

## Interrogation numéro 2

Soumission jusqu'à 14h30.

### 1 (4 points) Représentation d'un graphe orienté

1. (4 points) Donnez les représentations du graphe G1 sous forme matrice sommets-sommets, matrice sommets-arcs et liste des successeurs.

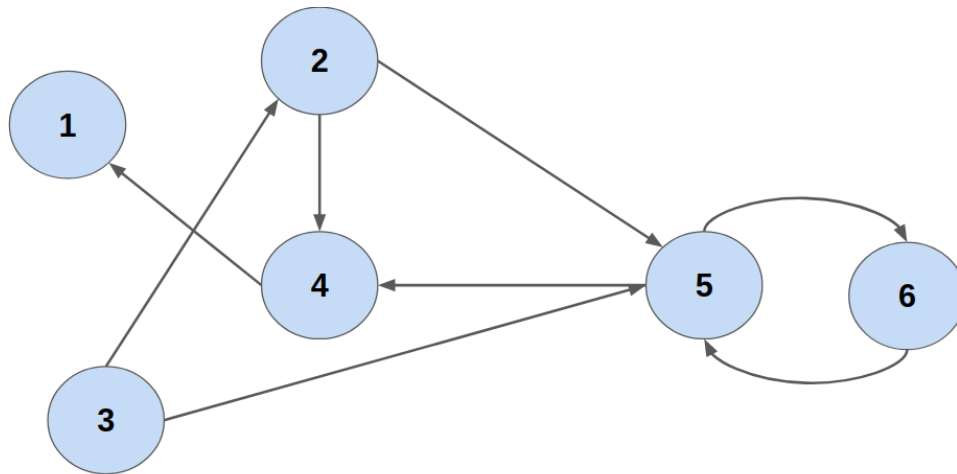


FIGURE 1 – G1 :  $V = \{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $E = \{(4, 1), (2, 4), (3, 2), (3, 5), (5, 4), (2, 5), (5, 6), (6, 5)\}$

## 2 (4 points) Peignes gauches

Un peigne gauche est un arbre binaire non vide dont tous les sous-arbres droits sont réduits à des feuilles.

En voici une définition inductive.

Un peigne gauche  $T$  étiqueté sur un ensemble  $E$  est :

- soit une feuille  $(x; \emptyset; \emptyset)$ ,
- soit un triplet  $(x; G; (y; \emptyset; \emptyset))$  où  $x \in E$ ,  $y \in E$  et  $G$  peigne gauche étiqueté sur  $E$ .

2. (2 points) Montrez par induction structurelle qu'un peigne gauche est un arbre strict.

*Rappel : Un arbre strict est un arbre binaire non vide dans lequel tout noeud a 0 ou 2 fils*

3. (2 points) Montrez par induction structurelle que pour tout peigne gauche  $T$  on a  $f(T) = h(T)$

## 3 (8 points) Arbre binaire de recherche

4. (1 point) Rappelez la définition des arbres binaires de recherche (ABR).
5. (1 point) Dessinez deux exemples différents d'ABR avec les éléments suivants [4, 18, 20, 1, 7, 5, 15, 9, 11]
6. (1 point) Ecrivez la fonction maximum qui prend en paramètre un ABR  $T$  et renvoie son maximum.
7. (1 point) Quelle est la complexité dans le meilleur et le pire cas de cette fonction? Justifiez.
8. (1 point) Pourquoi vaudrait-il mieux que l'ABR soit H équilibré pour la recherche du maximum?
9. (3 points) Ecrivez une fonction  $\text{suppMax}(T)$  qui supprime le maximum d'un ABR. Montrez par récurrence la terminaison et la validité de l'algorithme.

# QCM (4 points)

Plusieurs réponses sont possibles et il y a au moins une réponse juste par question.

Si vous ne répondez pas à une question vous avez 0 point.

Pas de point malus en cas d'erreur.

Si vous entourez toutes les bonnes réponses et uniquement celles-ci vous avez la totalité des points de la question.

10. (1 point) Parmi les composantes du graphe G1 de l'exercice 1 ci-dessous, quelles sont celles qui sont fortement connexes ?
- A.  $\{2, 4, 1\}$
  - B.  $\{1\}$
  - C.  $\{5, 6\}$
  - D.  $\{2, 4, 5\}$
11. (1 point) Combien de tris topologiques le graphe G1 de l'exercice 1 possède-t-il ?
- A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D. 3
12. (1 point) De quelle manière la taille  $n$  d'un arbre binaire peut-elle être encadrée par rapport à sa hauteur  $h$  ?
- A.  $h \leq n < 2^h$
  - B.  $2^{h-1} \leq n < 2^h$
  - C.  $h - 1 \leq \log_2(n) < h$
  - D.  $h \leq n \leq 2^h - 1$
13. (1 point) Quelle est la complexité de la suppression du minimum dans un ABR ?
- A. La taille du sous arbre droit
  - B. La taille du sous arbre gauche
  - C. La hauteur du sous arbre droit
  - D. La hauteur du sous arbre gauche