

## 2013 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷



班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。

③ 请将填空题的答案直接填在试卷上, 计算题答在答题纸上。

## 一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 经过四舍五入得到近似数  $x_1=1.21$ ,  $x_2=3.65$ ,  $x_3=9.81$ , 则由它们计算的  $\frac{x_1 x_2}{x_3}$  的相对误差限为【\_\_\_\_\_】。
2. 要使  $\sqrt{13}$  的近似值的相对误差不超过 0.1%, 至少要取【\_\_\_\_\_】位有效数字。
3. 用 Taylor 级数  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$  计算  $\cos 1$ , 如果要有 9 位有效数字, 需要在级数中计算到的最后一项为【 $\frac{(-x)^{l-1}}{(l-1)!}$ 】, 并且级数运算中每项要取【\_\_\_\_\_】位有效数字。
4. 为求方程  $f(x)=x^3-x^2-1=0$  在区间  $[1,2]$  的解, 首先构造迭代函数  $\varphi(x)=x+f(x)=x+x^3-x^2-1$ ; 其次使用对分法选取初值, 若要求初值的误差限不大于 0.1 要对分【\_\_\_\_\_】次; 最后使用埃特肯法, 取初值  $x_0=1.45$ , 埃特肯迭代一次后的值  $x_1=$ 【\_\_\_\_\_】。(计算中保留到小数点后 5 位)
5. 若用复化梯形公式计算积分  $I = \int_0^1 e^x dx$ , 区间  $[0,1]$  至少应分【\_\_\_\_\_】等分才能使截断误差不超过  $0.5 \times 10^{-5}$ 。

6. 线性方程组  $AX=B$  的系数矩阵  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , 当采用雅克比迭代法求

解时, 迭代矩阵的谱半径为【\_\_\_\_\_】, 该迭代法【\_\_\_\_\_】(填: 收敛或发散); 当采用高斯—赛德尔迭代法求解时, 迭代矩阵的谱半径为【\_\_\_\_\_】, 该迭代法【\_\_\_\_\_】(填: 收敛或不发散)。

7.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.9 \\ 0.4 & 1 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\|A\|_\infty =$ 【\_\_\_\_\_】。

8.  $X=(3, 4, 12)$ ,  $\|X\|_2=$ 【\_\_\_\_\_】。

9. 使用平方根法解线性方程组的条件为【\_\_\_\_\_】。

10. 用迭代法求解线性方程组 
$$\begin{cases} 10x_1 + x_3 - 5x_4 = -7 \\ x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 + x_4 = 23 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 17 \end{cases}$$
, 采用带松弛因子  $\omega=0.5$

的逐次松弛法的迭代公式为

【\_\_\_\_\_】。

11. 设  $I(f) = \int_0^2 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$ , 用 3 阶代数精度的高斯求积公式计算积分近似值需要

取【\_\_\_\_\_】个结点。

12. 填写如下差商表

$x_0=0.0$	$f[x_0]=$ 【_____】		
$x_1=0.4$	$f[x_1]=$ 【_____】	$f[x_0, x_1]=$ 【_____】	
$x_2=0.7$	$f[x_2]=6$	$f[x_1, x_2]=10$	$f[x_0, x_1, x_2]= \frac{50}{7}$

13. 在用带松弛因子的逐次松弛法解线性方程组  $AX=b$  时, 若松弛因子  $\omega$  满足【\_\_\_\_\_】时, 则迭代一定发散。

## 二、 计算题 (每题 10 分, 共 60 分)

1. 用 Newton 法求方程  $x-\ln x=2$  在区间  $(2, +\infty)$  内的近似解。(计算中保留到小数点后 5 位)

2. 已知函数  $f(x)$  的如下数据, 根据表中数据利用斯梯林插值公式计算  $f(0.42)$  的近似值。(计算中保留到小数点后 5 位)

$x_i$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
$f(x_i)$	1.00000	1.22140	1.49182	1.82212	2.22554

3. 用高斯-赛德尔迭代法解下列线性方程组，初始向量  $X^{(0)}=(0,0,0)^T$ ，计算过程保留小数后 4 位。

$$\begin{cases} -5x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 = 32 \end{cases}$$

4. 利用龙贝格公式计算定积分  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$ ，计算结果保留小数点后 5 位。

5. 用高斯消元法解下列方程。

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 9 \\ 4x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 15x_4 = 23 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 18x_4 = 22 \\ 6x_1 + 15x_2 + 18x_3 + 40x_4 = 47 \end{cases}$$

6. 已知函数  $y=f(x)$  有关数据如下：

$x_i$	0	1	2
$f(x_i)$	0	1	1
$f'(x_i)$	0	1	

构造埃尔米特插值多项式。