

2011 级信号与系统 B 期末试题 A 卷

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、简答题 (50 分, 每小题 5 分)

1. 由输入输出关系 $y[n] = x[n-1]u[n+1]$ 表达的系统是因果的吗? 是稳定的吗? 是时变的吗? 是线性的吗? 是有记忆的吗? 答案仅给出“是”与“否”即可, 不必写证明过程。
2. 某 LTI 系统, 当输入如图 1 所示时, 输出为图 3 所示图形, 当输入为图 2 所示图形时, 画出其输出的图形, 并且标示清楚, 要求有简单的中间过程。

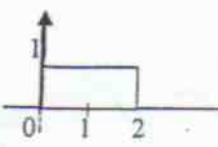


图 1

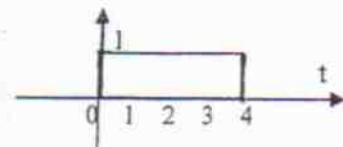


图 2

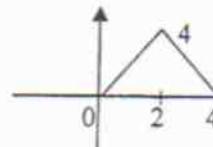


图 3

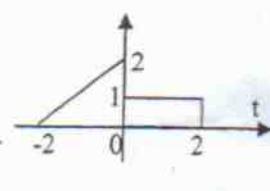


图 4

3. $x(t)$ 的图形如图 4 所示, 试画出 $x(-2t+1)u(t+1)$ 的图形。

4. 求积分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 5\omega}{\omega} d\omega$ 的值。

5. 判断下面说法是否正确:

- 1) $x(t)$ 是周期的, 则其频谱函数不连续。
- 2) 某连续时间的 LTI 系统是因果的, 则其逆系统也是因果的。
- 3) 若 $|h[n]| \leq K$ 对任意 n 成立, 且 K 是某有限的常数, 则该系统稳定。
- 4) 离散时间系统的 $h[n]$ 有确切的表达式, 而且是持续时间有限序列, 该系统稳定。
- 5) 某 LTI 系统是因果系统, 则其稳定。

6. 求 $\frac{\frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})^2} \quad |z| > \frac{1}{2}$ 的逆 Z 变换。

7. 已知 LTI 系统的 $h(t) = \frac{\sin 4(t-1)}{\pi(t-1)}$, 求输入为 $x(t) = \cos(6t + \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sin 2t}{\pi t})^2$ 时的输出。

8. 周期信号第 3 次谐波 $a_3 = 4j$, 该信号的周期为 $T=9$, 求信号 $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ 所对应的第 3 次谐波 $b_3 = ?$

9. 求 $X(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 1} \quad \text{Re}\{s\} > -1$ 的反拉普拉斯变换。

10. 为什么连续时间稳定系统的系统函数其收敛域包含虚轴? 请用合理的逻辑以及相关的公式说明。

二、综合题(50 分)

1. (10 分) 某信号 $x(t)$ 的频谱满足 $X(\omega) = 0$ 若 $|\omega| > 2$, 对该信号做此运算: $\{x(t) \cos^2 5t\} * \frac{\sin 3t}{\pi t}$ 相当于将该信号 $x(t)$ 输入到某 LTI 系统所得到的输出, 求该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 。

2. (20分) 某因果系统的差分方程为: $y[n] - \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n] - \frac{1}{3}x[n-1]$

1) 求系统的系统函数和收敛域, 系统是否是稳定系统? 说明原因;

2) 求系统的单位脉冲响应;

3) 当输入为 $x[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$ 时, 求系统的零状态响应;

4) 当初始条件为 $y[-1] = \frac{5}{2}; y[-2] = \frac{17}{4}$ 时, 求系统的零输入响应;

5) 画出系统的直接二型框图。

3. (20分) 某信号 $x(t)$ 的频谱如图 5 所示, 经过图 6 所示的单边带调制系统, 得到信号 $y(t)$, 其中 $\omega_c > 1(\text{rad/s})$

1) 画出 $x_1(t)$ 的频谱 $X_1(j\omega)$

2) 画出 $y_1(t)$ 的频谱 $Y_1(j\omega)$

3) 画出 $y_2(t)$ 的频谱 $Y_2(j\omega)$

4) 画出 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\omega)$

注: 画出频谱图即可, 计算过程可以省略。

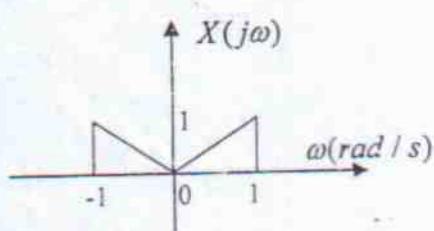
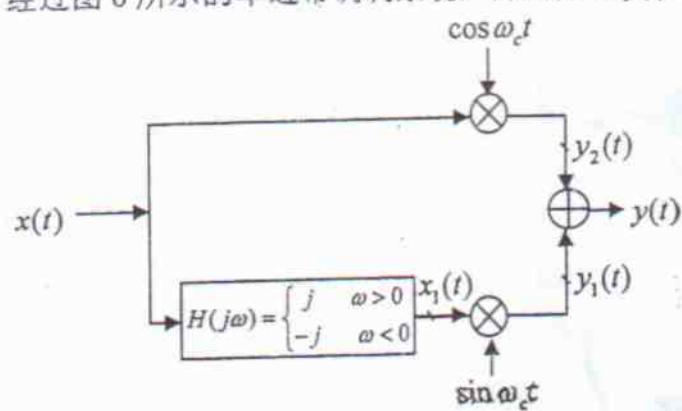


图 5

图 5

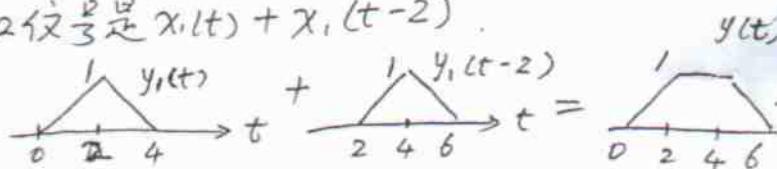
答 案:

一. 简答题:

1. 是. 是. 是. 是. 是

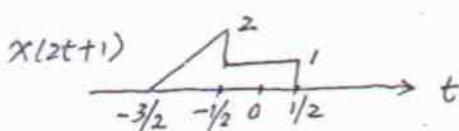
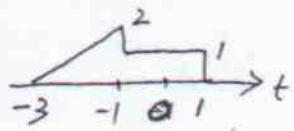
2. 附: 设图 1 信号为 $x_1(t)$, 则图 2 信号是 $x_1(t) + x_1(t-2)$

输出: $y(t) = y_1(t) + y_1(t-2)$

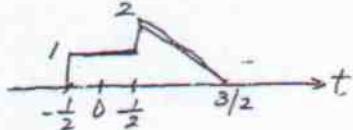


评分原则: 横轴纵轴的数正确, 图形正确。
(2分) (3分)

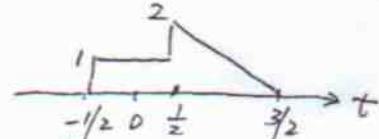
3. $x(t+1) =$



$x(-2t+1)$



$x(-2t+1)u(t+1)$



评分原则: 最后结果正确, 且有至少一步中间过程为满分。

教学班号_____ 姓名_____ 学号_____

4. $\because \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 5w}{w} \cdot e^{jw} dw = \frac{1}{2} \text{rect}(\frac{w}{5}) \rightarrow t$ (付里叶变换对·方波的付里叶变换)

$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 5w}{w} dw = \frac{1}{2} \text{rect}(\frac{\pi}{5}) \rightarrow t$ 在 $t=0$ 的值.

∴ 该积分值为 π .

评分规则: 中间过程 3 分, 结果 2 分.

5. 1) 对 2) 错. 3) 错. 4) 对 5) 错.

6. 解: $(\frac{1}{2})^n u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$

$\therefore n x[n] \leftrightarrow -z \frac{dX(z)}{dz} \rightarrow ①$

$\therefore n (\frac{1}{2})^n u[n] \leftrightarrow -z \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \right)' = \frac{\frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})^2}$

$\therefore \frac{\frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})^2} \xleftrightarrow{z^{-1}} n \cdot (\frac{1}{2})^n u[n] \rightarrow ②$

评分规则 ①(性质应用) ②结果 必须标出.

过程 3 分, 结果 2 分.

7. 解: $\because h(t)$ 的频谱: $G_B(w) \cdot e^{-jw}$, 其中 $G_B(w) = \begin{cases} 1 & |w| < 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

$\therefore \cos(6t + \pi/4)$ 不能通过该低通滤波器, 而 $(\frac{\sin 2t}{\pi t})^2$ 在通带内

$\therefore \boxed{Y(jw)} = Y(jw) = \mathcal{F} \left\{ \left(\frac{\sin 2t}{\pi t} \right)^2 \right\} \cdot G_B(w) e^{-jw} = \mathcal{F} \left\{ \left(\frac{\sin 2t}{\pi t} \right)^2 \right\} e^{-jw}$

$\therefore y(t) = \left[\frac{\sin 2(t-1)}{\pi(t-1)} \right]^2$

评分规则: 答案正确, 有简单步骤给满分. 本题解法多样.

8. $h(t): a_k = \frac{X(jk\omega_0)}{T} \quad b_k = \frac{Y(jk\omega_0)}{T} = \frac{jk\omega_0 X(jk\omega_0)}{T} = jk u$

$\therefore b_k = jk \frac{2\pi}{T} a_k. \quad \therefore b_3 = j \cdot 3 \cdot \frac{2\pi}{9} \cdot a_3 = 3j \cdot \frac{2\pi}{9} = -\frac{8\pi}{3}$

评分规则: 答案正确, 有简单中间步骤给满分. 其他情

装

自觉遵守考场纪律, 内不得答, 诚信考试, 绝不作弊

订

线

线

9. 答: $X(s) = \frac{s}{(s+1)^2} \quad \text{Re}\{s\} > -1$

$\therefore \cancel{\text{原式}} e^{-t} u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s+1} \quad \text{Re}\{s\} > -1$

$\therefore -te^{-t} u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \frac{-1}{(s+1)^2} \quad \text{Re}\{s\} > -1 \quad (\text{复频域微分})$

$\therefore \cancel{\text{原式}} te^{-t} u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{(s+1)^2} \quad \text{Re}\{s\} > -1$

$[te^{-t} u(t)]' \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \frac{s}{(s+1)^2} \quad \text{Re}\{s\} > -1$

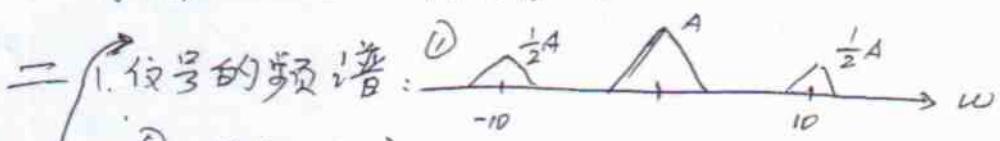
$\therefore [te^{-t} u(t)]' = [e^{-t} - te^{-t}] u(t)$

$\therefore X(t) = (e^{-t} - te^{-t}) u(t)$

评分原则: 本题解法多样, 结果正确, 有简单步骤给满分.

10. 答: 稳定系统必须满足 $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$. 满足此条件的 $h(t)$ 有付里叶变换 $\xrightarrow{\text{即 } h(t) \text{ 的拉普拉斯变换}} \text{ROC}$ 包含虚轴.

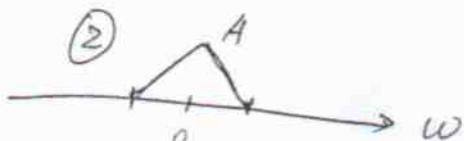
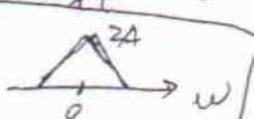
评分原则: 学生叙述的内容中必须包含 ①. ② 两个要点, 每个要点两分, 遗漏一个扣一分.



①. $x(t) \cdot \cos^2 5t$

② $[x(t) \cdot \cos^2 5t] * \frac{\sin 3t}{\pi t}$

设后信号频谱:



$\therefore x(t) \xrightarrow{h(t)} \frac{1}{2} x(t) = y(t)$

$\therefore h(t) = \frac{1}{2} \delta(t)$

评分原则: 本题解法多样, 结果正确给满分.

3.

扣分.

教学班号 _____ 姓名 _____ 学号 _____

2. 求 $H(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}} = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - 2z^{-1})} \quad |z| > 2$ → (2分)

系统不稳定，因为不包含单位圆 ROC → (1分)

2) ~~$H(z)$~~ $H(z) = \frac{-\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{10}{9}}{1 - 2z^{-1}} \quad |z| > 2$

$$\therefore h[n] = -\frac{1}{9} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{10}{9} (2)^n u[n] \quad (4 \text{分})$$

3) $Y(z) = X(z) \cdot H(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - 2z^{-1})} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}$
 $= \frac{1}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - 2z^{-1})} = \frac{-1/3}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{4/3}{1 - 2z^{-1}}$

$$\therefore y[n] = -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{4}{3} \cdot 2^n u[n] \quad (4 \text{分})$$

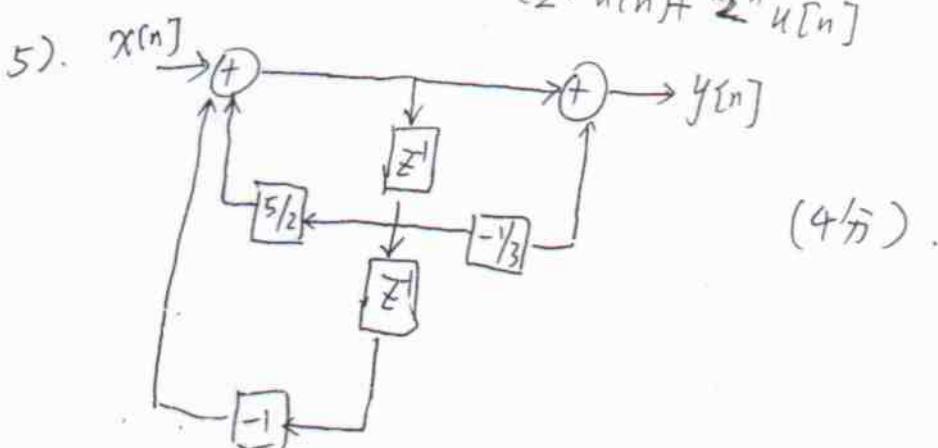
4). 单边Z变换：

$$Y(z) - \frac{5}{2} [z^{-1} Y(z) + y[-1]] + z^{-2} Y(z) + z^{-1} y[-1] + y[-2] = 0$$

$$\therefore Y(z) \cdot (1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - 2z^{-1}) = 2 - \frac{5}{2}z^{-1}$$

$$\therefore Y(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1 - 2z^{-1}} \quad |z| > 2$$

$$\therefore y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 2^n u[n] \quad (4 \text{分})$$



(4分)

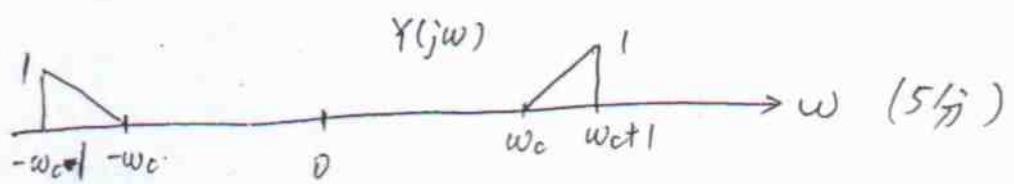
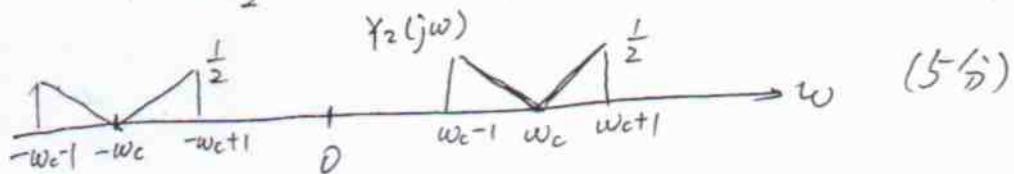
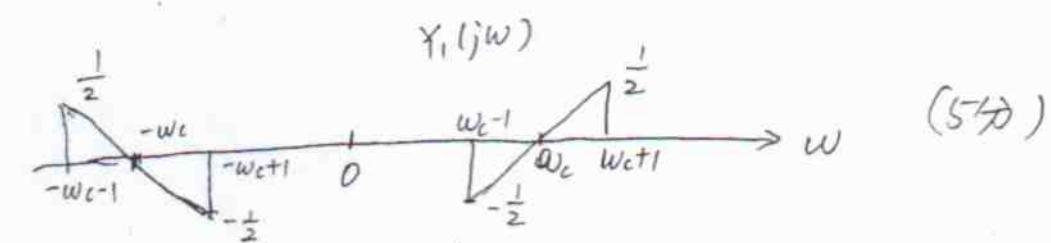
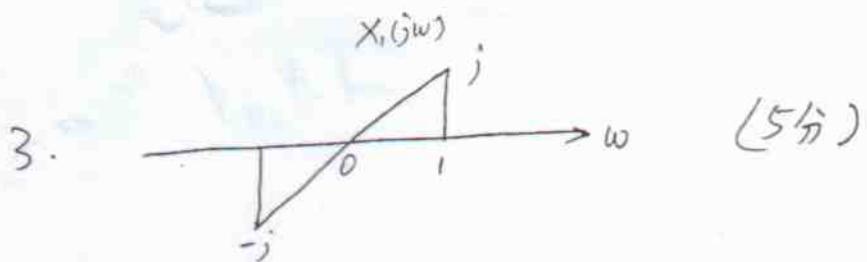
4

自觉遵守考场纪律，内诚不信，答考试，绝不作弊

装

订

线



2

5.