几个大家关心的问题：

- 小测：3月24日
- 答疑：周五课前；

  上课教室
- 课后作业：2.15-2.20

第2章 电磁波的传播和传输

- 电磁波传播
- 波导中的传输
- 微波传输线的分析模型
- 微波网络的分析模型

微波传输线的分析模型

- 传输线分析模型及其解
- 传输线特征量及其变换式
- 均匀无耗传输线的工作状态
- 圆图
- 阻抗匹配

微波传输线的分析模型

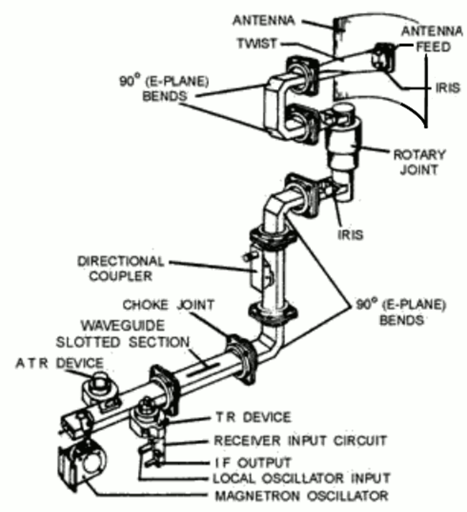
一. 什么是微波传输线

定义：能用于传输微波能量或者信息的各种形式传输系统的总称；

本质特征：在构成传输线的导体或者介质边界约束下，形成由这些导体或者介质边界所引导的波，将信号源的电磁能量以被引导波形式传导到负载。

基本要求：损耗小：导体损耗、介质损耗、辐射损耗

效率高：支持大功率、宽频带



微波传输线的分析模型

二. 传输线与低频线的差异（集总电路）

1. 电尺寸（电长度）的差别

电尺寸：物理长度与其工作波长之比：l/λ

低频线：$\lambda >> l$　所以称为短线（相对波长）

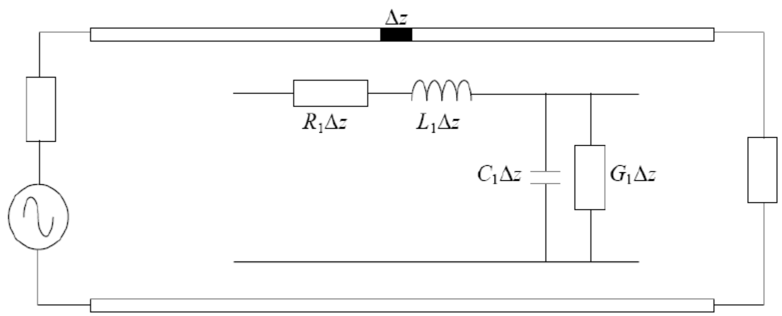
高频线：$\lambda \leq l$　$l > 0.1 \sim 0.05\lambda$ 所以称为长线

必需考察沿线各点处电场（或者电压）与磁场（或者电流）随着时间和空间的变化、以及电磁震荡沿着整个传输线的传播过程，即长线理论。

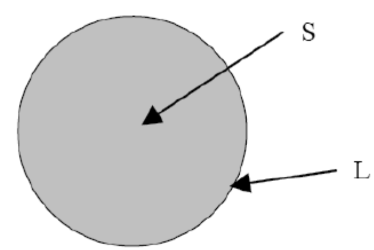
微波传输线的分析模型

2. 电气参数分布的差别

在任意一段长度为Δz且充分小的传输线中，电气参数都包括：分布电阻R_1（电流流过导线使得导线发热，导体损耗），分布电导G_1(导线间绝缘不完善引起的漏电流，介质损耗）、分布电容C_1（导线之间有点电压表面线间存在电场）、分布电感L_1（导体通过电流周围产生磁场）



3. 损耗的差别



低频线： $R_l \sim 1/S$

高频线： $R_l \sim 1/L$ L 为导体周界

微波传输线的分析模型

4. 传输方式的差别

低频线必需为电路提供一个电流回路

传输线的作用是约束和引导电磁波沿着导引方向前进、本质上无需构成电流回路、传输过程是波动过程。

5. 工程应用差别

除了传输能量和信息以外，传输线模型可以在其他学科（满足波动方程）也有着应用：

a. 热力学
b. 量子
c. 多物理耦合
d. …

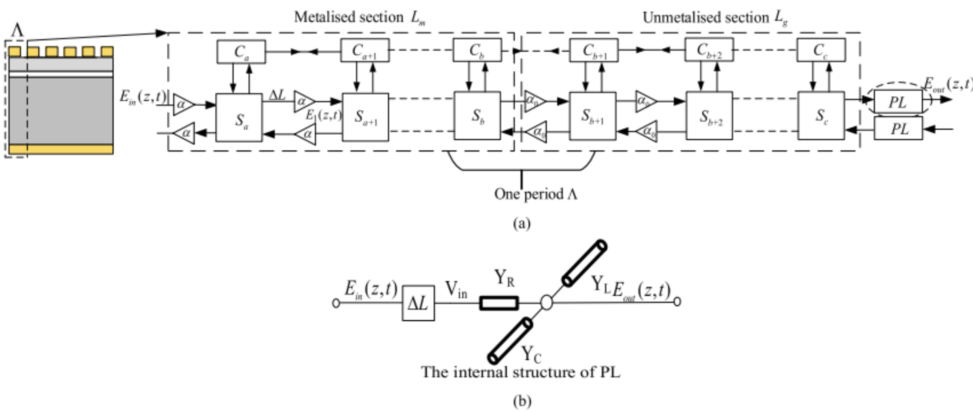


Fig. 13. Q-TLM model for the THz PL-QCL. (a) Model structure for PL THz QCL with one period length. (b) Internal structure of PL.

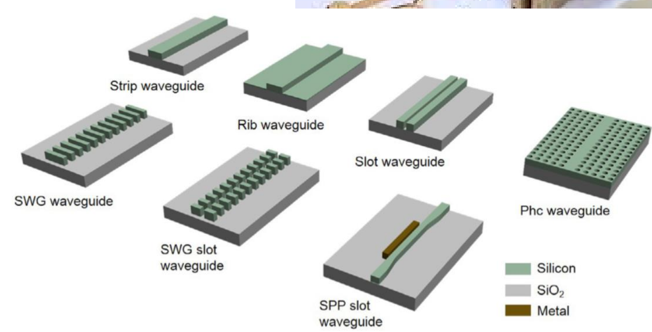
M. Xia et al., "Quantum Transmission Line Modeling and Experimental Investigation of the Output Characteristics of a Terahertz Quantum Cascade Laser," in IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, vol. 10, no. 4, pp. 333-342, July 2020, doi: 10.1109/TTHZ.2020.2970341.

微波传输线的分析模型

三. 传输线分类

按照导行电磁波类型和场的分布可以划分为：

1. TEM波传输线（包括准TEM波传输线）
   - 同轴线、带状线
   - 微带线、共面波导
2. TE/TM 波传输线
   - 矩形波导、圆波导
   - 椭圆波导、脊波导、扇形波导
3. 混合波传输线
   - 光纤、薄膜波导、平板介质波导
   - 矩形介质波导



微波传输线的分析模型

四. 传输线分析方法

“场”的方法：

麦克斯韦方程组	波动方程和边界条件	电场和磁场分布的求解
$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=j\omega\varepsilon\vec{E}\\ \nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}\\ \nabla\cdot\vec{D}=0\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}$	$\begin{cases}\nabla^2\vec{E}+k^2\vec{E}=0\\ \nabla^2\vec{H}+k^2\vec{H}=0\end{cases}$ 电壁— $\vec{n}\times\vec{E}\|_\Omega=0$， $\vec{n}\cdot\vec{H}\|_\Omega=0$ 磁壁— $\vec{n}\times\vec{H}\|_\Omega=0$， $\vec{n}\cdot\vec{E}\|_\Omega=0$	$\begin{cases}\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r})e^{j\omega t}\\ \vec{H}(\vec{r},t)=\vec{H}(\vec{r})e^{j\omega t}\end{cases}$

“路”的方法：

克西霍夫定理	波动方程和边界条件	电压和电流分布的求解
$\begin{cases}\sum I=0\\ \sum U=0\end{cases}$	$\begin{cases}\dfrac{d^2U}{dz^2}-\gamma^2U=0\\ \dfrac{d^2I}{dz^2}-\gamma^2I=0\end{cases}$ 源、源阻抗和负载等条件。	$\begin{cases}U(z)e^{-\gamma z}e^{j\omega t}\\ I(z)e^{-\gamma z}e^{j\omega t}\end{cases}$

微波传输线的分析模型及其解

研究传输线问题的起点：“传输线”三个字：

1. “线”：不仅仅表明所有的传输线无论粗细或者宽窄，总体上呈现的是线状结构、而且更希望指明的是线的走向代表了电磁能量的传递方向。本课程始终将电磁能量的传递方向定义为：z方向（直线方向）。

2. “传输”：不仅仅是对线的用途限定，而且也提示我们要了解传输线首先要从传输特性入手，即在z方向的电磁波传输特性。

据此，本章的目的是建立传输线的传输模并展现基本的传输特性，模型的基本特点是1.一维结构、仅和传输z方向有关；2.电路模型，考虑沿线电压（波）u和电流i.

由于微波波长与传输线的物理长度可比拟甚至更小，所以传输线沿线电压u和电流i都应该是位置z和时间t的函数。

微波传输线的分析模型及其解

- 传输线方程——场方法
- 传输线模型——路方法
- 传输线方程的解

微波传输线的分析模型及其解

■ 传输线方程

对于波导中任意一个确定的传输模式，其切向场分布是固定的，随传输（z）改变，改变的仅为幅值。例如，矩形波导中：

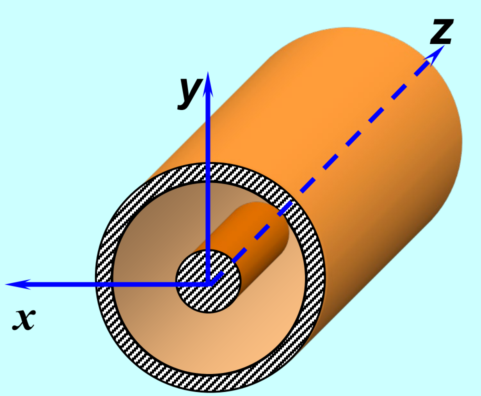
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{t})e^{-\gamma z} \Rightarrow \boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}(x,y)e^{-\gamma z}$$

故可将幅值单独分析。一般将电场幅值等效看成电压，磁场幅值看成电流，关于等效电压和电流的方程称为传输线方程。

例　已知同轴传输线的内导体半径为a，外导体的内径为b。

求：①同轴线传输TEM波的电场和磁场的表达式。

②用单位长度的电感和电容表示相速度。

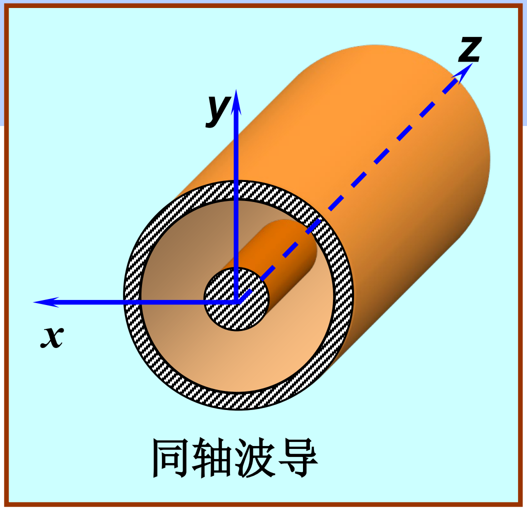


同轴波导

同轴波导是一种内、外导体构成的双导体导波系统，也称为同轴线。如图所示，内、外导体为理想导体，内导体半径为a，外导体的内半径为b，内、外导体之间填充电参数为ε和μ的理想介质。由于同轴线是双导体波导，因此它既可以传播TEM波，也可以传播TE波和TM波。

问题：为啥同轴波导（同轴线）可以传播TEM波,但是矩形空波导却不支持？

1. TEM波的场分布



设电磁波沿 $+z$ 方向传播，相应的场为时谐场，其复数形式为

$$\vec{E}(\rho,\phi,z)=\vec{E}(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z},\vec{H}(\rho,\phi,z)=\vec{H}(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

对于TEM波，$E_z=0,H_z=0$ ，而磁力线是闭合曲线，电场和磁场都在横截面内，即 $\vec{H}=\vec{e}_\phi H_\phi,\vec{E}=\vec{e}_\rho E_\rho$

$$\vec{E}(\rho,\phi,z)=\hat{\rho}E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z},\vec{H}(\rho,\phi,z)=\hat{\phi}H(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

$$\vec{E}(\rho,\phi,z)=\hat{\rho}E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z},\vec{H}(\rho,\phi,z)=\hat{\phi}H(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

$$E_\rho \triangleq E(\rho,\phi) \quad H_\phi \triangleq H(\rho,\phi)$$

在圆柱坐标系中旋度计算公式：

$$\nabla\times\vec{F}=\frac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\hat{\rho} & \rho\hat{\phi} & \hat{z}\\ \dfrac{\partial}{\partial\rho} & \dfrac{\partial}{\partial\phi} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ F_\rho & \rho F_\phi & F_z\end{vmatrix}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=\frac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\hat{\rho} & \rho\hat{\phi} & \hat{z}\\ \dfrac{\partial}{\partial\rho} & \dfrac{\partial}{\partial\phi} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z} & 0 & 0\end{vmatrix}$$

$$=\hat{\phi}\frac{\partial}{\partial z}\left(E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}\right)+\frac{1}{\rho}\hat{z}\left(\frac{\partial}{\partial\phi}E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}\right)=-\gamma\hat{\phi}E(\rho,\phi)\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

由法拉第感应定律： $\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H}$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial\phi}E(\rho,\phi)=0\\ \gamma E_\rho=j\omega\mu H_\phi\end{cases}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H} \Rightarrow \gamma E_\rho = j\omega\mu H_\phi$$

同理:

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \mathrm{j}\omega\varepsilon\boldsymbol{E} \Rightarrow \begin{cases} \gamma H_\phi = \mathrm{j}\omega\varepsilon E_\rho \\ \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho H_\phi\right) = 0 \end{cases}$$

$$E_\rho = \frac{\gamma}{\mathrm{j}\omega\varepsilon} H_\phi = \frac{\mathrm{j}\omega\mu}{\gamma} H_\phi$$

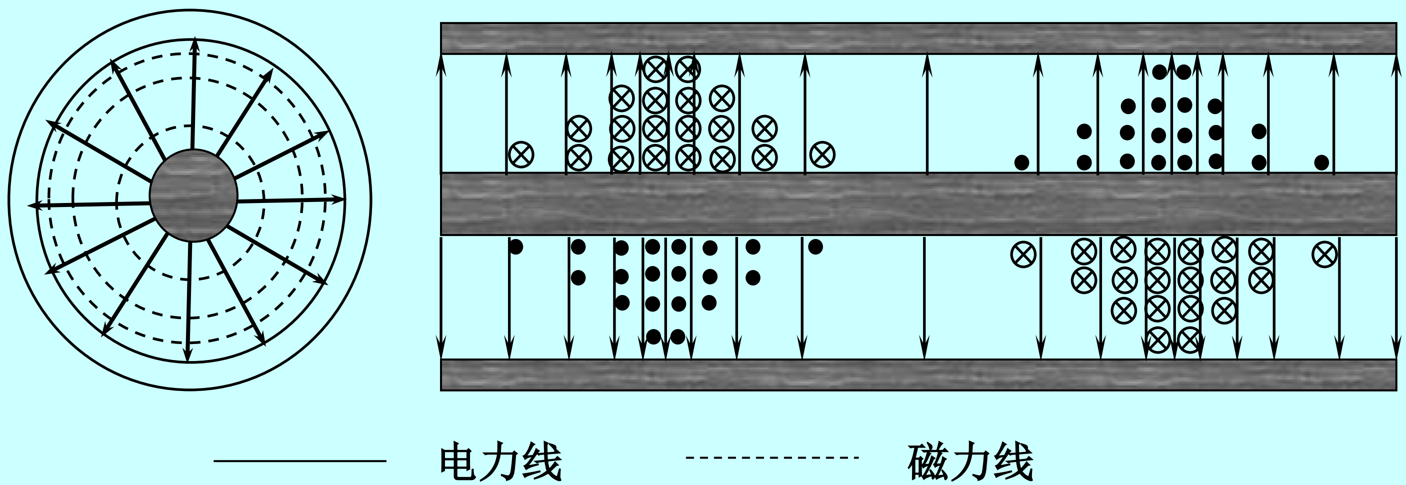
$$\gamma^2 = -\omega^2\varepsilon\mu \Rightarrow \gamma = jk$$

$$H_\phi = \frac{H_\mathrm{m}}{\rho}\mathrm{e}^{-\gamma z} \Rightarrow E_\rho = \eta H_\phi = \eta\frac{H_\mathrm{m}}{\rho}\mathrm{e}^{-\gamma z}$$

随着距离ρ衰减的量

所以 H_m是一个常数

同轴波导中TEM模的场分布如图所示



同轴波导中TEM模的场分布

2. TEM波的传播参数

截止波数 $k_c = \sqrt{\gamma^2 + k^2} = 0$，$\gamma$=jk

截止波长 $\lambda_c = \infty$ —— TEM模是同轴波导中的主模

传播常数: $\gamma = \gamma_{TEM} = jk = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} = j\beta$

相位常数: $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

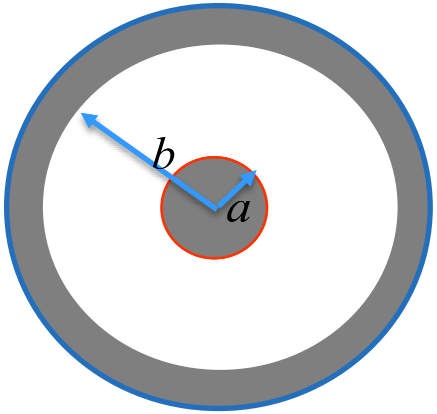
相速度: $v = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ —— 无色散波

波阻抗: $Z_{TEM} = \dfrac{E_\rho}{H_\phi} = \dfrac{\gamma}{j\omega\varepsilon} = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$

小结： ①没有截止频率的限制，原则上可以传输任意频率的电磁波；
②TEM波为非色散波，不会产生宽带信号的变形。

例：无限长圆柱同轴线，内外导体间的电压为U。求：此同轴线空腔内的电场。

$$\mathbf{D} = D\hat{\rho}$$



解：①以同轴线轴线为z轴建立柱坐标系

设内导体上单位长度总电荷为Q，利用高斯定理可知：

$$D2\pi\rho l = Ql \Rightarrow D = \frac{Q}{2\pi\rho}$$

则电场可表示为：$\vec{E} = \hat{\rho}\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0\rho}$ $\quad (a < r < b)$

则内外导体之间的电压可表示为：$U = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$

$$\therefore Q = U\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}} \qquad \vec{E} = \hat{\rho}\frac{U}{\rho\ln\frac{b}{a}} \qquad (a < \rho < b)$$

$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho$ 电荷密度ρ

同轴线横截面上的解为 $\vec{E}=\hat{\rho}\dfrac{U}{\rho\ln(b/a)}$

上式乘以 e^{-jkz}，并记 $U=U_0e^{j\varphi}$ 为复常数，得到TEM波的电场复矢量

$$\vec{E}(\vec{r})=\hat{\rho}\frac{U_0}{\rho\ \ln(b/a)}e^{j\phi}e^{-jkz}$$

电场瞬时矢量为 $$\vec{E}(\vec{r},t)=\hat{\rho}\frac{U_0}{\rho\ \ln(b/a)}\cos(\omega t-kz+\phi)$$

对应的磁场复矢量为 $$\vec{H}(\vec{r})=\frac{1}{\eta}\hat{k}\times\vec{E}(\vec{r})=\hat{\varphi}\frac{U_0}{\eta\rho\ln(b/a)}e^{j\phi}e^{-jkz}$$

磁场瞬时矢量为 $$\vec{H}(\vec{r},t)=\hat{\varphi}\frac{U_0}{\eta\rho\ln(b/a)}\cos(\omega t-kz+\phi)$$

②根据同轴线单位长度上的电感和电容

$$\vec{E}=\hat{\rho}\frac{U}{\rho\ln(b/a)} \qquad I=\vec{H}(\vec{r})2\pi\rho=\frac{2\pi U}{\eta\ln(b/a)}$$

$$\vec{H}(\vec{r})=\hat{\varphi}\frac{U}{\eta\rho\ln(b/a)} \qquad \Phi=\int_a^b \mu\vec{H}(\vec{r})\cdot d\rho\hat{\varphi}=\mu\frac{U}{\eta}$$

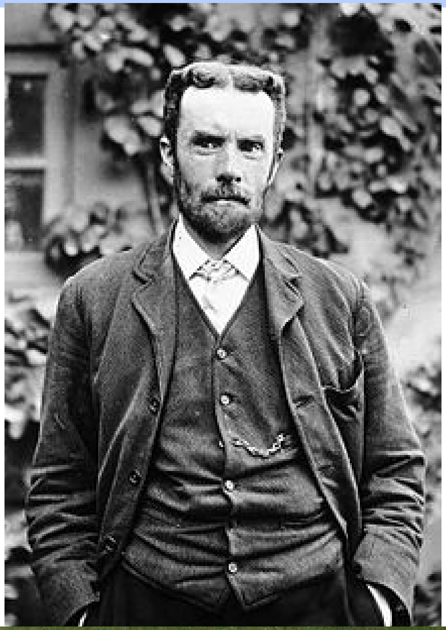
$$L_0=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\hat{\rho}\frac{U}{a\ln(b/a)} \qquad Q=\varepsilon\frac{U}{a\ln(b/a)}2\pi a=\varepsilon\frac{2\pi U}{\ln(b/a)} \qquad C_0=\frac{Q}{U}=\frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$$

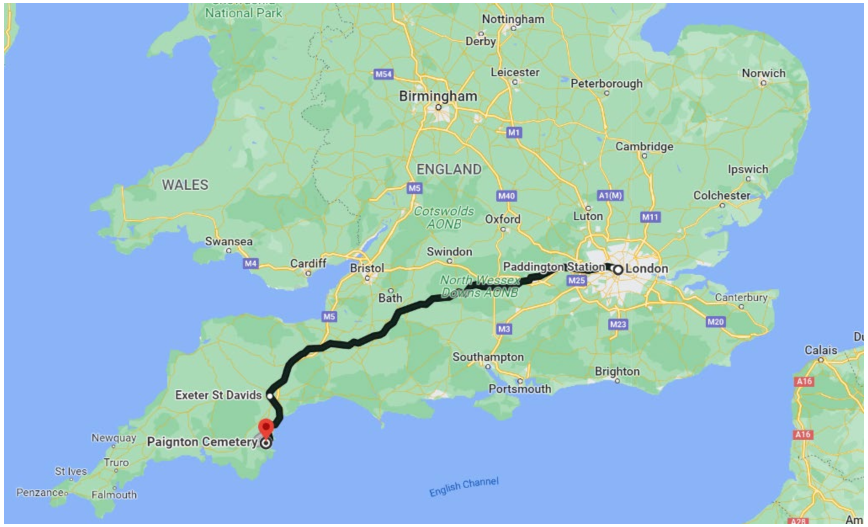
TEM波的相速度可以表示为 $$v_p=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$$

故可将幅值单独分析。一般将电场幅值等效看成电压，磁场幅值看成电流，关于等效电压和电流的方程称为传输线方程。

Oliver Heaviside (1850–1925) *was a self-educated English mathematical physicist who spent most of his life on the far fringes of the scientific community. Yet he did more than anyone else to shape how James Clerk Maxwell's electromagnetic theory was understood and applied in the 50 years after Maxwell's death. Indeed, Maxwell's equations in their most familiar vector form come from Heaviside.*



- 独自创立了专门的矢量微积分学，简化了场论的符号表述
- 利用新发明的矢量微积分符号，将原来用繁杂的四元数描述的麦克斯韦方程组精简至4个
- Heavside 单位阶跃函数
- “微分算子方法”
- 肯内利-黑维塞层(大气电离层）
- 黑维塞分式拆解法/黑维塞部分分式展开定理
- 术语“电感”的提出
- 电报员方程的提出者



$e+\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}=0$	(1)	Gauss' Law
$\mu\alpha=\frac{d\mathrm{H}}{dy}-\frac{d\mathrm{G}}{dz}$ $\mu\beta=\frac{d\mathrm{F}}{dz}-\frac{d\mathrm{H}}{dx}$ $\mu\gamma=\frac{d\mathrm{G}}{dx}-\frac{d\mathrm{F}}{dy}$	(2)	Equivalent to Gauss' Law for magnetism
$\mathrm{P}=\mu\left(\gamma\frac{dy}{dt}-\beta\frac{dz}{dt}\right)-\frac{d\mathrm{F}}{dt}-\frac{d\Psi}{dx}$ $\mathrm{Q}=\mu\left(\alpha\frac{dz}{dt}-\gamma\frac{dx}{dt}\right)-\frac{d\mathrm{G}}{dt}-\frac{d\Psi}{dy}$ $\mathrm{R}=\mu\left(\beta\frac{dx}{dt}-\alpha\frac{dy}{dt}\right)-\frac{d\mathrm{H}}{dt}-\frac{d\Psi}{dz}$	(3)	Faraday's Law (with the Lorentz Force and Poisson's Law)
$\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}=4\pi p'\qquad p'=p+\frac{df}{dt}$ $\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}=4\pi q'\qquad q'=q+\frac{dg}{dt}$ $\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}=4\pi r'\qquad r'=r+\frac{dh}{dt}$	(4)	Ampère-Maxwell Law
$\mathrm{P}=-\xi p\quad \mathrm{Q}=-\xi q\quad \mathrm{R}=-\xi r$		Ohm's Law
$\mathrm{P}=kf\quad \mathrm{Q}=kg\quad \mathrm{R}=kh$		The electric elasticity equation (**E** = **D**/ε)
$\frac{de}{dt}+\frac{dp}{dx}+\frac{dq}{dy}+\frac{dr}{dz}=0$		Continuity of charge