课程编号： 01500238　　北京理工大学2009-2010学年第一学期

2007级信号与系统B终考试卷(B卷)

姓名：________ 学号：________ 班级: ________ 成绩：________

一、填空题	二、简答题				三、综合题得分		
（30）	1（6）	2（6）	3（6）	4（6）	1（15）	2（15）	3（16）

一 填空题(共 30 分)

1.（3 分）已知离散时间系统的输入输出关系为： $y[n]=x[n]\cdot x[n-2]$，则：

该系统________因果系统;________线性系统; ________时不变系统（空格填“是”或“不是” ）。

2. （2 分）信号 $x(t)=e^{j2t}\delta'(t)$ 的傅里叶变换为____________。

3.（2 分） $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$ 为有理式，在 $z=\frac{1}{2}$ 处有一极点。 $x_1[n]=(\frac{1}{4})^n x[n]$ 绝对可和，$x_2[n]=(\frac{1}{8})^n x[n]$ 不绝对可和，则 $x[n]$ 是________（左边，右边，双边）序列

4.（2 分） $X(z)=4z^2+2+3z^{-1}$， $0<|z|<\infty$，求 $x[n]$____________

5.（3 分）输入信号 $x[n]=\sin\frac{n\pi}{8}-2\cos\frac{n\pi}{4}$， $h[n]=\frac{\sin\pi n/6}{\pi n}$，

则输出____________

6.一个ＬＴＩ系统对输入函数 $x(t)=(e^{-t}+e^{-3t})u(t)$ 的响应为 $y(t)=(2e^{-t}-2e^{-4t})u(t)$，则系统的频率响应（1 分）____________；单位冲激响应（2 分）____________

7. (2 分)卷积和 $\{2,1,\underset{\uparrow}{-1}\}*\{1,2,3\}$ 的值为：________________

8.（3 分）线性时不变系统的单位冲激响应为 $h(t)=\frac{1}{2}e^{-3t}u(t)$， 若输入为 $x(t)=e^{2t}$， 则其对应的输出 $y(t)=$________________

9. (2 分）计算卷积积分 $e^{3t}u(t)*u(t)=$________。

10.（2 分）LTI 系统的单位冲激响应 $h(t)=3^t$，则该系统_____因果系统；_____稳定系统。（空格填“是”或“不是”）

11.（3 分）已知 $x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n-1]$，则 $\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\Omega})d\Omega=$________。

12.（3 分）信号 $x(t)=\frac{\sin 3\pi t}{\pi t}+[\frac{\sin 2\pi t}{\pi t}]^2$ 的奈奎斯特抽样率为________rad/s。

二． 简答题（每小题 6 分）

1.已知一因果稳定系统的单位抽样响应为 $h[n]$，$H(z)$ 为有理式，且在 $z=\frac{1}{2}$ 处有极点，在单位园某处有一个零点。判断下列说法正确性并陈述理由。

1） $F\{(\frac{1}{4})^n h[n]\}$ 收敛

2 ）存在某个 ω， $H(e^{j\omega})=0$

3 ） $h[n]$ 为有限长序列

2.已知 $x(5-2t)$ 的波形如图 1 所示。试画出 $x(t)$ 的波形。

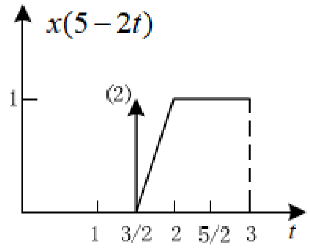


图 1

3. 试求下面信号的拉普拉斯变换和 ROC.

$$x(t)=e^{-2t}u(t-1)$$

4. 已知 LTI 系统的微分方程描述为

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)-4\frac{d}{dt}y(t)+3y(t)=\frac{d}{dt}x(t)-2x(t)$$

试画出该系统的正准型模拟图。

三. 综合题（共 46 分）

1. 如图.2 (a) 所示系统，已知： $x(t)$ 的频谱 $X(\omega)$ 如图 (b)所示，且已知 $p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$,输出 $y(t)=x(t)$， $H_1(j\omega)$ 和 $H_2(j\omega)$ 分别如图 c)和 d)所示，若：

$$x(t)\xleftrightarrow{F}X(j\omega)$$

$$x_1(t)\xleftrightarrow{F}X_1(j\omega)$$

$$x_2(t)\xleftrightarrow{F}X_2(j\omega)$$

$$x_3(t)\xleftrightarrow{F}X_3(j\omega)$$

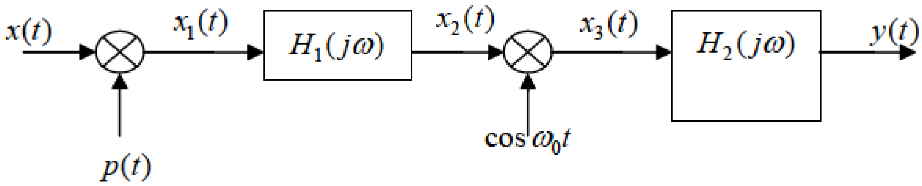
$$y(t)\xleftrightarrow{F}Y(j\omega)$$

1） 根据已知条件求 ω_0；

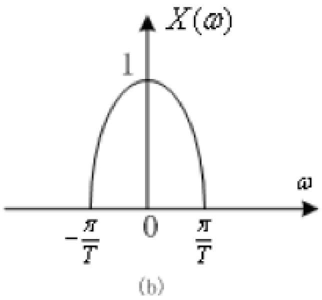
2） 画出 $X_1(j\omega)$；

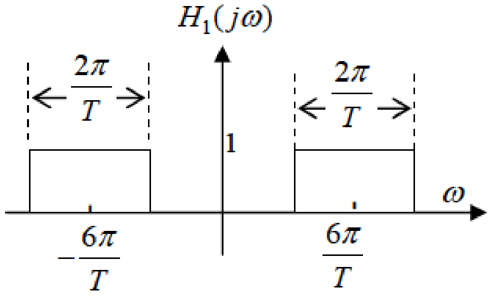
3) 画出 $X_2(j\omega)$；

4)画出 $X_3(j\omega)$。

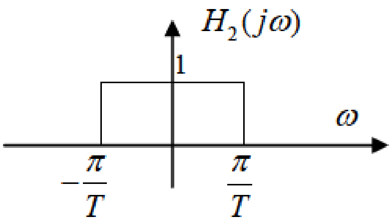


(a)





(b) (c)



(d)

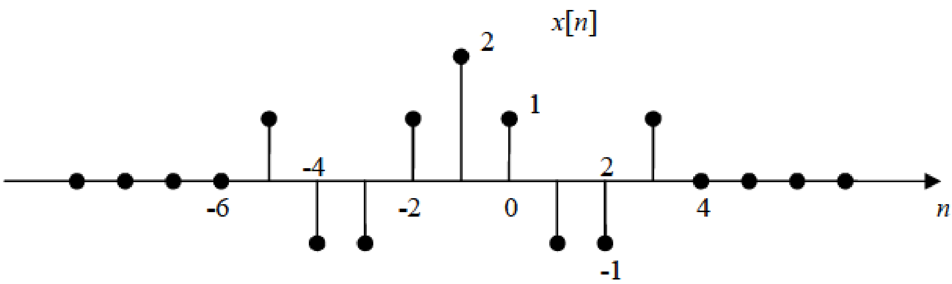
2. (15 分)某稳定的 LTI 系统，当输入为 $x(t)=\delta(t)-3e^{-2t}u(t)$ 时，其对应的输出为 $y(t)=e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$

1）求该系统的冲激响应表达式，该系统是因果系统吗？

2）求描述该系统的微分方程表达式;

3）若初始状态为 $y(0\_)=1; y'(0\_)=-1;$ 求该系统的零输入响应 $y_0(t)$

3. 设 $X(e^{j\Omega})$ 代表下图所示信号 $x[n]$ 的傅里叶变换。



1)求 $X(e^{j0})$ 和 $X(e^{j\pi})$ 的值；

2)求 $\arg X(e^{j\Omega})$；

3)求值 $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega})d\Omega$。

参考答案：

一、

1、解 **1）响应** $y[n]=x[n]\cdot x[n-2]$ **与未来的输入无关，**

所以是因果系统；

2） 对于 $a,b\in R, x_1[n]\to y_1[n], x_2[n]\to y_2[n]$,

$ax_1[n]+bx_2[n]\to(ax_1[n]+bx_2[n])(ax_1[n-2]+bx_2[n-2])\neq ay_1[n]+by_2[n]$,

所以不是线性系统；

3） $\because x[n+N]\to x[n+N]x[n+N-2]=y[n+N]$

所以是时不变系统。

答案：是， 不是， 是。

2、解：

$$F\{x(t)\}=F\{e^{j2t}\delta'(t)\}=j(\omega-2)$$

答案： $j(\omega-2)$。

3、解：

$x_i[n]r^n\leftrightarrow X_i(z), r=1、\frac{1}{4}、\frac{1}{8}$ 分别对应 $x[n]$、$x_1[n]$、$x_2[n]$

或 $X(z)$、$X_1(z)$、$X_2(z)$

从而 $\Rightarrow X_i(z)$ 极点：$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{8}$。所以 $X_i(z)$ 的ROC：$\frac{1}{8}<\mathrm{Re}\{s\}<\frac{1}{2}$

即 x[n]为双边序列

答案： 双边序列。

4、解：$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]z^{-n}=x[0]+x[1]z^{-1}+x[-2]z^{2}=4z^{2}+2+3z^{-1}$

答案： $X(z)=4z^{2}+2+3z^{-1}$

5、 解：

$$H(e^{j\Omega})=\frac{\pi}{\Omega_c}G_{2\Omega_c}(\Omega)/6=G_{2\Omega_c}(\Omega), -\pi\le\Omega\le\pi, \Omega_c=\frac{\pi}{6}$$

$$y[n]=H(e^{j\frac{\pi}{8}})x[n]=\sin\frac{\pi}{8}n-0$$

答案： $y[n]=\sin\frac{\pi}{8}n$

6、解：

$$Y(\omega)=2\frac{1}{j\omega+1}-2\frac{1}{j\omega+4}=\frac{6}{(j\omega+1)(j\omega+4)}$$

$$X(\omega)=\frac{1}{j\omega+1}+\frac{1}{j\omega+3}=\frac{2j\omega+4}{(j\omega+1)(j\omega+3)}$$

$$H(\omega)=\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}=\frac{3(j\omega+3)}{(j\omega+2)(j\omega+4)}$$

$$=\frac{3/2}{j\omega+2}+\frac{3/2}{j\omega+4}$$

$$h(t)=\frac{3}{2}\left(e^{-2t}+e^{-4t}\right)u(t)$$

答案： $h(t)=\frac{3}{2}\left(e^{-2t}+e^{-4t}\right)u(t)$

7、解：

		$x_2[0]$	$x_2[1]$	$x_2[2]$
		0	2	1
$x_1[-2]]$	1	1×0	1×2	1×1
$x_1[-1]$	2	2×0	2×2	2×1
$x_1[0]$	3	3×0	3×2	3×1

答案： $y[n]=\{2,5,\underset{\uparrow}{9},5,3\}$

8、解：

$$y(t)=H(s)|_{s=2}\,x(t)=\frac{1}{2}\frac{1}{s+3}|_{s=2}\,e^{-t}=\frac{1}{10}e^{-t}$$

答案： $y(t)=\frac{1}{10}e^{-t}$

9、解：

$$\because u(t)*u(t)=tu(t)$$
$$\therefore e^{-3t}u(t)*u(t)=te^{-3t}u(t)$$

答案： $e^{-3t}u(t)*u(t)=te^{-3t}u(t)$

10、 解：$\because$ 不符合 $h(t)=0,t<0$，$\therefore$ 该系统为非因果系统；

又 $\sum_{t=-\infty}^{\infty}|h(t)|\to\infty$，$\therefore$ 该系统为不稳定系统。

答案：不是，不是。

11、**解**：$\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega})d\Omega = 2\pi x(0) = 2\pi \cdot 0 = 0$

答案：**0。**

12、 **解**：$x(t) = \frac{\sin 3\pi t}{\pi t} + [\frac{\sin 2\pi t}{\pi t}]^2 = x_1(t) + x_2(t)$

其中$x_1(t)$的带宽$\omega_{1m} = 3\pi, x_2(t)$的带宽$\omega_{2m} = 4\pi$

$\therefore$奈奎斯特抽样率为$\omega_s = 2\omega_{2m} = 8\pi$

答案：8π rad/s。

二、简答题

1、1）由于 h[n]为因果稳定系统，则 H(z)的 ROC：|z|>a，且 a<1,又 H(z)存在极点 $z_1=1/2$，所以 a>1/2，即 ROC 为 z 平面上包含单位圆的圆外区域,

$$又 h[n]\left(\frac{1}{4}\right)^n = h[n](4)^{-n} \leftrightarrow H(z)|_{z=4e^{j\Omega}} \text{ 在ROC内}$$

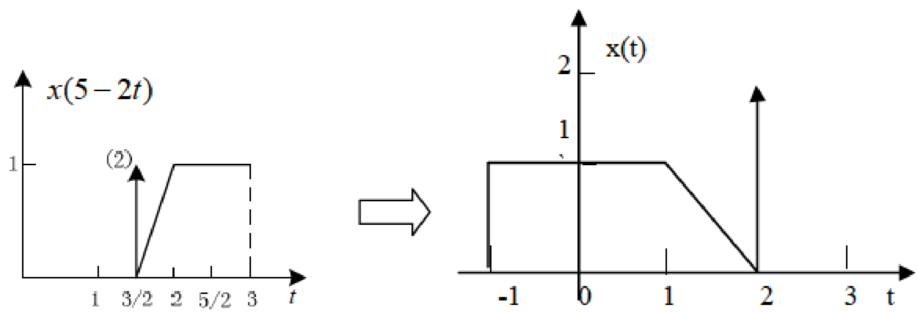
$$\therefore F\left\{h[n]\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}\text{收敛}$$

2)由于单位圆上有零点，即 $z = e^{j\Omega}$ 中某个 Ω_0 点时有：

$$H(z)|_{z=e^{j\Omega_0}} = H(e^{j\Omega_0}) = 0$$

3）因果稳定系统 $\sum_{n=0}^{\infty}|h[n]| < \infty$，意味着 h[n]是收敛的，但并不一定 h[n]为有限。

2、解：按找特殊点的方法可得到 x(t)的图：

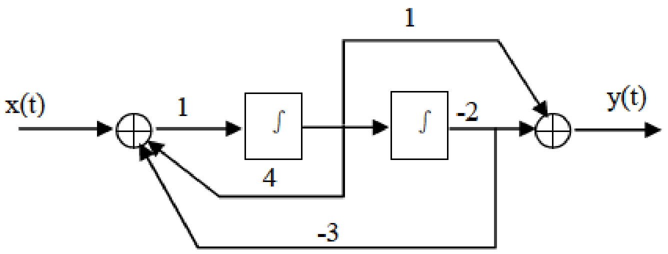


3、解：

$$X(s) = \mathscr{L}\left\{e^{-2t}u(t-1)\right\} = e^{-2}\mathscr{L}\left\{e^{-2(t-1)}u(t-1)\right\}$$
$$= e^{-2}\frac{e^{-s}}{s+2} = \frac{e^{-(s+2)}}{s+2}$$

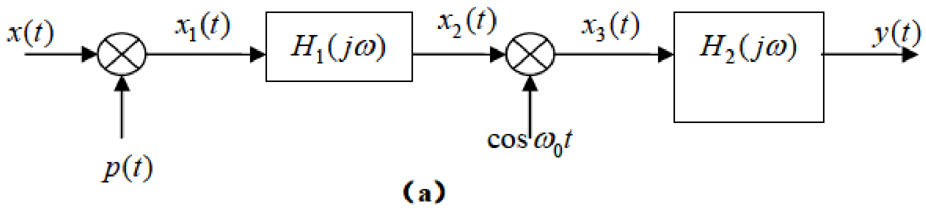
4、解：由 $\frac{d^2}{dt^2}y(t) - 4\frac{d}{dt}y(t) + 3y(t) = \frac{d}{dt}x(t) - 2x(t)$

正准型模拟图：



三、综合题

1、解：如图



（a）

$$x_1(t)=x(t)p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(nT)\delta(t-nT)$$

$$X_1(\omega)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(\omega-n\frac{2\pi}{T})$$

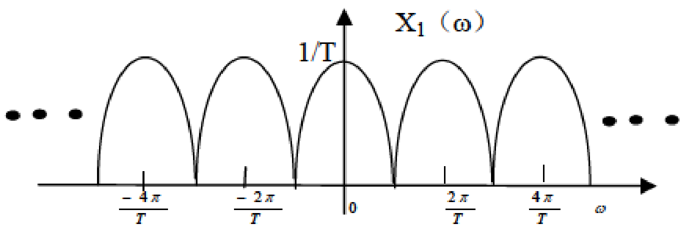
$$\begin{aligned}X_2(\omega)&=X_1(\omega)H_1(j\omega)\\&=\frac{1}{T}\left\{X_1(\omega-\frac{6\pi}{T})+X_1(\omega+\frac{6\pi}{T})\right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{又}X_2(\omega)&=\frac{1}{T}\left\{X_1(\omega-\frac{6\pi}{T})+X_1(\omega+\frac{6\pi}{T})\right\}\\&=\frac{1}{T}X_1(\omega)*\left(\delta(\omega-\frac{6\pi}{T})+\delta(\omega+\frac{6\pi}{T})\right)\\&\therefore x_2(t)=\frac{2}{T}x_1(t)\cos\frac{6\pi}{T}t\end{aligned}$$

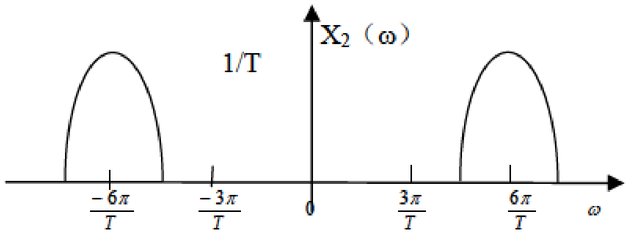
1）要想解调出 $x_1(t)$，

必需 $\omega_0=6\pi/T$。

2）$X_1(\omega)$的图为：

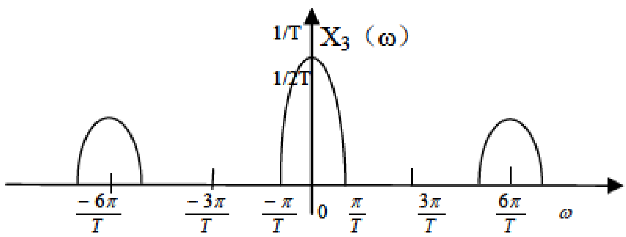


3）



4）此时

$$
\begin{aligned}
x_3(t) &= x_2(t)\cos\omega_0 t \\
&= \frac{2}{T}x_1(t)\cos^2\omega_0 t = \frac{2}{T}x_1(t)\frac{1+\cos 2\omega_0 t}{2} \\
&= \frac{1}{T}x_1(t) + \frac{1}{T}x_1(t)\cos 2\omega_0 t \\
\Rightarrow X_3(\omega) &= \frac{1}{T}X_1(\omega) + \frac{1}{2T}\{X_1(\omega-2\omega_0)+X_1(\omega+2\omega_0)\}
\end{aligned}
$$



2、

$$X(s) = 1-\frac{3}{s+2} = \frac{s-1}{s+2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s+2}{(s+1)(s+2)(s-1)} = \frac{1}{(s+1)(s-1)}$$

$$= \frac{-1/2}{(s+1)} + \frac{1/2}{(s-1)}$$

极点 s_1=-1，s_2=1;

由于是稳定系统，所以有：ROC：-1<Re{s}<1

-1<Re{s}对应的右边信号：$-\frac{1}{2}e^{-t}u(t) \leftrightarrow \frac{-1/2}{(s+1)}$

Re{s}<1 对应的左边信号：$-\frac{1}{2}e^{t}u(-t) \leftrightarrow \frac{1/2}{(s-1)}$

$$\therefore h(t) = -\frac{1}{2}\left(e^{-t}u(t)+e^{t}u(-t)\right) \leftrightarrow \frac{-1/2}{(s+1)}$$

由于不满足 $\therefore h(t)=0, t<0$，

所以该系统不是因果系统。

2）由 $H(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s-1)}=\dfrac{1}{s^2-1}$

对应的微分方程：

$$y``(t)-y(t)=x(t)$$

3）特征方程：

$$\lambda^2-1=0$$

$$\text{得：}\lambda_{1,2}=\pm 1$$

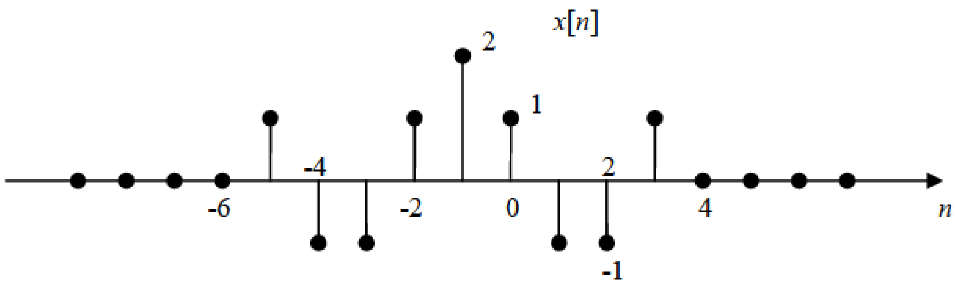
$$y_0(t)=c_1e^t+c_2e^{-t},t>0$$

由初始条件得：$y_0(0\_)=c_1+c_2=1,$

$$y`_0(0\_)=c_1-c_2=-1,\Rightarrow\quad c_1=0,c_2=1$$

$$\therefore y_0(t)=e^{-t}u(t)$$

3、解：由图可知：$x[n]=\{0,0,0,0,1,-1,-1,1,2,\underset{\uparrow}{1},-1,-1,1,0,0,0,0\}$



1）$X(e^{j0})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-j0n}=1-1-1+1+2+1-1-1+1=2$

$$X(e^{j\pi})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-j\pi n}$$
$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n](-1)^{\pi n}$$
$$=-1-1+1+1-2+1+1-1-1=-2$$

2）由图可知：x[n-1]为偶函数

$$\text{而}DTFT\{x[n-1]\}=X(e^{j\Omega})e^{-j\Omega}=\left|X(e^{j\Omega})\right|e^{-j(\Omega-\arg X(e^{j\Omega}))}$$
$$=\left|X(e^{j\Omega})\right|$$
$$\therefore \arg X(e^{j\Omega})=\Omega$$

3）
$$\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\Omega})d\Omega=\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}d\Omega\Big|_{n=0}$$
$$=2\pi x[0]=2\pi$$