课程编号：01500238　　　北京理工大学 2010－2011 学年第一学期

2008 级信号与系统 B 期末试题 A 卷

班级__________　　学号__________　　姓名__________　　成绩__________

一．填空题	二．简答题				三．综合题		
（30）	1（6）	2（6）	3（6）	4（6）	1（15）	2（15）	3（16）

一．填空（共 30 分）

1. 判断下列系统线性时不变特性：

① $y(t)=|x(t)-x(t-1)|$　__非线性__　__时不变__（2 分）

② $y[n]=x[n]-nx[n-1]$　__线性__　__时变__（2 分）

1）2.（2 分）已知某系统的单位抽样响应为 $h[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n+3]$，则该系统_不是_因果系统；_是_稳定系统。（空格填“是”或“不是”）

3.（3 分）$1+e^{j4\pi n/7}+e^{j2\pi n/5}$ 是否是 n 的周期函数 __是__ ；若是，周期为 __35__ 。

4.（3 分）计算 $e^{-t}\delta(3-t)=$ __$e^{-3}\delta(t-3)$__。

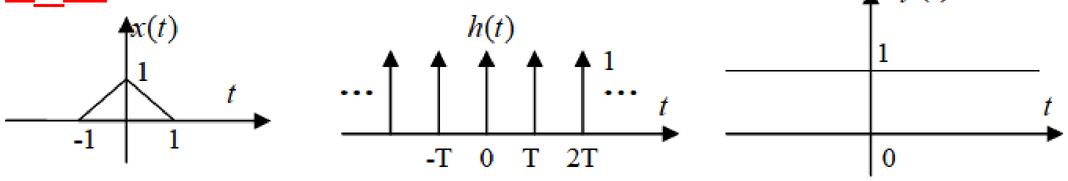
5.（3 分）某离散系统的差分方程为：$y[n]+y[n-1]-3y[n-2]=2x[n-1]-x[n-2]$

则该系统的频率响应为：$H(e^{j\Omega})=\dfrac{2e^{-j\Omega}-e^{-2j\Omega}}{1+e^{-j\Omega}-3e^{-2j\Omega}}$。

6.（3 分）若离散时间系统的单位抽样响应为 $h[n]=\{1,\underset{\uparrow}{3},2\}$，则系统在 $x[n]=\{2,-2,3\}$ 激励下的零状态响应为 $\{2,\underset{\uparrow}{4},1,5,6\}$。

7.（3 分）已知某因果连续 LTI 系统 $H(s)$ 全部极点均位于 S 左半平面，则 $\lim_{t\to\infty}h(t)=$ __0__ 。

8.（3 分）输入信号、系统单位冲激响应和输出分别为：$x(t),h(t),y(t)$。它们的图形分别画于图 1，则 $T=$ 1



（图 1）

9.（3 分）已知某 LTI 系统的单位抽样响应为 $h[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$，，则系统在 $x[n]=e^{j2n}$ 激励下的零

状态响应为$\dfrac{e^{j2n}}{1-(1/2)e^{-2j}}$

10.（3 分）对信号$x(t)=\dfrac{\sin 2t}{\pi t}*\dfrac{\sin 3t}{\pi t}$采样，则其奈奎斯特抽样率为 4 rad/s.

二. 计算题 （共 24 分，每小题 6 分）

1. 一个因果 LTI 系统的输入/输出关系由下列方程给出

$$\frac{dy(t)}{dt}+10y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)z(t-\tau)d\tau-x(t)$$

式中 $z(t)=e^{-t}u(t)+3\delta(t)$，求

（1） 该系统的频率响应 （4 分）

（2） 该系统的单位冲激响应（2 分）

解：（1）已知方程可转化为$\dfrac{dy(t)}{dt}+10y(t)=x(t)*z(t)-x(t)$

两边取傅立叶变换，则

$$j\omega Y(\omega)+10Y(\omega)=X(\omega)Z(\omega)-X(\omega)$$

由已知，可得 $Z(\omega)=\dfrac{1}{j\omega+1}+3$，代入上式得

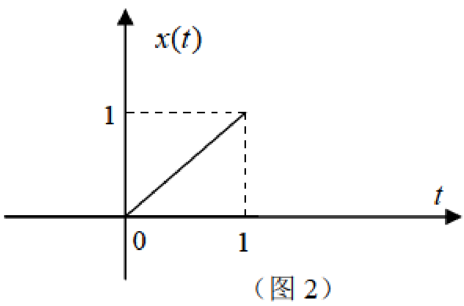
$$(j\omega+10)Y(\omega)=X(\omega)\frac{j2\omega+3}{j\omega+1}$$

$$H(j\omega)=\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}=\frac{\frac{j2\omega+3}{j\omega+1}}{j\omega+10}=\frac{j2\omega+3}{(j\omega)^2+11(j\omega)+10}=\frac{17/9}{j\omega+10}+\frac{1/9}{j\omega+1}$$

解：（2）单位冲激响应为

$$h(t)=(\frac{17}{9}e^{-10t}+\frac{1}{9}e^{-t})u(t)$$

2. 计算图 2 所示$x(t)$的付氏变换



（图 2）

解： $x(t)=t[u(t)-u(t-1)]$ (1 分)

令 $f(t)=x'(t)=u(t)-u(t-1)-\delta(t-1)$ (2 分)

$$F(j\omega)=\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}-[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]e^{-j\omega}$$

$$=\frac{1}{j\omega}(1-e^{-j\omega})$$ (2 分)

$$X(j\omega)=\frac{F(j\omega)}{j\omega}=\frac{1}{\omega^2}(e^{-j\omega}-1) \qquad (1\text{ 分})$$

答案更正：

$$x(t)=tu(t)-tu(t-1)$$

$$tu(t)\xleftrightarrow{F} j\pi\delta'(\omega)-\frac{1}{\omega^2}$$

$$tu(t-1)=(t-1)u(t-1)+u(t-1)$$

$$\leftrightarrow [j\pi\delta'(\omega)-\frac{1}{\omega^2}]e^{-j\omega}+[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]e^{-j\omega}$$

$$\because\ j\pi\delta(\omega)e^{-j\omega}=j\pi\delta(\omega)\quad j\pi\delta'(\omega)e^{-j\omega}=j\pi\delta'(\omega)$$

$$\therefore X(j\omega)=\frac{1}{\omega^2}(e^{-j\omega}-1)-[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]e^{-j\omega}$$

3. 求 $x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n+2]$ 的傅立叶变换

解：

$$x[n]=16(\frac{1}{4})^{n+2}u[n+2]$$

$$X(e^{j\Omega})=\frac{16e^{j2\Omega}}{1+\frac{1}{4}e^{-j\Omega}}$$

答案更正：

$$x[n]=16(\frac{1}{4})^{n+2}u[n+2]$$

$$X(e^{j\Omega})=\frac{16e^{j2\Omega}}{1-\frac{1}{4}e^{-j\Omega}}$$

4. 拉普拉斯变换 $X(s)=\frac{se^{-s}}{s^2+4},\mathrm{Re}\{s\}>0$，求其原函数 $x(t)$ 的表达式。

解：

$$\frac{s}{s^2+4}\xleftrightarrow{L^{-1}}(\cos 2t)u(t)$$

$$\frac{se^{-s}}{s^2+4}\xleftrightarrow{L^{-1}}(\cos 2(t-1))u(t-1)$$

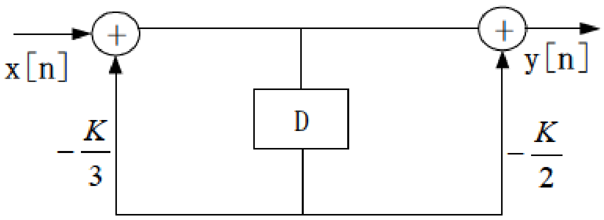
三. 综合题 （共 46 分）

1. （15 分）某离散时间 LTI 因果系统如图 3 所示。

（1）求该系统的系统函数 $H(z)$；（5 分）

（2）K 为何值时，系统是稳定的？（3 分）

（3）如果 K=1，系统输入 $x[n]=\delta[n]-(\frac{1}{2})^n u[n]$，求系统输出 $y[n]$。（7 分）



（图 3）

解：（1）由图可知，系统差分方程为 $y[n]+\frac{k}{3}y[n-1]=x[n]-\frac{k}{2}x[n-1]$

$$H(z)=\frac{1-\frac{k}{2}z^{-1}}{1+\frac{k}{3}z^{-1}}$$，ROC 为 $|z|>\frac{k}{3}$

（2） 系统稳定，收敛域要包括单位圆，所以 $|K|<3$

（3） $X(z)=1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}=\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

K=1,则

$$Y(z)=X(z)H(z)=\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}*\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}=\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$$

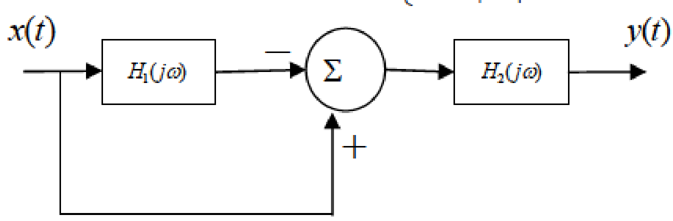
$$y[n]=-\frac{1}{2}*(-\frac{1}{3})^{n-1}u[n-1]$$

2.（15 分，每小题 5 分）系统如图 4 所示，其中 $H_1(j\omega)=e^{-j3\omega}$ $H_2(j\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|<2\pi \\ 0 & |\omega|>2\pi\end{cases}$

求：（1）当 $x(t)=u(t)$ 时系统输出 $y(t)$；

（2） $y(t)$ 的付氏变换 $Y(j\omega)$；

（3）系统的单位冲激响应 $h(t)$。



（图 4）

提示：截止频率为 ω_c 的理想低通滤波器的单位阶跃响应为 $s(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}Si(\omega_c t)$，其中 $Si(t)\triangleq\int_0^t\frac{\sin x}{x}dx$。另注：若计算中使用辛格函数，则函数 $Sincx$ 统一定义为 $\frac{\sin x}{x}$

解：

(1) $H_1(j\omega)$ 对应 $h_1(t)=\delta(t-3)$ （1 分）

$\therefore x(t)=u(t)$时

$x_1(t)=u(t)-u(t-3)$ （1 分）

$$y(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}Si(2\pi t)-\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}Si[2\pi(t-3)]$$

（1 分） （1 分）

$$=\frac{1}{\pi}[Si2\pi t-Si2\pi(t-3)]$$

(2) $Y(j\omega)=X_1(j\omega)H_2(j\omega)$ （1 分）

$$=3\cdot\sin c\frac{3\omega}{2}\cdot e^{-j\frac{3\omega}{2}}H_2(j\omega)$$ （2 分）

$$=\begin{cases}3\sin c\frac{3\omega}{2}\cdot e^{-j\frac{3\omega}{2}} & |\omega|<2\pi\\ 0 & |\omega|>2\pi\end{cases}$$ （2 分）

(3) $h(t)=[\delta(t)+h_1(t)]*h_2(t)$ （1 分）

$$=[\delta(t)+\delta(t-3)]*h_2(t)$$

$$=h_2(t)+h_2(t-3)$$ （1 分）

$$=2\sin 2\pi t-2\sin 2\pi(t-3)$$ （3 分）

3. （16 分，每小题 4 分）一线性时不变系统，当输入为$x(t)=\delta(t)+e^{-t}u(t)$时，输出为 $y(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)-\frac{1}{2}e^{3t}u(-t)$，求：（1）该系统所对应的微分方程；（2）画出系统的正准型模拟框图；（3）求该系统的单位冲激响应；（4）系统是否是因果系统？是否是稳定系统？说明原因。

解 1)：

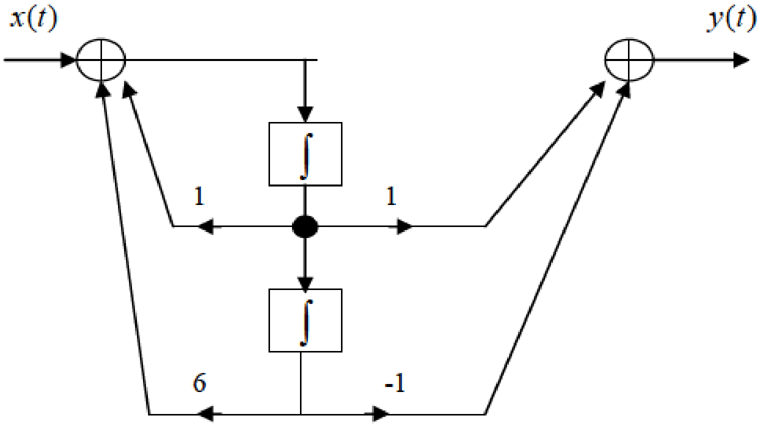
$$x(t)=\delta(t)+e^{-t}u(t)\Rightarrow X(s)=1+\frac{1}{s+1}=\frac{s+2}{s+1}\quad \mathrm{Re}\{s\}>-1$$

$$y(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)-\frac{1}{2}e^{3t}u(-t)\Rightarrow Y(s)=\frac{1/2}{s+1}+\frac{1/2}{s-3}=\frac{s-1}{(s+1)(s-3)}\quad -1<\mathrm{Re}\{s\}<3$$

$$\therefore H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{s-1}{(s-3)(s+2)}=\frac{s-1}{s^2-s-6}$$ 其中 $\begin{cases}-2<\mathrm{Re}\{s\}<3\\ \text{或}\ \mathrm{Re}\{s\}<-2\end{cases}$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}-\frac{dy(t)}{dt}-6y(t)=\frac{dx(t)}{dt}-x(t)$$

解 2)：



（乘 1 的地方不写箭头和数也可以）

解 3）：

$$\because H(s)=\frac{s-1}{(s-3)(s+2)}=\frac{2/5}{(s-3)}+\frac{3/5}{(s+2)} \qquad \text{其中} \begin{cases} -2<\mathrm{Re}\{s\}<3 \\ \text{或}\,\mathrm{Re}\{s\}<-2 \end{cases}$$

$$\therefore h(t)=-\frac{2}{5}e^{3t}u(-t)+\frac{3}{5}e^{-2t}u(t) \text{或} h(t)=-\frac{2}{5}e^{3t}u(-t)-\frac{3}{5}e^{-2t}u(-t)$$

解 4）：该系统不是因果系统，因为收敛域总在某一个极点的左边。该系统收敛域如果是 $-2<\mathrm{Re}\{s\}<3$，则系统是稳定系统，因为收敛域包含虚轴；若收敛域是 $\mathrm{Re}\{s\}<-2$，系统不是稳定系统，因为收敛域不包含虚轴。