1) Eleman sayısı → n olmak üzere

a-Best case) ilk adımda bulunur → $\Omega(1)$ best

b) Average case) Sayının bulunma olasılığı P olsun. $0 \le P \le 1$

$P\left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots \frac{n}{n}\right) + n \cdot (1-P)$

↓ bulunduysa

↓ bulunmama olasılığı

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{P}{n} \cdot i = \frac{\cancel{n} \cdot (n+1)}{2\cancel{n}} \cdot P = \frac{P(n+1)}{2}$$

Basic operation

```
while(i<n && A[i]!=x)
    i++;
```

$P=0$ için $C_{avg}(n) = n+0 = n$

$P=1$ için $C_{avg}(n) = 0 + \frac{n+1}{2} \simeq n$

$C_{avg}(n) = n \rightarrow O(n)$

c) Worst-case) hiç bulunmaması durumunda tüm dizi gezilecek ve $C_{worst}(n) = n = O(n)$

2)

upper bound $f(n) = \frac{n(n-1)}{2}$

$f(n) \leq c_1 \cdot g(n)$ $\quad c_1 > 0$ ve $n \geq n_0$ için

$g(n) = n^2$

$\frac{n^2-n}{2} \leq c_1 \cdot n^2 \rightarrow n^2 - n \leq 2c_1 n^2 \rightarrow \frac{n^2 - n - 2c_1 n^2 \leq 0}{n} \quad (n>0)$

$n - 1 - 2cn \leq 0 \rightarrow n(1-2c) - 1 \leq 0$ $\quad c = \frac{1}{5}$ $n = 5$

$-1 \leq 0$ olduğu sağlar.

$\boxed{f(n) \in O(n)}$

lower bound

$f(n) \geq c_2 \frac{g(n)}{n^2}$ $\quad c_2 > 0$ ve $n \geq n_0$ için

$\frac{n(n-1)}{2} \geq n^2 \cdot c_2 \rightarrow n^2 - n \geq 2n^2 c_2 \rightarrow \frac{n^2 - n - 2n^2 c_2 \geq 0}{n} \rightarrow$

$n - 1 - 2nc_2 \geq 0 \rightarrow n(1 - 2c_2) - 1 \geq 0$

$c_2 = \frac{1}{4}$ $n = 5$ için

$5 \cdot 0{,}5 - 1 \geq 0$

sağladığı için

$\boxed{f(n) \in \Omega(n)}$

$c_2 g(n) \leq f(n) \leq c_1 g(n)$ ve $c_1 > c_2$, $c_1 > 0$

$c_2 > 0$ ve $n \geq n_0$

sağladığı için $\boxed{f(n) \in \Theta(n)}$

(3)

(a) $\sum_{i=3}^{n+1} i = ?$

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{1}^{2} i + \sum_{3}^{n+1} i$$

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 3 + \underbrace{\quad ? \quad}$$

$$\sum_{i=3}^{n+1} i = \frac{n^2+3n+2}{2} - 3 \longrightarrow \frac{n^2+3n-4}{2} = \boxed{\frac{n^2+3n-2}{2}}$$

(b) $\sum_{i=0}^{n-1} i(i+1) = ? \longrightarrow \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + i \longrightarrow \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + \sum_{i=0}^{n-1} i$

$$\frac{(n-1)(n)\cdot(2(n-1)+1)}{6} \qquad \frac{(n-1)\cdot n}{2}$$

$$= \frac{(n-1)(n)(2n-1)}{6} + \frac{(n-1)(n)\cdot 3}{2\cdot 3} = \frac{(n-1)(n)(2n-1+3)}{6}$$

$$= \frac{(n-1)\cdot(n)\cdot(2n+2)}{6} = \boxed{\frac{(n-1)\cdot n\cdot(n+1)}{3}}$$

(4)

$X(n) = X(n/2) + n \quad n \geq 1 ; X(1) = 1$

$n = 2^k$ için

$X(2^k) = X(2^{k-1}) + 2^k$

$X(2^{k-1}) = X(2^{k-2}) + 2^{k-1}$

$\vdots \qquad \vdots$

$X(2^k) = X(2^{k-i}) + 2^k + 2^{k-1} \cdots 2^{k-i+1}$

$i = k$ için

$X(2^k) = X(2^0) + \underbrace{2^k + 2^{k-1} + \cdots 2^1}$

$\underbrace{X(1)}_{1} + \dfrac{2^{(k+1)} - 1}{2-1} - \underbrace{2^0}_{1}$

$n = 2^k$

$X(n) = 1 + 2\cdot 2^k - 1 - 1$

$\boxed{X(n) = 2n - 1}$

5) ConvertToDecimal(d, m, sayi)

```
anlik_taban ← 1
decimal_sayi ← 0

for i ← m to 1 do
    decimal_sayi ← decimal_sayi + Sayi(i) * anlik_taban
    anlik_taban ← anlik_taban * d

return decimal_sayi
```

Not: Sayi tabanı 2-10 arasında sayılar için çalışır. Ve sayinin x'inci basamağa doğrudan erişildiği düşünüldü.

Analysis:

Basic operations

2 atama, 2 çarpma ve 1 toplama

$$C(m) = \sum_{i=1}^{m} 5 \rightarrow 5m \in \Theta(m)$$