北京理工大学 2018-2019 学年第二学期

2017 级概率与数理统计试题（A 卷）

座号______________班级______________ 学号______________ 姓名______________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸，可撕下，考试结束后不交此页草稿纸，答案写在草稿纸上无效）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	核分
得分										
签名										

附表：

$\Phi(2.5)=0.994$, $\Phi(1.5)=0.933$, $\Phi(2.33)=0.99$，$\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(1.64)=0.95$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，

$t_{0.025}(8)=2.3060$ ，$t_{0.05}(9)=1.8331$ ，$t_{0.025}(9)=2.2622$ ，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$ ，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$ ，

$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$ ，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$ ，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$ ，$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$ ，$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$ ，

$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$

一、填空题（10 分）

得分	

1. 一名射手连续向一目标射击三次，事件 A_i 表示射手第 i 次击中目标(i=1,2,3)，则 $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}$ 表示的含义是______________________________ .

2. 设随机变量 X 的分布函数满足 $F(x)=a-e^{-x}, x>0$，则 $a=$______________.

3. 如果(X,Y)服从二维正态分布，则其边缘分布__________（一定是或不一定是）正态分布.

4. 设 $X\sim N(0,0.5), Y\sim N(0,0.5)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E|X-Y|$=______________.

5. 设随机变量 X 服从几何分布，期望为 4，则 $P(X=1)$=______________.

6. 设 $X_1,X_2,\ldots,X_n,\ldots$ 是独立同分布的随机变量序列，且有有限的期望 $E(X_k)=\mu$ 与方差 $D(X_k)=\sigma^2>0, k=1,2,\ldots$，则 $Y=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}X_k^2$ 依概率收敛到______________.

7. 设随机变量 $X\sim F(n,n)$ 且 $P(X>A)=0.3$，A>0 为常数，则 $P(X>\dfrac{1}{A})=$______________.

8. 某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数. 则被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似为______________.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 $\mu\in R$，$\sigma>0$ 未知，$\overline{X},S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为______________________ .

10. 设总体X~$N(\mu, 4^2)$，$x_1, \ldots, x_{16}$是总体X的样本值，已知假设H_0: $\mu=0$，H_1: $\mu>0$.在显著性水平$\alpha=0.01$下的拒绝域是______________.

二、（12 分）

得分	

1. 叙述两个事件互斥和独立的关系.

2. 为了防止意外，某矿内同时设有两种报警系统甲和乙，每种系统单独使用时，系统甲有效的概率为 0.92，系统乙有效的概率为 0.93. 在系统甲失灵的情况下，系统乙有效的概率为 0.85. 求：（1）发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率；（2）在系统乙失灵的情况下，系统甲有效的概率.

三、（12 分）

得分	

1.设随机变量 X 的分布函数如下：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 1/4, & -1\le x<2\\ 1/2, & 2\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$$

求（1）随机变量 X 的分布律；（2） $P(X>1)$.

2. 设随机变量 X 服从区间 $(-1,1)$ 上的均匀分布，求

（1） $P(|X|<\frac{1}{4})$；（2）设 $Y=X^2$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

四、（16 分）

得分	

设随机变量(X,Y)的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}12e^{-(3x+4y)}, & x>0,\ y>0\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

（1）求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（2）判断 X 和 Y 是否相互独立，并给出理由；

（3）求函数 $Z=\min(X,Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$；

（4）求函数 $U=3X+4Y$ 的分布函数 $F_U(u)$ 和密度函数 $f_U(u)$.

五、（14 分）

得分	

1. 叙述切比雪夫不等式.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

令 $Y=X^2$.

（1）求 $E(X)$，$D(X)$，$E(Y)$，$D(Y)$；（2）求X与Y的相关系数；

（3）判断X与Y是否相关，判断X与Y是否独立 （说明理由）.

六、（**8** 分）

得分	

设$X_1,X_2,\cdots,X_5$是来自正态总体$N(0,\sigma^2)$的简单随机样本，令$Z=\dfrac{\sqrt{3}(X_1+X_2)}{\sqrt{2(X_3^2+X_4^2+X_5^2)}}$。

(1) 求Z的分布；(2) 求Z^2的分布.（要求写出具体过程）

七、（**14** 分）

得分	

1、设总体X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & \sqrt{\alpha}<x<\sqrt{\alpha}+2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中，$\alpha>0$为未知参数。$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自该总体的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为相应的样本观测值. 求参数α的矩估计.

2. 设总体X服从以p为参数的两点分布，即其分布律为

X	0	1
P	$1-p$	p

其中 $0<p<1$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自该总体的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为相应的样本观测值。求参数p及$\beta=\dfrac{1-p}{p}$的最大似然估计.

八、（**14** 分）

得分	

1. 叙述假设检验的理论依据.

2. 某卷装卫生纸净含量按标准要求为200克/卷，已知该卷装卫生纸净含量服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$。今抽取9卷，测得其净含量样本均值$\overline{x}=197$克，样本标准差$s=4.5$克。问在显著性水平$\alpha=0.05$下，该卷装卫生纸净含量是否符合要求？

2016 级概率与数理统计试题（A 卷）

座号________________班级________________ 学号________________ 姓名________________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	核分
得分										
签名										

附表：

$\Phi(2)=0.9772$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $t_{0.025}(15)=2.1314$, $t_{0.025}(16)=2.1199$,

$t_{0.05}(15)=1.7531$, $t_{0.05}(16)=1.7459$, $\chi^2_{0.025}(4)=11.1433$, $\chi^2_{0.975}(4)=0.4844$, $\chi^2_{0.025}(5)=12.8325$,

$\chi^2_{0.975}(5)=0.8312$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.4877$，$\chi^2_{0.95}(4)=0.7107$，$\chi^2_{0.5845}(4)=2.8428$

一、填空题（12 分）

得分	

1. 设 A, B 为两个事件，则事件 $\overline{A\cup B}$ 表示 ____________________（回答该事件表示的含义）.

2. 若 $P(A)=0.6$, $P(A\cup B)=0.84$，$P(\bar{B}\mid A)=0.4$ 则 $P(B)=$________________.

3. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，用 Y 表示对 X 的 3 次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数，则 $P(Y=2)=$_____________.

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，都服从参数为 2 的泊松分布，则 $P\{X+Y=0\}=$________ .

5. 已知 $EX=-2$, $EX^2=5$，则 $D(1-3X)=$ ___________________.

6. 设随机变量 X 满足 $E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$，则由切比雪夫不等式可得 $P(|X-\mu|>3\sigma)\leqslant$_________ .

7. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立，都服从参数 $\lambda=1$ 的泊松分布，则

   $\lim\limits_{n\to\infty}P(X_1+\cdots+X_n\ge n+2\sqrt{n})=$_________________.

8. 设随机变量 ξ 和 η 相互独立且 $\xi\sim\chi^2(n), \eta\sim\chi^2(m)$，则 $E(\xi+\eta)=$_____, $D(\xi+\eta)=$______.

9. 已知一批零件的长度 X(单位：cm)服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机的取出 16 个零件，得到长度的平均值为 40cm，则 μ 的置信水平为 95%的置信区间是___________.

10. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ, σ^2 均未知，$x_1,\dots,x_5$是总体X的样本值，假设H_0: $\sigma^2=4$，H_1: $\sigma^2=1$. 在显著性水平$\alpha=0.05$下的拒绝域是$s^2\le 0.7107$，则该检验犯第一类错误的概率是_________，犯第二类错误的概率是__________.

二、（12 分）

得分	

甲、乙、丙 3 台机床各自独立的加工同一种零件，已知甲机床加工的零件是一等品而乙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{4}$，乙机床加工的零件是一等品而丙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{12}$，甲、丙两台机床加工的零件都是一等品的概率为 $\frac{3}{20}$.

1. 分别求甲、乙、丙 3 台机床各自加工的零件是一等品的概率；
2. 从甲、乙、丙加工的零件中各自取一个检验，求至少有一个一等品的概率.

三、（16 分）

得分	

1. 设离散型随机变量 X 的分布律为

X	-2	-1	1	3
P_k	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	c

令 $Y = X^2$.

（1）确定常数 c 的值；（2）求 $\boldsymbol{Y}$ 的分布律；（3）求 $\boldsymbol{Y}$ 的分布函数。

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x}, & x\geq 0, \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

求（1）常数 A，B 的值；（2）$P\{X\leqslant 2\}$，$P\{X>3\}$；（3）X 的概率密度函数 $f(x)$.

四、（14 分）

得分	

设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D=\{(x, y): x>0, y>0, 2x+y\leqslant 2\}$ 上服从均匀分布.

1. 写出 (X, Y) 的联合概率密度函数 $f(x, y)$；
2. 求 X 和 Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断 X 和 Y 是否相互独立（说明理由）；
3. 求 $Z = X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

五、（14 分）

得分	

设二维随机变量 (X, Y)，已知 $EX=1$，$EY=0$，$DX=4$，$DY=1$，$\rho_{XY}=\frac{2}{3}$，令 $Z=2X-3Y$。

试求：1. EZ，DZ；2. $cov(X, Z)$，ρ_{XZ}；3. 判断 X 与 Z 是否独立，为什么？

六、（8 分）

得分	

设总体 X 和总体 Y 相互独立，且均服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 是来自总体 X 的一个样本，$Y_1,Y_2,\cdots,Y_5$ 是来自总体 Y 的一个样本，令 $\bar{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$，　$S_X^2=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^2$。

问 $\dfrac{10(\bar{X}-\mu)^2+9S_X^2}{2\sum_{i=1}^{5}(Y_i-\mu)^2}$ 服从什么分布？并给出证明.

七、（12 分）

得分	

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}}, & x>0,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为相应的样本观测值. 求 1. 参数 θ 的矩估计；2. 参数 θ 的最大似然估计.

八、（12 分）

得分	

已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布 $N(\mu, 0.048^2)$。今抽取5根纤维，测得其纤度的样本均值 $\bar{x}=1.414$, 样本方差 $s^2=0.00778$。问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，这天纤度的波动是否正常？