2) $\mathbb{R}^3$ vektör uzayının bir alt kümesi $S=\left\{\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\3\\4\end{bmatrix}\right\}$ olsun. k nın hangi değerleri için

$v=\begin{bmatrix}k^2\\-3k\\-2\end{bmatrix}$ vektörü $\langle S\rangle$ ye aittir.

<u>ÇÖZÜM:</u>

$$\begin{bmatrix}k^2\\-3k\\-2\end{bmatrix}=x\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}+z\begin{bmatrix}1\\3\\4\end{bmatrix}. \quad 4$$

$$\left.\begin{array}{l} x+z=k^2\\ 2x+y+3z=-3k\\ 3x+y+4z=-2\end{array}\right\}. \quad 4$$

$$\begin{bmatrix}1&0&1&k^2\\2&1&3&-3k\\3&1&4&-2\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&1&k^2\\0&1&1&-2k^2-3k\\0&1&1&-3k^2-2\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&1&k^2\\0&1&1&-2k^2-3k\\0&0&0&-k^2+3k-2\end{bmatrix}$$

$H_{21}(-2)$, $H_{31}(-3)$ $\qquad$ $H_{32}(-1)$ $\qquad$ 10

$r_A=r_{AB}$ olması için $(r_A=2)$ olduğundan. 3

$-k^2+3k-2=0$ olmalıdır. 2

$\Longrightarrow k=1$ veya $k=2$ olmalıdır. 2

CamScanner ile tarandı

3) $\mathbb{R}^4$ ün $W=\{(a,b,c,d) \mid b+c+d=0\}$ şeklinde tanımlanan alt kümesinin bir alt uzay olup-olmadığını gösteriniz.

Çözüm:

i) $\forall (a_1,b_1,c_1,d_1),(a_2,b_2,c_2,d_2) \in W$ için

$(a_1,b_1,c_1,d_1)+(a_2,b_2,c_2,d_2) = (a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2, d_1+d_2)$ (5)

$\in W$ olması için

$b_1+b_2+c_1+c_2+d_1+d_2=0$ olmalıdır.

$(a_1,b_1,c_1,d_1) \in W \Rightarrow b_1+c_1+d_1=0$ dır. (3)

$(a_2,b_2,c_2,d_2) \in W \Rightarrow b_2+c_2+d_2=0$ dır. (3)

$b_1+b_2+c_1+c_2+d_1+d_2 = \underbrace{b_1+c_1+d_1}_{0} + \underbrace{b_2+c_2+d_2}_{0} = 0.$ (3)

olup $(a_1,b_1,c_1,d_1)+(a_2,b_2,c_2,d_2) \in W$ dur.

ii) $\forall (a,b,c,d) \in W$ ve $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ için

$\alpha(a,b,c,d) = (\alpha a, \alpha b, \alpha c, \alpha d) \overset{?}{\in} W$. (5)

$\alpha b+\alpha c+\alpha d=0$ olmalıdır. (10)

$(a,b,c,d) \in W$ olduğundan $b+c+d=0$ dır.

$\alpha b+\alpha c+\alpha d = \alpha(\underbrace{b+c+d}_{0}) = 0$ olup. (10)

$\alpha(a,b,c,d) \in W$ dur.

$\Longrightarrow$ W, $\mathbb{R}^4$ ün bir alt uzayıdır.

CamScanner ile tarandı