



● 习题 5.2

计算下列离散时间信号的线性卷积 $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ 。

1. $x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$, $x_2[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$,
2. $x_1[n] = u[n+1]$, $x_2[n] = u[n-4]$,
3. $x_1[n] = n(u[n] - u[n-4])$, $x_2[n] = u[n+4] - u[n+1]$ 。



● 习题 5.2

(1)

$$y_1[n] = x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k u[k] \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-k} u[n-k]$$

分情况讨论求和范围：

当 $n < 0$ 时：不存在 k 满足 $k \geq 0$ 且 $n - k \geq 0$ ，故 $y_1[n] = 0$ ；

当 $n \geq 0$ 时：求和范围为 $k = 0$ 到 $k = n$ ，代入得：

$$y_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{4}{1}\right)^k = \left(\frac{1}{4}\right)^n \sum_{k=0}^n 2^k = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$\Rightarrow y_1[n] = \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n \right] u[n]$$



● 习题 5.2

(2)

$$y_2[n] = x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k+1] \cdot u[(n-k)-4]$$

分析求和范围, 需满足 $k+1 \geq 0$ 且 $n-k-4 \geq 0$, 即 $k \geq -1$ 且 $k \leq n-4$:

当 $n-4 < -1$ (即 $n < 3$) 时: 无满足条件的 k , 故 $y_2[n] = 0$;

当 $n \geq 3$ 时: 求和范围为 $k = -1$ 到 $k = n-4$, 有:

$$y_2[n] = \sum_{k=-1}^{n-4} 1 = n-2$$

$$\implies y_2[n] = (n-2)u[n-3]$$



● 习题 5.2

(3) 由题目条件可知,

$$x_1[n] = [0, 1, 2, 3]$$

↑

$$x_2[n] = [1, 1, 1, 0, 0]$$

↑

利用竖式乘法, 可得

$$y_3[n] = x_1[n] * x_2[n] = [1, 3, 6, 5, 3]$$

↑



● 习题 5.4

已知两个周期序列 $\tilde{x}[n]$ 和 $\tilde{h}[n]$ ，相应的主值序列为

$$x[n] = [2, 1, 0, 2, 1, 3], \quad h[n] = [1, 2, 1, -2, -1, 2]$$

求 $\tilde{x}[n]$ 与 $\tilde{h}[n]$ 的周期卷积 $\tilde{x}[n] \circledast \tilde{h}[n]$ 。

解：只需计算周期卷积的主值序列，即

$$\tilde{x}[n] \circledast \tilde{h}[n] = \sum_{k=0}^5 x[k] \cdot h[\langle n - k \rangle_6], \quad n = 0, 1, \dots, 5,$$

可以采用循环卷积的计算方法，得到

$$\tilde{x}[n] \circledast \tilde{h}[n] = [7, 4, 1, -2, 7, 10], \quad n = 0, \dots, 5.$$



● **习题 5.5 已知序列 $x[n] = [1, 0, 2, 3]$ 和 $h[n] = [2, -1, 1]$ ，计算下列卷积：**

(1) $x[n] * h[n]$; (2) $x[n] \textcircled{4} h[n]$; (3) $x[n] \textcircled{7} h[n]$ 。

解： (1) $y_1[n] = x[n] * h[n] = [2, -1, 5, 4, -1, 3]$

(2) 循环卷积可以通过线性卷积的周期延拓（混叠）得到。将线性卷积 $y_1[n]$ 以周期 4 延拓后，取主值序列：

$$y_2[0] = y_1[0] + y_1[4] = 2 + (-1) = 1$$

$$y_2[1] = y_1[1] + y_1[5] = (-1) + 3 = 2$$

$$y_2[2] = y_1[2] = 5$$

$$y_2[3] = y_1[3] = 4$$

得到 $x[n] \textcircled{4} h[n] = [1, 2, 5, 4]$



● **习题 5.5 已知序列** $x[n] = [1, 0, 2, 3]$ **和** $h[n] = [2, -1, 1]$, **计算下列卷积:**

(1) $x[n] * h[n]$; (2) $x[n] \textcircled{4} h[n]$; (3) $x[n] \textcircled{7} h[n]$ 。

解:

(3) 由于点数 7 大于线性卷积长度 6, 因此直接在线性卷积结果后补零至长度 7, 得到:

$$x[n] \textcircled{7} h[n] = [2, -1, 5, 4, -1, 3, 0]$$



● **习题 5.6 已知序列 $x[n] = [1, 4, 3, 2]$ ，求下列各序列的值。**

- (1) $x[\langle -n \rangle_4]$; (2) $x[\langle n - 2 \rangle_4]$; (3) $x[\langle n - 3 \rangle_5]$; (4) $x[\langle -n \rangle_6]$;
 (5) $x[\langle 2 - n \rangle_7]$.

解：(1) 循环反褶 $x[\langle -n \rangle_4] = [1, 2, 3, 4]$ 。

(2) 循环右移 $x[\langle n - 2 \rangle_4] = [3, 2, 1, 4]$ 。

(3) 需将序列补零至长度 5，即： $x[n] = [1, 4, 3, 2, 0]$ ，然后循环右移，得到 $x[\langle n - 3 \rangle_5] = [3, 2, 0, 1, 4]$ 。

(4) 需将序列补零至长度 6，即： $x[n] = [1, 4, 3, 2, 0, 0]$ ，然后循环反褶，得到 $x[\langle -n \rangle_6] = [1, 0, 0, 2, 3, 4]$ 。

(5) 需将序列补零至长度 7，即： $x[n] = [1, 4, 3, 2, 0, 0, 0]$ ，然后循环反褶右移，得到 $x[\langle 2 - n \rangle_7] = [3, 4, 1, 0, 0, 0, 2]$ 。



● **习题 5.8** 已知两个序列 $x[n] = [1, \underset{\uparrow}{1}, 0, 2, 1, 3]$ 和 $h[n] = [1, 1, \underset{\uparrow}{1}, 1]$, 计算各自的自相关和二者的互相关。

解: $x[n]$ 的自相关函数

$$r_x[m] = x[m] * x[-m] = [3, 4, 3, 8, 6, \underset{\uparrow}{16}, 6, 8, 3, 4, 3]$$

$h[n]$ 的自相关函数

$$r_h[m] = h[m] * h[-m] = [1, 2, 3, \underset{\uparrow}{4}, 3, 2, 1]$$

$x[n]$ 和 $h[n]$ 的互相关函数

$$r_{xh}[m] = x[m] * h[-m] = [1, 2, \underset{\uparrow}{2}, 4, 4, 6, 6, 4, 3]$$

$h[n]$ 和 $x[n]$ 的互相关函数

$$r_{hx}[m] = h[m] * x[-m] = [3, 4, 6, 6, 4, 4, \underset{\uparrow}{2}, 2, 1]$$