

Рисунок 2. К определению $s_{\vec{\mu}}(u, v)$.

лить на $m - 1$ групп (с указанием в каждой группе, кто за кем следует по кругу). Других вариантов имеется $(n - 1)s(n - 1, m)$, поскольку каждое такое расположение можно получить следующим способом: разбить остальных участников на m групп, рассадить их за столами, а затем указать вам, за кем вы следуете, т.е. посадить вас на какое-либо место за один из столов. На рисунке 2, а вы в гордом одиночестве сидите за первым столом. На рисунке 2, б 8 человек уже сидят за тремя столами, и вас направляют за третий стол — между 6-м и 9-м участниками.

Итак, доказано равенство

$$s(n, m) = s(n - 1, m - 1) + (n - 1)s(n - 1, m)$$

при $n \geq 1$. Будем считать, что $s(0, 0) = 1$, — это согласуется со значением $s(1, 1) = 1$. «Неправильные» члены опять удобно считать равными 0. Кроме того,

	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	0	1				
2	0	1	1			
3	0	2	3	1		
4	0	6	11	6	1	
5	0	24	50	35	10	1

Таблица 2

$s(n, m) = 1$ при $m - n \geq 0$. Все это позволяет создать таблицу 2.

Даже гипотетически приятно считать, что вы попали в группу отъезжающих в Америку, не так ли? Ну, а теперь предположим, что Вам повезло и вы в Шереметьеве-2 стоите в очереди на таможенный досмотр. Очередь тянется долго, и чтобы занять время, вы подсчитываете число таких случаев в вашей группе, когда менее высокий человек стоит ближе к цели, чем высокий. Сколькими способами можно построить m человек разного роста в одну шеренгу так, чтобы имелось ровно k таких пар, в которых менее высокий стоит левее более высокого? Обозначим это число $M(m, k)$. (Оно называется числом Мак-Магона.)

Заметим, что если самого высокого из группы послать за мороженым, то в оставшейся группе число пар, в которых менее высокий стоит перед более высоким, уменьшится на $i - 1$, где i — номер места в очереди этого «самого высокого». Отсюда следует равенство

$$M(m, k) = M(m - 1, k) + M(m - 1, k - 1) + \dots + m(m - 1, k - m + 1)$$

— здесь, как и прежде, $m \geq 1$ и i -е слагаемое отвечает случаю, когда «самый высокий» стоял на i -м месте. Опять договоримся об обращении в 0 «неправильных» членов. Скажем, будем считать, что $M(0, 0) = 1$. Снова составим таблицу (таблица 3).