北京理工大学2017-2018学年第一学期《工科数学分析》（上）期末试题(A卷)

**标准答案及评分标准 2018年1月12日**

一、填空（每小题4分，共20分）

1．

2．

3. 

4 . 

5. 

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 解：

 ****

 **…………. 2分**

** …………. 4分**

 **…………. 5分**

注：此题也可以用泰勒公式。

2. 解： **…………. 2分**



 **…………. 4分**

因此，. **…………. 5分**

3.解： 原式   **…………. 2分**





 **…………. 5分**

4. 解: 令，则  **…………. 2分**

代入原方程，得：

分离变量法得：  **…………. 4分**

将代入上式，

得通解为：. **…………. 5分**

三、解: 由条件知： 得

 **…………. 4分**

 **…………. 6分**



 **…………. 8分**

四、解:   **…………. 2分**



所以数列单调递减有下界， 存在.  **…………. 4分**

设则有得 （舍去）

所以，  **…………. 6分**

五、解:定义域

，； ，. **…………. 2分**

列表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **-** |  | **-** |  | **+** | 不存在 | **-** |
|  | **-** |  | **+** |  | **+** |  | **+** |
|  |  | 拐点 |  | 极小值 |  | 间断点 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

, 有水平渐近线：

, 有垂直渐近线： **…………. 8分**

六、解：（1）画草图，解交点



 **………….2分**

 **………….4分**

（2） **………….6分**

 **………….8分**

七、解: 建立坐标系, 使细杆位于区间上, 质点位于处.

(1)  **………….2分**

 **………….4分**

(2) 当质点向右移至距杆端处时，细杆与质点间的引力为



将质点由处移到处与无穷远处时克服引力所做的功分别记作和.

 **………….6分**

积分得 

 **………….8分**

八、解：由麦克劳林公式,  …………….**2分**

其中在与之间，从而 



两式相减，得  **…………….5分**

在上连续，所以在上必有最小值和最大值

从而  …………….**7分**

由介值定理，至少存在一点 使得

 …………….**8分**

九、解：

上式两端对求导，得： …………….**2分**

再对求导得：，

则满足初值问题： …………….**4分**

对应齐次方程的通解为：

设非齐次方程的特解为：, 代入原方程，得：

解得： …………….**6分**

通解为：

由初始条件，得：

所以  …………….**8分**

十、证明: 构造辅助函数   **……………. 2分**

有 

在上连续,由零点定理可知,至少存在一点

使得   **……………. 4分**

又因为在上连续,在内可导,且



由罗尔定理可知,存在 使，即

  **……………. 6分**