

EXERCICE 9

Devoir2

quel que soit le prédicat F ,
 $((\exists x, F(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(F(x))))$

Montrons $(\exists x, F(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\exists x, F(x)$ (h1)

Montrons $\neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (2)

$(\neg I)$

Supposons que $\forall x, \neg(F(x))$ (h2)

Montrons \perp (3)

$(\exists E)$

Montrons $\exists x, F(x)$ (4)

d'après (h1)

Soit l'élément a

Supposons que $F(a)$ (h3)

Montrons \perp (5)

$(\neg E)$

Montrons $F(a)$ (6)

d'après (h3)

Montrons $\neg(F(a))$ (7)

$(\forall E)$

Montrons $\forall x, \neg(F(x))$ (8)

d'après (h2)

Supposons que $\neg(\forall x, \neg(F(x)))$ (h4)

Montrons $\exists x, F(x)$ (9)

(A)

Supposons que $\neg(\exists x, F(x))$ (h5)

Montrons \perp (10)

$(\neg E)$

Soit l'élément a

Montrons $\neg(F(a))$ (11)

$(\neg I)$

Supposons que $\mathbf{F} (\mathbf{a})$ (h6)

Montrons \perp (12)

$(\neg E)$

Montrons $\exists \mathbf{x}, \mathbf{F} (\mathbf{x})$ (13)

$(\exists I)$

Montrons $\mathbf{F} (\mathbf{a})$ (14)

d'après (h6)

Montrons $\neg (\exists \mathbf{x}, \mathbf{F} (\mathbf{x}))$ (15)

d'après (h5)

Montrons $\neg (\forall \mathbf{x}, \neg (\mathbf{F} (\mathbf{x})))$ (16)

d'après (h4)