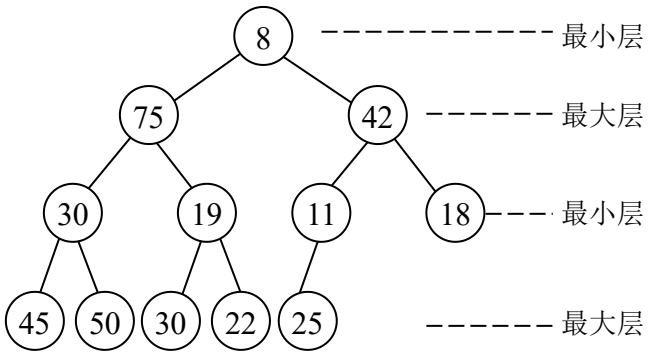
一. 单选题

1. 以下排序算法（ ）是稳定的。

A. 起泡排序　B. 快速排序　C. 堆排序　D. 直接选择排序

二．一个最小最大堆（Min-Max Heap）是一种特定的堆，其最小层和最大层交替出现，根节点总是处于最小。它具有以下性质：对于堆中处于最大（小）层的任一节点，其关键字的值总是在以之为根的子树中的最大（小）关键字；下图是一个最小最大堆的例子，其存储结构为{8, 75, 42, 30, 19, 11, 18, 45,50,30,22, 25}。



（1）请画出在上图堆后面依次插入关键字为 5 和 80 的节点后的最小最大堆。

（2）请说明插入操作的基本过程和插入操作的时间复杂度。

（1）略

（2） 基本思想：从插入的位置开始，从下向上依次进行调整。

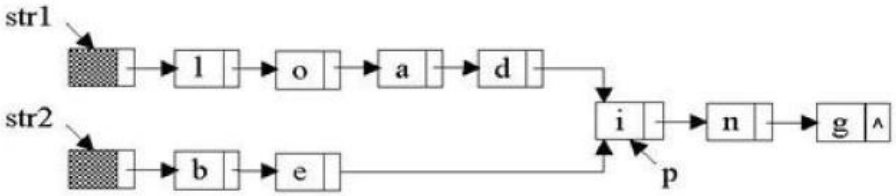
1、根据元素的位置求出其所在的层数，若为奇数层则在最小层，若为偶数则在最大层。

2、若插入元素在最大层，则先比较其关键字是否比其双亲小，如果是则交换。然后将已经形成的小堆与其祖先进行同样的调整，直到满足小堆定义或者到达根节点；若插入元素不小于其双亲，则调整大堆，直到满足大堆定义。

若插入元素在最小层，则反之。

复杂度 O(logn)

三. 假定采用带头结点的单链表保存单词，当两个单词有相同的后缀时，则可共享相同的后缀存储空间，例如，“loading”和“being”，如下图所示。



设 str1 和 str2 分别指向两个单词所在单链表的头结点，链表结点结构为（data, next），请设计一个时间上尽可能高效的算法，找出由 str1 和 str2 所指向两个链表共同后缀的起始位置（如图中字符 i 所在结点的位置 p）。

要求：

（1）给出算法的基本设计思想。

（2）根据设计思想，采用类 C 语言的伪代码描述算法，关键之处给出注释。

（3）说明你所设计算法的时复杂度。

（1）算法思想：顺序遍历两个链表到尾结点时，并不能保证两个链表同时到达尾结点。这是因为两个链表的长度不同。假设一个链表比另一个链表长 k 个结点，先在长链表上遍历 k 个结点，之后同步遍历两个链表。这样就能够保证它们同时到达最后一个结点。由于两个链表从第一个公共结点到链表的尾结点都是重合的。所以它们肯定同时到达第一个公共结点。于是得到算法思路：

① 遍历两个链表求的它们的长度 L1，L2；

② 比较 L1，L2，找出较长的链表，并求 k=|L1-L2|；

③ 先遍历长链表的 k 个结点；

④ 同步遍历两个链表，直至找到相同结点或链表结束。

（2）算法的 类 C 语言伪代码描述

```
LinkList Search_First_Common(LinkList L1,LinkList L2){
    //本算法实现线性时间内找到两个单链表的第一个公共结点
   int len1=Length(L1);
   len2=Length(L2);
   LinkList longList,shortlist;//分别指向较长和较短的链表
   if(len1>len2){
       longList=L1->next;
       shortlist=L2->next;
       k=len1-len2;//表长之差
   }
```

```
    else{
        longList=L2->next;
        shortlist=L1->next;
        k=len2-len1;//表长之差
    }
    while(k--)
        longList=longList->next;
    while(longList!=NULL){
        if(longList==shortList)//同步寻找共同结点
                return longList;
        else{
            longList=longList->next;
            shortlist=shortlist->next;
        }
    }//while
    return NULL;
}
```

（3）算法的时间复杂度为 O(len1+len2)，空间复杂度为 O(1)。

四. 给定一个有 n 行数字组成的数字三角形, 设计一个算法, 计算出从三角形的顶至底的一条路径, 使该路径经过的数字和最大。要求以下图为例，给出算法的基本思想以及该测试用例的详细求解过程。

```
        7
     3     8
   8     1     0
 2    7     4     4
4    5    2     6     5
```

使用动态规划法

满足最优子结构性质

dp[i][j]表示为从底到第 i 行第 j 列能得到的最大分数。

dp[i][j] = a[i,j] + max { dp[i+1,j], dp[i+1,j+1]}，当 j<=i

	1	2	3	4	5
1	30				

2	**23**	**21**			
3	**20**	**13**	**10**		
4	**7**	**12**	**10**	**10**	
5	**4**	**5**	**2**	**6**	**5**

答案：30

五．试题库问题：一个试题库中有 n 道试题。每道试题都标明了所属类别。同一道题可能有多个类别属性。现要从题库中抽取 m 道题组成试卷. 并要求试卷包含指定类型的试题。

数据输入：第 1 行有 2 个正整数 k 和 n(2<k<20, k<n<1000), k 表示题库中试题类型总数， n 表示题库中试题总数。第 2 行有 k 个正整数，第 i 个正整数表示要选出的类型 i 的题数. 这 k 个数相加就是要选出的总题数。接下来 n 行给出了题库中每个试题的类型信息。 每行的第 1 个正整数 p 标明该题可以属于 p 类，接着的 p 个数是该题所属的类型号。

结果输出:第 i 行输出“i:”后接类型 i 的题号。如果有多个满足要求的方案, 只要输出 1 个方案。 如果问题无解, 则输出“No Solution!”。 给出算法的基本思想.

解：构造流网络.

顶点构造:

构造题型号 1:k 对应的顶点 x[1:k]

构造试题号 1:n 对应的顶点 y[1:n]

添加源点 s, 和汇点 t.

边的构造:

从 s 各连 1 条边到 k 个顶点 x[1:k], 容量为题型 k 需要的题数

若试题 i 属于题型 j, 则添边(x[j],y[i]), 容量 1

对每个试题 i, 添加 1 条边(y[i],t), 容量 1

使用最大流算法, 得到相应解.

六． 无向图哈密顿圈问题是

UHC={<G>|G 是有哈密顿回路的无向图}。

旅行售货员问题是

TSP={<G,s,w,b>| G 有从 s 出发回到 s 总费用≤b 的回路}。

已知 UHC 是 NP 完全问题。证明 TSP 也是 NP 完全问题。

证明:

(1) TSP∈NP

构造如下非确定图灵机

N=“对于输入<G,s,w,b>, G 是无向图,s 是 G 的一个顶点, w 是非负权函数, b 是一个整数,G 有 n 个顶点

(a) 非确定地产生一个 **n** 个顶点的排列

(b) 若这个排列对应回路的边都在 **G** 中，且回路上的权和小于等于 **b,** 则接受; 否则, 拒绝”.

因为 N 的语言是 TSP，且 N 是在多项式时间运行，所以 TSP∈NP。

(2) 证明 **UHC** 可以多项式时间映射归约到 **TSP**

对任意无向图 G=(V,E)，设 G 的顶点数为 n。按如下方式构造 f(<G>)=<G’,s,w,n>，其中 G’=(V,V×V), s 属于 V, 对于任意 **vi,vj,**

$$w[v_i,v_j]=\begin{cases}0 & 若 i=j\\ 1 & 若(v_i,v_j)\in E\\ 2 & 其它\end{cases}$$

这一映射在多项式时间内能完成。

下面证<G>∈UHC ⇔ f(<G>)∈TSP

若<G>∈UHC，则 G 中有 Hamilton 圈 c。对于 G’, c 正好是一个从 s 出发回到 s，经历所有节点，且总费用=n 的路径，从而 f(<G>)∈TSP。

若 f(<G>)∈TSP，则 G’中有一条路径 c 从 s 出发回到 s，经历所有节点，且总费用=n 的路径。这条路径的边都在 G 中，是一个 Hamilton 圈。所以<G>∈UHC。

所以 f 是从 UHC 到 TSP 的多项式时间映射归约。

由(1)和(2) 及 UHC 是 NP 完全问题，TSP 是 NP 完全问题。