

信号与信息处理课程设计



林艳飞

信号与图像处理实验室

2025

目录

实验一：GUI 界面设计

实验二：典型信号的建模与产生

实验三：信号频谱分析

实验四：数字滤波器设计

实验五：脑电 SSVEP 信号的目标分类

实验六：VR 眼动数据的目标分类

实验七：脑电 ERP 信号的去噪方法

实验八：心电信号心率检测方法

实验九：空域滤波器设计

实验十：包络检测器设计

实验一 GUI 界面设计

1. 图形对象及其句柄

Matlab 的图形对象包括计算机屏幕、图形窗口、坐标轴、用户菜单、用户控件、曲线、文字、图像、方框等。在创建每一个图形对象时，都会为该对象分配唯一的一个值，称为图形对象句柄（Handle）。句柄是图形对象的唯一标识符，不同对象的句柄不可重复和混淆。若要获取当前的图形、坐标轴和对象的句柄值，可使用下列函数：

gcf：获取当前图形窗口的句柄值；

gca：获取当前图形窗口中当前坐标轴的句柄值；

2. 属性的设置与查询

Matlab 中 set 函数用于设置已创建句柄图形对象元素的各种属性，get 函数用于查询已创建句柄图形对象元素的各种属性。

set 函数的调用格式为 set(句柄, 属性 1, 属性值 1, 属性名, 属性值 2,.....)

get 函数的调用格式为 V=get(句柄, 属性名)：V 是返回的属性值。

例：

```
x=0:pi/10:2*pi;
h=plot(x,cos(x));
set(h,'color','r','linestyle',':', 'marker','p');
get(h,'linestyle')
```

运行结果如下：

```
ans =
```

```
:
```

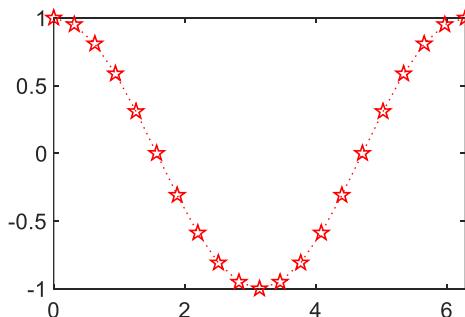


图 1-1 Plot 函数画图

3. GUIDE 界面

由窗口、菜单、图标、光标、按键、对话框和文本等各种图形对象组成的用户界面叫做图形用户界面（GUI）。在命令行窗口的提示符下输入 guide 回车，即进入 guide 界面，并显示 GUI 的设计模板。GUI 设计模板有 4 种，分别是 Blank GUI（默认）、GUI with Uicontrols（带控件对象的 GUI 模板）、GUI with Axes and Menu（带坐标与菜单的 GUI 模板）、Modal Question Dialog（带问题对话框的 GUI 模板）。另一种进入 guide 界面的方式为打开编译文

件

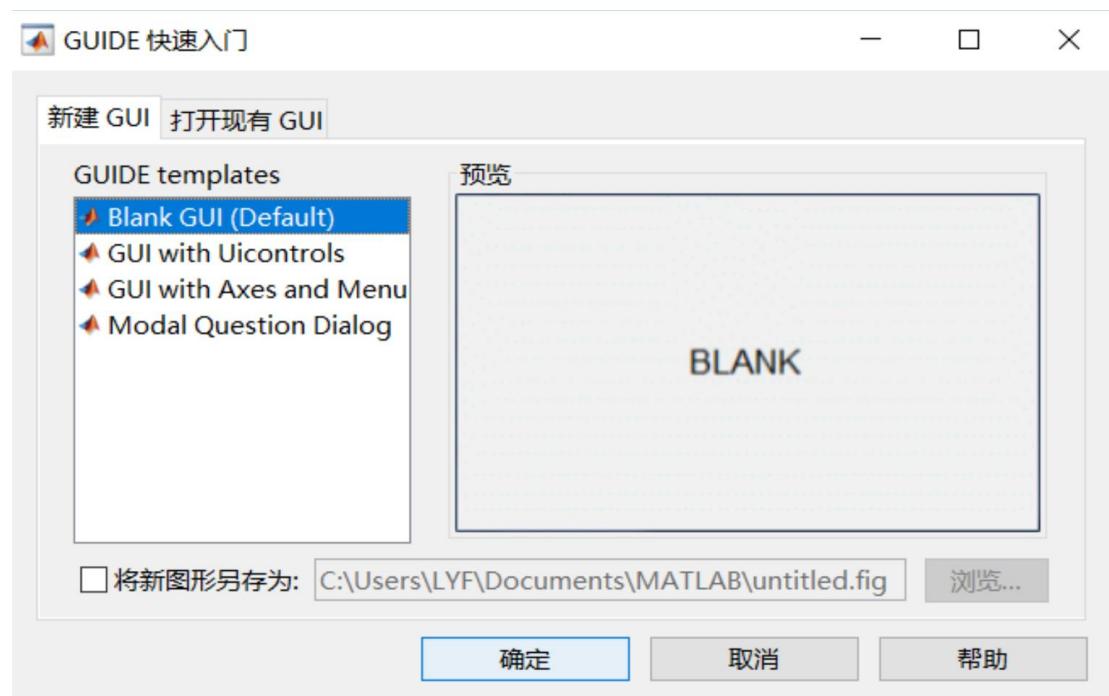


图 1-2 GUIDE 启动界面图

GUI 设计窗口的左边为设计工具区，提供了设计 GUI 过程中所用的用户控件。

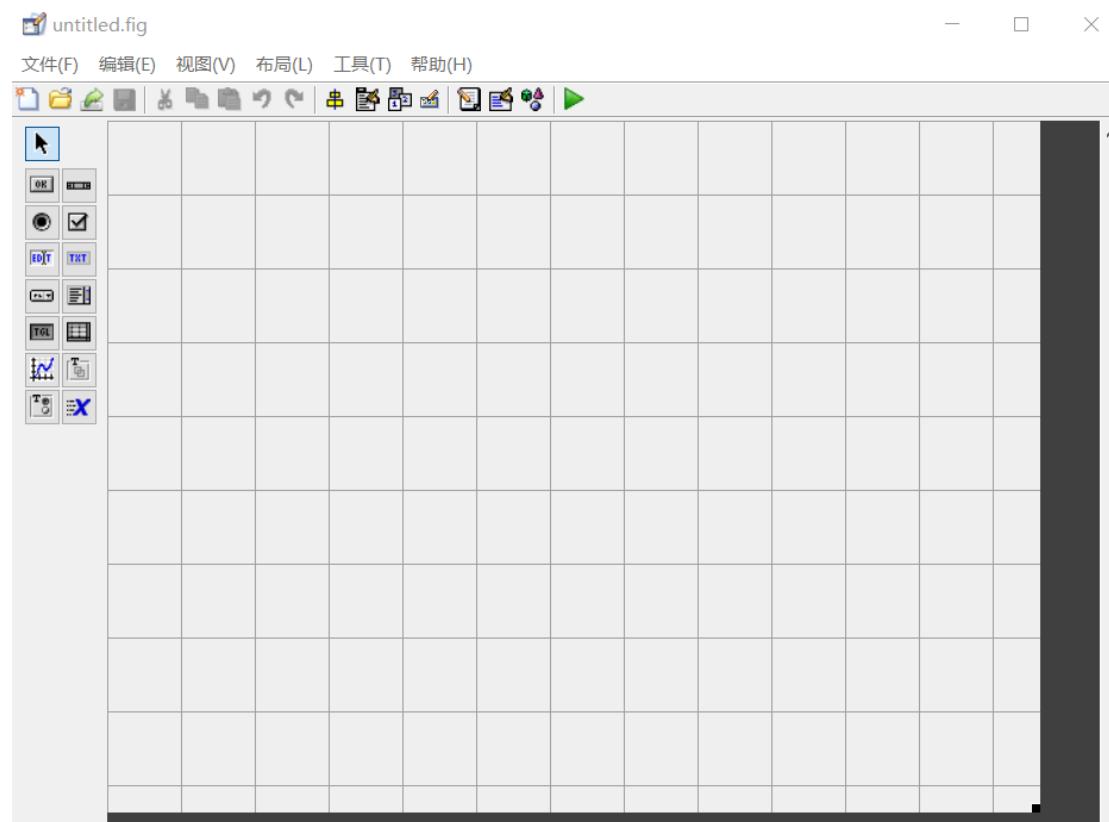


图 1-3 GUI 设计窗口

表 6-1 常用控件

控件名称	功能说明
Push Button (按钮)	单击按钮，可以执行某个操作，松开后，恢复到原位
Slider (滑动框)	用于从一个数据范围内选择一个数据值
Radio Button (单选按钮)	单个按钮用来在两种状态之间切换，当多个单选按钮成组时，通常只能从一组选择对象中选择单个对象
Check Box (复选框)	单个复选框用来在两种状态之间切换，当多个复选框成组时，可使用户在一组状态中做多项选择
Edit Text (文本编辑框)	用户可以动态地修改或替换文本框中的内容
Static Text (静态文本)	显示文本字符串，不能进行编辑，用于显示标题、标签和用户信息
Pop-up Menu (弹出菜单)	可以从菜单的多个选项中选择一个
List Box (列表框)	产生的文本可以用于选择，不能编辑
Toggle Button (双位开关)	产生一个动作并指示一个二进制状态，当单击它时，按钮按下，执行指令，再次单击，按钮弹起，再次执行指令
Table (表格)	创建表格组件
Axes (坐标轴)	用于在 GUI 中添加图形和图像
Panel (面板)	将 GUI 中的相关控件分组管理和显示，易于理解
Button Group (按钮组)	类似于面板，按钮组中的控件只包括单选按钮和双位开关
ActiveX Control (ActiveX 控件)	用于在 GUI 中显示控件，仅限于 Windows 系统使用

图 1-4 GUI 常用控件

uicontrol 函数用于建立控件对象，其调用格式为

对象句柄=uicontrol (图形窗口句柄, 属性名 1, 属性值, 属性名 2, 属性值 2, ...)

例 2 设计计算器

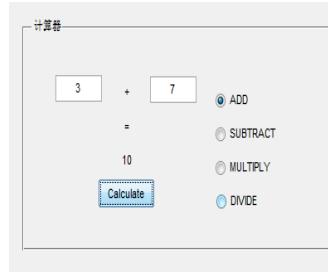


图 1-5 使用 GUI 设计的计算器

对控件双击，设置控件属性 style、标签 Tag。

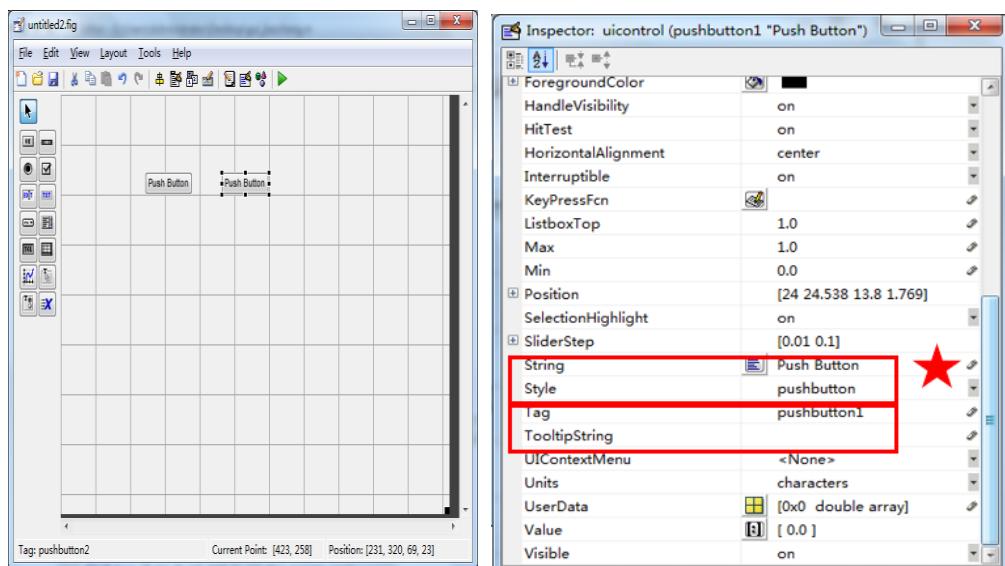


图 1-6 GUI 控件属性

回调函数

用户对控件进行操作的时候，控件对该操作进行响应，所指定执行的函数，就是该控件的回调函数，也称 Callback 函数。

```
% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata   reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)
a = str2double(get(handles.number1,'String'));
b = str2double(get(handles.number2,'String'));
index1 = get(handles.radioButton1,'Value');
index2 = get(handles.radioButton2,'Value');
index3 = get(handles.radioButton3,'Value');
index4 = get(handles.radioButton4,'Value');
if index1 ==1
    c=a+b;
else if index2==1
    c=a-b;
else if index3==1
    c=a*b;
else if index4==1
    c=a/b;
end
end
end
end
set(handles.text3,'String',c);
```

实验二 典型信号的建模与产生

1、正弦波信号

生成指定频率 f , 幅度 A , 相位 Φ 的正弦波, 时长为 L , 采样频率 fs 为 1000 Hz, 并在 GUI 窗口中显示。

2、方波信号 help square

生成指定幅度 A 、占空比 a 的方波信号, 时长为 L , 采样频率 fs 为 1000 Hz, 并在 GUI 窗口中显示。

3、混合正弦信号

生成一频率为 $f1=30\text{Hz}$, 另一频率为 $f2=300\text{Hz}$, 幅度均为 $A=1$, 时长为 $L=1\text{s}$, 相位为 0 的混合正弦波信号, 采样频率 fs 为 1000 Hz, 并在 GUI 窗口中显示。

4、生成服从高斯分布的白噪声序列, 时长为 L , 均值为 μ , 方差为 σ , 并在 GUI 窗口中显示。

5、生成服从均匀分布的白噪声序列, 时长为 L , 均值为 μ , 方差为 σ , 并在 GUI 窗口中显示。

6、加载已有的 ssvep.mat 文件信号, 并在 GUI 窗口中显示。

可使用如下函数实现:

```
load ('ssvep.mat')
plot(s);
```

实验三 信号频谱分析

1、快速傅里叶变换

1) 正弦波、方波、混合正弦波和两种白噪声的原始波形在 GUI 窗口呈现。

2) 对以上波形进行快速傅里叶变换, 并在 GUI 窗口展示频谱分析结果(幅频响应和相位响应), 横坐标为频率 Hz。

2、功率谱分析

1) 对以上波形进行功率谱分析, 并在 GUI 窗口展示功率谱分析幅频响应, 横坐标为频率 Hz。

3) 对加载的 ssvep.mat 信号进行快速傅里叶变换, 在 GUI 窗口展示信号所含的频率成分是多少 Hz, 并学习 ssvep.mat 信号的特点, 采样频率为 1000 Hz。

实验四 数字滤波器的设计

1、设计一个数字低通滤波器, 方法是先设计一个 IIR 模拟低通滤波器然后数字化。截止频率是 100 Hz, 采样频率 1000 Hz。

1) 在 GUI 窗口展示低通滤波器的幅频响应和相位响应。

2) 对 30 Hz 与 300 Hz 混合的正弦信号进行低通滤波, 在 GUI 窗口展示其滤波前后结果的时域和频域波形。

3) 在 GUI 窗口展示 2) 中混合正弦信号在滤波前后相位变化, 并阐述 IIR 滤波器的设计方法, 以及滤波器的特点。

2、设计一个数字高通滤波器, 方法是线性相位 FIR 高通滤波器。截止频率是 100 Hz, 采样频率 1000 Hz。

- 1) 在 GUI 窗口展示高通滤波器的幅频响应及相频响应。
- 2) 对 30 Hz 与 300 Hz 混合的正弦信号进行高通滤波，在 GUI 窗口展示其滤波前后结果的时域和频域波形。
- 3) 在 GUI 窗口展示 2) 中混合正弦信号在滤波前后相位变化，并阐述 FIR 滤波器的设计方法、滤波器的特点及相位的重要性。

实验五 脑电信号的目标识别

1) 基本知识:

稳态视觉诱发电位(steady-state visual evoked potentials, SSVEP)是脑机接口系统经常使用的一种信号，当人眼受到固定频率超过 4Hz 的视觉刺激时，大脑皮质活动将被调节，诱发出类似于视觉刺激相同频率的周期性节律信号，这就是稳态视觉诱发电位（Steady-State Visual Evoked Potential, SSVEP）。基于 SSVEP 的脑-机接口系统，是通过识别大脑中的脑电信号的频率成分来检测目标指令。

2) 实验数据:

脑电数据采集是通过观看 10 个不同频率刺激块诱发的脑电信号，对应目标 1-10，如图 3 所示。目标与刺激频率信息如下。

表 5-1 10 个目标对应的刺激频率

类别 1	类别 2	类别 3	类别 4	类别 5	类别 6	类别 7	类别 8	类别 9	类别 10
8Hz	8.5Hz	9Hz	9.5Hz	10Hz	10.5Hz	11Hz	11.5Hz	12Hz	12.5Hz

每类刺激诱发的脑电信号中包含了基频和倍频成分，例如类别 1 信号，信号所含频率为 8Hz、16Hz、32Hz，倍频成分的能量可能比基频的能量大，有时倍频比基频能量小，如图 4 所示，16Hz 幅度小于 8Hz。

数据格式: 8*3500*20 指 8 个导联(脑电帽上 8 个电极)，采样率 1kHz，采集 3.5s 数据，20 个试次(每个试次对应一个目标)；label.mat 为 20 个试次的预识别目标的类别。

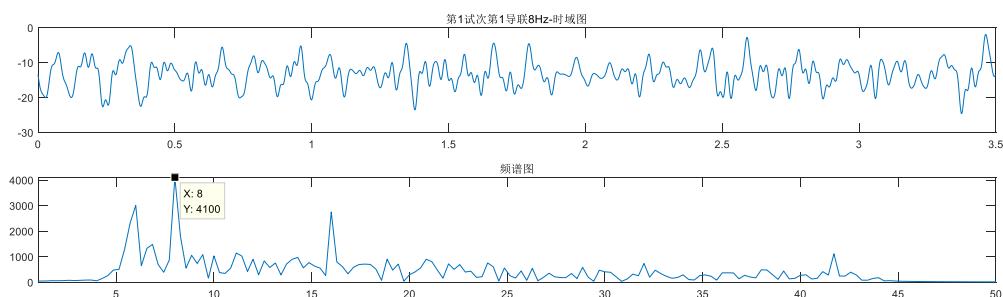


图 5-1 脑电信号时域波形及频域频谱

3) 目标分类:

- (1) 脑电信号进行带通滤波，滤波范围 3-40Hz。
- (2) 利用 FFT 或功率谱 periodogram 对每个试次每个通道的脑电信号进行频谱分析，查看 7-15Hz 范围内最高峰值是多少，并与所给刺激频率比对，8 个通道投票最多的目标即为该试次所分类出来的目标结果。另外，也可考虑基倍频联合检测，从而提高目标识别准确率。

(3) 对 20 个试次分别进行目标分类，根据频谱信息判断目标类别并与其真实标签 label 进行比较，计算准确率。

(4) GUI 界面呈现滤波器的幅频响应；20 个试次一个通道的频谱图（可选一个识别率高的通道），并标出峰值频率；呈现 20 个试次中每个导联目标分类类别，以及 8 导联联合目标识别结果。

实验六 VR 眼动数据的目标识别

1) 基本知识：

眼动仪是一种能够跟踪测量眼球位置及眼球运动信息的一种设备，在视觉系统、心理学、认知语言学的研究中有广泛的应用。通用设备原理为角膜反射法。

以最基本的桌面式眼动仪为例，由于眼动仪（含摄像机）的位置固定，屏幕光源（被试所看的刺激材料）的位置也固定、眼球中心位置不变（假设眼球为球状，且头部不动），普尔钦斑的绝对位置并不随眼球的转动而变化。但其相对于瞳孔和眼球的位置则是在不断变化的——比如，当你盯着摄像头时，普尔钦斑就在你瞳孔之间；而当你抬起头时，普尔钦斑就在你的瞳孔下方。这样一来，只要实时定位眼睛图像上的瞳孔和普尔钦斑的位置，计算出角膜反射向量，便能利用几何模型，估算得到用户的视线方向。再基于前期定标过程（即让用户注视电脑屏幕上特定的点）中所建立的用户眼睛特征与电脑屏幕呈现内容之间的关系，眼动仪就能判断出用户究竟在看屏幕上的什么内容了。

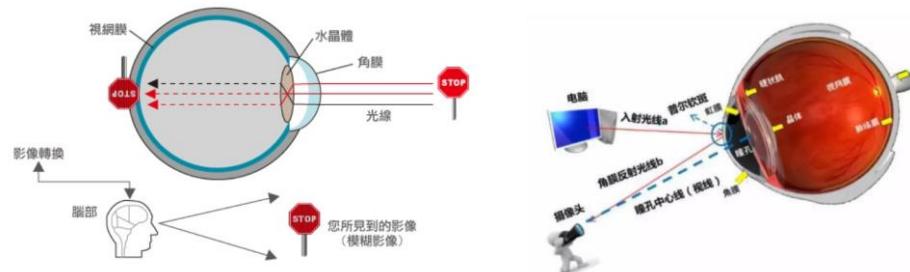


图 6-1 眼动信号采集原理

眼动的本质是人注意力资源的主动或被动分配，选择更有用或吸引力的信息。其应用方向有：用户体验与交互研究（网页可用性、移动端可用性、软件可用性、视线交互、游戏可用性研究）、市场研究与消费者调研等。

2) 实验过程：

实验数据采集分为两个过程，第一个是眼动校准阶段，要求实验参与者依次观看界面上的数字 0-9，如下图 3 所示，每个目标 1 个试次，校准阶段共 10 个试次。所采集的数据作为参与者的模板数据，用于正式阶段的分类。第二个是正式实验阶段，采集过程连续进行，数据中包含开始和结束的位置索引，每个目标 2 个试次，共 20 个试次。本题任务是根据采集的眼动数据实现 10 个目标的分类。

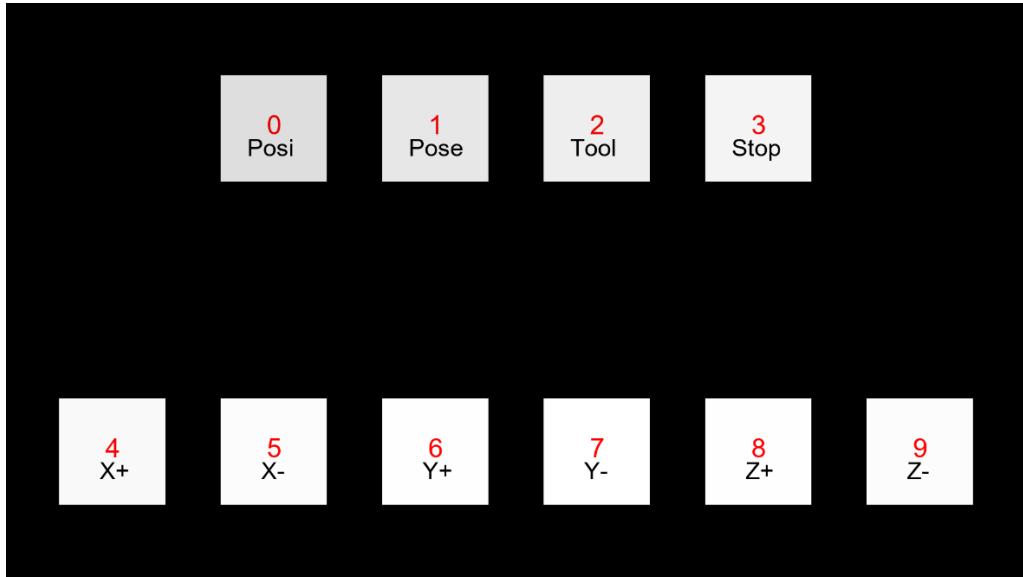


图 6-2 目标刺激位置的界面布局

3) 数据格式:

利用校准阶段的眼动数据，对正式实验阶段的眼动数据进行分类，并计算目标分类的准确率。眼动数据包括左眼和右眼两部分数据，可参见附件数据包：calib_data.mat 文件包含 Left_pre_c、Right_pre_c；——校准阶段预处理后的左右眼数据。online.mat 文件包含 Left_pre_o、Right_pre_o；——正式阶段预处理后的左右眼数据。数据维度：试次*特征维度 *时域采样点；一个试次对应一个指令(即一个目标)，特征维度为 X,Y 轴坐标数据，时域采样点为一段时间内的眼动数据。如 20*2*40 是指 20 个试次，一眼 XY 两轴坐标数据，40 个时间点。

校准阶段的数据标签为[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]，正式实验阶段的数据标签为 20 个 1-10 的数值。

4) 分类方法参考：

K 均值 (K-means)，K 均值聚类属于无监督分类方法，而原始数据中有标签，可以利用校准数据作为模板，将测试阶段的数据与模板数据进行比较。因此需要将 K 均值聚类变动一下。也可以完全按照 K 均值的方法进行无监督聚类，看看结果会有什么不同。

参考做法：计算测试阶段每个试次的数据与模板中心的距离：

(1) 计算模板数据的十个中心坐标（求所有时间点下 XY 坐标轴数据的均值），计算正式实验阶段的实验数据与模板各类中心的欧式距离，最小距离对应索引即为目标类别。

欧式距离如下式：

$$d = \|x_i - x_j\|_2^2 = \sqrt{\sum_{u=1}^n |x_{iu} - \mu|}$$

伪代码步骤：

输入：样本集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}$, 校准数据 $\mathbf{X}_o = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{10}\}$, 类别 k=10

过程：

1: 预处理：去除数据中为 0 的异常值，并进行有效数据对齐；所给数据已完成。

2: 计算校准数据中心 $\boldsymbol{\mu}_o = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{10}\}$;

3: 异常值处理：所给数据此步已完成。

$f(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_o) > mean(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_o)$

delete x

end

4: 计算样本集与校准数据中心的距离 $dist = (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_o)(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_o)^T$

5: 计算样本类间距离最小的类别 $C = \min_{i \in \{1, 2, \dots, k\}} dist_i$, 输出预测类别 C

5) 目标分类：

(1) 求正式实验阶段目标分类的准确率，左右眼分别计算分类准确率，然后左右眼融合计算分类准确率（各占 50%）

(2) 分析不同时间点 10、20、30、40 条件下的分类准确率，并画出曲线。

(3) GUI 界面呈现校准阶段 10 个试次各自的中心位置 (XY 坐标)，以及正式实验阶段 20 个试次目标分类类别，可表格呈现，包括单左眼、单右眼和左右眼融合的分类结果。另外呈现不同时间点下的分类准确率曲线。

实验七 脑电 ERP 信号的提取方法

事件相关电位 (Event related potential, ERP) 是指当外加一种特定的刺激，作用于感觉系统或脑的某一部位，在给予或撤销刺激时，或当某种心理因素出现时，在脑区所产生的电位变化。EEG 的波幅可达 50~100 μV ，一次刺激诱发的 ERP 的波幅一般约 2~10 μV ，比自发电位 (EEG) 小得多，淹没在 EEG 中。二者构成小信号与大噪声的关系。但 ERP 具有两个恒定，一是波形恒定，二是潜伏期恒定，即同一诱发刺激多次出现时，每次刺激引起的 ERP 波形和潜伏期都是相同的。利用这两个恒定，可以通过叠加，从 EEG 中将 ERP 提取出来。

由于作为 ERP 背景的 EEG 与刺激间无固定的关系，而 ERP 波形在每次刺激后是相同的，且 ERP 波形与刺激间的时间间隔 (潜伏期) 是固定的，所以经过将刺激时间对齐的叠加，ERP 与叠加次数成比例地增大，而 EEG 则按随机噪声方式加和。若刺激次数为 n，则叠加 n 次后 ERP 增大 n 倍，而 EEG 只增大 \sqrt{n} 倍，信噪比提高 \sqrt{n} 倍。叠加后的 ERP 数值除以叠加次数，其平均值即还原为一次刺激的 ERP 数值。因此，ERP 又称平均诱发电位，即叠加后的平均。[参考魏景汉，事件相关电位原理与技术]

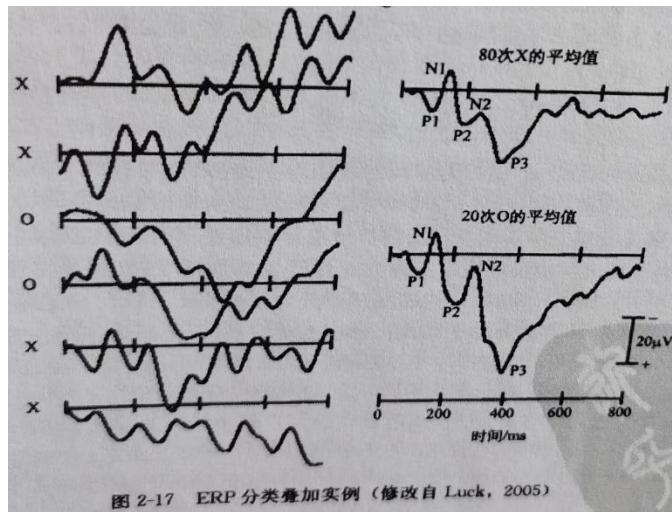


图 7-1 单试次的标准刺激（“x”）和偏差刺激（“o”）脑电波形及叠加平均后的标准和偏差刺激 ERP 脑电波形

数据说明：

- 1) sig01 文件和 sig02 文件对应不同频率声音刺激下得到的脑电 ERP 信号；
数据格式为 mat 文件，在每个文件中，脑电数据存为一个 $2 \times 701 \times 100$ 的矩阵，每个维度分别对应：导联（2 个导联） \times 信号（701 个采样点） \times 试次（100 个试次，即重复刺激 100 次）；第 1 导联为 FCz 电极，第 2 导联为 Cz 电极；
数据采样率为 1000Hz；
- 2) 第 1~200 采样点表示刺激前 200ms，用于得到参考基线；第 200 采样点为刺激出现时刻，201~701 采样点为刺激出现后的 700ms 数据。
- 3) **去基线：**将 1~200 采样点进行叠加平均，然后全时段 701 个点均减去此平均值，所得结果为去基线之后的脑电响应。

题目要求：

- 1) 设计数字滤波器，滤除低频和高频噪声。带宽 0.5~30 Hz。采样率 1000 Hz，低通截止频率 30Hz，高通截止频率 0.5Hz。给出低高通滤波器的频率响应。
- 2) 将每个试次的脑电信号进行滤波，利用时域叠加平均方法提取 ERP 波形，即试次维度累加后平均。
- 3) 将滤波后每个试次的脑电信号进行 fft 频谱分析，然后将所有试次的频率响应进行叠加平均，给出波形。注意横坐标为 0~1000Hz。

实验八 心电信号心率检测方法

心电信号 (EEG): 心电是心脏心肌细胞电活动的综合反映，心电的产生与心肌细胞的除极和复极过程密不可分。心电信号的生理参数如下：

- 1) **心率：**心率是指正常人安静状态下每分钟心跳的次数，也叫安静心率，一般为 60~100 次/分。
- 2) **P 波：**最初产生偏离的波被命名为 P 波，它反映心房除极过程的电位变化，代表两个心房的去极。
- 3) **PR 间期：**从 P 波开始到 QRS 复合波开始，它代表心房肌开始除极到心室肌开始除极的

时间。正常间期是 0.12-2.0 秒，测量时从 P 波的起点到 QRS 复合波的起点，不管初始是 Q 波还是 R 波。它是房室传导时间的一种度量，基线由波的 TP 段建立（T 波末端到下一个 P 波开始）。

4) QRS 波群：正常心电图由一系列波群组成，各段波群反映不用阶段的心电信号变化。QRS 波群是心室的激活产生的最大的波，它反映心室肌除极过程的电位变化。正常间隔 0.08-0.12 秒。QRS 是广义的代表心室肌的除极波，并不是每一个 QRS 波群都有 Q,R,S 三个波，一个单相的负 QRS 复合波被称为 QS 波。

5) ST-T：ST 段是在 QRS 波群之后，T 波以前的一段平线。代表左右心室全部除极完毕到复极开始以前的一段时间。该段在确定病理学上如心肌梗塞（升高）和局部缺血（降低）疾病是很重要的。在正常情况下，它用作测量其他波形幅度的等电势线。T 波代表心室肌复极过程引起的电位变化。

6) QT 间期：代表整个心室肌自开始除极至复极完毕的总时间，体现了心室肌肉激活间期和恢复。

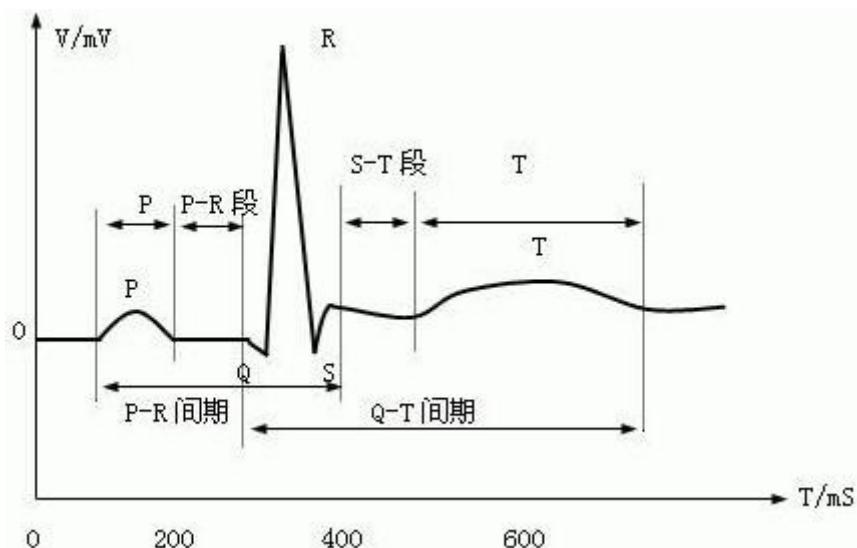


图 8-1 心电信号波形图

数据格式：

ECG.mat 文件是受试平静条件下的两段心电信号，采样率是 1000Hz，时间均为 4 分钟。

`load('ECG.mat') plot(a_2n2)`

题目要求：

- 1) 对心电数据进行 fft 频谱分析，给出频谱分析图。
- 2) 设计高低通数字滤波器，给出高低通滤波器的频率响应。
- 3) 滤波后的心电信号，fft 频谱分析，并将滤波前后心电信号的波形进行对比。并查看心电信号和噪声所在频段。
- 4) 利用时域或频域方法实时估计心率。时域方法，一个时间窗 5s 钟，寻找心电信号 R 峰对应的时间点，通过时间差和 R 峰个数计算心率值，然后移动时间窗，步长为 1 点，逐点计算心率值，最后绘制随时间变化的心率值曲线。频域方法，一个时间窗 5s 钟的数据进行 fft 频谱分析，找出最大峰值对应的频率，根据此信息计算出心率值，然后移动时间窗，步长为 1 点，逐点计算心率值，最后绘制随时间变化的心率值曲线。
- 5) 比较时域和频域两种方法的差异。

实验九 空域滤波器设计

波束形成原理：

背景：利用阵元直接相干叠加而获得输出，其缺点在于只有在垂直于阵列平面方向的入射波在阵列输出端才能同相叠加，以致形成方向图中的主瓣的极大值。反过来说，如果阵列可以围绕它的中心轴旋转，那么当阵列输出最大时，空间波必然由垂直于阵列平面的方向入射而来。然而，有些天线阵列是很庞大、不能转动的。因此，设法设计一种相控阵天线法（或称常规波束形成法），这是最早出现的阵列信号处理方法。在这种方法中，阵列输出选取一个适当的加权向量以补偿各个阵元的传播延时，从而使在某一期望方向上阵列输出可以同相叠加，进而使阵列在该方向上产生一个主瓣波束，而对其他方向上产生较小的响应，用这种方法对整个空间进行波束扫描就可确定空中待测信号的方位。

以一维 M 元线阵为例，其阵列模型如图 1-1 所示，假设其接收到 L 个窄带信号（信源），阵元间距为 d （一般假设为波长的一半）， θ 为信号入射方向与法向量所形成的角。

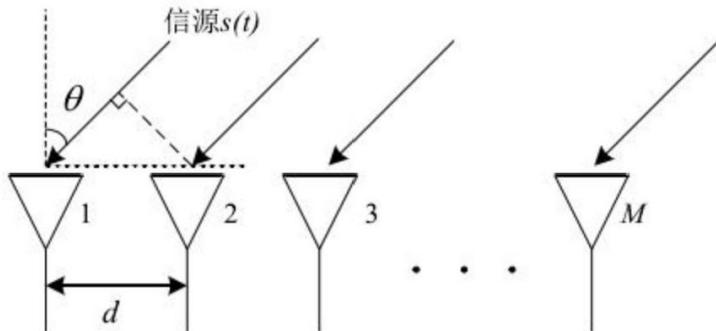


图 9-1 M 元均匀线阵

相邻两个阵元接收的信号到达时间差为 $t = \frac{dsin\theta}{c}$ ，相位差 $\tau^{(i)} = \frac{2\pi f(i-1)dsin\theta}{c} = \frac{2\pi d sin \theta}{\lambda}$, $i = 1, \dots, M$ ，那么对于单个辐射源(θ)，阵列接收信号 $X(t)$ 可以表示为：

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{\frac{j2\pi d sin \theta}{\lambda}} \\ \vdots \\ e^{\frac{j2\pi(M-1) dsin \theta}{\lambda}} \end{bmatrix} s(t) = a(\theta) s(t)$$

其中， $a(\theta)$ 叫做导向矢量，为 $M \times 1$ 的矩阵。

推广到多个辐射源($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$)

$$X(t) = a(\theta_1)s_1(t) + a(\theta_2)s_2(t) + \dots + a(\theta_k)s_k(t) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_k)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \dots \\ s_k(t) \end{bmatrix}$$

$$= A(\theta)S(k)$$

考虑到噪声影响, $n(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_M(t) \end{bmatrix}$

因此, 均匀线阵信号模型为 $X(t) = A(\theta)S(k) + n(t)$ 。

若假设空间源场中有一个感兴趣的信号 $s(t)$ (或称期望信号, 其波达方向为 θ_d)和 J 个不感兴趣的信号 $i_j(t), j = 1, \dots, J$ (或称干扰信号, 其波达方向为 θ_{i_j})。则阵列接收信号用矩阵形式表示, 则有:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = [a(\theta_d), a(\theta_{i_1}), \dots, a(\theta_{i_J})] \begin{bmatrix} s(t) \\ i_1(t) \\ \dots \\ i_J(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_M(t) \end{bmatrix}$$

图 1-2 为波束形成算法结构图, 每个通道用一个复加权系数来调整该通道的幅度和相位。

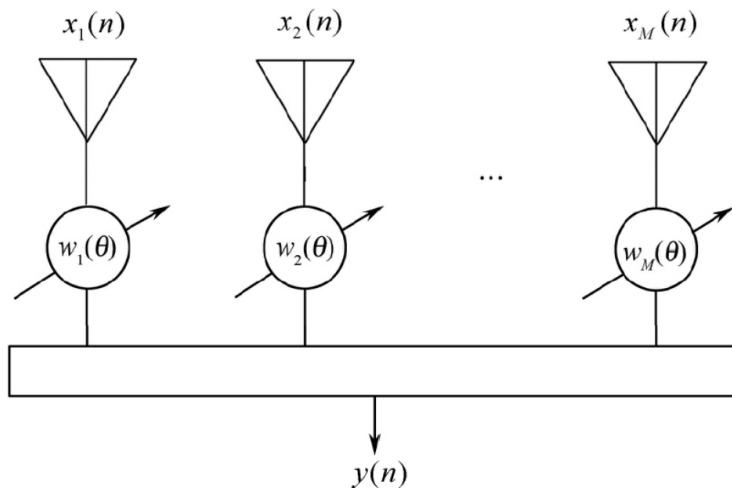


图 9-2 波束形成算法结构图

对于不同的权矢量, 来自不同方向的电波有不同的响应, 从而形成不同方向的空间波束, 通过调整权系数 w , 使得天线阵列在某一方向上增益最大, 也就指向了某个方向。

这时 N 个快拍的波束形成器输出可以表示为:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M w_i^*(\theta)x_i(t) = w^H(\theta)x(t), (t = 1, \dots, N)$$

其输出的平均功率为:

$$P(w) = E\{|y(t)|^2\} = w^H E\{x(t)x^H(t)\}w = w^H R w$$

其中 R 为阵列输出的协方差矩阵。

为了保证方向 θ_d 期望信号的正确接收, 并且完全抑制其他 J 个干扰, 由此得到关于权矢量的约束条件:

$$\begin{cases} \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_d) = 1 \\ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_{ij}) = 0 \end{cases}$$

这个条件称为波束的迫零条件，因为它强迫接收阵列的波束方向图的“零点”指向所有 J 个干扰信号。而在实际中考虑到噪声的存在，因此抑制干扰和噪声应该一同考虑，此时波束形成器最佳权矢量可以描述为

$$\min_{\mathbf{w}} P(\mathbf{w}), \text{st. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_d) = 1$$

运用拉格朗日乘子法，构造代价函数 $J(\mathbf{w})$ 为：

$$J(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} - \lambda(1 - \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_d))$$

可以解得

$$\mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_d)$$

两端取共轭转置，并且右乘 $\mathbf{a}(\theta_d)$ ，同时注意到约束条件 $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_d) = 1$ ，可以得到

$$\lambda = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta_d)^H (\mathbf{R}^{-1})^H \mathbf{a}(\theta_d)}$$

最终解得权矢量为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_d)}{\mathbf{a}(\theta_d)^H (\mathbf{R}^{-1})^H \mathbf{a}(\theta_d)}$$

该权矢量可以是 $\mathbf{a}(\theta_d)$ 对应方向的信号通过，其余方向的信号和噪声最大程度的控制。

题目要求：

传感器均匀排布的天线接收到空间中两个同频相位不一样的正弦信号，要求设计一个空域滤波器，提取其中一路信号同时抑制另外一路信号。

具体实验步骤如下：

1. 写出天线的接收信号模型(矩阵形式)
2. 设计空域滤波器权矢量 \mathbf{w}
3. 仿真画出结果图，展示滤波效果，包括空域滤波器的方向图、以及空域滤波器的接收和最终输出信号的对比图
4. 写出此方法的优缺点

仿真实验设计：

本实验对具体参数的设计如下：假设一个均匀线阵有 12 阵元， $\frac{\lambda}{2}$ 布阵；取 100 个快拍估计协方差矩阵 \mathbf{R} ，两个信号为同频信号相位不同的信号，其中期望信号的入射方向为 30° ，干扰信号的入射方向为 20° ，实验结果如下：

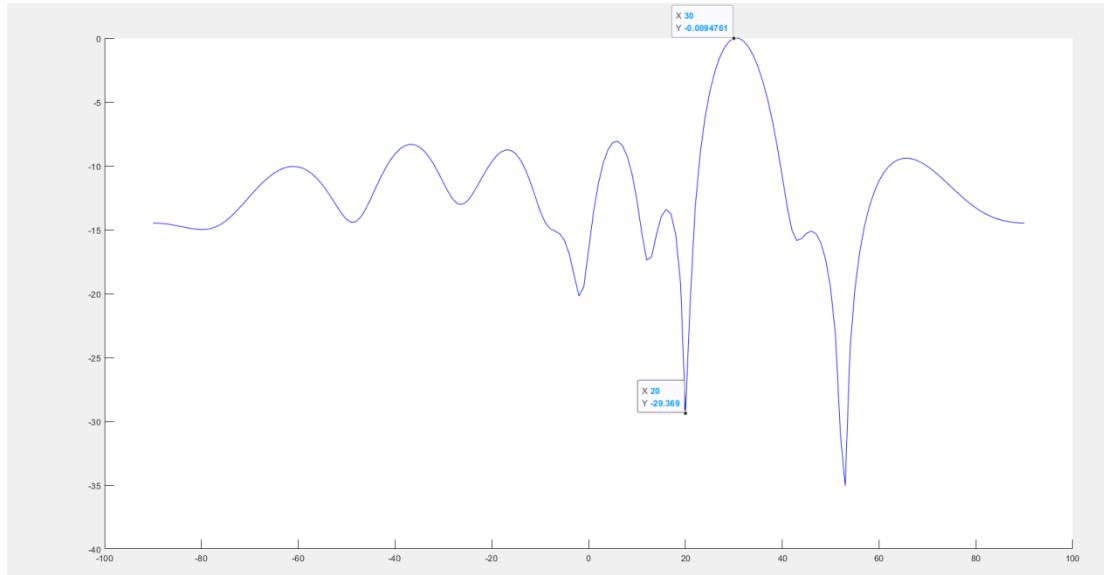


图 9-3 波束扫描图

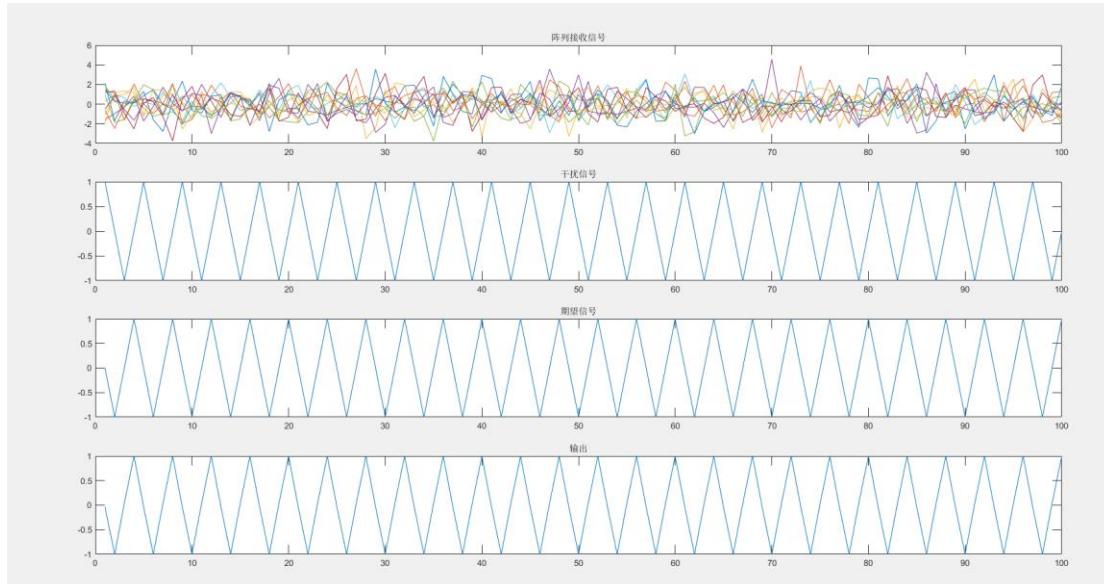


图 9-4 接收到的混合信号、干扰信号、期望信号及输出信号

实验十 随机过程的包络检测

为了检测无线电信号 $S(t) = b\cos(\omega_0 t)$ 是否存在，可设计一接收机，通过包络检波方法实现。接收机通过窄带滤波（带通滤波器）获得的信号为 $V(t) = b\cos[\omega_0 t + \theta] + N(t)$ ，其中 $N(t)$ 是接收到的加性零均值高斯噪声，假定方差为 σ^2 ; ω_0 为高频调制频率; θ 为信号的相位且无法预知。接收过程如下图 1 (a) 所示，思考如何根据观测信号 $R(t)$ 判断信号 $S(t)$ 是否存在?

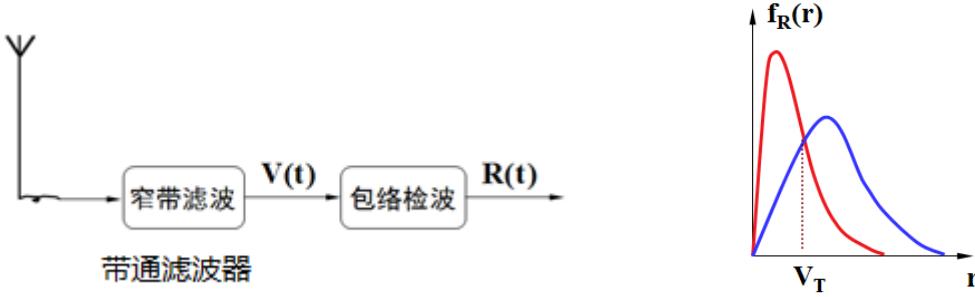


图 10-1 (a) 信号处理流程图

(b) $V(t)$ 的包络一维概率密度

提示: $V(t) = b\cos[\omega_0 t + \theta] + N(t) = [N_I(t) + b\cos\theta]\cos\omega_0 t - [N_Q(t) + b\sin\theta]\sin\omega_0 t$

由此可计算出, 包络 $a = \sqrt{(N_I(t) + b\cos\theta)^2 + (N_Q(t) + b\sin\theta)^2}$;

信噪比与无线电信号幅度 b 有关, 信噪比 $\text{SNR} = 10\lg \frac{\text{Var}(S(t))}{\text{Var}(N(t))}$ 。

1) 根据莱斯表达式, 仿真生成窄带随机过程 $N(t)$, 得到两路互为正交的输出信号 $N_I(t)$ 、 $N_Q(t)$ 。如下参数可参考: 采样率 $F_s=200000$; 信号采集时间 $t=0:1/F_s:1$; 点数 $N=F_s$; 带宽 400Hz; 高频调制频率 ω_0 为 80000Hz。画出窄带随机过程 $N(t)$ 时域波形图、fft 频谱或功率谱。

2) 不含无线电信号的包络一维概率密度服从广义瑞利分布, 含有无线电信号的包络一维概率密度的分布随信噪比由低到高分别从瑞利分布到高斯分布变化, 现假设为高斯分布。请根据两者包络一维概率密度的公式推导出交叠阈值 V_T 。阈值 V_T 的求法为先画出两者包络一维概率密度图, 然后找交点, 在此交点范围内以一定步长搜索一精确点使得两公式的差值最小,

从而得到阈值 V_T , 即包络值 a 。(b 为 0 且很小, 近似服从瑞利分布:

$$f_A(a) \approx \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}}, a \geq 0$$

b 很大, 服从高斯分布: $f_A(a) \approx \sqrt{\frac{a}{2\pi b}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(a-b)^2}{2\sigma^2}} \xrightarrow{a=b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(a-b)^2}{2\sigma^2}}, a \geq 0$

$$X(t) = b\cos(\omega_0 t + \Theta) + N(t)$$

包络服从广义瑞利(莱斯)分布:

$$f_A(a) = \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2+b^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{ab}{\sigma^2}\right), a \geq 0$$

(1) 信噪比 $\rho = b/\sigma = 0$ (正弦信号不存在) 时, 退化为瑞利分布; 与前面的结论一致

(2) 信噪比很小时, 仍趋近于瑞利分布:

$$f_A(a) \approx \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}}, a \geq 0$$

(3) 信噪比很大时, 近似为高斯分布:

$$f_A(a) \approx \sqrt{\frac{a}{2\pi b}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(a-b)^2}{2\sigma^2}} \xrightarrow{a=b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(a-b)^2}{2\sigma^2}}, a \geq 0$$

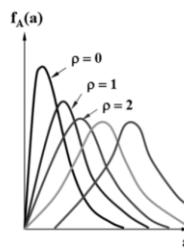


图 10-2 广义瑞利分布概率密度图

3) 无线电信号 $S(t)$ 不变, 即信噪比一定条件下, 重复生成 1000 次接收信号 $V(t)$, 通过 Matlab

计算包络，并与阈值 V_T 比较，小于阈值说明检测不到信号，大于阈值说明检测到信号，计算 1000 次仿真中信号检测的漏警概率的平均值（漏警概率可以计算 $0-V_T$ 范围内的曲线下面积）。

4) 信噪比由-20: 5: 20 dB 变化，计算出每种信噪比下的阈值 V_T ，每种信噪比重复生成 1000 次接收信号 $V(t)$ ，通过包络检波法，与阈值 V_T 比较，计算出信号检测的漏警概率。画出随着信噪比的变化检测出信号漏警概率的变化曲线。

5) GUI 界面展示滤波器的幅频响应，窄带随机过程 $V(t)$ 的时域波形、功率谱；展示不同信噪比条件下的窄带随机过程 $N(t)$ 的方差 σ^2 、信号参数 b 值和阈值 V_T ；理论与实际包络的一维概率密度曲线，展示不同信噪比条件下的理论漏警概率和实际漏警概率曲线。