

项目 2 铅垂面内弹道设计、解算与分析

一 任务描述

1. 基本数据

已知某导弹在纵向平面内有明显的爬升段、平飞段、俯冲段和拉起改平段。平飞段高度 $H=300\text{m}$ ，俯冲拉起改平后，平飞高度为 $H=30\text{m}$ 。气动数据和其它参考数据如下：

1) 阻力系数 c_x

马赫数	攻角 ($^{\circ}$)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0.4298	0.4489	0.5268	0.66	0.8531	1.0911
0.2	0.401	0.4207	0.5	0.6352	0.8307	1.0722
0.3	0.3968	0.4167	0.4972	0.6342	0.8323	1.0773
0.4	0.4014	0.4217	0.5033	0.6422	0.8431	1.0915
0.5	0.4016	0.4221	0.5041	0.6438	0.8457	1.0954
0.6	0.4101	0.4309	0.5145	0.6565	0.8619	1.1162
0.7	0.4229	0.444	0.5384	0.6752	0.8996	1.1568
0.8	0.4529	0.4739	0.5784	0.7121	0.9402	1.2281
0.9	0.5546	0.5754	0.6618	0.7852	1.0764	1.3141

2) 升力系数 c_y

马赫数	攻角 ($^{\circ}$)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0	0.7268	1.5211	2.3794	3.211	4.0409
0.2	0	0.726	1.5187	2.3752	3.2058	4.0352
0.3	0	0.7287	1.5239	2.3826	3.2163	4.0491
0.4	0	0.7287	1.523	2.3805	3.2133	4.0458
0.5	0	0.733	1.5316	2.3928	3.2297	4.0667
0.6	0	0.7427	1.5522	2.4235	3.2705	4.1192
0.7	0	0.751	1.5697	2.4496	3.3058	4.1646
0.8	0	0.7641	1.5977	2.4918	3.3625	4.2363
0.9	0	0.7786	1.6424	2.5704	3.4787	4.3905

3) 推力

t(s)	.000	.15	.49	2.1	2.27	3.53	8.78	25.5	45.0	45.1
P(N)	3400	6320	5200	6260	500	450	430	420	420	0

第一级工作结束时间：2.1s，第二级工作结束时间：45s

4) 发动机质量秒流量

t(s)	0.	2.1	2.2	45	45.1
秒流量(kg/s)	2.39	2.39	0.22	0.22	0.

5) 转动惯量

t(s)	.0	2.0	2.4	10.4	18.4	22.4	30.4	34.0	45.0
Jz(kgms)	8.69	8.20	8.17	8.09	8.04	8.02	8.01	8.0	8.0

6) 导弹重心（起自头部）

t(s)	.0	2.0	2.4	18.0	26.0	45.0
XG(m)	.938	.910	.909	.897	.893	.890

7) 静稳定力矩系数 $m_{z0}^{\alpha} \alpha \Big|_{Xg=Xg_0}$

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0	-0.0201	-0.0406	-0.0618	-0.0828	-0.1045
0.2	0	-0.0202	-0.0407	-0.0621	-0.0831	-0.1048
0.3	0	-0.0202	-0.0407	-0.0621	-0.083	-0.1047
0.4	0	-0.0203	-0.041	-0.0624	-0.0833	-0.1049
0.5	0	-0.0201	-0.0407	-0.062	-0.0825	-0.1038
0.6	0	-0.019	-0.0384	-0.0583	-0.0776	-0.0977
0.7	0	-0.0178	-0.0359	-0.0546	-0.0727	-0.0914
0.8	0	-0.0171	-0.0346	-0.0529	-0.0702	-0.0885
0.9	0	-0.0161	-0.0328	-0.0504	-0.0677	-0.0859

当导弹重心变化时的修正公式： $m_{z1}^{\alpha} \alpha = m_{z0}^{\alpha} \alpha + c_y (Xg - Xg_0) / L$

8) 阻尼力矩导数 m_{ξ}^{σ}

当 $Xg=.938$ 时

马赫数	攻角(°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	-0.497	-0.512	-0.528	-0.544	-0.559	-0.574
0.2	-0.502	-0.517	-0.533	-0.549	-0.564	-0.579
0.3	-0.506	-0.521	-0.537	-0.553	-0.568	-0.582
0.4	-0.514	-0.529	-0.545	-0.561	-0.576	-0.591
0.5	-0.523	-0.538	-0.554	-0.57	-0.585	-0.599
0.6	-0.548	-0.563	-0.579	-0.594	-0.609	-0.623
0.7	-0.578	-0.592	-0.608	-0.623	-0.638	-0.652
0.8	-0.621	-0.635	-0.65	-0.665	-0.68	-0.694
0.9	-0.678	-0.693	-0.709	-0.724	-0.739	-0.753

当 $X_g = 0.890$ 时

马赫数	攻角 (°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	-0.655	-0.677	-0.7	-0.722	-0.742	-0.762
0.2	-0.662	-0.683	-0.706	-0.728	-0.749	-0.768
0.3	-0.666	-0.688	-0.711	-0.733	-0.753	-0.773
0.4	-0.677	-0.698	-0.721	-0.743	-0.764	-0.783
0.5	-0.688	-0.709	-0.732	-0.754	-0.774	-0.793
0.6	-0.718	-0.739	-0.761	-0.783	-0.803	-0.822
0.7	-0.753	-0.774	-0.796	-0.817	-0.837	-0.855
0.8	-0.804	-0.825	-0.846	-0.867	-0.886	-0.905
0.9	-0.873	-0.894	-0.916	-0.938	-0.958	-0.977

9) 操纵力矩系数 $m_z^{\delta_z} \delta_z$

当 $X_g = 0.938$ 时

马赫数	舵偏角 (°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0.0000	-0.0273	-0.0562	-0.0857	-0.1162	-0.1480
0.2	0.0000	-0.0272	-0.0560	-0.0854	-0.1158	-0.1475
0.3	0.0000	-0.0271	-0.0558	-0.0851	-0.1154	-0.1470
0.4	0.0000	-0.0272	-0.0560	-0.0854	-0.1158	-0.1475
0.5	0.0000	-0.0272	-0.0560	-0.0854	-0.1158	-0.1475
0.6	0.0000	-0.0269	-0.0554	-0.0845	-0.1146	-0.1460
0.7	0.0000	-0.0263	-0.0542	-0.0827	-0.1122	-0.1430
0.8	0.0000	-0.0260	-0.0536	-0.0818	-0.1110	-0.1415
0.9	0.0000	-0.0256	-0.0528	-0.0806	-0.1094	-0.1395

当 $X_g = 0.890$ 时

马赫数	舵偏角 (°)					
	0	2	4	6	8	10
0.1	0	-0.0289	-0.0595	-0.0906	-0.1228	-0.1562
0.2	0	-0.0288	-0.0593	-0.0903	-0.1224	-0.1557
0.3	0	-0.0287	-0.0591	-0.0900	-0.1219	-0.1551
0.4	0	-0.0288	-0.0593	-0.0903	-0.1224	-0.1557
0.5	0	-0.0288	-0.0593	-0.0903	-0.1224	-0.1557
0.6	0	-0.0285	-0.0586	-0.0893	-0.1211	-0.1541
0.7	0	-0.0279	-0.0574	-0.0874	-0.1186	-0.1509
0.8	0	-0.0276	-0.0567	-0.0865	-0.1173	-0.1493
0.9	0	-0.0271	-0.0559	-0.0852	-0.1156	-0.1472

10) 其它参数

起飞质量 (Kg)	特征面积 (m ²)	特征长度 (m)
55	0.0225	1.83
毛翼展 (m)	音速 (m/s)	大气密度 (kg/m ³)
0.55	340	1.225*exp (-H/10700)

表中H为以 m 为单位的飞行高度。

2. 具体任务

(1) 运动模型及飞行和控制方案

铅垂面内的导弹运动方程组为

$$\left. \begin{aligned}
 m \frac{dV}{dt} &= P \cos \alpha - X - mg \sin \theta \\
 mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \\
 J_z \frac{d\omega_z}{dt} &= M_z^\alpha \alpha + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^{\delta_z} \delta_z \\
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z \\
 \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta \\
 \frac{dy}{dt} &= V \sin \theta \\
 \frac{dm}{dt} &= -m_c \\
 \alpha &= \vartheta - \theta \\
 \theta^* &= \begin{cases} \theta_0 & t_0 \leq t < t_1 \\ \theta_0 e^{-\frac{t-t_1}{K_1}} & t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & t_2 \leq t < t_3 \end{cases} \\
 y^* &= \begin{cases} y_p & t_3 \leq t < t_4 \\ \frac{2}{3} y_p e^{-K_2(t-t_4)} + \frac{1}{3} y_p & t_4 \leq t < t_5 \\ \frac{1}{3} y_p & t_5 \leq t \end{cases} \\
 \delta_z &= \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_0 \\ K_3(\theta - \theta^*) & t_0 \leq t < t_3 \\ K_4(y - y^*) & t_3 \leq t \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 t_0 为启控时间，在此之前导弹处于无控状态。 $t_1 \sim t_5$ 、 K_1 和 K_2 是飞行方案中的参数，

K_3 和 K_4 是控制方案中的参数，这些参数自行设计。另，式 (1) 中的飞行方案和控制方案仅供参考，可设计其它的方案，但必须保证弹道有合理的无控制段、稳定的爬升段、平飞段、俯冲段和拉起改平段。导弹由爬升改为平飞以及俯冲拉起改平时，要求弹道过渡平滑，无明

显超调。且要满足平飞高度等指标要求。尤其说明的是：式（1）中的简单控制方案的控制效果并不一定很好，习者可利用所学过的飞行高度的稳定与控制方法、自动控制原理相关知识，设计合理有效的控制规律，使导弹按预先设计的方案飞行并使各段弹道平稳连接。

导弹的初始发射高度 $H_0=2\text{m}$ ，离轨初速 $V_0=20\text{m/s}$ 。

（2）具体要求

1) 高平飞段的高度误差应在 10m 以内，低平飞段的高度误差应在 5m 以内。

2) 导弹在低平飞段的某处，所有燃料耗尽之后，导弹仍需要按上述精度要求继续平飞，直到飞行速度低于 200m/s 。

3) 自行设计干扰风场，将风场模型引入导弹运动方程组，进行弹道解算和分析，研究风对初始段、爬升段、平飞段、俯冲段和无动力段弹道的影响。

4) 自行设计推力偏心模型，引入导弹运动方程组，通过弹道解算和分析，研究推力偏心对初始段、爬升段、平飞段和俯冲段弹道的影响。

5) 自行设计实验，研究干扰风和推力偏心同时存在的条件下，对各段弹道的影响。

6) 设计合理的飞行方案和控制方案，在不计干扰风和推力偏心的情况下，使导弹获得最大的主动段射程或最大射程（被动段速度不低于 200m/s ）。

7) 在满足条件 1) 的情况下，设计合理的飞行方案和控制方案，使导弹的“爬升-转平”距离和“俯冲-拉起”距离最短。

8) 设导弹为轴对称，采用六自由度导弹运动数学模型，铅垂面采用此前设计的飞行方案，偏航方向为无控飞行，沿地面坐标系 Z 轴方向引入 $\pm 10\text{m/s}$ 的常值风场，编制弹道解算程序，解算并分析弹道。

9) 对各种情况下的弹道解算结果进行分析，根据研究结果，制作 PPT，进行专题报告和研讨交流。按正式学术期刊论文的规范和要求，自拟题目整理一篇弹道设计和分析报告（不超过 6000 字）。

说明：1)、2)、9) 为必作项，3)、4)、5) 三项至少选作一项，6)、7)、8) 三项为挑战项，学有余力者不妨放手一试。

二、注意事项

1. 本项目为团队项目，团队成员一起合作完成此项目。

2. 在设计“爬升-转平”方案和“俯冲-拉起”方案时，要注意平滑过渡，使方案具有可实施性。式（1）中的飞行方案和控制方案仅供参考，直接使用并不一定能取得满意的效果。

3. 编制弹道计算程序时，注意设置合适的中止计算条件，选择合适的计算步长和输出步长。接近弹道末端或临界点时，可根据具体情况采用变步长计算。

4. 合适的控制方案与合理的飞行方案相匹配，飞行器才能较好地实现预先设计的飞行方案。此外，重力、推力偏心、风等因素会对方案弹道造成一定的影响。对一些能够预先估

计的影响，可以在控制方案中设计相应的补偿信号，有助于飞行方案的实现。

5. 干扰风主要包括常值风和阵风两种，在铅垂面内按方向可分为纵风（水平风）和垂直风，可同时引入，也可分开引入。当引入干扰风时，在计算空气动力和力矩时，气流速度大小和方向应计入风的影响——此时空速与地速不同，并有附加攻角产生。但计算导弹的质心位移和推力的投影时，则不应计入风速以及它所产生的附加攻角。

6. 输出或绘制运动参数变化曲线时，涉及角度或角速度的量，尽量以度（度/秒）为单位。

三、关联的知识、能力与基础

1. 覆盖课程内容

作用在飞行器上的力和力矩、纵向平面弹道数学模型、飞行器运动数学建模与数值解法、铅垂平面弹道仿真与分析、方案飞行弹道的设计与实现、飞行器稳定回路、飞行器姿态运动的自动稳定与控制、飞行高度的稳定与控制（即教材《导弹飞行力学》和 MOOC 飞行力学第一章、第二章、第三章主要内容，另外涉及《导弹飞行力学》中第十章的部分内容）。

2. 知识、能力与素质

了解飞行器运动数学模型与数值计算方法；根据指定要求进行方案弹道设计、解算和初步论证；掌握弹道计算过程中气动数据处理的一般方法；针对具体情况提出合理假设；选择及使用合适的研究方法和计算工具；初步掌握弹道数据和与之相关的系统性能分析方法；学术写作、报告、交流与评价；领导能力与团队协作；自主学习与终生学习。

3. 先修课程与知识基础

刚体动力学、常微分方程的数值解；多维数据插值与拟合；经典自动控制原理与方法；计算机语言与编程；空气动力学与飞行器概论；伪随机数生成；优化理论与方法。