参考答案

- **习题 6.5** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零输入响应。

(1) $y[n+1]+2y[n]=0, y[0]=1$;

解： 特征方程为 $\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda=-2$。

零输入响应形式为

$$y_{zi}[n]=C(-2)^n$$

代入初始条件，可得

$$y[0]=C(-2)^0=1 \Rightarrow C=1$$

因此，零输入响应为

$$y_{zi}[n]=(-2)^n,\ n\geq 0$$

- **习题 6.5** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零输入响应。

(2) $y[n+2]+3y[n+1]+2y[n]=0, y[0]=2, y[1]=1$;

解： 特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$。

零输入响应形式为

$$y_{zi}[n]=C_1(-1)^n+C_2(-2)^n$$

代入初始条件，可得

$$\begin{cases} y[0]=C_1+C_2=2 \\ y[1]=-C_1-2C_2=1 \end{cases}$$

推出 $C_1=5, C_2=-3$。因此，零输入响应为

$$y_{zi}[n]=5(-1)^n-3(-2)^n,\ n\geq 0$$

参考答案

- **习题 6.5** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零输入响应。

(3) $y[n+2]+9y[n]=0, y[0]=4, y[1]=0$;

解： 特征方程为 $\lambda^2+9=0$，得到特征根 $\lambda=\pm 3j=3e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$。

零输入响应形式为

$$y_{zi}[n]=3^n\left[A\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)+B\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right]$$

代入初始条件，可得

$$\begin{cases} y[0]=A=4 \\ y[1]=3\left[A\cos\frac{\pi}{2}+B\sin\frac{\pi}{2}\right]=3B=0 \end{cases}$$

推出 $A=4, B=0$。因此，零输入响应为

$$y_{zi}[n]=4\cdot 3^n\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right),\ n\geq 0$$

- **习题 6.5** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零输入响应。

(4) $y[n+2]+2y[n+1]+2y[n]=0, y[0]=0, y[1]=1$;

解： 特征方程为 $\lambda^2+2\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda=-1\pm j=\sqrt{2}e^{\pm j\frac{3\pi}{4}}$。

零输入响应形式为

$$y_{zi}[n]=(\sqrt{2})^n\left[A\cos(\frac{3\pi}{4}n)+B\sin(\frac{3\pi}{4}n)\right]$$

代入初始条件，可得

$$\begin{cases} y[0]=A=0 \\ y[1]=\sqrt{2}\left[A\cos\frac{3\pi}{4}+B\sin\frac{3\pi}{4}\right]=\sqrt{2}B\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=B=1 \end{cases}$$

即 $A=0, B=1$。因此，零输入响应为

$$y_{zi}[n]=(\sqrt{2})^n\sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right), n\geq 0$$

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

(1) $y[n]-2y[n-1]+y[n-2]=x[n],\ x[n]=\delta[n]$;

解： 系统的单位脉冲响应 $h[n]$ 满足

$$h[n]-2h[n-1]+h[n-2]=\delta[n],\quad h[-1]=h[-2]=0$$

递推求解，有

$$n=0:\quad h[0]-2h[-1]+h[-2]=1\Rightarrow h[0]=1$$

当 $n\geq 1$ 时，系统输入为零，系统输出为齐次解形式。系统特征方程为 $\lambda^2-2\lambda+1=0$，得到二重特征根 $\lambda_1=\lambda_2=1$。此时单位脉冲响应形式为

$$h[n]=C_1+C_2n,\ n\geq 1$$

代入 $h[0]=1$，$h[-1]=0$，推得 $C_1=1, C_2=1$。因此，零状态响应为

$$y_{zs}[n]=h[n]=(n+1)u[n]$$

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

(2) $y[n+1]+2y[n]=x[n+1],\ x[n]=2^n u[n]$;

解：系统单位脉冲响应 $h[n]$ 满足

$$h[n+1]+2h[n]=\delta[n+1],\quad h[-1]=0$$

$$n=-1:\quad h[0]+2h[-1]=1\Rightarrow h[0]=1$$

当 $n\geq 0$ 时，系统输入为零，系统输出为齐次解形式。特征方程为 $\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda_1=-2$。单位脉冲响应形式为

$$h[n]=C(-2)^n,\ n\geq 1$$

代入 $h[0]=1$，推得 $C=1$。因此，单位脉冲响应响应为

$$h[n]=(-2)^n u[n]$$

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

(2) $y[n+1]+2y[n]=x[n+1],\ x[n]=2^n u[n]$；

解： 零状态响应可由卷积运算得到

$$y_{zs}[n]=h[n]*x[n]=(-2)^n u[n]*2^n u[n]$$

计算卷积

$$y_{zs}[n]=\sum_{k=0}^{n}(-2)^k\cdot 2^{n-k}=2^n\sum_{k=0}^{n}(-1)^k=2^n\cdot\frac{1-(-1)^{n+1}}{2}$$

因此，零状态响应为

$$y_{zs}[n]=2^{n-1}\left[1-(-1)^{n+1}\right]u[n]$$

参考答案

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

（3） $y[n+2]+3y[n+1]+2y[n]=x[n],\ x[n]=2^n u[n]$；

解： 系统单位脉冲响应 $h[n]$ 满足

$$h[n+2]+3h[n+1]+2h[n]=\delta[n],\quad h[-1]=h[-2]=0$$

递推求解单位脉冲响应

$$\begin{aligned} n=-2: &\quad h[0]+3h[-1]+2h[-2]=0\Rightarrow h[0]=0\\ n=-1: &\quad h[1]+3h[0]+2h[-1]=0\Rightarrow h[1]=0\\ n=0: &\quad h[2]+3h[1]+2h[0]=1\Rightarrow h[2]=1 \end{aligned}$$

当 $n\geq 1$ 时，系统输入为零，系统输出为齐次解形式。特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda_1=-1,\lambda_2=-2$。此时单位脉冲响应形式为

$$h[n]=C_1(-1)^n+C_2(-2)^n,\ n\geq 3$$

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

（3） $y[n+2]+3y[n+1]+2y[n]=x[n],\ x[n]=2^n u[n]$；

解： 代入 $h[2]=1$，$h[1]=0$，推得 $C_1=-1, C_2=\frac{1}{2}$。因此，单位脉冲响应为

$$h[n]=[(-1)^{n-1}-(-2)^{n-1}]u[n-1]$$

通过卷积运算，得到零状态响应为

$$y_{zs}[n]=h[n]*2^n u[n]=\sum_{k=1}^{n}[(-1)^{k-1}-(-2)^{k-1}]\cdot 2^{n-k}$$

$$=\left[\frac{1}{12}\cdot 2^n-\frac{1}{3}(-1)^n+\frac{1}{4}(-2)^n\right]u[n-1]$$

参考答案

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

（4） $y[n+2]+2y[n+1]+2y[n]=x[n+1]+2x[n],\ x[n]=\delta[n-1]$；

解： 系统单位脉冲响应 $h[n]$ 满足

$$h[n+2]+2h[n+1]+2h[n]=\delta[n+1]+2\delta[n],\quad h[-1]=h[-2]=0$$

当 $n\geq 1$ 时，系统输入为零，系统输出为齐次解形式。特征方程为 $\lambda^2+2\lambda+2=0$，得到特征根 $\lambda=-1\pm j=\sqrt{2}e^{\pm j\frac{3\pi}{4}}$。此时，单位脉冲响应形式为

$$h[n]=(\sqrt{2})^n\left[A\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)+B\sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right)\right],\ n\geq 3$$

递推得到初始条件 $h[0]=0, h[1]=1, h[2]=0$

- **习题 6.6** 采用时域分析法求下列离散时间系统的零状态响应。

(4) $y[n+2]+2y[n+1]+2y[n]=x[n+1]+2x[n],\ x[n]=\delta[n-1]$;

解： 代入初始条件，计算得到

$$h[1]=\sqrt{2}\left[A\cos\frac{3\pi}{4}+B\sin\frac{3\pi}{4}\right]=\sqrt{2}\left[-A\frac{\sqrt{2}}{2}+B\frac{\sqrt{2}}{2}\right]=-A+B=1$$

$$h[2]=2\left[A\cos\frac{3\pi}{2}+B\sin\frac{3\pi}{2}\right]=-2B=0$$

推得 $A=-1, B=0$，因此单位脉冲响应为 $h[n]=-(\sqrt{2})^n\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)u[n-1]$。
由于 $x[n]=\delta[n-1]$，零状态响应为

$$y_{zs}[n]=h[n]*\delta[n-1]=h[n-1]=-(\sqrt{2})^{n-1}\cos\left(\frac{3\pi}{4}(n-1)\right)u[n-2]$$

- **习题 6.7** 采用时域分析法求下列离散时间系统的冲激响应。

（1）$y[n]=x[n+1]-2x[n]+x[n-1]$；

解：该系统为 FIR 系统，直接代入 $x[n]=\delta[n]$，得到

$$h[n]=\delta[n+1]-2\delta[n]+\delta[n-1]$$

（2）$y[n]-2y[n-1]+y[n-2]=x[n]$；

解：由 6.6（1）可知

$$h[n]=(n+1)u[n]$$

（4）$y[n+2]+2y[n+1]+2y[n]=x[n+1]+2x[n]$；

解：由 6.6（4）可知

$$h[n]=-(\sqrt{2})^n\cos\left(\frac{3\pi n}{4}\right)u[n-1]$$

- **习题 6.7** 采用时域分析法求下列离散时间系统的冲激响应。

(3) $y[n+2]-y[n]=x[n]$;

解： 系统单位脉冲响应 $h[n]$ 满足

$$h[n+2]-h[n]=\delta[n],\quad h[-2]=h[-1]=0$$

当 $n\geq 1$ 时，系统输入为零，系统输出为齐次解形式。特征方程为 $\lambda^2-1=0$，得到特征根 $\lambda_1=-1,\lambda_2=1$。此时，单位脉冲响应形式为

$$h[n]=C_1(-1)^n+C_2,\ n\geq 3$$

递推得到 $h[0]=0,h[1]=0,h[2]=1$，代入该初始条件，推得

$$h[1]=-C_1+C_2=0,\quad h[2]=C_1+C_2=1$$

推得 $C_1=C_2=1/2$，因此单位脉冲响应为 $h[n]=\frac{1}{2}\left[1+(-1)^n\right]u[n-1]$。