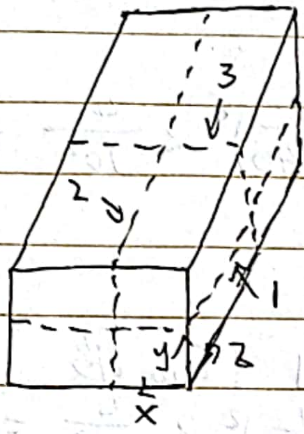
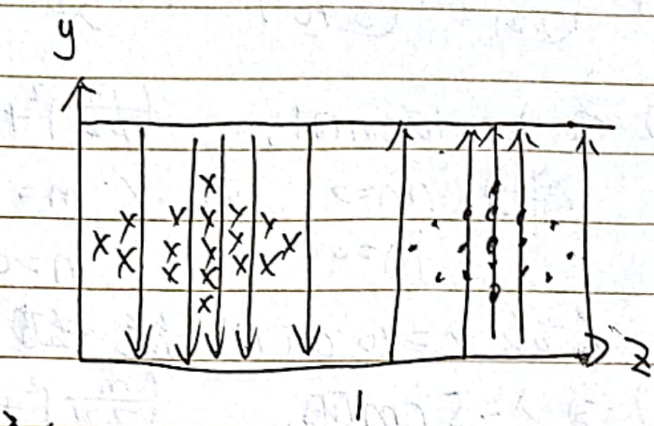
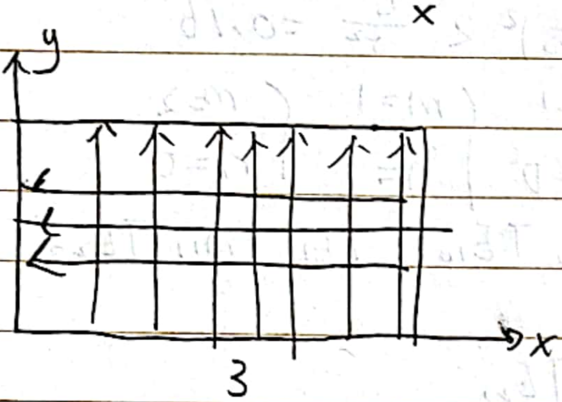
第3次作业 王子赫 1120210446

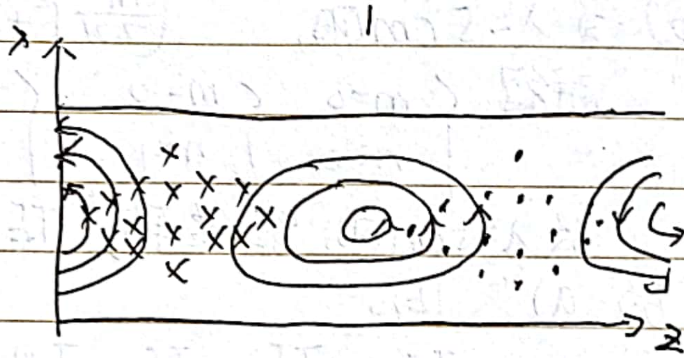
解 2.12

a) TE_{10} 模

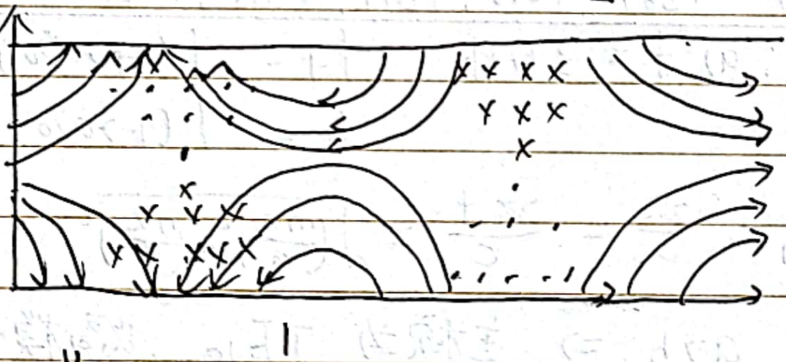


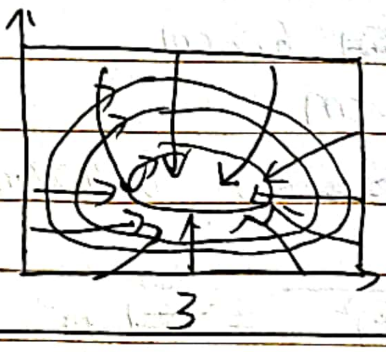


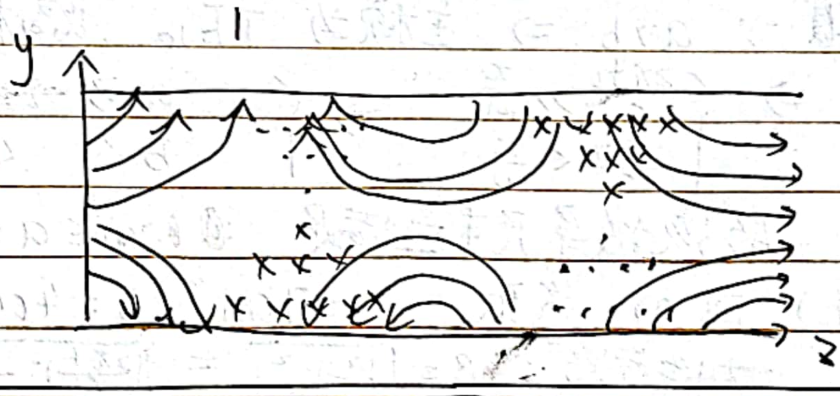




b) TM_{11} 模







解 2.13: $k_{cmn} = \frac{2\pi}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$

$$\Rightarrow \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 = \frac{4}{\lambda^2}$$

若在此波导内可以传输 $\Rightarrow \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 < \frac{4}{\lambda^2}$

No. Date.

即 $\left(\frac{m}{7.21}\right)^2+\left(\frac{n}{3.40}\right)^2<\frac{4}{\lambda^2}$

a) 当 $\lambda=10cm$时, $\left(\frac{m}{7.21}\right)^2+\left(\frac{n}{3.40}\right)^2<\frac{4}{10^2}=0.04$

解得 $\begin{cases}m=0\\n=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=1\\n=0\end{cases}$、

故 $\lambda=10cm$ 时 能传输 TE_{10} 波

b) 当 $\lambda=5cm$时, $\left(\frac{m}{7.21}\right)^2+\left(\frac{n}{3.40}\right)^2<\frac{4}{5^2}=0.16$

解得 $\begin{cases}m=0\\n=0\end{cases}$ $\begin{cases}m=0\\n=1\end{cases}$ $\begin{cases}m=1\\n=0\end{cases}$ $\begin{cases}m=1\\n=1\end{cases}$ $\begin{cases}m=2\\n=0\end{cases}$

故 $\lambda=5cm$ 时, 能传输 TE_{01}, TE_{10}, TE_{11} TM_{11} TE_{20}

故 a) TE_{10}

b) TE_{01}, TE_{10}, TE_{11}, TM_{11}, TE_{20}

解 2.14: a) $f=3GHz$ $f_H=f(1+20\%)=3.6GHz$

$f_L=f(1-20\%)=2.4GHz$.

$k_{cmn}=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi f}{c}=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$

$\because a>b \Rightarrow$ 主模为 TE_{10}, 次高模为 TE_{01}.

$\Rightarrow \begin{cases}\frac{2\pi f_L}{c}\geq\frac{\pi}{a}\\ \frac{2\pi f_H}{c}<\frac{\pi}{b}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a\geq 6.2cm\\ b<4.2cm\end{cases}$

故该波导尺寸应满足 $6.2cm\leq a\leq 2b$ $b<4.2cm$

b) 由 a), 选取 $a=7cm$, $b=4cm$

相位常数: $\beta=\sqrt{k^2-k_{cmn}^2}=\sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2}=44\ m^{-1}$

相速: $v_p=\frac{2\pi f}{\beta}=4.29\times10^8 m/s$

波导波长: $\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=14.28cm$

特性阻抗: $Z=\frac{\eta_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}=$

$$= \frac{I_0}{\sqrt{1-\frac{K_{cmn}c}{2\pi f}}} = \qquad = 538.7\Omega$$

故 a) 尺寸： $a \geq 6.2cm$. $b < 4.2cm$

b) $\beta = 44\ m^{-1}$ $v_p = 4.29\times10^8 m/s$

$\lambda = 14.28\ cm$ $Z = 538.7\Omega$

解 2.15: $\Gamma_1(c) = \frac{Z_L - Z_{c1}}{Z_L + Z_{c1}} = -0.2$

$\Rightarrow \Gamma_1(z) = -0.2e^{-2j\beta z}$

$\Rightarrow \Gamma_1(B) = -0.2e^{-2j\beta\cdot\frac{\lambda}{4}} = -0.2e^{-j\frac{1}{2}\cdot2\pi} = 0.2$

$\Rightarrow Z_L(B) = Z_{c1}\frac{1+\Gamma_1(B)}{1-\Gamma_1(B)} = \frac{1+0.2}{1-0.2}\times600 = 900\Omega$

$\Rightarrow Z_{in}(B) = Z_L(B) \parallel R = 450\Omega$

$\Rightarrow \Gamma_2(B) = \frac{Z_{in}-Z_{c2}}{Z_{in}+Z_{c2}} = 0$ $\Rightarrow Z_L(z) = 450\Omega$

$\Rightarrow U_2(A) = \frac{1}{2}\times900V = 450V$，且 $\Gamma_2(z) = 0$，

$U_2(z) = [1+\Gamma_2(z)]U(A)e^{-j\beta z}$，$I_2(z) = [1-\Gamma_2(z)]U(A)e^{-j\beta z}/Z_L(z)$

$\Rightarrow |U_2(z)| = U(A) = 450\ V$，$|I_2(z)| = 1A$

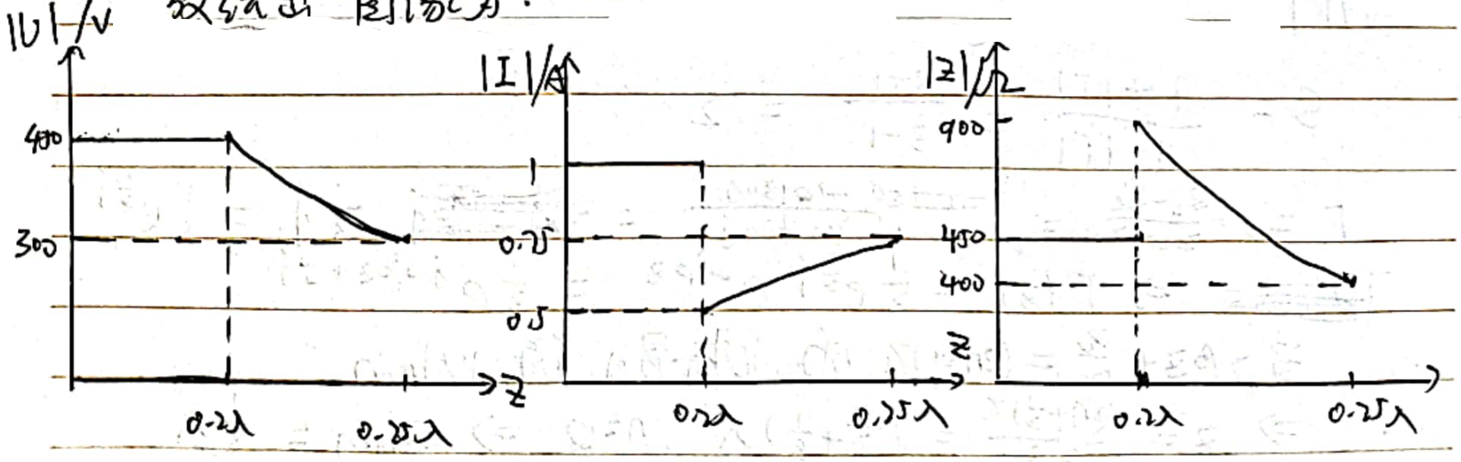
$|U_2(B)| = |U_1(B)|[1+\Gamma_1(B)] \Rightarrow U_1(B) = 375\ V$

$\Rightarrow |U_1(z)| = |U_1(B)|[1+|\Gamma_1(z)|]$，$I(B) = \frac{U_2(B)}{Z(B)} = 0.5A$

$z = 0.25\lambda$ 时，$|U_1(C)| = 375\times[1-0.2] = 300V$

此时 $|I_1(C)| = |U_1(C)|/Z_L = 0.75A$

故绘出图像为：



故 |U| 的最大值为 450V，最小值为 300V，I 为 1A 和 0.5A，Z 为 900Ω 和 400Ω

No.　　Date.

解2.16： $S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$ 要使 S最小 即 S=1

$\Rightarrow |\Gamma|=0$

$\Gamma=\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}$ 又 $|\Gamma|=0$，

$$\Rightarrow \left|\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}\right|=\frac{|Z_L-Z_C|}{|Z_L+Z_C|}=0 \Rightarrow |Z_L-Z_C|=0$$

$\Rightarrow Z_L=Z_C=40+30j\ \Omega$

又传输线是无耗的，不可能为虚数，故 $Z_C=40+30j$ 不合理

$$S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=-\frac{|\Gamma|-1+2}{|\Gamma|-1}=-1+\frac{2}{1-|\Gamma|}$$

随 $|\Gamma|$ 的减小，S也在减少.

只需求 Z_C 在实数下，$|\Gamma|$ 的最小值即可

$$|\Gamma|=\left|\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}\right|=\sqrt{\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}\cdot\frac{Z_L^*-Z_C}{Z_L^*+Z_C}}=\sqrt{\frac{(40-Z_C)^2+30^2}{(40+Z_C)^2+30^2}}$$

$$|\Gamma|^2=\frac{(40-Z_C)^2+30^2}{(40+Z_C)^2+30^2}$$ 令 $y=|\Gamma|^2$

$$y'=\frac{-2(40-Z_C)[(40+Z_C)^2+30^2]-2(40+Z_C)[(40-Z_C)^2+30^2]}{[(40+Z_C)^2+30^2]^2}=0$$

得 $(40-Z_C)[(40+Z_C)^2+30^2]+(40+Z_C)[(40-Z_C)^2+30^2]=0$

解得 $Z_C=50$

$$|\Gamma|=\sqrt{\frac{(40-50)^2+30^2}{(40+50)^2+30^2}}=\sqrt{\frac{1000}{9000}}=\frac{1}{3}$$

$$S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\frac{3+1}{3-1}=2$$

$$\Gamma=\frac{Z_L-Z_C}{Z_L+Z_C}=\frac{-10+30j}{90+30j}=\frac{1}{3}j=\frac{1}{3}e^{\frac{\pi}{2}j}$$

$$\Rightarrow \Gamma(z)=\frac{1}{3}e^{\frac{\pi}{2}j}e^{2j\beta z}=\frac{1}{3}e^{j2\beta z+\frac{\pi}{2}j}$$

当 $2\beta z+\frac{\pi}{2}=(2n+1)\pi$ 时，$|U|$ 有最小值 $|U|_{min}$

$$\Rightarrow z=\frac{(2n+\frac{1}{2})\pi}{2\beta}=\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{8}\right)\lambda,\ n=0 \Rightarrow z_{min1}=\frac{1}{8}\lambda$$

故 特性阻抗为 50Ω，$S=2$，$\Gamma=\frac{1}{3}j$ 最小点位置为 $\frac{1}{8}\lambda$

解2.17: $R=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}$, $T=\frac{2Z_2}{Z_2+Z_1}$

$|R|=|T| \Rightarrow \left|\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}\right|=\left|\frac{2Z_2}{Z_2+Z_1}\right|$

$\Rightarrow \frac{|Z_2-Z_1|}{|Z_2+Z_1|}=\frac{|2Z_2|}{|Z_2+Z_1|}$

$\Rightarrow |Z_2-Z_1|=|2Z_2|$

无耗介质，Z_2 Z_1为实数 $\Rightarrow |Z_2-Z_1|=2Z_2$

又 $T=1+R \Rightarrow |T|=|1+R|=|R|$

$\Rightarrow R<0 \Rightarrow Z_2-Z_1<0$

故 $Z_1-Z_2=2Z_2 \Rightarrow Z_1=3Z_2$

$\Rightarrow T=R=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}=\frac{Z_2-3Z_2}{Z_2+3Z_2}=\frac{1}{2} \Rightarrow |T|=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow S=\frac{1+|T|}{1-|T|}=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{3}{1}=3$

故其驻波比为3

解2.18: $\frac{\lambda}{2}=1 \Rightarrow \lambda=2$

$\Rightarrow$ 电场振幅第一个最大值点离介质表面 $\frac{\lambda}{4}$

$\Rightarrow \Gamma<0$

$|\Gamma|=\frac{S-1}{S+1}=\frac{1}{3} \Rightarrow \Gamma=-\frac{1}{3}$

$\Gamma=\frac{\eta_1-\eta_0}{\eta_1+\eta_0}=\frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}-\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}+\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}=\frac{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}-1}{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r}}+1}=\frac{-(S-1)}{S+1}=-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{\varepsilon_r}}{1+\sqrt{\varepsilon_r}}=-\frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{\varepsilon_r}=2 \Rightarrow \varepsilon_r=4$

故该电介质相对介电常数为4

解2.19 反射系数 $\Gamma=\frac{\eta_2-\eta_0}{\eta_2+\eta_0}$ 透射系数 $T=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_0}$

其中 $\eta_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ $\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}}$

$\Rightarrow \eta_0, \eta_2$ 均为实数 $\Rightarrow T、\Gamma$ 均为实数

$\Rightarrow$ 反射波电场为 $E_r=\Gamma E_m(e_x+e_y j)e^{j\beta z}$，右旋圆极化

⇒ 透射波电场为 $E_t = T E_m (e_x + e_y j) e^{-j\beta_2 z}$，左旋圆极化

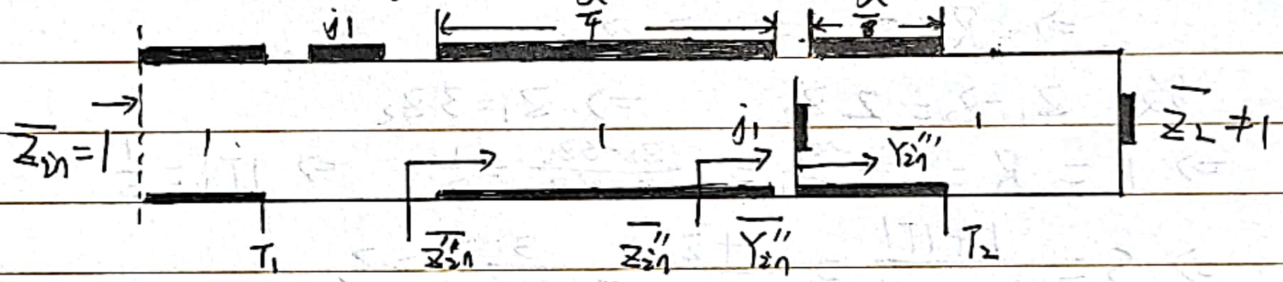
其中 $\beta_2 = w\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2} = w\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0}$

故 反射波 $E_r = \frac{\eta_2 - \eta_0}{\eta_2 + \eta_0} E_m (\hat{x} + j\hat{y}) e^{j\beta z}$，右旋圆极化

透射波 $E_t = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_0} E_m (\hat{x} + j\hat{y}) e^{-j\beta_2 z}$，左旋圆极化

解 2.20：

等效电路图为：



$\bar{z}_{in} + j1 = 1 \Rightarrow \bar{z}_{in} = 1 - j1$，位于圆图电长度 0.338 处

向负载方向沿等 反射系数圆 移动 0.25 电长度，即 0.088处

得 $\bar{z}'_{in} = \frac{1}{\bar{z}_{in}'} = 0.5 + j0.5$

$\bar{Y}''_{in} = \bar{z}'_{in} = 1 - j$

由 $\bar{Y}''_{in} = 1 - j \Rightarrow \bar{Y}'''_{in} = \bar{z}'_{in} - j = 1 - 2j$，

位于圆图电长度 0.313 处，向负载方向移动 0.125 电长度 到 0.188 处得

$\bar{Y}_L = 1 + 2j$，$\bar{z}_L = 0.2 - 0.4j$

故负载阻抗 $Z_L = 0.2 - 0.4j$.

为绘图精准，本题圆图采用了CAD软件绘图。