

基于 BP 神经网络的自适应偏置比例导引

刘畅^{1 2} 王江^{1 2} 范世鹏^{1 2} 李伶³ 林德福^{1 2}

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学 中国-阿联酋智能无人系统“一带一路”联合实验室, 北京 100081;
3. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854)

摘要: 针对传统的解析偏置比例导引在大范围机动时制导精度较差的缺陷, 提出一种基于反向传播(BP)神经网络的自适应偏置比例导引律, 通过 BP 神经网络在线精确求解偏置项。深入分析解析形式的求解偏置项的误差情况, 论证不同参数对偏置项求解误差的影响。证明了参数与偏置项间存在的一一映射关系, 采用 BP 神经网络对该映射进行高精度的拟合逼近。对多维输入参数进行灵敏度分析, 以此为依据, 为 BP 神经网络在参数空间批量化生成均衡样本。建立基于 BP 神经网络的偏置项求解模型, 采用 Adam 学习方法对网络进行训练, 并从理论上证明了制导律的稳定性。随后对训练效果进行测试, 并对所提出的方法进行数学仿真验证。仿真结果表明: 所提方法能在有限计算代价下有效提升制导精度, 在不考虑弹体动力学情况下, 终端角度误差均值仅为 0.024° , 可为工程应用提供参考。

关键词: 偏置比例导引; 映射关系; 灵敏度分析; BP 神经网络

中图分类号: TJ765.3 文献标志码: A 文章编号: 1000-1093(2022)11-2798-12

DOI: 10.12382/bgxb.2021.0594

BP Neural Network-Based Adaptive Biased Proportional Navigation Guidance Law

LIU Chang^{1 2}, WANG Jiang^{1 2}, FAN Shipeng^{1 2}, LI Ling³, LIN Defu^{1 2}

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2. Beijing Institute of Technology, China-UAE Belt and Road Joint Laboratory on Intelligent Unmanned Systems, Beijing 100081, China; 3. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China)

Abstract: To address the drawback of traditional analytical biased proportional guidance with poor guidance accuracy when maneuvering in a wide range, an adaptive biased proportional guidance law based on BP(Back propagation) neural network is proposed. The bias term is accurately solved online through the BP neural network. Firstly, the error of solving bias term in analytic form is investigated. Specifically, the influence of different parameters on the solution error of bias term is demonstrated. Secondly, the mapping relationship between parameter and constant term is proved. BP neural network is used to fit the mapping accurately. Thirdly, sensitivity analysis was performed for multidimensional input parameters, on this basis, equilibrium samples for BP neural network in parameter space batch are generated. Finally, the bias term solution model based on BP neural network is established and Adam learning method is used to train the network. In addition, the stability of the guidance law is proved in theory. The effectiveness of

收稿日期: 2021-09-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(61827901)

作者简介: 刘畅(1992—), 男, 博士研究生。E-mail: kayanomaaya@126.com

通信作者: 范世鹏(1986—), 男, 助理研究员。E-mail: fspzxm@sina.com

the training is tested and verified by mathematical simulation. The simulation results show that the proposed method can be implemented with limited computational cost and effectively improve guidance accuracy and the average impact angle error is 0.024° . This paper provides a reference for engineering application.

Keywords: biased proportional navigation guidance law; mapping; sensitivity analysis; back propagation neural network

0 引言

随着现代战场环境的日益复杂,作战需求给制导问题带来了一些特殊的限制。在对地目标攻击等制导问题中,为保证杀伤效果、提高战斗部效能,需要以特定角度攻击目标薄弱部位^[1-3]。

目前,一些最优制导律由于无法得到解析解而在工程中难以应用,传统比例导引律^[4](PNG)具有所需信息量少、结构简单等优点,工程上得到广泛应用。传统 PNG 无法对终端交会角进行约束,有学者在此基础上提出了偏置比例导引律^[5](BPNG)。Kim^[6]最先将 BPNG 引入解决终端交会角约束问题上,设计的时变偏置项与剩余飞行距离相关。文献[7]设计了一种不含线性近似项并将 PNG 与终端交会角误差进行反馈的 BPNG,所设计的制导律中包含剩余飞行时间。文献[8]为提高反坦克导弹的毁伤效果,设计了一种 BPNG 并研究对法向过载的影响,所设计的 BPNG 同样需对剩余时间进行估计。文献[9]为解决前置角变化较大的问题,设计了一种可满足初始前置角及终端交会角的 BPNG,并给出应用该制导律时所需剩余飞行时间估计的方法。以上文献所设计的 BPNG 均需对剩余飞行时间进行估计,准确性直接影响终端交会角的精度,且推导时采用小角假设等条件,在大范围机动时并不能成立。若采用红外制导弹药,则在硬件需求上会产生额外的问题^[10]。因此,无需估算飞行剩余时间的 BPNG^[11-12]优势更加明显。

常值偏置比例导引(CBPNG)即在 BPN 基础上扩展带有常数值的偏置项,CBPNG 可分为两部分,一部分是传统 PN,实现零控脱靶量(ZEM);另一部分为带有常数项的偏置项,实现对终端交会角的约束。CBPNG 结构简单、无需复杂的计算,尤其是无需估算飞行剩余时间,在工程上较有优势。偏置项精确程度直接影响制导精度,应用全程 CBPNG 时,仍需对飞行总时间进行估计。通过公式不难发现,常数值与前置角、终端交会角、比例系数、飞行距离、速度等存在映射关系。神经网络^[13](NNs)在拟合

逼近复杂映射关系方面拥有显著的优势。因此,对于上述映射关系,利用神经网络进行拟合,无需对飞行时间进行估计,从而提高终端角度与位置的精度。

随着人工智能技术的不断发展,很多学者将神经网络方法应用在制导问题上。文献[14]利用 BP 神经网络逼近变系数非齐次弹道微分方程解算,实现了潜地导弹落点的快速计算。文献[15]应用神经网络实时估计目标运动信息,使制导律自适应调整参数,减少三维运动模型中的耦合干扰,从而提高制导律的鲁棒性。文献[16]应用门循环单元神经网络,将敌我双方运动信息作为输入进行训练,解决了敌方拦截弹制导律辨识问题。文献[17]设计了一种考虑扰动随机性的神经网络制导律,神经网络可对出现的扰动进行在线补偿。文献[18]应用神经网络提出一种预测校正容错制导算法,解决了故障条件下高超声速飞行器的容错制导问题。将升力系数、阻力系数的变化量作为输入量,通过神经网络预测落点,可避免传统算法中需大量进行积分运算的问题。文献[19]通过飞行仿真得到的当前、未来态势及控制量作为样本,经深度神经网络训练,训练完毕的模型可根据当前信息快速预测未来态势,并能对空战态势进行评估。

本文针对以设定的终端交会角精确打击目标的实际需求,提出一种基于 BP 神经网络的偏置比例导引(NNCBPNG)方法,利用 BP 神经网络拟合包括期望终端交会角 θ_f 在内的多元参数与偏置项之间的映射关系,从而实现在线求解偏置项。首先,建立相对运动学数学模型,证明了常值偏置项与期望终端交会角之间存在一一映射关系;然后,针对前置角、终端交会角等参量对偏置项的影响,进行灵敏度分析,得到针对不同参数的样本采样策略。以初始条件与期望终端交会角作为输入,以偏置项作为标签,采用上述采样策略,构建参数均衡的样本库。随后,采用 Adam 学习律,对 BP 神经网络进行训练。最后,将训练完毕的网络与传统的解析求解进行对比,验证了本文方法可快速得到偏置项常数,制导精度更高。

1 运动学建模及偏置比例导引的分析

1.1 运动学建模及偏置导引推导

考虑带落角约束的精确制导场景,图 1 为导弹 M 与目标 T 之间的相对运动几何关系。图 1 中, v 为导弹速度,假设速度为常值; θ 为弹道倾角, q 为弹目视线角, η 为导弹速度与弹目视线(LOS)的夹角, a_M 为导弹的加速度指令。

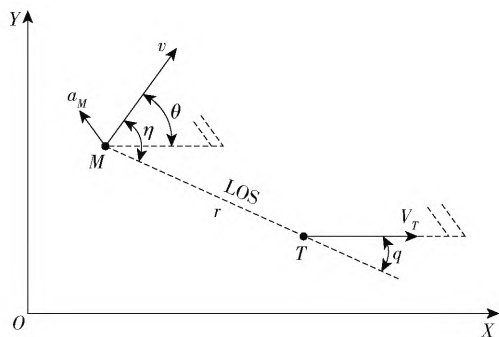


图 1 弹目之间角度关系

Fig. 1 Relative geometry between missile and target

弹目相对运动方程为

$$\dot{r} = -v \cos \eta \quad (1)$$

$$r \dot{q} = -v \sin \eta \quad (2)$$

$$\ddot{q} = \frac{-2\dot{r}\dot{q}}{r} - \frac{a_M q}{r} \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = \frac{a_M}{v} \quad (4)$$

式中:

$$a_{Mq} = a_M \cos(\theta - q) \quad (5)$$

存在角度关系为

$$\eta = \theta - q \quad (6)$$

为达到期望的终端交会角, BPNG 理论引入一个常值偏置, 其大小与初始条件和终端条件均有关。

可将弹道倾角角速度表示为

$$\dot{\theta} = N \dot{q} + b \quad (7)$$

式中: b 为角度控制的偏置项, 在 CBPNG 中为常数, N 为比例系数。此时 a_M 为

$$a_M = V_M \dot{\theta} = V_M N \dot{q} + V_M b \quad (8)$$

对于(8)式可理解为

$$a_M = a_N + a_b \quad (9)$$

式中: a_N 为 PNG 部分, 用以减小零效脱靶量; a_b 为偏置项部分, 可将终端交会角收敛于期望值。

1.2 解析偏置比例导引误差分析

对(7)式进行积分, 得

$$\theta(t) - \theta_0 = N(q(t) - q_0) + \int_0^t b dt \quad (10)$$

式中: θ_0 为初始弹道倾角, 当 t 为终端时间 t_f 时, (10) 式变为:

$$\theta_f = \theta_0 + N(q_f - q_0) + \int_0^{t_f} b dt \quad (11)$$

θ_f 为终端交会角, q_f 为终端弹目视线角。对于地面固定目标, 终端速度方向指向弹目视线方向, 有 $\theta_f = q_f$, 代入(11)式可得终端交会角:

$$\theta_f = \frac{Nq_0 - \theta_0 - \int_0^{t_f} b dt}{N - 1} \quad (12)$$

由(12)式可知, 通过调整偏置比例导引中的偏置项 b 大小, 即可实现终端交会角 θ_f 的控制。

若采用 CBPNG, 则偏置项常数与终端角之间的关系为

$$b = \frac{Nq_0 - \theta_0 - (N - 1)\theta_f}{t_f - t_0} \quad (13)$$

若采用全程偏置比例导引, 则公式中 $t_f - t_0$ 为飞行总时间。文献[6]提出求飞行总时间的传统方式:

$$t = t_f - t_0 = r/v \quad (14)$$

应用(14)式计算时需对速度、弹目距离进行精准测量, 其精度直接影响常数选取的误差。且(13)式的推导过程中应用小角假设等假设条件, 同样会对常数的选取产生误差。

下面讨论当 q_f (或 θ_f)、 q_0 及距离 r 变化时对偏置项常数 b 的影响。为减少与偏置项相关的自变量, 这里仅关注 $q_f - q_0$ 的相对变化量, 即 $q_r \triangleq q_f - q_0$ 。

由(13)式得出的常数表示为 \tilde{b} , 实际(由弹道程序得出)为 b , 则误差 \tilde{b} 如(15)式所示:

$$\tilde{b} = \bar{b} - b \quad (15)$$

对于 q_r 的灵敏度分析, 设置的仿真参数见表 1。

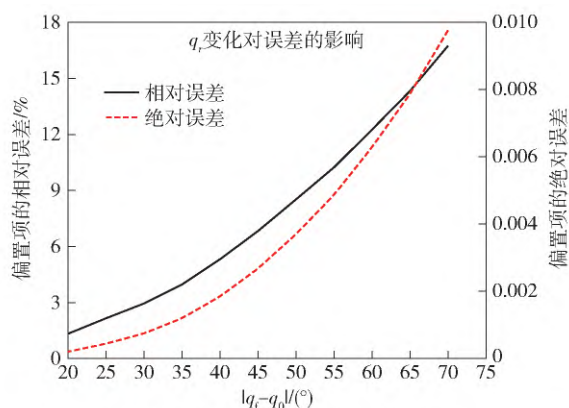
表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

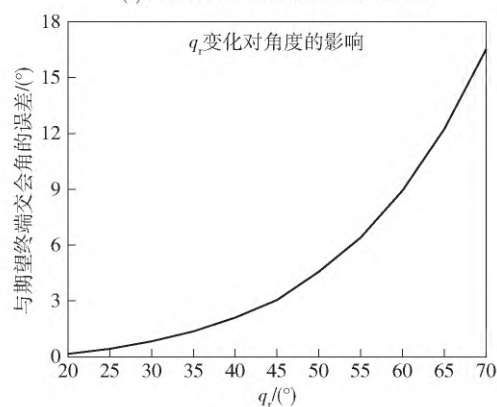
导弹坐标 (x y) / m	目标坐标 (x y) / m	导弹速度 $v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	初始发射角 $\theta_0 / (^\circ)$	导航系数 N
(0 0)	(10 000 0)	300	-70	3

选取视线角变化量 q_r 的取值范围为 $(30^\circ \sim 90^\circ)$, 此变量与 \tilde{b} 的关系如图 2 所示。

如图 2 所示, 当逐渐增大时, \tilde{b} 逐渐增大。通过(13)式计算的终端交会角与期望终端交会角之间的误差随着 q_r 增大而增大。这表明在角度变化较小



(a) 变化引起偏置项的相对误差与绝对误差
(a) Bias relative error and absolute error



(b) 终端角度误差
(b) Terminal angle error

图 2 视线角变化量对 \tilde{b} 的影响

Fig. 2 Influence of LOS angle variation on \tilde{b}

时,应用(13)式计算偏置项常数 \tilde{b} 的精度较高,但角度逐渐增大时,误差会逐渐增大,换句话说,对于大范围机动的精确打击场景,传统的解析偏置比例导引的制导精度将会严重恶化。

对于初始距离 r_0 ,仿真参数见表 2。

表 2 仿真参数

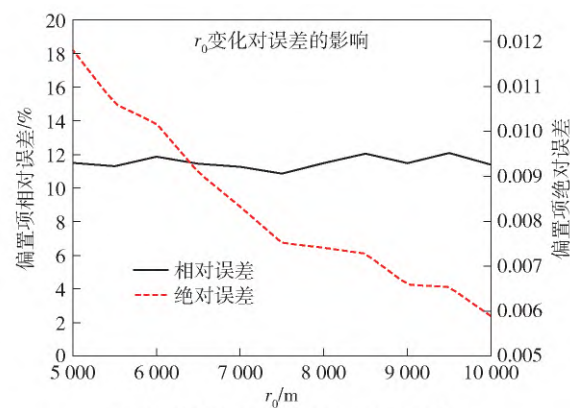
Tab. 2 Simulation parameters

导弹坐标 (x, y) / m	导弹速度 v / (m·s ⁻¹)	初始发射角 θ_0 / d°	期望终端交 会角 θ_f / (°)	导航系数 N
(0, 0)	300	10	-70	3

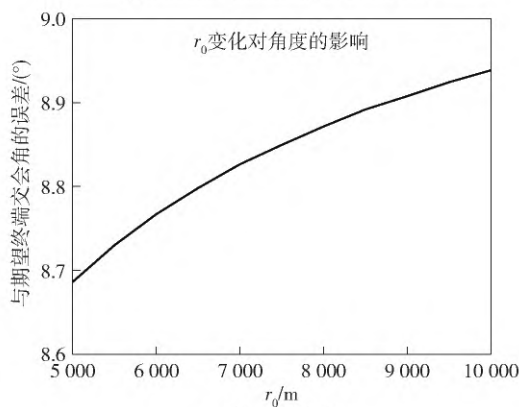
与上述分析方法一致,选取 r_0 的范围为(5 000 ~ 10 000 m) r_0 与 \tilde{b} 的关系如图 3 所示。

如图 3 所示 r_0 增大时对 \tilde{b} 的选取有一定影响,但相较于 q_t 影响较小。

由上述分析可知,(13)式存在误差,尤其是当 q_t 相差较大时。初始弹目距离较远时,公式存在的误差同样不可忽视。目前对于飞行总时间的求解方



(a) 变化引起偏置项的相对误差与绝对误差
(a) Bias relative error and absolute error



(b) 终端角度误差
(b) Terminal angle error

图 3 r_0 对 \tilde{b} 的影响

Fig. 3 Influence of r_0 on \tilde{b}

式均存在一定的误差。由(13)式可知,偏置项常数 b 与 $N, q_0, \theta_0, \theta_f, r_0$ 等存在非线性映射关系。神经网络在拟合非线性映射问题上有较大优势。因此,本文在不估计或求解飞行总时间的情况下,采用神经网络表征 $N, q_0, \theta_0, \theta_f, r_0$ 与偏置项 b 的映射关系。

2 模型与样本建立

2.1 映射分析

若应用神经网络解决上述问题,需要证明偏置项常数 b 与 θ_f 等存在映射关系。下面将给出映射关系的证明。(13)式可转化为

$$\theta_f = \frac{Nq_0 - \theta_0}{N-1} - (t_f - t_0)(N-1)b \quad (16)$$

上述公式存在误差是由于小角度假设及对飞行总时间估算不准确产生的。对于实际对应关系,可加入角度、时间的偏差项 $\Delta\eta$ 及 Δt 进行补偿。将(14)式及 $\Delta\eta, \Delta t$ 代入(16)式,得:

$$\theta_f = \frac{Nq_0 - \theta_0 + \Delta\eta}{N-1} - \left(\frac{r}{v} + \Delta t \right) (N-1)b \quad (17)$$

式中: N, q_0, θ_0, r_0, v 等初始参数均已知, 可看作是常数。 θ_f 在通常情况下取负值, 则(17)式变为

$$|\theta_f| = \left(\frac{r}{v} + \Delta t \right) (N-1)b - \frac{Nq_0 - \theta_0 + \Delta\eta}{N-1} \quad (18)$$

$\Delta\eta$ 及 Δt 具体数值虽未知, 但不会影响参数的正负, 因此 $\left(\frac{r}{v} + \Delta t \right) (N-1)$ 、 $\frac{Nq_0 - \theta_0 + \Delta\eta}{N-1}$ 均为正值。由(18)式可知, $|\theta_f|$ 是关于 b 的严格单调递增函数, 而严格单调函数存在一一映射关系。因此, 在给定 q_0, θ_0 和 r_0 时, 可证出 $|\theta_f|$ 与 b 是一一映射关系。 $|\theta_f|$ 与 b 之间的关系如(19)式所示:

$$\theta_f = f(r_0, N, q_0, \theta_0, b) \quad (19)$$

定理 1 设 $y = f(x)$, $x \in D$ 严格增(减), 则 f 必有反函数 f^{-1} , 且 f^{-1} 在其定义域内 $f(D)$ 上也是严格单调函数。

定理 1 证明: f 在 D 上严格增, 因此任一 $y \in f(D)$, 有 $x \in D$ 使 $f(x) = y$ 。

若 $x_1 \in D$ 有, 且 $x_1 \neq x$, 使 $f(x_1) = y$; 则 $y = f(x)$ 非严格增; 所以对每一个 $y \in f(D)$, 有唯一的一个 $x \in D$ 使 $f(x) = y$; 从而函数 f 存在反函数 $x = f^{-1}(y)$, $y \in f(D)$ 。

对于任意的 $y_1, y_2 \in f(D)$, $y_1 < y_2$, 设 $x_1 = f^{-1}(y_1)$, $x_2 = f^{-1}(y_2)$, 则 $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$, 当 f 在 D 上严格增时 $x_1 < x_2$, 即 $f^{-1}(y_1) < f^{-1}(y_2)$, 则 f^{-1} 在其定义域 $f(D)$ 也是严格增函数。当 f 在 D 上严格单调减时 $x_1 > x_2$, 即 $f^{-1}(y_1) > f^{-1}(y_2)$, 则 f^{-1} 在其定义域 $f(D)$ 上也是严格减函数。

由定理 1 可知, 式(19)的反函数同样是严格递增函数, 则同样有 $|\theta_f|$ 与 b 存在一一映射关系, 如(20)式所示:

$$b = f^{-1}(f_0, N, \theta_0, q_r) \quad (20)$$

对于(19)式、(20)式可近似为逆变换, 在理想情况下, 反演是精确的。但由于近似变换或参数的发生变化, 导致逆过程出现反演误差。神经网络可用于表示该非线性逆变换, 在离线训练时使用精确的数学模型进行训练, 该模型可提供适应总飞行包络线的近似反演, 从而使神经网络在线补偿该反演误差。

若将输入中每个维度的所有数据作为样本, 会导致样本量过多, 使计算量大大增加。每个维度对 b 的影响并不相同, 因此可对每个维度进行灵敏度分析, 选择合适的样本间隔, 采用不同的样本策略, 可在保证精度的情况下减少计算量。

2.2 灵敏度分析

在优化理论中, 常常利用灵敏度分析研究原始数据不准确或发生变化时最优解的稳定性^[20]。通过灵敏度分析可得出参数对系统或模型的影响程度。

本节主要分析 r_0, N, θ_0, q_r 等参数变化对偏置项常数敏感程度的影响。对(20)式进行求导, 得

$$\dot{b} = \dot{f}^{-1}(r_0, N, \theta_0, q_r) \quad (21)$$

根据 2.1 节的分析可知, b 与 r_0, N, θ_0, q_r 存在映射关系, 即存在函数关系, 因此(21)式可展开为

$$\partial b = \frac{\partial b}{\partial r_0} \frac{\partial r_0}{\partial t} + \frac{\partial b}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial b}{\partial \theta_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial t} + \frac{\partial b}{\partial q_r} \frac{\partial q_r}{\partial t} \quad (22)$$

根据(13)式和(16)式, 可将(22)式进行展开, 得

$$\partial b = -\frac{(Nq_r - \theta_0 + \Delta\eta)v}{r_0^2} - \frac{q_r v}{r_0} - (N+1) \left(\frac{r_0}{v} + \Delta t \right) \quad (23)$$

由于(23)式中 $\Delta\eta, \Delta t$ 是未知参数, 无法得到此方程的解析解。但可通过仿真验证的方式判断每个参数的变化对偏置项常数 b 的影响程度。

建立数据库, 给出(20)式中每个维度的边界。4 个维度的边界分别为 $r_0 \in (5, 10)$ km, $N \in (2, 4)$, $\theta_0 \in (10, 20)$ deg, $q_r \in (-40, -70)$ deg。

分析 r_0 的灵敏程度。将其它 3 个维度 (N, θ_0, q_r) 分为 3 个层次, 标记为 $f^{-1}(r_1), f^{-1}(r_2), f^{-1}(r_3)$, 参数分别为 $(3, 10^\circ, -40^\circ); (3, 15^\circ, -55^\circ); (3, 20^\circ, -70^\circ)$, 3 个参数代表下限、中值、上限。将 3 种情况分别进行仿真, 结果如图 4 所示。

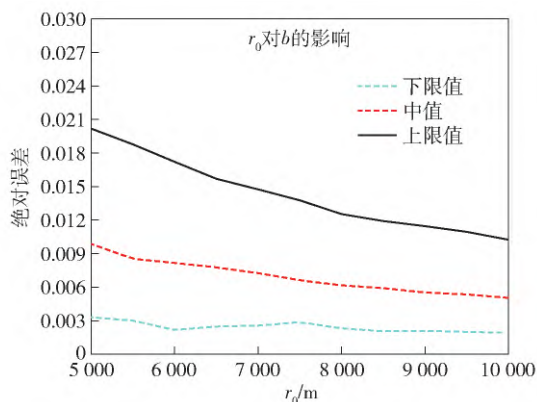


图 4 r_0 对 b 的影响

Fig. 4 Influence of r_0 on b

从图 4 中可以看出, 无论下限值、中值还是上限值, r_0 变化对 b 值的影响相对较小, 即灵敏度较低。但整体呈下降趋势, 因此 r_0 取值较小时, 样本

选取间隔应较小。 r_0 取值较大时,样本选取间隔应较大。

下面分析 b 的灵敏程度。将其他 3 个维度(r_0 , N , q_r) 分为 3 个层次,标记为 $f^{-1}(\theta_1)$, $f^{-1}(\theta_2)$, $f^{-1}(\theta_3)$, 参数分别为(5 000 m, 3° , -40°); (7 500 m, 3° , -55°); (10 000 m, 3° , -70°)。3 个参数代表下限、中值、上限。将三种情况分别进行仿真,得到的结果如图 5 所示。

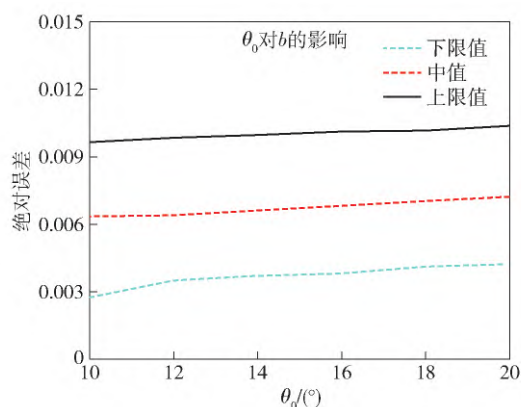


图 5 θ_0 对 b 的影响

Fig. 5 Influence of θ_0 on b

从图 5 可以看出,无论是下限值、中值还是上限值, θ_0 变化对 b 值的影响相对较小,即灵敏度较低。且整体呈平缓趋势,因此选取样本 θ_0 时间间隔可较大。

下面分析 q_r 的灵敏程度。将其他 3 个维度(r_0 , N , q_r) 分为 3 个层次,标记为 $f^{-1}(q_{r1})$, $f^{-1}(q_{r2})$, $f^{-1}(q_{r3})$, 参数分别为(5 000 m, 3° , 10°); (7 500 m, 3° , 15°); (10 000 m, 3° , 20°)。3 个参数代表下限、中值、上限。将 3 种情况分别进行仿真,得到的结果如图 6 所示。

从图 6 中可以看出,无论是下限值、中值还是上限值, q_r 变化对 b 值的影响相对较大。尤其是下限值,随着 q_r 逐渐增大,误差越来越大。由此可知, q_r 变化对 b 影响程度大,即对应的灵敏度较高。整体呈上升趋势,因此 q_r 越大时,需要更小的间隔保证精度。

综上所述, θ_0 的灵敏度最小, r_0 的灵敏度次之, q_r 的灵敏度最大。以上分析为样本建立提供了均衡分布采样的策略依据。

2.3 样本建立

网络的训练是指调整权重和偏移,以获得所需输入输出关系的过程。反向传播调整网络的权值和偏差,使神经网络在输出层的平方和误差最小。

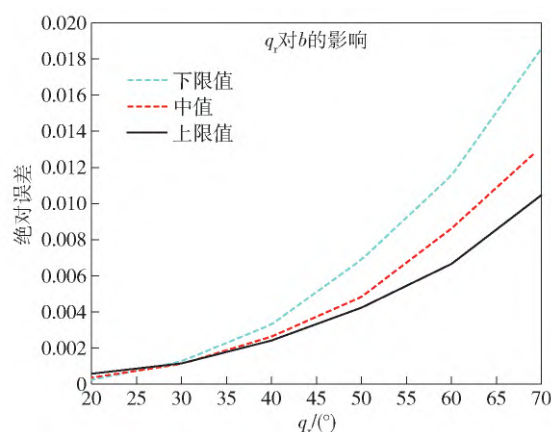


图 6 q_r 对 b 的影响

Fig. 6 Influence of q_r on b

通过为神经网络提供一个输入向量,并根据当前的权重和偏差值计算输出,然后在神经网络输出与输入对应的实际输出之间误差的最大梯度方向上不断改变权值和偏差的值,直到满足指定的误差^[21]。根据式(20),本文将不同的初始距离 r_0 , 导引系数 N , 初始弹目视线角 q_0 , 初始弹道倾角 θ_0 , 期望终端交会角 θ_f 作为样本输入,经过神经网络训练得到此状态下的偏置比例常数 b 。样本输入形式为:

$$n_i = (n_i^{r_0} \quad n_i^N \quad n_i^{q_0} \quad n_i^{\theta_0} \quad n_i^{\theta_f}) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

式中: n_i 表示第 i 时刻的输入向量,上标分别代表上述的输入量, n 为输入步数。

当神经网络完成训练后,利用测试样本对网络的泛化能力进行检验^[22]。这种泛化特性使得网络可以在具有代表性的训练样本集上进行训练,而若测试样本集的测试误差越小,则认为此时神经网络鲁棒性越强。

根据上节分析结果,在保证精度的同时,减少训练样本量,节约训练时间。因此,本文对 r_0 在 5 000 ~ 7 500 m 范围内采样步长为 100 m,在 7 500 ~ 10 000 m 范围内采样步长为 50 m; θ_0 采样步长为 1° ; q_r 采样步长为 0.5° 。

3 基于神经网络的偏置项常数估算

3.1 BP 神经网络

神经网络^[23]是一种具有很强的非线性拟合能力的数学方法,可以解决一些应用传统推理模型无法解决的问题。通过对训练数据中隐含模式的提取,学习和训练,调节各节点的权重,神经网络的输出值趋近于期望输出。其中,BP 神经网络^[24]结构简单、具有较强的抗噪和泛化能力而用于拟合各类

复杂映射。其主体通常包括输入层、隐藏层、输出层。相邻两层间的数据传输通过权值传递的形式进行。每个神经元的输入数据通过激活函数进行处理,因而每个神经元都需有适用的激活函数。神经元的结构模型如图 7 所示。

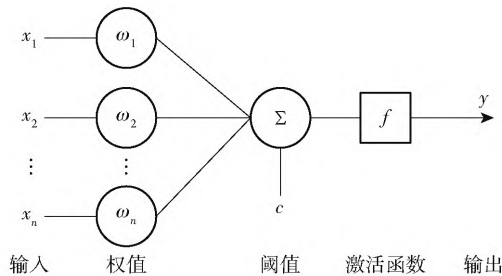


图 7 神经元结构

Fig. 7 Neuron structure

其数学模型如(25)式所示。

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n x_i \omega_i + c\right) \quad (25)$$

式中: x_i 为神经元第 i 个输入; ω_i 为对应权值; b 为阈值; $f(\cdot)$ 表示激活函数; y 为神经元的输出。其中, Sigmoid 函数具有平滑、易于求导等优点得到广泛应用,表达式为

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (26)$$

其导数为

$$f'(x) = f(x)(1 - x) \quad (27)$$

由(27)式可以看出, Sigmoid 函数可将一个函数映射到(0, 1)区间且具有良好的对称性,因此本文将 sigmoid 作为激活函数。对隐藏层和输出层的每一个节点都按照(25)式计算输出值,即完成前向传播的过程。

3.2 基于 Adam 算法的网络训练

对于反向传播的具体流程为: 本文选取最小均方误差作为损失函数(Loss Function), 即估计值与实际值误差平方的均值, 表达如(28)式所示。

$$E(y, \hat{y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2}{n} \quad (28)$$

式中: n 为样本个数; y 为输出值, (25) 由式得到; \hat{y} 为期望输出值。输出值与期望输出值相减后得到误差后, 在网络中进行传播。以求解 ω_{hj} 为例, 设该误差为 E_k , 给定学习率 η , 有

$$\Delta \omega_{hj} = -\eta \frac{\partial E_k}{\partial \omega_{hj}} \quad (29)$$

式中: ω_{hj} 为第 h 个神经元与第 j 个神经元的权值。

根据链式法则, 有

$$\frac{\partial E_k}{\partial \omega_{hj}} = \frac{\partial E_k}{\partial y_j^k} \cdot \frac{\partial y_j^k}{\partial \beta_j} \cdot \frac{\partial \beta_j}{\partial \omega_{hj}} \quad (30)$$

式中: β_j 为 $\sum_{i=1}^q x_i \omega_{hj}$, q 为隐层神经元个数。根据 β_j 的定义, 显然有

$$\frac{\partial \beta_j}{\partial \omega_{hj}} = c_h \quad (31)$$

根据(25)式、(27)式、(28)式, 有

$$g_j = -\frac{\partial E_k}{\partial y_j^k} \cdot \frac{\partial y_j^k}{\partial \beta_j} = -(\hat{y}_j^k - y_j^k) f'(\beta_j - \theta_j) \quad (32)$$

式中: θ_j 为输出层第 j 个神经元的阈值。将(32)式和(31)式代入(30)式, 再代入(29)式, 就得到了 BP 算法关于 ω_{hj} 的更新公式:

$$\Delta \omega_{hj} = \eta g_j c_h \quad (33)$$

BP 神经网络的训练过程, 就是通过上述反向传播, 利用梯度下降等算法不断优化网络参数, 使上述网络的误差平方和最小。(33)式中的学习率恒定, 致使收敛较慢。本文采用的 Adam 学习方法, 结合了 Momentum 及 RMSprop 算法各自的优点, 实现了学习率自适应调节, 从而加速网络收敛^[25]。当更新方向发生变化时, 减少权重变化量, 反之则增大权重变化。因此, 本文采用 Adam 算法对 BP 神经网络模型进行训练。

基于 Adam 算法的网络参数 α 更新公式为

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t - \frac{\eta}{\sqrt{v_t' + \varepsilon}} m_t' \quad (34)$$

$$\begin{cases} m_t' = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t} = \frac{\beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t}{1 - \beta_1^t} \\ v_t' = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t} = \frac{\beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t \odot g_t}{1 - \beta_2^t} \end{cases} \quad (35)$$

式中: α_t 为更新前参数; α_{t+1} 为更新后参数; η 为学习率; m_t 为梯度 1 阶力矩; v_t 为梯度 2 阶力矩, 通过计算偏差修正 1 阶和 2 阶力矩估计减小偏差; m_t' 为 1 阶力矩估计; v_t' 为 2 阶力矩估计; β_1 、 β_2 为超参数, 用于修正 1 阶和 2 阶力矩估计, 本文分别取 0.9 和 0.99; ε 为平滑项, 防止被零除, \odot 为按元素乘运算符号。

神经网络结构、规模与计算量、求解精度密切相关。本文待拟合的映射关系具有单调性, 复杂度相对较小, 设定隐含层为 3 层, 每层神经元个数为 15 个, 各层之间采用全连接方式, 计算代价较小。根据 3.1 节基于灵敏度分析的样本采样策略, 利用数学仿真批量生成样本, 完成 BP 神经网络训练后即可

在线使用。基于 TensorFlow-1.13.0-GPU 版构建神经网络模型,显卡型号为 RTX 2060 6G,训练算法为

Adam 算法,学习率为 0.001。本文的技术架构如图 8 所示。

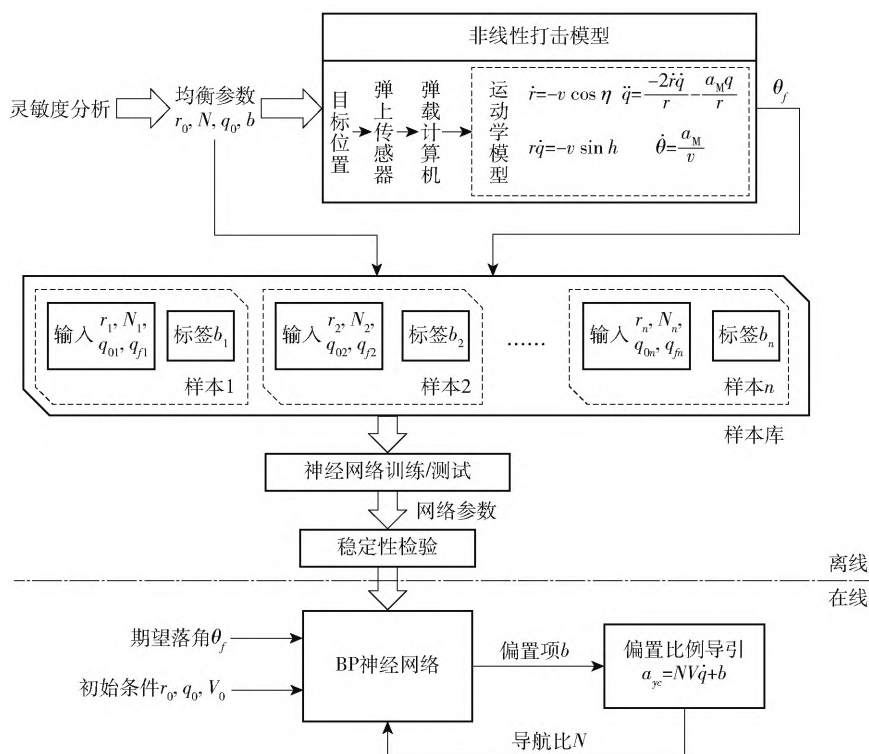


图 8 样本构建与模型训练

Fig. 8 Sample construction and model training

下面讨论 b 的有界性。对于神经网络的最后一层,有

$$h = f(\omega \cdot x + c) \\ y = \omega \cdot h + c \quad (36)$$

式中: ω 、 c 分别为神经元的权值和阈值。(36)式可写成范数形式为

$$\|y\| = \|\omega \cdot h + c\| \quad (37)$$

等式右边由范数三角不等式有:

$$\|\omega \cdot h + c\| \leq \|\omega \cdot h\| + \|c\| \quad (38)$$

对于神经网络最后一层的输入 h ,即为前一层的输出。本文的激活函数为 sigmoid 函数,因此其值域为 $[0, 1]$ 。因此有 $\|\omega \cdot h\| \leq \|\omega\|$,因此(38)式可变为

$$\|\omega \cdot h + c\| \leq \|\omega\| + \|c\| \quad (39)$$

由神经网络的性质可知, ω 、 c 中的值为网络参数,只要训练后的网络参数有界,根据(39)式,神经网络的输出,即偏置项 b ,就是有界的,则该制导律即为稳定的。因此,当神经网络完成训练后,必须对网络参数要进行稳定性检验,本文要求最后一层权值满足 $\|\omega\| \leq 10$, $\|c\| \leq 10$ 。

4 仿真验证

为验证提出方法的有效效果,仿真验证分三部分。第一部分为当打击静止目标时,与 CBPNG 的对比验证;第二部分为当打击低匀速目标时与 CBPNG 的对比验证;第三部分进行蒙特卡洛仿真实验,对比当考虑导引头不确定性时,所设计的制导律相较于 CBPNG 优势明显。

4.1 打击静止目标时与 CBPNG 对比验证

为验证本文提出的制导律相较于原始 CBPNG 方法精度更高,本节将进行对比验证。仿真相关参数如表 3 所示。

表 3 仿真参数

Table 3 Simulation parameters

导弹坐标 (x, y) / m	导弹速度 $v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	初始发射角 $\theta_0 / (^\circ)$	目标坐标 (x, y) / m	导航系数 N
(0, 0)	300	10	(10 000, 0)	3

期望终端交会角分别为 -40° 、 -60° 、 -80° ,图 9 为传统偏置比例导引与本文所提出的基于神经网络偏置比例导引对比仿真的结果。

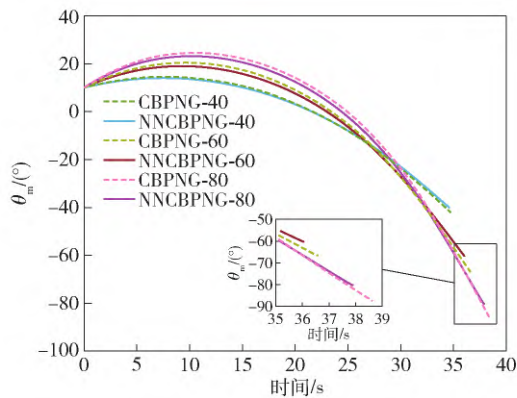


图 9 两种制导律对比验证
Fig. 9 Comparison and verification of two guidance laws

终端交会角对比如表 4 所示,脱靶量对比如表 5 所示。

表 4 终端交会角
Table 4 Impact angle

期望终端交会角	-40 / °	-60 / °	-80 / °
CBPNG	-42.10	-66.57	-87.83
NNCBPNG	-40.11	-60.14	-79.75

表 5 脱靶量
Table 5 Miss distance

期望终端交会角	-40 / °	-60 / °	-80 / °
CBPNG	0.238 8	0.027 8	0.054 3
NNCBPNG	0.025 7	-0.027 8	0.007 3

由表 4 和表 5 可以看出,虽然两种制导律均可精确命中目标,但在终端交会角上,本文设计的制导律相较于 CBPNG 精度有明显优势。尤其是大角度范围机动时,NNCBPNG 相较于 CBPNG 的优势更为明显。

4.2 打击低匀速目标时与 CBPNG 对比验证

由于在模型建立与样本生成时,并未考虑目标的运动速度,因此训练完毕的神经网络模型仅能适用于静止或低速运动目标,为验证基于神经网络的偏置比例导引的鲁棒性,本节仿真条件考察对低速运动目标的打击精度。同样期望终端交会角 θ_f 分别设为 -40° 、 -60° 、 -80° ,当目标水平匀速运动或垂直匀速运动时,仿真参数如表 6 和表 7 所示。

图 10 为目标匀速水平运动时的仿真结果,图 11 为目标垂直匀速水平运动时的仿真结果。

由图 10 和图 11 可以看出,虽然两种制导律均可精确命中目标,但在终端交会角上,本文设计的制导律相较于 CBPNG 精度有明显优势。与目标静止

表 6 水平运动仿真参数

Table 6 Simulation parameters for horizontal motion		
导弹坐标 (x, y) / m	导弹速度 $v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	初始发射角 $\theta_0 / (^\circ)$
$(0, 0)$	300	10
目标坐标 (x, y) / m	导航系数 N	目标速度 $v_T / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
$(10\ 000, 0)$	3	10

表 7 垂直运动目标仿真参数

Table 7 Simulation parameters for vertical motion		
导弹坐标 (x, y) / m	导弹速度 $v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	初始发射角 $\theta_0 / (^\circ)$
$(0, 0)$	300	10
目标坐标 (x, y) / m	导航系数 N	目标速度 $v_T / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
$(10\ 000, 0)$	3	10

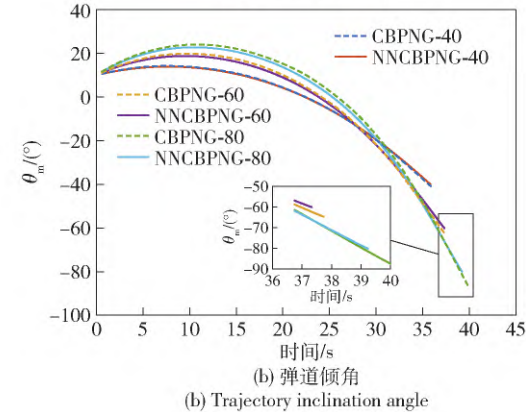
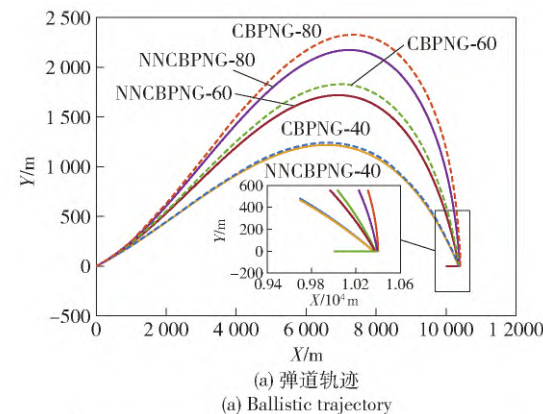
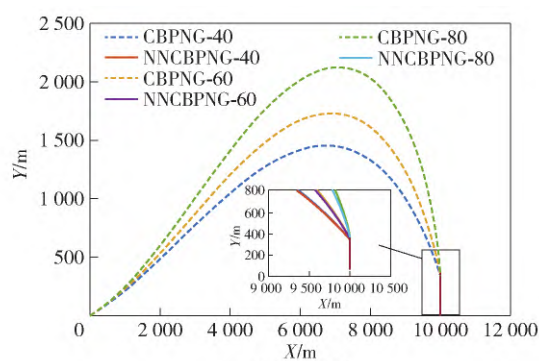


图 10 目标匀速水平运动时实验验证
Fig. 10 Experimental verification for target in uniform horizontal motion

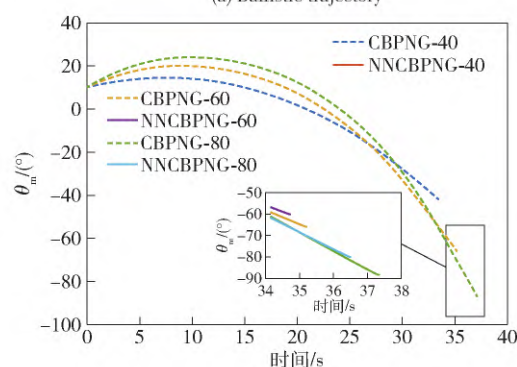
对比验证相似,尤其是大角度范围机动时,NNCBPNG 相较于 CBPNG 精度优势更加明显。由此可见该制导律可凭借其鲁棒性,实现对低速运动目标的精确打击,从而表明该制导律适用于精确打击装甲车、坦克和直升机等一类目标。

4.3 蒙特卡洛仿真验证

为验证不同场景下的制导性能,采用蒙特卡洛



(a) 弹道轨迹
(a) Ballistic trajectory



(b) 弹道倾角
(b) Trajectory inclination angle

图 11 目标匀速垂直运动时仿真验证

Fig. 11 Experimental verification of target in uniform vertical motion

仿真方法进行验证。导弹坐标为 $(0, 0)$, 其他初始条件相关参数分布均匀, 速度为 300 m/s , 导航系数设为 3, 其余参数从表 8 的范围中随机选取。

表 8 仿真参数

Table 8 Simulation parameters

位置坐标范围 $(x, y) / \text{m}$	初始发射角范围 $\theta_0 / (^\circ)$	期望终端交会角 $\theta_f / (^\circ)$
$(5\,000\,0) \sim (10\,000\,0)$	$10 \sim 20$	$-50 \sim -90$

从表 8 的参数范围中, 随机抽取 300 组不同的目标位置, 用以验证训练模型的准确性。实际终端交会角误差如图 13 所示。

由图 13 可知, 训练完毕的模型精度较高。其中, 最大误差为 0.115° , 最小误差为 0.0017° 。误差平均值为 0.03058° , 标准误差为 0.0472° , 由此可见误差离散程度小, 制导精度较高。

考虑到导引头的不确定性, 以典型的雷达导引头为例, 导引头不确定性主要包括闪烁噪声、接收机噪声。通常情况下可视为高斯白噪声^[26]。在 4.2 节的仿真参数基础上, 在导引头测量信息中引入均值为 0, 方差为 $0.6^\circ/\text{s}$ 的白噪声, 其值如图 14 所示。

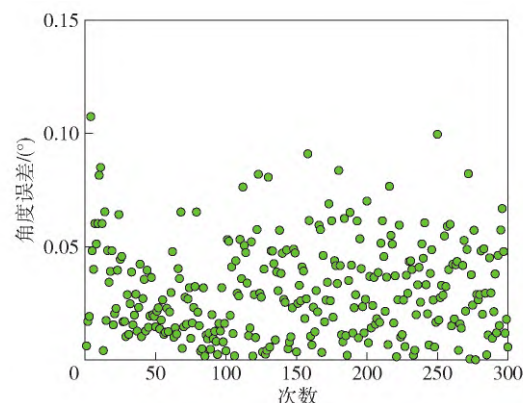


图 12 蒙特卡洛仿真结果

Fig. 12 Monte Carlo simulation

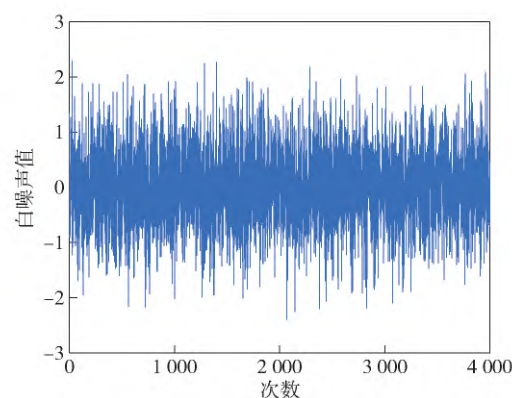


图 13 高斯白噪声

Fig. 13 White gaussian noise

与 4.2 节中参数相同, 期望终端交会角分别设为 -40° 、 -60° 、 -80° , 进行数学仿真。图 15 为 CBPNG 与本文所提出的 NNCBPNG 对比仿真的结果。

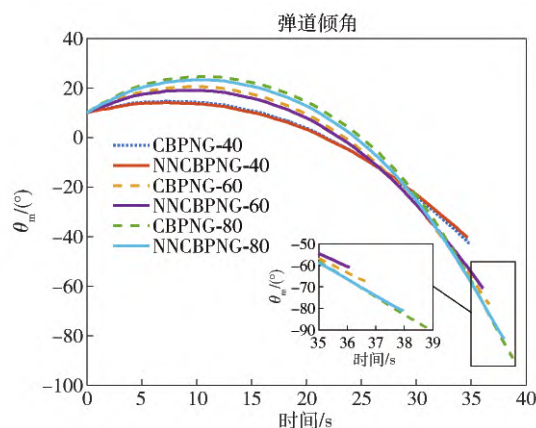


图 14 两种制导律对比验证

Fig. 14 Comparison and verification of two guidance laws

采用 CBPNG 得出的终端交会角为 -42.53° 、 -67.20° 、 -89.11° , 采用本文方法得到的终端交会角

为 -40.36° 、 -60.85° 、 -81.16° 。由此可见,在终端交会角控制精度方面,相较于传统 CBPNG,本文提出的 NNCBPNG 优势显著。

根据上述仿真分析可知,无论是打击静止、匀速目标或存在系统不确定性的蒙特卡洛仿真,本文基于 BP 神经网络所设计的制导律相较于传统 CBPNG 在终端角度的控制精度方面有明显优势,尤其是在前置角较大的大范围机动情况下更为显著,因而可有效地增强导弹的侵彻深度和毁伤效果。另一方面,由于神经网络参数不可避免地占用存储空间,同时还需要一定计算量。本文所使用的 BP 神经网络规模,存储量在 2K 以内,在 Core i5 PC 平台上的计算平均时间(500 次)在 0.3 ms 以内。

5 结论

本研究将神经网络应用在求解 CBPNG 常数项的问题上。首先,说明公式求解常数项时,存在控制精度较差的问题;其次,通过数学推导证明了 b 与 N 、 q_0 、 θ_0 、 θ_f 、 r_0 等参数间存在映射关系,并通过灵敏度分析,得到各参数与 b 的相关性,以此保证所构建样本的均衡性;再次,通过样本策略进行样本建立,得到训练完毕的模型;最后,通过仿真验证说明训练完毕的模型与公式相比精度更高。CBPNG 由于模型简单,对工程应用提供了参考,若将训练完毕的模型应用其中,可大大降低计算成本。

然而,本文仅针对纵向平面运动学进行建模与分析,并没有考虑导弹的弹体动力学,这将会使模型在工程应用中的制导精度受到一定的影响,同时,本文仅针对静止目标进行网络训练,仅适用于静止或缓慢运动的目标。因此,在后续研究中将考虑弹体动力学和目标运动等因素。

参考文献(References)

- [1] 姚郁,郑天宇,贺风华,等.飞行器末制导中的几个热点问题与挑战[J].航空学报,2015,36(8):2696-2716.
YAO Y, ZHENG T Y, HE F H, et al. Several hot issues and challenges in terminal guidance of flight vehicles [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(8): 2696-2716. (in Chinese)
- [2] ZHANG Y A, MA G X, LIU A L. Guidance law with impact time and impact angle constraints [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 960-966.
- [3] LIU D, QI Z K. Impact angle and final position constrained optimal guidance law [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2001, 21(3): 278-281.
- [4] YUAN P J, CHERN J S. Ideal proportional navigation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15(5): 1161-1165.
- [5] ERER K S, KERMAL OZGOREN M. Control of impact angle using biased proportional navigation [C] // Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. Boston, US: AIAA, 2013: AIAA2013-5113.
- [6] KIM B S, LEE J G, HAN H S. Biased PNG law for impact with angular constraint [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277-288.
- [7] LEE C H, KIM T H, TAHK M J. Interception angle control guidance using proportional navigation with error feedback [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(5): 1556-1561.
- [8] GAO F, TANG S, SHI J, et al. A bias proportional navigation guidance law based on terminal impact angle constraint [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(3): 277-282.
- [9] 马帅,王旭刚,王中原,等.带初始前置角和末端攻击角约束的偏置比例导引律设计以及剩余飞行时间估计[J].兵工学报,2019,40(1):68-78.
MA S, WANG X G, WANG Z Y, et al. BPNG law with arbitrary initial lead angel and terminal impact angle constraint and time-to-go estimation [J]. Acta Armamentarii, 2019, 40(1): 68-78. (in Chinese)
- [10] 王广帅,林德福,范世鹏,等.一种适用于红外制导弹药的偏置比例导引律[J].系统工程与电子技术,2016,38(10):2346-2352.
WANG G S, LIN D F, FAN S P, et al. Biased proportional navigation applicable for infrared guidance munitions [J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(10): 2346-2352. (in Chinese)
- [11] LEE C H, KIM T H, TAHK M J. Biased PNG for target observability enhancement against nonmaneuvering targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2015, 51(1): 2-17.
- [12] ERER K S, MERTTOPCUOGLU O. Indirect control of impact angle against stationary targets using biased PPN [C] // Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Toronto: AIAA 2010: AIAA 2010-8184.
- [13] HONG D, KIM M, PARK S. Study on Reinforcement Learning-Based Missile Guidance Law [J]. Applied Sciences, 2020, 10(18): 6567.
- [14] 田春军.基于BP神经网络的潜地导弹落点参数计算方法[J].兵器装备工程学报,2021,42(4):145-149.
TIAN C J. Calculation method of impact point parameter based on BP neural network for submarine launched ballistic missile

- [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering 2021 42(4): 145–149. (in Chinese)
- [15] SHAO G H J, XU Z, WANG X M, et al. Adaptive three-dimensional guidance law based on neural dynamic surface control [C] // Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Aircraft Utility Systems (AUS). Beijing, China: IEEE, 2016: 92–97.
- [16] 王因翰, 范世鹏, 吴广, 等. 基于 GRU 的敌方拦截弹制导律快速辨识方法[J]. 航空学报, 2022, 43(2): 398–409.
WANG Y H, FAN S P, WU G, et al. Fast guidance law identification approach for incoming missile based on GRU network[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(2): 398–409. (in Chinese)
- [17] FILICI C, SÁNCHEZ PEÑA R S. Online guidance updates using neural networks[J]. Acta Astronautica, 2010, 66(3/4): 477–485.
- [18] 余跃, 王宏伦. 基于深度学习的高超声速飞行器再入预测校正容错制导[J]. 兵工学报, 2020, 41(4): 656–669.
YU Y, WANG H L. Deep learning-based reentry predictor-corrector fault-tolerant guidance for Hypersonic vehicles [J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(4): 656–669. (in Chinese)
- [19] 张宏鹏, 黄长强, 轩永波, 等. 基于深度神经网络的无人作战飞机自主空战机动决策[J]. 兵工学报, 2020, 41(8): 1613–162.
ZHANG H P, HUANG C Q, XUAN Y B, et al. Maneuver decision of autonomous air combat of unmanned combat aerial vehicle based on deep neural network[J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(8): 1613–162. (in Chinese)
- [20] GUO Y H, LI X, ZHANG H J, et al. Data-driven method for impact time control based on proportional navigation guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(5): 955–966.
- [21] COTTRELL R G, VINCENT T L, SADATI S H. Minimizing interceptor size using neural networks for terminal guidance law synthesis [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(3): 557–562.
- [22] NARENDRA K S, PARTHASARATHY K. Identification and control of dynamical systems using neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Net Works, 1990, 1(1): 4–27.
- [23] FUNAHASHI K I. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks[J]. Neural networks, 1989, 2(3): 183–192.
- [24] HECHT-NIELSEN R. Theory of the backpropagation neural network [C] // Proceedings of the International 1989 Joint Conference on Neural Networks. Washington, DC, US: IEEE, 1989(1): 593–605.
- [25] WANG Y H, FAN S P, WANG J, et al. Quick identification of guidance law for an incoming missile using multiple-model mechanism[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(9): 282–292.
- [26] RAFAEL Y. Modern missile guidance [M]. Boca Raton: CRC Press, 2007: 102–112.