

Sprawozdanie z zadania numerycznego 5

1. **Problematyka:** Zadanie polega na rozwiązaniu układu równań liniowych dla dużego systemu o rozmiarze $N = 124$. Układ ten jest szczególny ze względu na swoją strukturę, co oznacza, że każdy wiersz macierzy zawiera maksymalnie pięć niezerowych elementów. Metody Jacobiego i Gaussa-Seidela muszą być odpowiednio dostosowane do tej struktury.

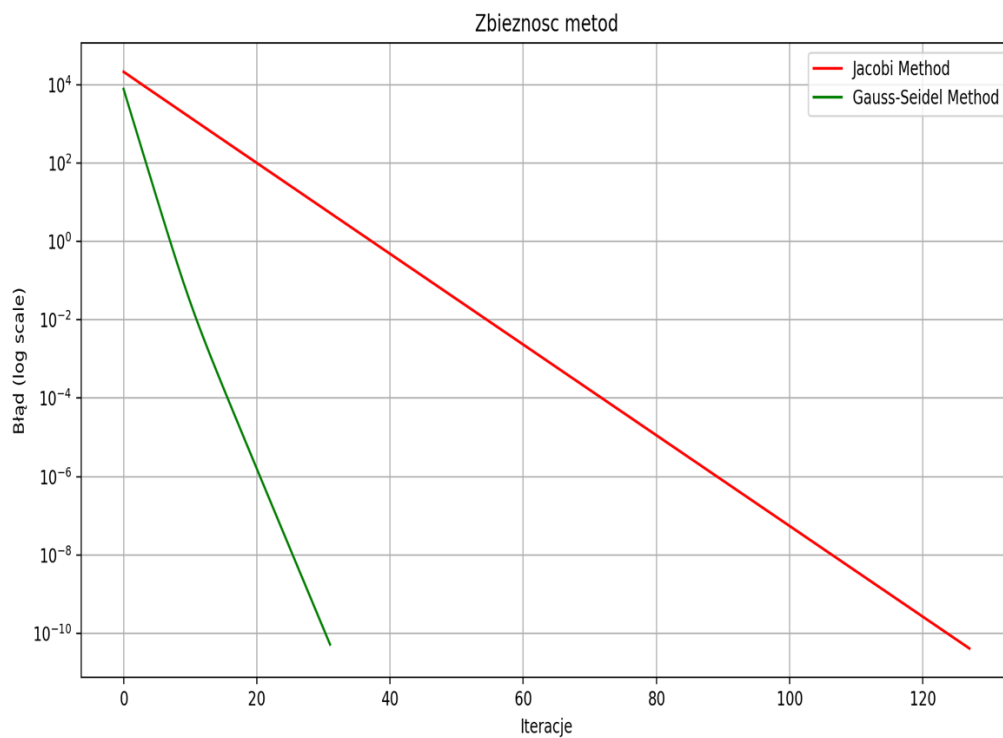
2. Teoria:

- Dwie podstawowe metody iteracyjne, znane jako metody Jacobiego i Gaussa-Seidela, umożliwiają efektywne rozwiązanie takich systemów, zwłaszcza gdy tradycyjne metody bezpośrednie okazują się niewystarczające.
- Metoda Jacobiego jest prostym narzędziem w sytuacjach, gdy macierz systemu równań jest dobrze uwarunkowana. Polega ona na iteracyjnym obliczaniu nowych wartości niewiadomych, korzystając z wartości z poprzedniej iteracji.
- Metoda Gaussa-Seidela, podobna do metody Jacobiego, różni się tym, że każda nowo obliczona wartość jest natychmiast wykorzystywana do dalszych obliczeń. Ta metoda często prowadzi do szybszej konwergencji w porównaniu z metodą Jacobiego.

3. **Wyniki:** Wyniki uzyskane za pomocą metod Jacobiego i Gaussa-Seidela porównano z dokładnym rozwiązaniem otrzymanym metodą `spsolve` z pakietu `scipy.sparse.linalg`. Graficzna prezentacja różnic między dokładnym rozwiązaniem a przybliżeniami w kolejnych iteracjach pozwala ocenić szybkość zbieżności obu metod iteracyjnych, z których możemy odczytać, że metoda Gaussa-Seidela jest o wiele szybsza. Pomimo tego że obydwie metody osiągają wyniki równe sprawdzonemu, to istnieje kolosalna różnica w ich efektywności.

W programie funkcje `jacobi()` oraz `gauss_siedl()` performują odpowiadające im metody numeryczne.

- Sprawdzone rozwiązanie: [0.42310535 0.64900491 0.54452691 0.56902007 0.5661899]
- Rozwiązanie Jacobim: [0.42310535 0.64900491 0.54452691 0.56902007 0.5661899]
- Rozwiązanie Gauss-Seidlem: [0.42310535 0.64900491 0.54452691 0.56902007 0.5661899]



4. **Wnioski:** Jak w większości problemów numerycznych jakie dotychczas analizowaliśmy, mogą one być rozwiązane na wiele sposobów, lecz jeden okazuje się być znacznie lepszy od innego. W naszym zadaniu metoda Gaussa-Siedla wypadła o wiele lepiej, ponieważ obliczyła ten sam wynik prawie 5 razy szybciej.