

## Examen 22.1.2022

- 1) a) Calculati inversul lui  $\overline{100}$  in grupul  $(\mathbb{Z}_{149}, +)$ .  
b) Calculati inversul lui  $\overline{100}$  in grupul  $(U(\mathbb{Z}_{149}), \cdot)$ .  
c) Calculati inversa permutarii  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  in grupul  $(S_4, \circ)$ .
- 2) a) Gasiti  $x \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 69\}$  astfel incat  $x \equiv 0 \pmod{2}$ ,  $x \equiv 1 \pmod{5}$  si  $x \equiv 3 \pmod{7}$  (simultan).  
b) Calculati restul impartirii lui  $16! + 1$  la 19.  
c) Care sunt ultimele doua cifre ale numarului  $83^{81}$ ?
- 3) Calculati determinantul matricii  $\begin{pmatrix} \overline{1} & \overline{1} & \overline{1} \\ \overline{5} & \overline{6} & \overline{7} \\ \overline{8} & \overline{2} & \overline{15} \end{pmatrix}$  din  $M_3(\mathbb{Z}_{17})$ .  
b) Cate matrici inversabile exista in inelul  $M_3(\mathbb{Z}_2)$ ?  
c) Gasiti radacinile din corpul  $\mathbb{Z}_{97}$  ale polinomului  $X^3 - \overline{1}$ .
- 4) a) Aratati ca  $16! + 1$  nu e patrat.  
b) Gasiti toate numerele prime  $p$  pentru care  $5^{p-1} + 3^{p-2} + 2^{p-3} \equiv 42 \pmod{p}$ .  
c) Gasiti cel mai mic factor prim impar al numarului  $2019^8 + 1$  (explicati cum l-ati gasit).

Nota:

- 1) Aveti 2 ore pentru rezolvarea problemelor. Pana la ora 12.15 trebuie sa-mi trimiteti lucrarile pe adresele alexgica@yahoo.com si alexandru.gica@unibuc.ro  
2) Vetii primi notele in cursul zilei de astazi. Daca aveti intrebari in privinta notelor, trebuie sa le adresati prin e-mail nu mai tarziu de maine, ora 10. Daca va fi nevoie, voi da explicatii prin Zoom.  
3) Baremul: Fiecare problema este notata de la 1 la 10. Fiecare subpunct valoreaza 3 puncte. La sfarsit se face media notelor de la cele 4 subiecte. Voi aduna si bonusul de la seminar.