课程编号：A073003　　北京理工大学 2013-2014 学年第一学期

线性代数 B 试题 B 卷

班级 ________学号 _________姓名 __________成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，计算行列式 $|2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A}^*|$，其中 $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩。

二、（10 分）已知 $\boldsymbol{A}^*$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，且 $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^*=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}$，其中

$$\boldsymbol{A}^*=\begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & 2 \\ & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & -1 \\ & 0 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

求 $\boldsymbol{X}$ 。

三、（10 分）设有线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \quad\quad x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + (\lambda + 2)x_3 = 3 \\ x_1 + \lambda x_2 - \quad\quad 2x_3 = 0 \end{cases}$$

问：λ 取何值时，此方程组（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷解？并在有无穷多解时求通解。

四、（10 分）利用初等行变换求矩阵 $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ 列向量组的秩和一个极大无关组，并将其余列向量用极大无关组表示出来。

五、（10 分）已知 $\boldsymbol{R}^3$ 的两个基: $\boldsymbol{\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(1,1,0)^T,\alpha_3=(1,0,0)^T}$，

$\boldsymbol{\beta_1=(0,0,1)^T}$，$\boldsymbol{\beta_2=(0,1,1)^T}$，$\boldsymbol{\beta_3=(1,1,1)^T}$ 。

(1) 求基 $\boldsymbol{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵;

(2) 求所有关于这两组基有相同坐标的向量。

六、（10 分）已知 $\boldsymbol{e_1=(1,-1,1)^T,e_2=(1,1,0)^T,e_3=(1,1,1)^T}$，把 $\boldsymbol{e_1,e_2,e_3}$ 化为欧氏空间 $\boldsymbol{R}^3$ 的标准正交基。

七、（10 分）设 $\boldsymbol{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m}$ 是欧氏空间 $\boldsymbol{V}$ 的一个正交向量组，则 $\boldsymbol{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m}$ 线性无关。

八、（10 分）已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$，使得 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}$ 是对角矩阵。

九、（10 分）已知三阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \alpha \\ 2\gamma_2 \\ 3\gamma_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} \beta \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix}$, $\alpha,\beta,\gamma_2,\gamma_3$ 是三维行向量，且已知 $|\boldsymbol{A}|=18, |\boldsymbol{B}|=2,$ 求 $|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}|$。

十、（10 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶实对称矩阵，其特征值为 $1,0,-2$，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 1 和 -2 的特征向量分别是 $(1,2,1)^T$ 和 $(1,-1,a)^T$。

(1) 求 a 的值;

(2) 求方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的通解。