10. 计算积分  $I = \int_0^1 e^x dx$ , 要求截断误差不超过  $0.5 \times 10^{-5}$ , 若用复化梯形公式, 区间  $[0,1]$  应分【\_\_\_\_\_】等分, 若用复化辛卜生公式, 区间  $[0,1]$  应分【\_\_\_\_\_】等分。(注: 梯形公式  $R = -\frac{h^3}{12} f''(\zeta)$ , 辛卜生公式  $R = -\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\zeta)$ ,  $e$  取 2.7183)。
11. 求积公式  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{4}f(0) + \frac{3}{4}f(\frac{2}{3})$  的代数精确度为【\_\_\_\_\_】次。

12.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $\|A\|_2 = \text{【_____】}$ ,  $\|A\|_1 = \text{【_____】}$ 。

13. 辛卜生求积公式的代数精度为【\_\_\_\_\_】。

14. 向量  $X=(-2,4,-4)$ ，则  $X$  的  $\infty$ -范数  $\|X\|_\infty=$ 【\_\_\_\_\_】， $X$  的 2-范数  $\|X\|_2=$ 【\_\_\_\_\_】。

15. 已知  $f[7,5,3,1]=2$ ，则  $f(x)$  在  $x=1$  点的步长为 2 的 3 阶差分值是【\_\_\_\_\_】。

注：以下计算题每题 10 分

二、采用牛顿下山法求方程  $x^3 - 2x - 8 = 0$  的根，初始值  $x_0 = 1$ ，计算结果准确到 3 位有效数字。

三、设有方程组  $AX = B$ ，其中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 20 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 36 \\ 54 \\ 66 \end{bmatrix}$$

用克劳特消元法求方程组的解。

四、用带松弛因子  $w=1.03$  的逐次松弛法解下面的线性方程组，要求初值取  $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0$ ，计算过程中保留到小数点后 4 位。

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

五、已知  $\sin(0.32)=0.3145665606161177\dots\dots$ ， $\sin(0.34)=0.3334860921408143\dots\dots$ ，若取用 0.32 与 0.34 的值建立拉格朗日插值公式计算  $\sin(0.33)$  的近似值，问：

(1)  $\sin(0.32)$  和  $\sin(0.34)$  的值应取多少位有效数字计算合适？

(2) 根据上面的结果，应用拉格朗日插值公式计算出  $\sin(0.33)$ 。

六、按照下表的数据构造  $f(x)$  埃尔米特插值多项式  $p(x)$ ，并给出  $p(x)$  相对  $f(x)$  的余项。

$x$	1	2	3
$f(x)$	0	1	0
$f'(x)$	0		
$f''(x)$	8		

七、应用龙贝格求积方法计算积分  $\int_0^1 \sqrt{1+2x} dx$ ，计算过程中保留到小数点 4 位。