

# 小型四旋翼无人机建模与控制仿真\*

孟佳东, 赵志刚

(兰州交通大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730070)

**摘 要:**小型四旋翼无人机是一种具有六个自由度和四个输入的欠驱动强耦合飞行器, 四只旋翼对称均匀分布在十字架结构的四个端点上, 仅通过改变四只旋翼的转速即可改变飞行姿态。基于微型四旋翼无人机特有的机械结构和飞行原理, 为提高其飞行性能和控制的稳定性, 利用牛顿—欧拉方程, 建立小型四旋翼飞行器的非线性动力学方程, 并针对该模型设计一解耦 PID 四通道控制系统, 且在 Matlab/Simulink 仿真平台上, 对该 PID 控制系统进行仿真。仿真结果表明: 通过改变旋翼的转速可实现四旋翼飞行器姿态的控制, 同时该非线性模型和 PID 控制系统为其后续的四旋翼无人机的控制研究奠定了一定的基础。

**关键词:**四旋翼无人机; 飞行原理; 动力学模型; 模型仿真

**中图分类号:**TP273

**文献标志码:**A

多年来, 无人飞行器自主飞行一直是航空领域的研究热点之一。垂直/短距起降飞行器由于不受起降场地的限制, 具有很强的适应性, 一直是各国军方关注的焦点; 在追求垂直/短距起降的同时, 增强飞行器的负载能力也一直是人们追求的目标之一; 与此同时, 研究人员也一直在寻求一种简单高效的飞行控制模型来提高飞行器的飞行性能。小型四旋翼无人机与常规的飞行器相比, 在垂直/短距起降、负载能力和飞行控制原理上都有很强的优越性。加之近年来, 微电子、微机械技术和计算机技术的飞速发展, 使的小型四旋翼无人机的体积、重量、灵活性和机动性等多个方面有了很大改观。四旋翼无人机是一种具有六个自由度和四个输入的欠驱动飞行器, 属于旋翼式直升机。与常规飞行器相比, 它除了具有垂直起降、着陆、悬停、纵飞和侧飞等飞行特性以外, 其在结构上更为简洁; 四旋翼飞行器凭借其结构特点, 四只旋翼相互抵消反扭矩, 不需要专门的反扭矩桨; 其具有更简洁的控制方式, 仅通过改变四只旋翼的转速即可实现各种姿态控制<sup>[1-2]</sup>。

四旋翼无人机新颖的结构、独特的位姿控制方式和良好的飞行特性, 使其无论是在军事领域还是民用领域, 都有非常广泛的应用价值, 因此, 四旋翼无人机备受国内外很多专家和学者的关注和研究。

小型四旋翼无人机是一种具有多变量、强耦合

和非线性等特性的复杂系统。在对小型四旋翼无人机位姿控制研究时, 为了缩短研究周期和研究费用, 对该系统进行建模研究, 并对其进行仿真分析。由于悬停模式是飞行器的最基本和最关键的飞行姿态, 本文基于悬停模式进行建模, 并基于近似扰动观点建立模型的状态空间方程, 在 Matlab/Simulink 平台上, 对模型的悬停模式进行了 PID 控制仿真。

## 1 飞行原理

小型四旋翼无人机在平面结构上其呈十字对称均匀分布, 其四只旋翼(旋翼 1、2、3、4)分别位于十字架结构的前后左右四个端点上, 分为前后、左右两组, 且飞行时两组旋翼的旋转方向正好相反: 一组逆时针转动(1, 3), 另一组顺时针转动(2, 4)。四旋翼飞行器的结构简图如图 1 所示。

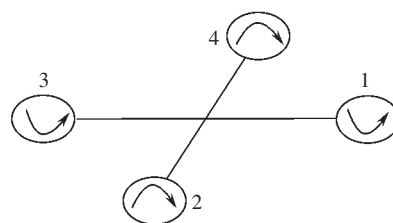


图 1 小型四旋翼无人机的结构简图

Fig. 1 Schematic diagram of microquadrotor UAV

由于小型四旋翼无人机特殊的结构, 使其仅通过调整旋翼的转速, 使无人机的 4 个顶点受力不同,

\* 收稿日期: 2012-05-20

作者简介: 孟佳东(1988-), 男, 甘肃宁县人, 硕士生, 主要研究方向为飞行机器人。E-mail: lzjdis072@126.com

从而改变飞行姿态. 其各种姿态控制如下: 悬停状态时, 四只旋翼转速相同, 且其升力之和等于直升机自身重力; 垂直上升或下降时, 保持四只旋翼转速相同且同时等量增加或等量下降; 仰俯或滚转运动时, 保持一组旋翼转速不变, 另一组旋翼中一只旋翼转速增加、另一只旋翼等量下降(仰俯时 2、4 保持不变, 1 增加, 3 降低; 1、3 保持不变, 4 增加, 2 降低); 偏航运动时一组旋翼转速增加, 同时另一组转速下降.

## 2 动力学分析及数学建模

小型四旋翼无人机的数学模型在其运动学和动力学分析的基础上建立的, 是飞行控制和仿真的基础. 由于小型四旋翼无人机自身是一个复杂的运动学和动力学系统, 想要对该系统建立一个准确的数学模型非常困难. 为了建立一个相对准确的数学模型, 对该系统作如下假设:

- 1) 视小型四旋翼无人机整体为刚体, 且完全均匀对称;
- 2) 机体坐标原点 B 与无人机的质心是完全重合的;
- 3) 无人机的螺旋桨为刚体, 不考虑其结构和弹性形变;
- 4) 假设地面坐标系 E 为惯性坐标系.

在上述假设的前提下, 为便于建模, 选择在悬停状态下, 对模型进行运动学和动力学分析. 为方便小型四旋翼无人机的运动学和动力学分析, 对其进行受力分析如图 2 所示.

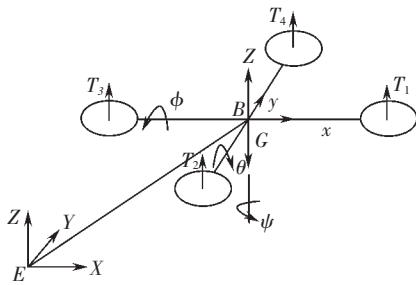


图 2 小型四旋翼无人机受力图

Fig. 2 Force diagram of microquadrotor UAV

结合空气动力学和螺旋桨知识可将螺旋桨的推力  $T$ 、空气阻力  $f$ 、螺旋桨的转矩  $M$  和阻力矩  $\tau$  分别表示为

$$\begin{cases} T = K_T \Omega^2 \\ f = K_f \dot{S} \\ M = K_M \Omega^2 \\ \tau = K_\tau \dot{\zeta} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $K_T$  表示螺旋桨推力系数;  $\Omega$  表示螺旋桨的转速;  $K_f$  表示空气阻力系数;  $\dot{S}$  表示线速度;  $K_M$  表示螺旋桨的转矩系数;  $K_\tau$  表示空气的阻力矩系数;  $\dot{\zeta}$  表示角速度.

根据力学知识和图 2 受力分析可得到机体坐标系下无人机整体受到的升力为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_B = [F_x, F_y, F_z]^T = [0, 0, U_1]^T \\ U_1 = \sum_{i=1}^4 T_i \\ T_i = K_T \Omega_i^2 \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $i$  表示表示相应的旋翼.

根据坐标转换原理可得到地面坐标系 E 移动到机体坐标系 B 的转换矩阵为<sup>[3]</sup>

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C\theta C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi \\ C\theta S\psi & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:  $C$  和  $S$  分别代表  $\cos$  和  $\sin$  函数;  $\phi$ 、 $\theta$  和  $\psi$  分别代表地面坐标系下的滚转角(机体坐标系内  $Bxz$  面与水平面  $EXY$  的夹角)、仰俯角(机体坐标系内  $Byz$  面与水平面  $EXY$  的夹角)和偏航角(机坐标系内  $Bx$  轴在水平面  $EXY$  上的投影与地面坐标系  $EX$  轴的夹角).

利用坐标转换矩阵  $\mathbf{R}$  将  $\mathbf{F}_B$  转换到地面坐标系下, 则:

$$\mathbf{F}_E = [F_x, F_y, F_z]^T = \mathbf{R} \cdot \mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} (C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi)U_1 \\ (C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi)U_1 \\ C\phi C\theta U_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

在地面坐标系下, 无人机所受的干扰力和重力可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{f}_E = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{fX} \dot{x} \\ K_{fY} \dot{y} \\ K_{fZ} \dot{z} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_E = [0 \quad 0 \quad mg]^T \end{cases} \quad (5)$$

在地面坐标系下, 利用牛顿第二定律  $F = ma$ , 结合式(4)、式(5)可得:

$$m[\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z}]^T = \mathbf{F}_E - \mathbf{f}_E - \mathbf{G}_E \quad (6)$$

由于旋翼轴半径和质量小, 所以可近似旋翼轴上的转动惯量为零; 小型四旋翼无人机的机械结构是完全均匀对称的, 则  $I_{xy}$ 、 $I_{yz}$ 、 $I_{xz}$  皆为零. 借助于机体坐标系下的受力分析简图, 可得到绕三个轴的力矩平衡方程<sup>[4]</sup> 如下:

$$\begin{cases} I_x \dot{p} = U_2 L + (I_x - I_z) q r - \tau_x \\ I_y \dot{q} = U_3 L + (I_z - I_x) p r - \tau_y \\ I_z \dot{r} = U_4 L + (I_x - I_y) p q - \tau_z \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $I_x$ 、 $I_y$ 、 $I_z$  分别表示机体绕三轴的转动惯性;  $p$ 、 $q$ 、 $r$  分别表示无人机相对于机体坐标系的旋转角速度;  $\tau_x$ 、 $\tau_y$ 、 $\tau_z$  分别表示空气对无人机在三轴方向上的阻力矩. 式(7) 中的  $U_2$ 、 $U_3$ 、 $U_4$  如下:

$$\begin{cases} U_2 = (T_4 - T_2)L \\ U_3 = (T_3 - T_1)L \\ U_4 = K_M(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $L$  是旋翼中心到机体重心之间的距离.

由于机体坐标系下的角速度  $[p, q, r]^T$  与地面坐标下的角速度  $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$  之间有如下关系<sup>[5]</sup>:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

则利用式(7) 和式(9) 即可得到地面坐标系下的角加速度  $[\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}]^T$ . 从而得到系统的动力学数学模型.

在该动力学模型中  $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi})^T$  是关于变量  $\Omega_i$  的数学表达式, 即表示无人机的位姿变化是由四只旋翼的转速来控制的.

### 3 数学模型的简化

为仿真和控制方便, 对该非线性方程进行了简化.

在小角度情况下,  $[p, q, r]^T$  可近似为  $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ , 即:

$$[p, q, r]^T = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T \quad (10)$$

因此, 地面坐标系下的角加速度表达式可表示为

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = [U_2 + (I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} - K_{\phi} \dot{\phi}] / I_x \\ \ddot{\theta} = [U_3 + (I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} - K_{\theta} \dot{\theta}] / I_y \\ \ddot{\psi} = [U_4 + (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} - K_{\psi} \dot{\psi}] / I_z \end{cases} \quad (11)$$

由于四旋翼无人机的机械结构是完全均匀对称, 则认为小型四旋翼无人机在飞行过程中没有受到扰动力矩的作用, 从而可由式(6) 和式(11) 可得到该系统的非线性数学模型:

$$\begin{cases} \ddot{x} = [(C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi)U_1 - K_{\dot{x}} \dot{x}] / m \\ \ddot{y} = [(C\phi S\theta C\psi - S\phi S\psi)U_1 - K_{\dot{y}} \dot{y}] / m \\ \ddot{z} = [(C\phi C\theta U_1 - K_{\dot{z}} \dot{z} - mg] / m \\ \ddot{\phi} (U_2 - K_{\dot{\phi}} \dot{\phi}) / I_x \\ \ddot{\theta} (U_3 - K_{\dot{\theta}} \dot{\theta}) / I_y \\ \ddot{\psi} (U_4 - K_{\dot{\psi}} \dot{\psi}) / I_z \end{cases} \quad (12)$$

### 4 四旋翼无人机 Matlab/Simulink 仿真

Matlab/Simulink 平台具有强大的仿真功能, 可以对模型进行动态仿真. 本文是基于悬停状态建立的非线性模型, 同时悬停飞行是飞行器主要的飞行模式之一, 作者使用 Matlab/Simulink 平台对模型的悬停模式进行了仿真.

小型四旋翼无人机是一个强耦合动力学模型, 直接对其飞行模式控制, 难度比较大. 本文在对其悬停模式进行控制时, 为降低控制难度, 将该模型进行解耦, 将其分解为对无人机的高度、滚转角、俯仰角和偏航角四个通道的单独控制<sup>[6]</sup>.

在实际工作中, 存在着多种扰动因素, 与速度成正比的阻力是其中的一种扰动因素. 由于在建模过程中忽略了一些因素, 现仅考虑该扰动因素, 可以使模型更接近于实际情况. 将与速度成正比的阻力看作为一种线性的扰动, 则上文得到的非线性模型也就可以近似为一个带有线性扰动的非线性模型, 运用状态空间知识可以得到无人机的状态空间<sup>[7-8]</sup> 方程如下:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$X = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, g, x, y, z, \phi, \theta, \psi);$$

$$Y = (z, \phi, \theta, \psi);$$

$$U = (U_1, U_2, U_3, U_4).$$

根据上文的状态空间方程和系统传递函数  $G(s) = (sI - A)^{-1}B$  可计算得到  $Z$  轴和姿态传递函数如下:

$$\begin{aligned} G_z(s) &= \frac{\cos \phi \cos \theta}{ms(s + K_{fz})} \\ G_{\phi}(s) &= \frac{1}{I_x s(s + K_{tx})} \\ G_{\theta}(s) &= \frac{1}{I_y s(s + K_{ty})} \\ G_{\psi}(s) &= \frac{1}{I_z s(s + K_{tz})} \end{aligned} \quad (14)$$

与其他控制方法相比,传统的 PID 控制具有结构简单、易于实现、可靠性高、稳定性好等特点,PID 控制通过调节比例、积分和微分系数即可使系统达到较好的稳定性到达预期效果;跟踪控制可以很好地抑制外部干扰对系统性能的影响. 鉴于 PID 控制和跟踪控制方式的优势,结合本文小型四旋翼无人机建立的模型,选用 PID 跟踪控制可以很好地对该模型的悬停模式进行控制.

基于上文的分析基础,针对该小型四旋翼无人机模型的悬停飞行模式设计了四个通道 PID 跟踪控制系统进行控制,控制系统框图如图 3 所示.

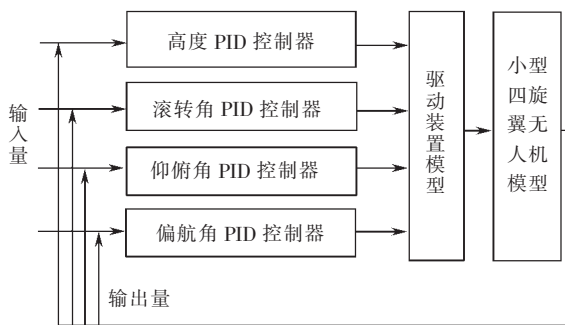


图 3 PID 控制系统框图

Fig. 3 Block diagram of PID control

在仿真过程中采用作者实验室所设计四旋翼无人机的相关参数如表 1 所示:

表 1 小型四旋翼无人机的相关参数

Tab. 1 Parameters of microquadrotor UAV

参数	单位	数值
$m$	kg	0.75
$g$	$\text{m/s}^2$	9.81
$L$	m	0.258
$K_T$	$\text{N/rad/s}$	$3.179 \times 10^{-5}$
$K_M$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}$	$7.932 \times 10^{-7}$
$I_x$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}^2$	$1.9688 \times 10^{-2}$
$I_y$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}^2$	$1.9688 \times 10^{-2}$
$I_z$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}^2$	$3.9388 \times 10^{-2}$
$K_{fx}$	$\text{N/m/s}$	0.056
$K_{fy}$	$\text{N/m/s}$	0.056
$K_{fz}$	$\text{N/m/s}$	0.078
$K_{tx}$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}$	0.0059
$K_{ty}$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}$	0.0059
$K_{tz}$	$\text{N} \cdot \text{m/rad/s}$	0.0228

根据上面的控制系统框图在 Matlab/Si-mulink 平台上搭建四旋翼无人机系统仿真模型,利用实验凑试法整定 PID 参数,先比例、再积分、后比例,反复试凑调试,观察结果,直到得到满意的控制效果,其 PID 参数如表 2 所示.

表 2 小型四旋翼无人机的 PID 参数

Tab. 2 PID parameter of microquadrotor UAV

姿态	比例( $P$ )	积分( $I$ )	微分( $D$ )
高度	3	0.01	1
滚转角	1.5	0.01	0.1
俯仰角	2	0.1	0.1
偏航角	0.9	0.03	0.1

其高度和姿态的单位阶跃响应仿真曲线如图 4 所示.

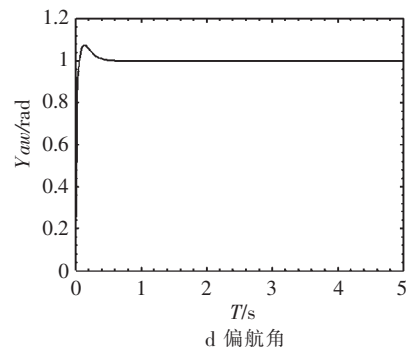
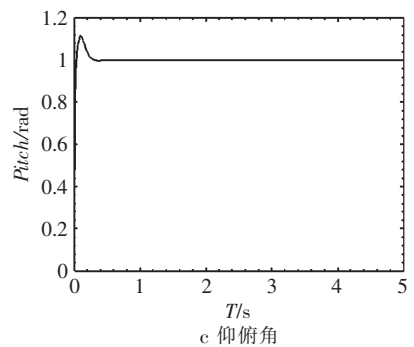
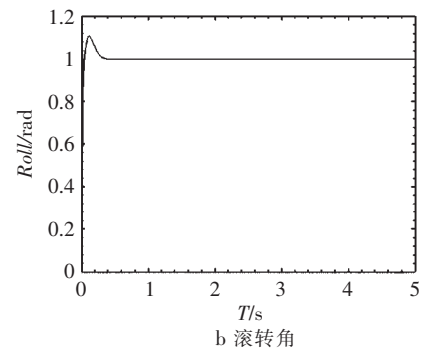
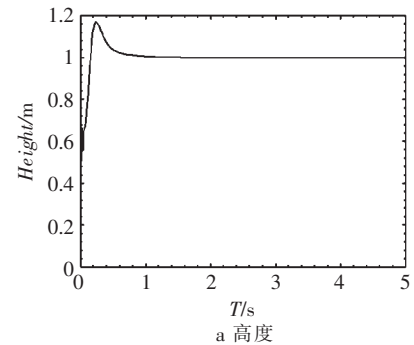


图 4 高度和姿态角的单位阶跃响应图

Fig. 4 Unit step response of height and attitude angle

由图 4 可以看出,在控制过程中,所有的超调量都控制在 0.2 之内;高度调整时间相对较长,需要 1s 的时间,才能使无人机达到预期的稳定状态,而且在调整过程中出现较大抖动,但这并不影响安全飞行;姿态角趋于稳态的速度比较快,能够在 0.3s 之内将无人机的姿态角调整到目标值附近,并且有较小的偏差.仿真结果表明,采用 PID 控制器可实现小型四旋翼无人机高度、滚转角、仰俯角和偏航角的控制,能够使无人机达到悬停状态,可保证系统的稳定性且使稳态误差接近于零.与文献[7]、[9-10]结果相比,本文的控制结果在超调量和调整时间上有一定降低.

## 5 结论

本文以小型四旋翼无人机为研究对象,在一定的假设条件下,对其进行运动学和动力学分析,建立了四旋翼无人机的非线性数学模型,并在 Matlab/Simulink 平台上对悬停模式的高度和姿态做了 PID 四通道解耦控制仿真.仿真结果表明该非线性模型能够满足小型四旋翼无人机的控制要求.同时本文的控制策略可为无人机控制系统的研究提供一定的基础.由于该模型是理想化的模型,还有一些不稳定因素未考虑,同时本文中的控制方式也存在不稳定问题,还需要在此基础上继续研究,在以后采用更简洁或更优越的控制方法使其达到更稳定的状态.

## 参考文献:

- [1] Michael W, MchKee. YTOLUAVs come of age; US Navy begins development of VTUAV[EB/OL]. (2012-07-20)http://www.vtol.org/ Navy Awards Vertical Takeoff UAV Contract. htm.
- [2] 刘志军,吕强,王东来. 小型四旋翼飞行器的建模与仿真控制[J]. 计算机仿真,2010(7):18-20.
- [3] Saeed B N. 无人机学导论——分析、系统及应用[M]. 孙富春,译. 北京:电子工业出版社,2004.
- [4] 孙世贤,黄圳奎. 理论力学教程[M]. 北京:国防科技大学,1997.
- [5] 李滋刚,万德钧. 捷联式惯性导航技术[M]. 北京:中国船舶信息中心,2001.
- [6] Bouabdallah, S, Noth, A, Siegwart, R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems(IROS),2004.
- [7] 姚鹏远. 四旋翼直升机控制问题研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.
- [8] 郑大忠. 线性系统理论[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
- [9] 刘焕晔. 小型四旋翼飞行器飞行控制系统研究与设计[D]. 上海:上海交通大学,2009.
- [10] 黄溪流. 一种四旋翼无人直升机飞行控制器的设计[D]. 南京:南京理工大学,2010.

## Modeling and Simulation of Microquadrotor UAV

MENG Jia-dong, ZHAO Zhi-gang

(School of Mechatronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** Microquadrotor UAV is a underactuated system with six degrees of freedom and four drivers and strong coupling system with four rotors distributing in cruciform structure symmetrically and uniformly. The flight attitude can be controlled by the variant rotor speeds of changing the lift forces. On the basis of the unique mechanical structure and flight principle of the microquadrotor UAV, Newton-Euler equation is used to establish the nonlinear dynamic equation in order to improve its flight performance and control stability. A decoupling PID four-channel control system is designed according to the model, and it is simulated by Matlab/Simulink software. The result indicates that the flight attitude of quadrotor UAV can be controlled by changing the rotor speed and the model and PID control system can lay a good foundation for the study of quadrotor UAV later.

**Key words:** quadrotor UAV; flying principle; dynamic model; simulation