Sprawozdanie z zadania numerycznego 7

1. **Problematyka:** Zadanie numeryczne NUM 7 polega na znalezieniu i przedstawieniu graficznym wielomianów interpolacyjnych stopnia n, Wn(x), dla funkcji y(x)=$\frac{1}{1+50x^2}$ na przedziale x∈[-1,1]. Interpolacja ma zostać wykonana przy użyciu dwóch typów węzłów:

   Węzły jednorodne $x_i = -1 + \frac{2i}{n+1}$

   Węzły Cosinusoidalne $x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right)$

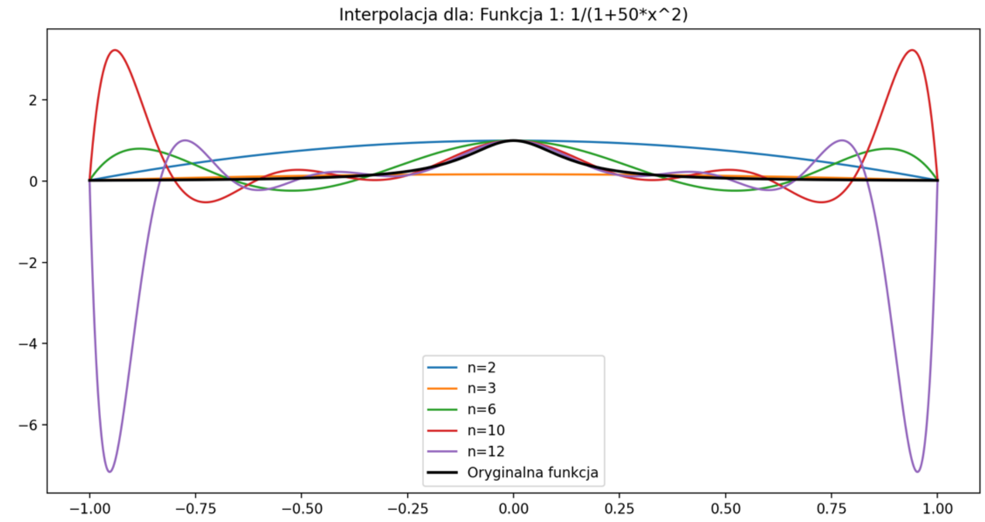
2. **Teoria:** W zadaniu będziemy posługiwać się interpolacją Lagrange'a, która jest metodą numeryczną służącą do wyznaczenia przybliżenia funkcji za pomocą wielomianu. Który dokładnie przechodzi przez daną liczbę punktów – węzłów interpolacji. W zadaniu zaobserwujemy wpływ rosnącej ilości na zachowanie interpolacji, by zrozumieć jak zmiana węzłów wpływa na dokładność interpolowanego wielomianu. Zaobserwujemy także efekt Rungego- czyli jak wzmożone są oscylacje wielomianu na krańcach przedziałów.
3. **Wyniki:** W pliku num7.py
   a. W pliku obecne są funkcje takie jak lagrange- używające algorytmu interpolacji Lagrange'a, plot_interpolating_polynomials wypisujące na ekran wykres. Są to jedyne funkcje używane przez program nie będące deklaracjami funkcji które testujemy ani funkcjami nodes- do tworzenia węzłów.

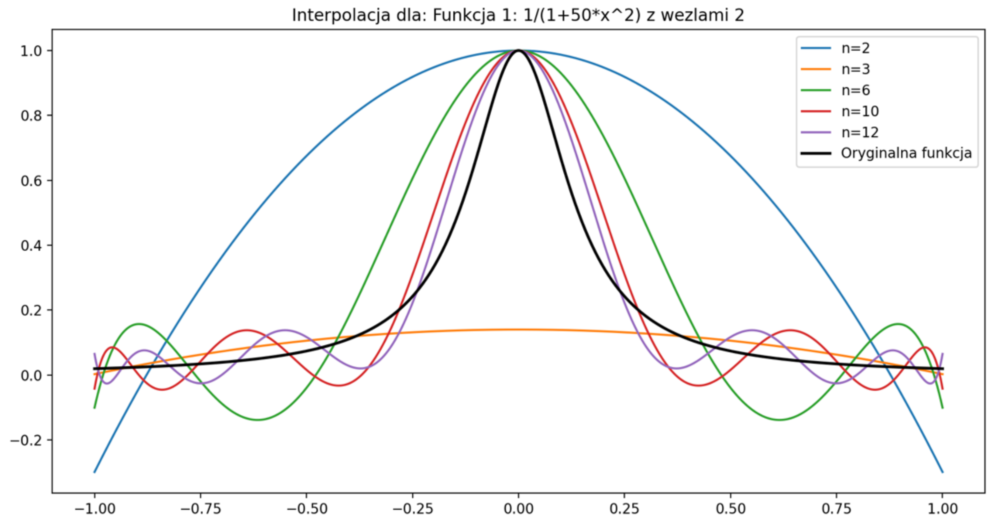
Poniżej znajdują się wykresy których wyniki tutaj omówię.

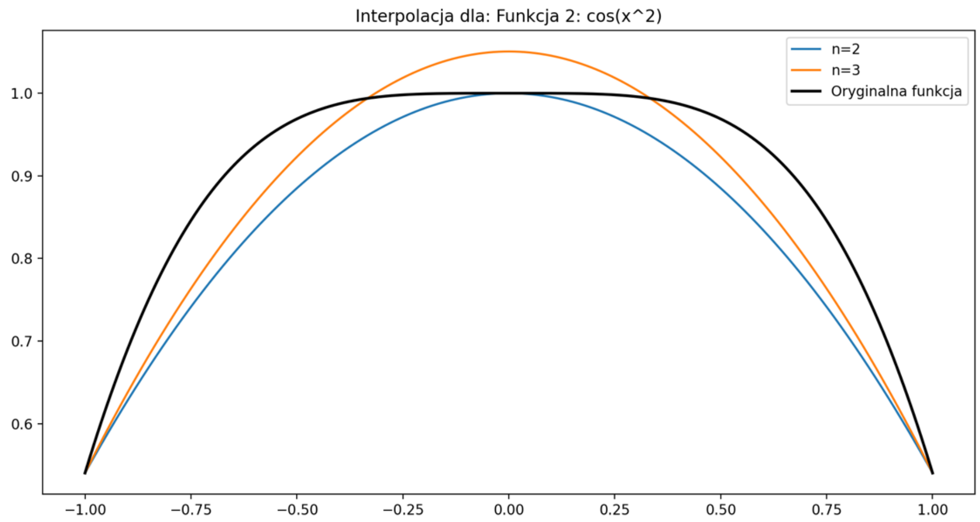
- Dla funkcji f(x)=1/(50x^2+1)- Dla tej funkcji, wraz ze wzrostem liczby węzłów n, wielomian interpolacyjny Lagrange'a staje się dokładny jeśli chodzi o wartości, ale też bardziej złożony i może wykazywać oscylacje, zwłaszcza na końcach przedziału. To właśnie jest efekt Rungego, który jest widoczny szczególnie dla jednorodnych węzłów.

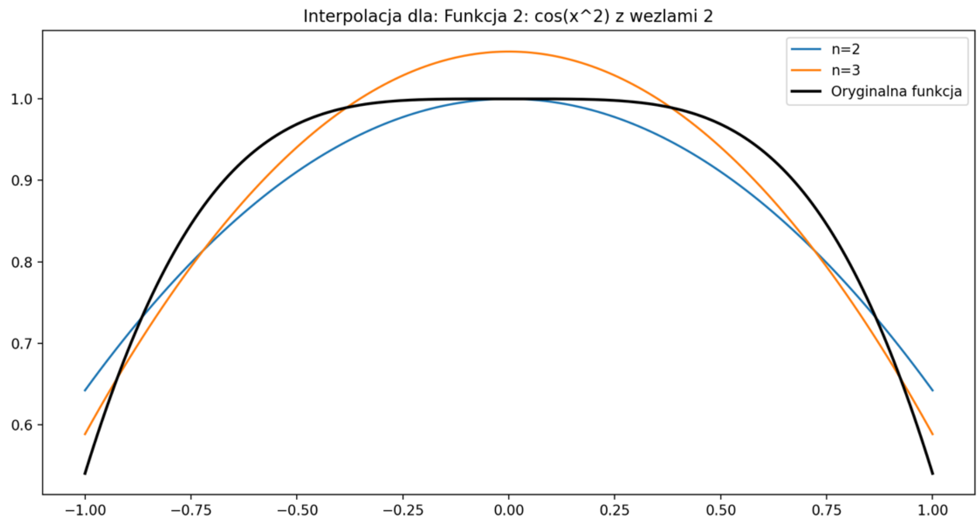
- Dla funkcji f(x)=cos(x^2)- W praktycznym zastosowaniu, podczas prób interpolacji tej funkcji przy użyciu większej liczby węzłów (n>3), napotkałem na problemy związane z interpreterem Pythona oraz błędy numeryczne. Te trudności są spowodowane charakterystyką funkcji cos(x2), gdzie zwiększanie liczby węzłów interpolacji niekoniecznie prowadzi do większej dokładności wielomianu interpolacyjnego. Wręcz przeciwnie, może to powodować znaczne błędy numeryczne, co wpływa na stabilność i wiarygodność wyników interpolacji.

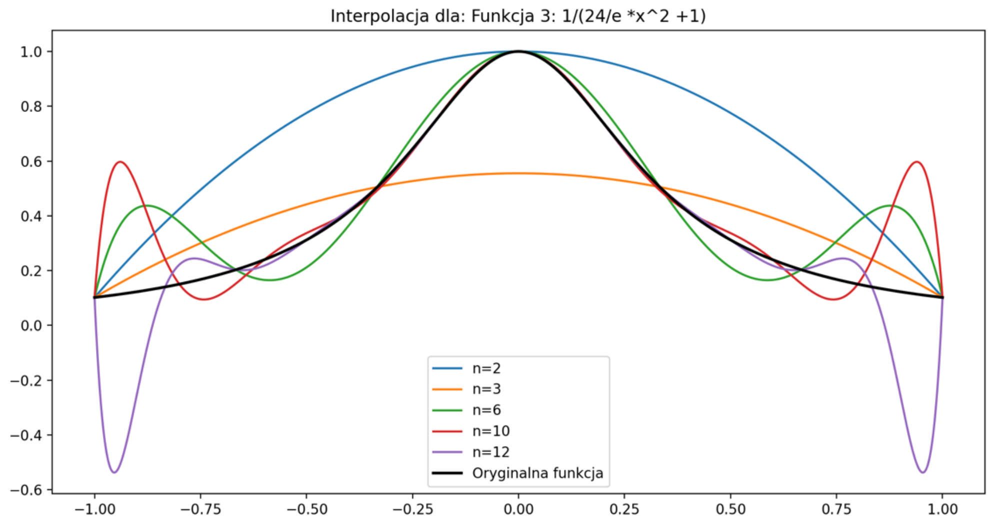
- Dla funkcji f(x)=1/(24/e * x^2+1)- W tej funkcji podobnie jak w pierwszej wraz z zwiększeniem się n dochodzi do zwiększenia precyzji funkcji, lecz na krańcach znowu możemy zaobserwować efekt Rungego

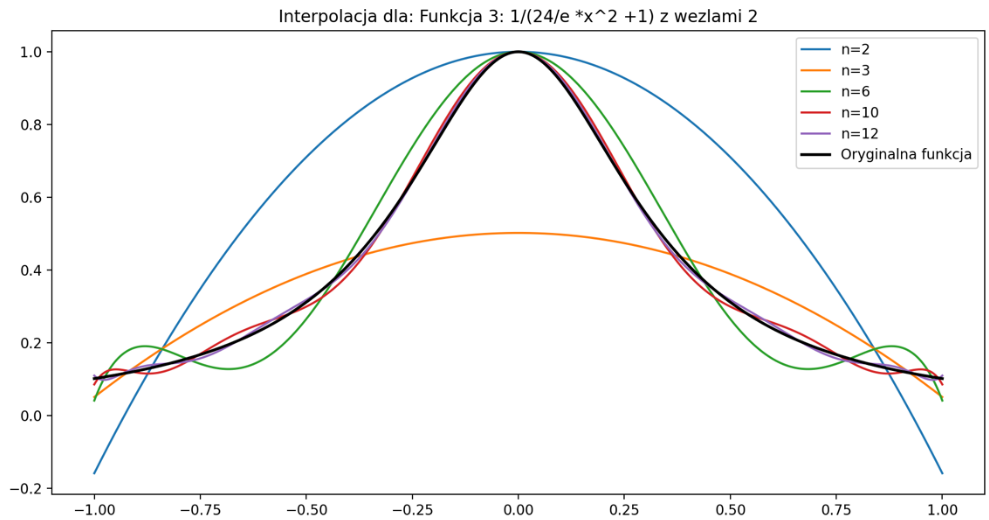





Interpolacja dla: Funkcja 2: cos(x^2)
n=2
n=3
Oryginalna funkcja
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00


Interpolacja dla: Funkcja 2: cos(x^2) z wezlami 2
n=2
n=3
Oryginalna funkcja
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00





4. Wnioski: Dla zwiększającego się n obserwujemy poprawę przybliżenia funkcji w środkowych wartościach, jednakże tym samym wiąże się to z wystąpieniem efektu Rungego na krańcach przedziałów, poza tym wybór odpowiedniego typu węzłów ma znaczący wpływ na jakość i stabilność interpolacji, szczególnie dla funkcji o dużych gradientach. Węzły oparte na cosinusie często zapewniają lepszą stabilność interpolacji.