

一. 简答题 (共 60 分, 每小题 6 分)

1. 判断系统 $y(t) = x(t) * [te^{-2t}u(t)]$ (“*” 是卷积运算) 是否是线性、时不变、因果、稳定、有记忆, 可逆系统, 只写结论即可, 不必写过程。

2. $x[n]$ 如图 1 所示, 画出 $x[-2n^2 + 6]$ 的图形。

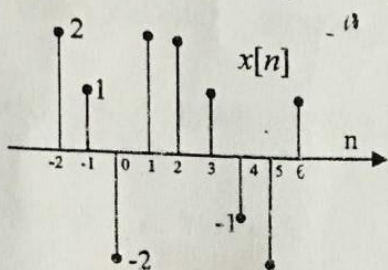


图 1

Handwritten notes for problem 2:

- $n=0 \Rightarrow x$
- $1 \Rightarrow x$
- $2 \Rightarrow x$
- $3 \Rightarrow x$
- $4 \Rightarrow 1$
- $5 \Rightarrow x$
- $6 \Rightarrow 0$
- $-1 \Rightarrow x$
- $-2 \Rightarrow 2$

3. 已知周期函数 $x(t) = 3 + \sin 4t + 2\cos 6t$, 写出该函数所对应的傅里叶级数的所有系数。

4. 信号 $f(t) = (\frac{\sin 200\pi t}{\pi})^2 * \cos 100\pi t$ 若对其进行抽样, 求使其频谱不发生混叠的最低抽样频率。 $X(f) = 200 \frac{\sin 200\pi f t}{200\pi f} \Rightarrow X(f)$

5. 某 LTI 系统, 当输入 $x_1(t)$ 如图 2 所示时, 输出 $y_1(t)$ 为图 4 所示图形, 当输入 $x_2(t)$ 为图 3 所示图形时, 画出其输出的图形, 并且标示清楚, 要求有简单的中间过程。

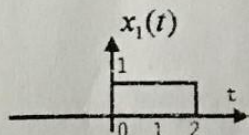


图 2

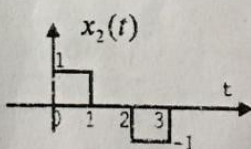


图 3

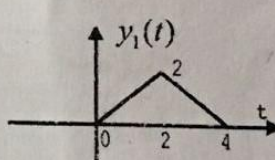


图 4

6. 已知某离散时间函数 $x[n]$ 的 z-变换为: $X(z) = z^2 + 2z + 3 - 2z^{-3} - z^{-4}$ $0 < |z| < \infty$, 若 $x[n]$ 的傅里叶变换为 $X(e^{j\omega})$, 求 $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$ 的值。

7. 已知一个因果稳定系统的单位冲激响应为 $h(t)$, 系统函数为 $H(s)$, 且 $H(s)$ 为 s 的有理分式, 包含一个极点 $s = -2$, 在极点处其值不为零。其余零、极点位置未知。判断下列说法哪些正确, 哪些错误, 哪些不确定, 只写出结论即可, 不必说明理由。

~~X~~ $h(t)$ 的持续时间有限; ~~X~~ $\int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = 0$;
 $= \int_0^{\infty} h(t) dt \neq 0$

3) $h(t)$ 为一个因果稳定系统的单位冲激响应; 4) $dh(t)/dt$ 的拉普拉斯变换至少包含一个极点; 5) $h(t)e^t$ 的傅里叶变换存在; 6) $H(s) = H(-s)$ 。

8. 微分方程描述的因果系统为: $y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = \frac{1}{2}x'(t) + x(t)$, 如果系统是初始松弛的, 若输入 $x(t) = u(t)$, 求初始值 $y'(0^+)$ and $y(0^+)$ 。

9. 求 $x(t) = \frac{1}{jt+2}$ 的傅里叶变换 $X(j\omega)$

10. 计算卷积: $e^{-3t} * \{te^{-4t}u(t)\}$

二. 综合题 (40 分)

1. (19 分) 系统如图 4 所示: 其中 $f_1(t) = \frac{\sin 2t}{\pi t}$, $f_2(t) = \frac{2 \sin 3t}{t}$, $h(t) = (\frac{\sin 5t}{\pi t}) \cos 20t$

1) 分别画出 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 和 $f_4(t)$ 的频谱图 (画图即可, 计算步骤可省略)。

2) 设计后续环节, 使最后的输出 $y(t) = f_3(t)$ 。(要求标出每个环节所需参数的具体值, 画出每个环节输出端的频谱图)

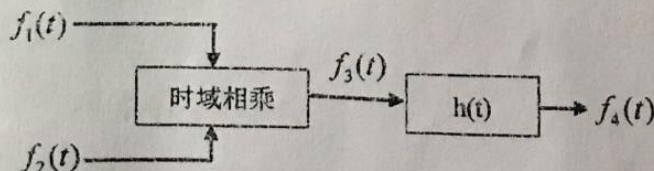


图 4

2. (21) 某 LTI 离散系统, 其初始状态为 $y[-1] = 8$, $y[-2] = 2$, 当输入 $x[n] = (0.5)^n u[n]$ 时, 输出全响应

$$y[n] = 4(0.5)^n u[n] - n(0.5)^n u[n-1] - (-0.5)^n u[n]$$

求: (1) 系统全响应的 z 变换以及收敛域;

(2) 系统的齐次微分方程;

(3) 系统的零输入响应;

(4) 系统的零状态响应;

(5) 系统函数;

(6) 系统的微分方程;

(7) 直接二型模拟框图。