

课程编号: MTH17003

北京理工大学 2009-2010 学年第一学期

## 工科数学分析期末试题(A 卷)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(本试卷共 6 页, 九个大题, 试卷后面空白纸撕下做草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签名										

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 28 分)

1. 设  $e^y = xy + e$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_,  $\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_.

2.  $I_1 = \int_e^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx$  与  $I_2 = \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$  中收敛的为 \_\_\_\_\_, 其值等于 \_\_\_\_\_.

3.  $\int_{-1}^1 3\sqrt{1-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_,  $\int_{-1}^1 x\sqrt{1-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

4. 变量代换 \_\_\_\_\_ 能将微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2 + 3xy}$  化成可分离变量的微分方程, 所得可分离变量的微分方程为 \_\_\_\_\_.

5. 曲线  $xy = a$  ( $a > 0$ ) 与直线  $x = a$ ,  $x = 2a$  及  $x$  轴所围成图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V_1 =$  \_\_\_\_\_, 绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V_2 =$  \_\_\_\_\_.

6. 函数  $f(x) = xe^x - \cos x$  的带佩亚诺余项的 4 阶麦克劳林公式为

$f(x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $y = \frac{x^3}{2}$  是微分方程  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = x^2$  的解, 则  $P(x) =$  \_\_\_\_\_, 此微分方程的通解为  $y =$  \_\_\_\_\_.

二. (9 分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)e^x + x + 2}{\sin^3 x}$ .

三. (9 分) 求不定积分  $\int x \ln(1+x) dx$ .

四. (9 分) 当船的速度为  $6\text{m/sec}$  时, 船的推进器停止工作, 5 秒后船的速度减至一半, 已知船所受到的阻力与船的速度成正比, 求船的速度随时间的变化规律.

五. (8 分) 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x > 0 \\ 0 & x = 0, \text{ 求 } f'(x). \\ \frac{1 - \cos x^2}{x} & x < 0 \end{cases}$

六. (13 分) 设函数  $f(x)$  连续, 且满足  $f(x) = e^{-x} + \int_0^x (t-x)f(t)dt$ , 求  $f(x)$  的表达式.

七. (8 分) 一贮水池的上部是高  $h = 2 \text{ m}$ , 半径  $R = 1 \text{ m}$  的圆柱体, 下部是半径  $R = 1 \text{ m}$  的半球体, 已知半球体部分装满了水, 圆柱体部分没有水, 如果将水从池中全部抽出, 求所作的功(水的密度  $\mu = 1000 \text{ kg/m}^3$ ).

八. (8 分) 设函数  $f(x)$  在  $[0, 3]$  上可导, 且  $f(3) = -1$ ,  $\int_1^2 f(x) dx = 1$ , 证明在  $(0, 3)$  内存在  $\xi$ , 使  $\xi f'(\xi) + f(\xi) = 0$ .

九. (8 分) 设  $f(x)$  有连续导数, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + f'(x)}{e^x - 1} = 2$ ,  $f(0) = 0$ , 证明  $x = 0$  是  $f(x)$  的驻点, 并判断  $f(0)$  是否为  $f(x)$  的极值, 若是极值, 指出是极大值还是极小值.