2011 级机械类数字信号处理 B 期末试题 A 卷答案

班级________　学号_________　姓名_______　成绩______

一、单项选择题(在每小题的四个备选答案中，选出一个正确答案，并将正确答案的序号填在题干的括号内。每小题 2 分，共 20 分)

1. 离散时间序列 $x(n)=\sin\left(\frac{1}{3}n+\frac{\pi}{5}\right)$ 的周期是（ D ）。

A. 3　　B. 6　　C. 6π　　D. 非周期

2. 若一线性移不变系统当输入为 $x(n)=\delta(n)$ 时，输出为 $y(n)=R_3(n)$，计算当输入为 $u(n)-u(n-4)-R_2(n-1)$ 时，输出为（ D ）。

A. $R_3(n)+R_2(n+3)$　　B. $R_3(n)+R_2(n-3)$

C. $R_3(n)+R_3(n+3)$　　D. $R_3(n)+R_3(n-3)$

3. 已知某系统的单位抽样响应 $h(n)=0.3^n u(n)$，则该系统是（ A ）。

A. 因果稳定系统　　B. 因果非稳定系统

C. 非因果稳定系统　　D. 非因果非稳定系统

4. 系统输入序列 $x(n)$ 和输出序列 $y(n)$ 满足差分方程：$y(n)=nx(n)$，则该系统是（ C ）。

A. 线性移不变系统　　B. 非线性移不变系统

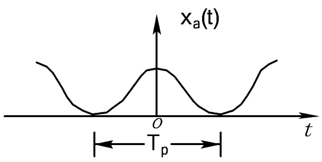
C. 线性移变系统　　D. 非线性移变系统

5. 欲借助 FFT 算法快速计算两有限长序列的线性卷积，则过程中要调用（ C ）次 FFT 算法。

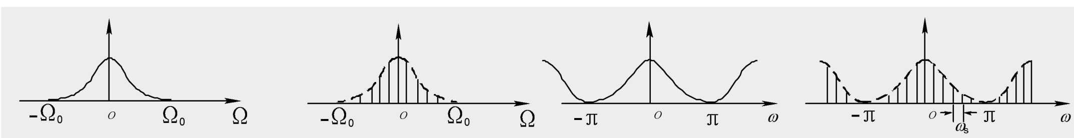
A.1　　B.2　　C.3　　D.4

6. 已知周期为 T_P 的信号 $x_a(t)$ 如下图所示，则其傅立叶变换最有可能是图（ B ）。

信号图：



频谱选项图：



A.　　B.　　C.　　D.

7. 已知 4 点序列 $x(n)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$，n=0, 1, 2, 3，该序列的 4 点 DFT 为 $X(k)$，则 $X(3)=$

（　C　　）。

A. 0　　　　　　　B. 1　　　　　　　C. 2　　　　　　　　D. 4

8. 求序列 x(n)的 1024 点基 2—FFT，需要_____次复数乘法（　C　）。

A. 1024　　　　　B. 1024×1024　　　C. 512×10　　　　D. 1024×10

9. 某 FIR 滤波器的系统函数为 $H(z)=1+0.9z^{-1}+0.9z^{-2}+z^{-3}$，则该系统属于（　B　　）。

A. N 为奇数的偶对称线性相位滤波器　　B. N 为偶数的偶对称线性相位滤波器

C. N 为奇数的奇对称线性相位滤波器　　D. N 为偶数的奇对称线性相位滤波器

10. 利用窗函数法设计 FIR 滤波器时，过渡带的宽度近似等于（　A　　）。

A. 窗函数频谱幅度函数的主瓣宽度

B. 窗函数频谱幅度函数的主瓣宽度的一半

C. 窗函数频谱幅度函数的第一个旁瓣宽度

D. 窗函数频谱幅度函数的第一个旁瓣宽度的一半

二、判断题(判断下列各题，正确的在题后括号内打“√”，错的打“×”。每小题 1 分，共 10 分)

1. 离散线性系统的输出序列是输入序列和系统单位抽样响应的卷积和。（　×　）

2. Z 变换的收敛域可以将具有相同的 Z 变换而定义在不同区间的信号区别开来。（√　）

3. 序列 x(n)的 N 点按时间与按频率抽取基 2-FFT 的计算次数相同。（　√　　）

4. 频谱泄漏是频谱分析中加窗引起的。（　√　）

5. 在不改变时域数据的条件下，在时域数据末端补零是减小栅栏效应的一种办法。（　√　　）

6. FIR 滤波器的差分方程是递归的。（　×　）

7. 当幅频特性指标相同时，FIR 滤波器的阶数比 IIR 滤波器的阶数高。（√　　）

8. 双线性变换法是非线性变换，所以用它设计 IIR 滤波器不能克服频率混叠效应。（　×　　）

9. 用窗函数法设计 FIR 滤波器时，最小阻带衰减由窗函数的长度决定。　（　×　）

10. FIR 滤波器基本结构与 IIR 滤波器基本结构具有相同的基本运算单元类型。（√　）

三、填空题(每空 2 分，共 20 分)

1. 单位抽样序列 δ(n)和单位阶跃序列 u(n)的关系为____________。

$$\delta(n)=\nabla u(n)=u(n)-u(n-1)$$

$$u(n)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\cdots$$

2. 序列 $x(n)=\cos(0.3\pi n)$，设抽样频率 fs=1000Hz，则对应的原模拟信号 x(t) 是 cos（300π t）__________，利用 20 点 DFT 对其进行频谱分析时，对应的是有 k=3__________的谱线。

3. 线性卷积和圆周卷积的关系是 L 点圆周卷积 y（n）是线性卷积 y1（n）以 L 为周期的周期延拓序列的主值序列__________，当满足条件 $L\geq N_1+N_2-1$__________ 时，圆周卷积可代替线性卷积。

4. 已知线性移不变系统的冲激响应为 $h(n)=\delta(n)-\delta(n-2)$，则 $H(z)=1-Z^{-2}$ _|z|>0______________，$H(e^{j\omega})=1-e^{-2jw}$ ________。

5. 将离散傅立叶反变换 IDFT 的公式改写为

$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-nk}=\frac{1}{N}\left[\sum_{k=0}^{N-1}X^*(k)W_N^{nk}\right]^*=\frac{1}{N}\left\{DFT\left[X^*(k)\right]\right\}^*$ __________，就可调用 FFT 例程（子程序）计算 IDFT。

6. 在利用窗函数法设计 FIR 滤波器时，窗函数的窗谱性能指标中，最重要的是主瓣宽度__________ 与旁瓣幅度(与主瓣幅度的比例)__________ 。

四、计算与证明题（共 50 分）

1. N 点序列 $x_1(n)$ 可以看作是周期为 N 的周期序列 x(n) 取主值区间 n=0 到 N-1 得到，2N 点序列 $x_2(n)$ 则由序列 x(n) 取两个周期 n=0 到 2N-1 得到，$x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的离散傅氏变换分别是 $X_1(K)$ 和 $X_2(K)$，试推导 $X_1(K)$ 和 $X_2(K)$ 的关系。（10 分）

解：

$$X_1(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x_1(n)W_N^{kn}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn},0\leq k\leq N-1$$

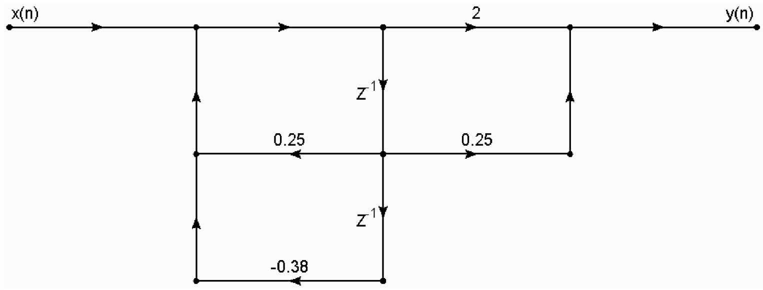
$$X_2(k)=\sum_{n=0}^{2N-1}x_2(n)W_{2N}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1}x_2(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=N}^{2N-1}x_2(n)W_{2N}^{nk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{2N}^{(n+N)k}=X_1(\frac{k}{2})+W_{2N}^{Nk}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{2N}^{nk}$$ （5 分）

$$=X_1(\frac{k}{2})+W_2^kX_1(\frac{k}{2})=\begin{cases}2X_1(\frac{k}{2}),k为偶数\\0,k为奇数\end{cases},0\leq k\leq 2N-1$$

（5 分）

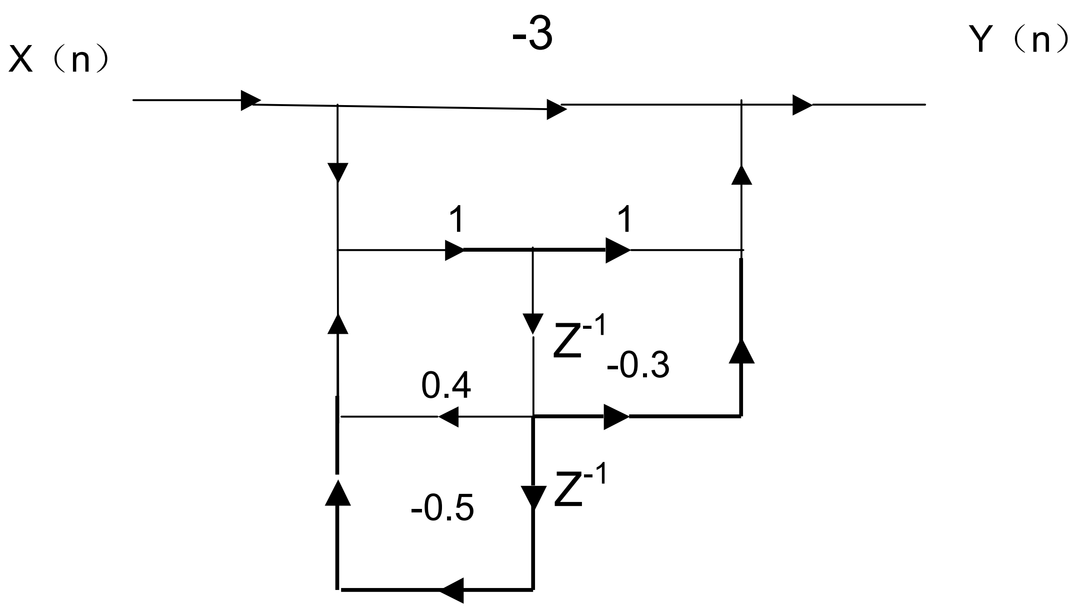
2. （1）根据信号流图，写出系统函数 H(z)、差分方程。（10 分）



$$y(n)=2x(n)+0.25x(n-1)+0.25y(n-1)-0.38y(n-2)$$

$$H(z)=\frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.38z^{-2}}$$

（2）已知系统函数为 $H(z)=-3+\dfrac{1-0.3z^{-1}}{1-0.4z^{-1}+0.5z^{-2}}$，画出该系统的并联型结构图。（5 分）



3．已知归一化的二阶巴特沃思模拟滤波器的系统函数为：

$$H_a(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}=\frac{1}{s^2+1.4142136s+1}$$

分别用冲激响应不变法和双线性变换法从该二阶巴特沃思模拟滤波器导出一低通数字滤波器， 要求-3dB 截止频率为 150Hz，系统抽样频率为 1kHz。（10 分）

解：（1）冲激响应不变法：

$\Omega_c=2\pi f_c=300\pi$

归一化的二阶巴特沃思滤波器的系统函数为：

$$H_{an}(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}=\frac{1}{[s-(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}j)][s-(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}j)]}$$

$$=\frac{-\frac{j}{\sqrt{2}}}{s-(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}j)}+\frac{\frac{j}{\sqrt{2}}}{s-(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}j)}$$

则将 $s={s}/{\Omega_c}$ 代入得出截止频率为 Ω_c 的模拟原型为:

$$H_a(s)=\frac{-\frac{j}{\sqrt{2}}}{[\frac{s}{300\pi}-(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}j)]}+\frac{\frac{j}{\sqrt{2}}}{[\frac{s}{300\pi}-(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}j)]}$$

$$=\frac{-150\sqrt{2}\pi j}{s-300\pi(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}j)}+\frac{150\sqrt{2}\pi j}{s-300\pi(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}j)}$$

$$=\frac{-150\sqrt{2}\pi j}{s-150\sqrt{2}\pi(-1+j)}+\frac{150\sqrt{2}\pi j}{s-150\sqrt{2}\pi(-1-j)}$$

$$=\frac{-150\sqrt{2}\pi j}{s+150\sqrt{2}\pi(1-j)}+\frac{150\sqrt{2}\pi j}{s+150\sqrt{2}\pi(1+j)}$$

由 $H_a(s)=\sum_{k=1}^{N}\frac{A_k}{s-s_k}\to H(z)=\sum_{k=1}^{N}\frac{TA_k}{1-e^{s_kT}z^{-1}}$

进行数字化和增益修正(*T)后，得

$$H(z)=\frac{-0.15\sqrt{2}\pi j}{1-e^{0.15\sqrt{2}\pi(-1+j)}z^{-1}}+\frac{0.15\sqrt{2}\pi j}{1-e^{0.15\sqrt{2}\pi(-1-j)}z^{-1}}$$

$$=\frac{0.3\sqrt{2}\pi e^{-0.15\sqrt{2}\pi}\sin(0.15\sqrt{2}\pi)z^{-1}}{1-2e^{-0.15\sqrt{2}\pi}\cos(0.15\sqrt{2}\pi)z^{-1}+e^{-0.3\sqrt{2}\pi}z^{-2}}=\frac{0.4231z^{-1}}{1\text{-}0.8073z^{-1}+0.2637z^{-2}}$$

(2) 双线性变换法:

由 $\omega_c=\Omega_c/f_s=0.3\pi$,

则 $\Omega_{c1}=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega_c}{2}=2000\tan(0.15\pi)=1019.050899$,

归一化的二阶巴特沃思滤波器的系统函数为:

$$H_a(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

$$=\frac{1}{s^2+1.4142136s+1}$$

则将 $s={s}/{\Omega_{c1}}$ 代入得出截止频率

为 Ω_{c1} 的模拟原型为

$$H_a(s)=\frac{1}{(\frac{s}{1019.050899})^2+1.4142136(\frac{s}{1019.050899})+1}$$
$$=\frac{1038464.734730}{s^2+1441.155640s+1038464.734730}$$

由双线性变换公式可得：

$$H(z)=H_a(s)|_{s=\frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$
$$=\frac{1038464.734730}{(2\times10^3\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2+1441.155640\times(2\times10^3\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})+1038464.734730}$$
$$=\frac{1038464.734730(1+2z^{-1}+z^{-2})}{7920776.01473-5923070.53054z^{-1}+2156153.645473z^{-2}}$$
$$=\frac{0.13110643(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1-0.74778917z^{-1}+0.27221495z^{-2}}=\frac{0.1311(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1-0.7478z^{-1}+0.2722z^{-2}}$$

4．用频率取样法设计一个 FIR 线性相位低通数字滤波器。已知 $\omega_c=0.5\pi,N=21$，按照过渡带抽样有 1 点取值 0.5，

（1）写出频率取样方法和画出频率抽样图（10 分）；

（2）说明设计步骤（5 分）。

解：N=21， α =（N-1）/2=10，

$$\omega_c=\frac{2\pi}{N}k_{\omega_c}=0.5\pi$$

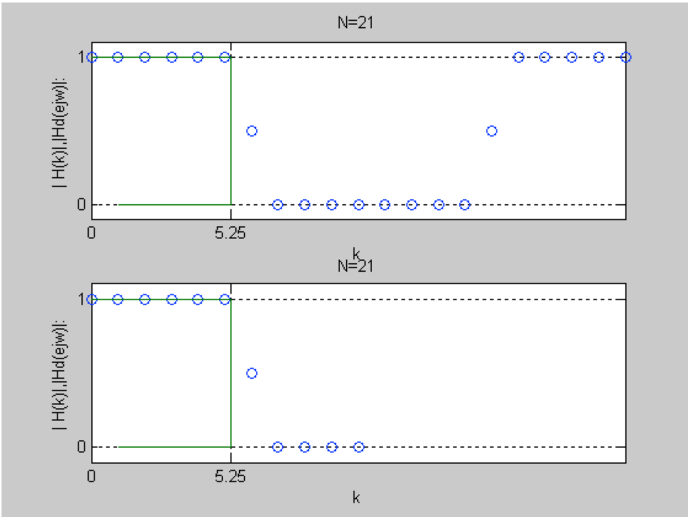
k_{wc} =6，选 H(k)周期偶对称，N 为奇数 ，按第一种频率抽样法，过渡带抽样有 1 点：

Hrs = Columns 1 through 7 ： 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000

Columns :7 through 16： 0.5000 0 0 0 0 0

0 0 0 0.5000

Columns 17 through 21： 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000



频率抽样法的设计步骤：

I） 根据截止频率对应的 K 及线性相位的要求（如对第一类线性相位 FIR 滤波器，第一种抽样），对给定的频率响应等间隔抽样确定：

$$|H(k)|=|H(N-k)|=|H_d(k)|=|H_d(e^{j\omega})|\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}$$

II） 确定 $$\theta(k)=-\theta(N-k)=\begin{cases}-\dfrac{2\pi}{N}k\left(\dfrac{N-1}{2}\right), k=0,1\ldots,\dfrac{N-1}{2} \\ \dfrac{2\pi}{N}(N-k)\left(\dfrac{N-1}{2}\right), k=\dfrac{N+1}{2},\ldots,N-1\end{cases}$$

共轭对称

III） 求 FIR 滤波器的单位抽样响应：

$$H(k)=|H(k)|e^{j\theta(k)}$$

h（n）为实数，且为满足线性相位， h（n）也对称（偶或奇）。

IV）求出

$$h(n)=\mathrm{Re}[IDFT[H(k)]]$$

验证结果。

$$H(e^{j\omega})=DTFT[h(n)]$$