

课程编号: 103054206

北京理工大学 2021—2022 学年第 2 学期

2020 级 电磁场与电磁波 试卷 (A 卷)

开课学院: 信息与电子学院

任课教师: _____

试卷用途: ☐ 期中 ☒ 期末 ☐ 补考 ☐ 重考

考试形式: ☒ 开卷 ☐ 半开卷 ☐ 闭卷

考试时间: 120 分钟

考试允许带: 计算器入场

班级:

学号:

姓名:

考生承诺: “**我确认本次考试是完全通过自己的努力完成的。**”

考生签名:

题序	一	二	三	四	五	六	总分
满分	36	8	12	28	10	6	100
得分							
评卷人							

一、简答题（共 36 分）

- （6 分）叙述静态场的唯一性定理。
- （8 分）定性说明导行电磁波 TE、TM、TEM 模式的电磁场分布特点。分别写出矩形波导中 TE、TM 波的最低模式。
- （4 分）写出时变场中理想导体与理想介质边界上电磁场矢量的边界条件。
- （6 分）分别写出静态电磁场和动态电磁场的标量电位和矢量磁位的定义式。
- （12 分）写出理想介质无源区域（ $\vec{J}_{su} = 0$, $\rho = 0$; $\sigma = 0$, ϵ, μ 是实常数）内复麦克斯韦方程组的微分形式，并证明此时磁场复矢量满足微分方程 $\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = 0$ 。

二、（8 分）真空中有一半径为 a 电容率为 $\epsilon_0 \epsilon_r$ 的电介质球，若将电介质球的球心定为坐标原点，并令 Q_V 为常数，则球坐标系下，空间中的电位分布表示为

$$U = \begin{cases} -\frac{Q_V r^2}{6\epsilon_0 \epsilon_r} + \frac{Q_V a^2}{6\epsilon_0 \epsilon_r} + \frac{Q_V a^2}{3\epsilon_0} & r < a \\ \frac{Q_V a^3}{3\epsilon_0 r} & r \geq a \end{cases}$$

试求：（1）球内外任意点的电场强度；
（2）球内外任意点的自由电荷密度。

三、（12 分）真空中存在着恒定电流，其激发的恒定磁场强度矢量在圆柱坐标系中表示为：

$$\vec{H} = \begin{cases} 0 & (\rho < a) \\ \frac{H_0 a}{\rho} \hat{\phi} & (\rho > a) \end{cases}$$

其中， H_0 和 a 是常数， ρ 表示圆柱坐标系的径向坐标变量。

试求：（1）空间中的磁感应强度 \vec{B} ；
（2）空间中的恒定电流分布。定性说明电流分布形式是线电流、面电流还是体电流？
（3）若 \vec{H} 表示的是空间中全部填充磁导率为 μ 的介质时的磁场强度，则磁化电流如何分布？

四、（28 分）真空中一平面电磁波的电场复矢量表达式为

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_0 (\hat{z} - j\hat{y}) e^{-j2\pi x}$$

试求：（1）电磁波的传播方向，波长，工作频率 f ，相速度；
（2）电场强度瞬时值表达式；
（3）磁场强度的复矢量表达式；
（4）电磁波的极化形式；
（5）若空间中 $x > 0$ 的区域由电介质（ $\epsilon = 4\epsilon_0, \mu = \mu_0$ ）填充，求真空区域中，总电场和总磁场复矢量表达式；总电场振幅最小点的位置出现在哪里？

五、（10 分）一空气填充的矩形波导，其截面尺寸为 $a \times b = 25\text{mm} \times 12\text{mm}$

试求：（1）此波导单模传输 TE_{10} 模式的工作频率范围；
（2）若将波导内填充电磁参数为 $\epsilon = 2.25\epsilon_0, \mu = \mu_0$ 电的介质，则单模传输 TE_{10} 模式的工作频率范围如何变化？此时 TE_{10} 模式的截止波长与波导以空气填充时相比如何变化？

六、（6 分）自由空间中有一个赫兹电偶极子，设其所在位置为坐标原点，并将其沿 z 轴放置，则远区磁场复矢量在球坐标系中表示为 $\vec{H} = j \frac{Idl}{2\lambda} \frac{\sin \theta}{r} e^{-jkr} \hat{\phi}$ ，

试求：（1）远区电场复矢量的表达式；
（2）远区平均坡印廷矢量；
（3）将另一个完全相同的赫兹电偶极子摆放在坐标原点，并沿 x 轴放置，与沿 z 轴放置的偶极子共同组成一个辐射系统，则在远区 z 轴方向观察到的电磁波是何种极化形式？简单解释原因。