

试卷 1

注：1 至 4 题中每一小题 2 分，总计 38 分。

1. 判断下列序列是否是周期的（其中 A 是常数）。若是，确定其周期 N ，给出求解过程。

$$(1) x[n] = A \sin(\pi n / 3) \quad (2) x[n] = A \sin(\sqrt{3} \pi n)$$

$$(3) x[n] = W_8^{An}, \text{ 其中, } W_8^{An} = e^{-j(2\pi/8)n}$$

2. 判断下列单位抽样响应所对应的系统的因果性，稳定性，并给出依据。

$$(1) h[n] = \frac{1}{n^2}, n > 0 \quad (2) h(n) = \sin(n), n \geq 0$$

$$(3) h[n] = \delta[n+1] + \delta[n] + 3\delta[n-1]$$

3. 判断下列 Z 变换的收敛域为（从给定的选项中选择）：

$$(1) X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad (a) |z| > 1/2 \quad (b) |z| < 1/2 \quad (c) \text{不定}$$

(2) 已知 $x[n] = 1/n, n \geq 1$, 其 Z 变换为：

$$X(z) = \ln\left(\frac{z}{1-z}\right) \quad (a) |z| > 1 \quad (b) |z| < 1 \quad (c) \text{全平面}$$

$$(3) X(z) = \frac{1-z^{-3}}{1-z^{-1}} \quad (a) |z| > 1 \quad (b) < 1 \quad (c) |z| > 0.$$

4. 判断下列说法是否正确，并说明理由。

(1), FFT 是一种快的 DFT 算法。

(2), 两个 N 点序列 $x[n]$ 和 $h[n]$, $y[n]$ 和 $s[n]$ 分别代表与的 N 点圆周卷积和线形卷积, 即 $y[n] = x[n] \otimes h[n]$, $s[n] = x[n] * h[n]$, 则 $y[n] = s[n]$ 。

(3), 一个线形时不变系统的系统函数为 $H(z)$, 若其所有的零极点关于单位圆呈径向对称分布, 则该系统是全通系统。

(4), 序列 $x[n]$, $0 \leq n \leq N-1$, 在其后加 N 个零, 得到新序列 $y[n]$, 则 $x[n]$ 和 $y[n]$ 的傅立叶变换相同。

(5), 序列 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$, 则 $X(z)$ 在单位圆上取得值, 就是 $x[n]$ 的傅立叶变换。

(6), 序列 $x[n]$ 的 DFT, 就是 $x[n]$ 的 Z 变换在单位圆上从 $z=1$ 点开始以 $2\pi/N$ 为角间距的采样值。

(7), FIR 滤波器必定是稳定的。

(8), IIR 滤波器必定是稳定的。

(9), 如果希望滤波器具有线形相位, 应选择 FIR 滤波器。

(10), IIR 滤波器设计方法中, 双线性变换把 S 平面的虚轴线形地影射到 Z 平面的单位圆上。

5. (12 分)

(1), 已知 $x[n] = (1/3)^n u[n]$, 求其傅立叶变换 $X(e^{j\omega})$ 。

(2), 因果序列的 Z 变换为:
$$X(z) = \frac{1}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})}$$

求原序列 $x[n]$, 并确定其收敛域。

6. (10 分)

已知滤波器的系统函数为:
$$H(z) = (1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + 6z^{-1})(1 - z^{-1})$$

(1) 写出系统函数对应的差分方程。

(2) 试画出此 FIR 系统的横截型结构。

(3) 试画出此 FIR 系统的级联式结构。

7. (10 分)

已知滤波器的系统函数为：

$$H(z) = \frac{1.5 + 2.1z^{-1} + 0.4z^{-2}}{1 + 0.3z^{-1} - 0.2z^{-2}}$$

(1) 写出系统函数对应的差分方程。

(2) 试画出此系统的横截型结构。

(3) 试画出此系统的级联式结构。 ,

8. (10 分)

已知序列 $x[n], 0 \leq n \leq 4$, 如图 1 所示。

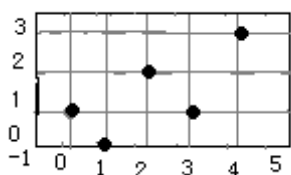


图 1

试求出：

(1) $x[n]*x[n]$

(2) $x[n] \otimes x[n], N=5;$

(3) $x[n] \otimes x[n], N=10;$

9.(5 分)

画出 8 点 $x[n]$ 的时间抽取同址计算 FFT 的流图。

10. (10 分)

已知 $x_1[n], x_2[n]$ 都是 8 点序列, 分别如图 2 和图 3 所示。

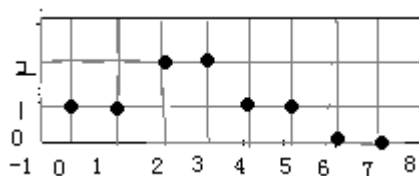
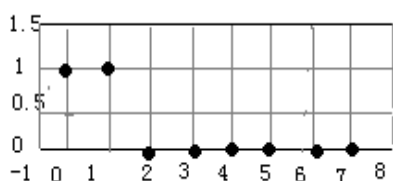


图 2

图 3

写出 $x_1[n]$ 与 $x_2[n]$ 的 DFT 的表达式 $X_1[K]$ 和 $X_2[k]$, 从而求出:
 $X_1[0], X_1[2], X_1[4], X_2[0], X_2[2], X_2[4]$.

11.(5 分)

已知 $x[n]$ 和 $h[n]$ 分别为 N 点和 M 点序列, $X[k]$

($0 \leq k \leq N-1$) 为 $x[n]$ 的 DFT, 试证明当满足条件

$\sum_{k=0}^{N-1} X(k) = 0$ 时, $x[n]$ 和 $h[n]$ 的线形卷积可由 $N+M-2$ 点圆周卷积

$x[n] \otimes h[n]$ 完全决定。

03 级数字信号处理 A 卷标准答案及评分标准

1、(1) 答：是周期的，(1 分) 周期 $N=6$ ，(1 分)

(2) 答：不是周期的， $\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ ；(2 分)

(3) 答： $N = \frac{8}{A}$ 当 A 的取值为 1, 2, 4, 8 时， $x(n)$ 是周期的，(1 分)；否则是非周期的 (1 分)。

2、(1) 答：当 $n < 0$ 时， $h(n) = 0$ ，所以是因果的。(1 分) 对于 $\frac{1}{n^p}$ ，当 $p > 1$ 时收敛， $h(n)$ 稳定。(1 分)

(2) 答：当 $n < 0$ 时， $h(n) = 0$ ，所以是因果的。(1 分) 因为 $\lim_{n \rightarrow \infty} h(n) \neq 0$ ， $h(n)$ 不收敛，不稳定 (1 分)

(3) 答：当 $n = -1, h(-1) = 1$ ，所以是非因果的；(1 分) 同时 $h(n)$ 是有限长的序列，所以稳定。(1 分)

3、答：(1) c (2 分) (2) a (2 分) (3) c (2 分)

4、(1) 答：T，(1 分)，利用 W_N 的特点，即 $W_N^2 = W_{N/2}, W_N^{N/2} = -1, W_N^{r+N/2} = -W_N^r$ (或者给出其它正确的理由都可以给分) (1 分)

(2) 答：F，(1 分)，补零成为 $2N-1$ 点才能相等，(或者给出其它正确的理由都可以给分) (1 分)。

(3) 答：中文：F，(1 分)，极零点互为共轭倒数，极点在单位圆内 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

英文：F，(1 分)，零极点都在单位圆内，才是最小相位的 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

(4) 答：T，(1 分)，根据定义， $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{2N-1} y(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega n} + 0$ (或者给出其它正确的理由都可以给分) (1 分)

者给出其它正确的理由都可以给分) (1 分)

(5) 答：T，(1 分)，根据傅里叶变换的定义式 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

(6) 答：T，(1 分)， $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}$ (或者给出其它正确的理由都可以给分) (1 分)

的理由都可以给分) (1 分)

(7) 答：T，(1 分)，FIR 是有限长序列，是全零点的 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

(8) 答：F，(1 分)，IIR 的极点有可能在单位圆外 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

(9) 答：T，(1 分)，FIR 滤波器具有线性相位 (或者给出其它正确的理由都

可以给分)。(1 分)

(10) 答: F, (1 分), 是非线性映射 (或者给出其它正确的理由都可以给分)。(1 分)

5、答: (1)

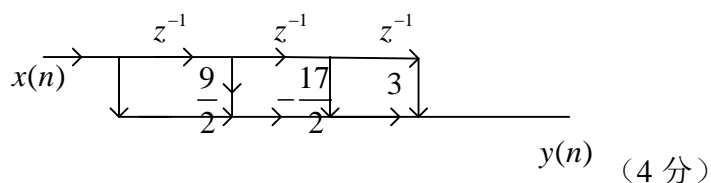
$$x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n), X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}, (3 \text{ 分})$$

$$X(e^{j\omega}) = X(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\omega}} (3 \text{ 分})$$

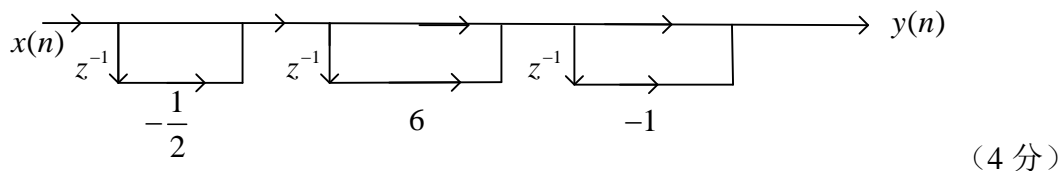
$$(2) \quad x(n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2)u(n), |z| > 1 (6 \text{ 分})$$

6、答: (1) $y(n] = x(n) + \frac{9}{2}x(n-1) - \frac{17}{2}x(n-2) + 3x(n-3) (2 \text{ 分})$

(2)

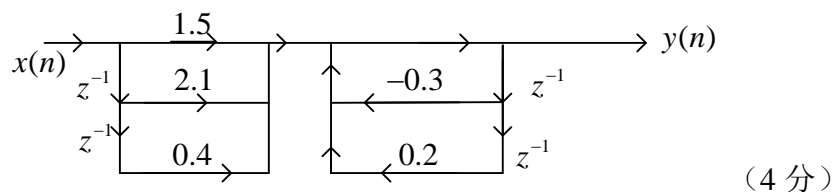


(3)

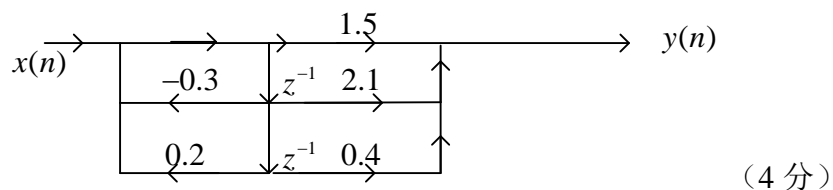


7、答: (1) $y(n] + 0.3y(n-1) - 0.2y(n-2) = 1.5x(n] + 2.1x(n-1) + 0.4x(n-2) (2 \text{ 分})$

(2)



(3)



8、答: (1)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x(n)*x(n)$	1	0	4	2	10	4	13	6	9

(4 分)

(2)

n	0	1	2	3	4
$x(n)\textcircled{5}x(n)$	5	13	10	11	10

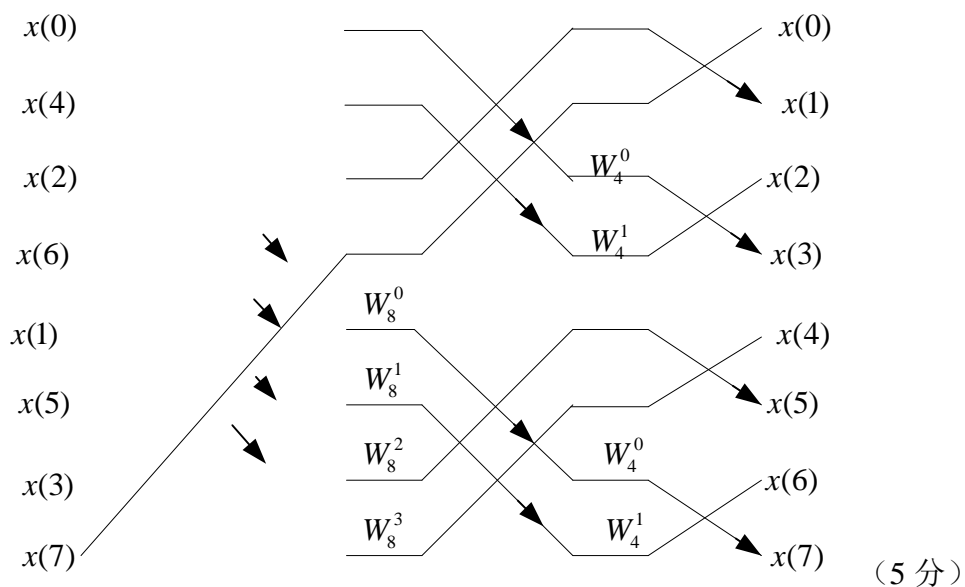
(4 分)

(3)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x(n)\textcircled{10}x(n)$	1	0	4	2	10	4	13	6	9

(2 分)

9、答：



(5 分)

10、答： $X_1(k) = \sum_{n=0}^7 x_1(n)W_8^{nk} = 1 + W_8^k$, (2 分)

$X_2(k) = \sum_{n=0}^7 x_2(n)W_8^{nk} = X_1(k)(1 + 2W_8^{2k} + W_8^{4k})$ (2 分)

$X_1(0) = 2$, (1 分) $X_1(2) = 1 - j$, (1 分) $X_1(4) = 0$ (1 分)

$X_2(0) = 8$, (1 分) $X_2(2) = 0$, (1 分) $X_2(4) = 0$ (1 分)

11、答： $\because \sum_{k=0}^{N-1} X(k) = 0, x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn}, (2 \text{ 分})$

$$\therefore x(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

做 $N+M-2$ 点圆周卷积时，把 $x(0)$ 去掉来做，做完以后，在 $N+M-2$ 点圆周卷积前补零即可以得到 $N+M-1$ 点的线性卷积。(1 分)