

Sprawozdanie z zadania numerycznego 4

Problematyka: Rozwiązanie równania macierzowego w efektywny sposób poprzez wykorzystanie wartości macierzy do minimalizacji ilości operacji dokonanych w trakcie obliczenia rozwiązania.

Rozwiązanie: Sprowadzamy najpierw naszą macierz do sumy macierzy rzadkiej i macierzy jednostkowej w taki sposób, że na diagonalu mamy same 11, a na indeksach nad nią są 7, resztę macierzy wypełniamy zerami. Oczywiście nasze macierze dalej są $N \times N$, w przypadku naszego rozwiązania jest to 80×80 . Podobnie jak w poprzednim zadaniu możemy zmienić nasze $N \times N$ na $2 \times N$, dzięki temu mamy 2 kolumny no i n wierszy. Całość można zapisać w takiej postaci:

12	8	1	1	...	1
1	12	8	1	...	1
1	1	1
1	1	...	12	8	1
1	1	...	1	12	8
1	1	...	1	1	12

=

11	7	0	0	...	0
0	11	7	0	...	0
0	0	0
0	0	...	11	7	0
0	0	...	0	11	7
0	0	...	0	0	11

+

1

Nasza macierz będzie przedstawiona wtedy w takiej formie:

11	7
11	7
11	7
11	7
11	7
11	7
11	7

Możemy zapisać równanie w postaci $y = (B + uv^T)^{-1}b$ (gdzie u, v są wektorami kolumnowymi $N \times 1$)., aby dojść do tego wzoru wystarczy tylko podmienić $A = B + uv^T$, a następnie pomnożyć lewostronnie o $(B + uv^T)^{-1}$.

Następnie rozwiązujemy układ metodą Shermanna-Morrisona i nasze równanie przedstawiamy w postaci: $y = B^{-1} * b - ((B^{-1}uv^TB^{-1}b))/(1 + v^TB^{-1}u)$.

Możemy zastosować backward substitution, tak jak w poprzednim zadaniu (NUM3) w celu rozwiązania równania $y = B^{-1}b - (B^{-1}uv^TB^{-1}b)/(1 + v^TB^{-1}u)$, przyjmijmy, że $B^{-1}b = z$, a $B^{-1}u = z'$. W wyniku tego dostaniemy, że $y = z - (z'v^Tz)/(1 + v^Tz')$. Przez to, że mamy do czynienia z macierzą w której wszędzie mamy jedynki poza diagonalą i liniijką ponad nią, powinniśmy się spodziewać liniowego czasu działania programu.

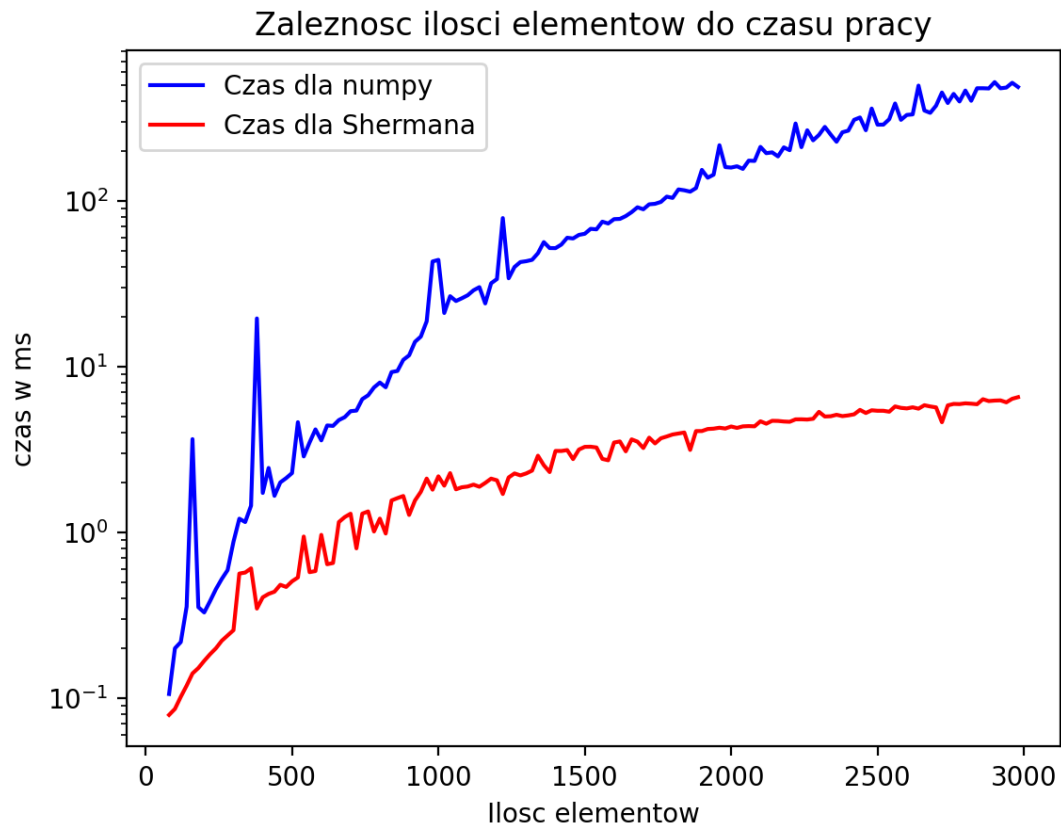
Rozwiązanie: Rozwiązaniem naszego równania jest wektor:

Wg mojego rozwiązania: [0.05081874647092044, 0.050818746470920495, 0.05081874647092047, 0.05081874647092052, 0.05081874647092041, 0.05081874647092058, 0.050818746470920356, 0.05081874647092066, 0.050818746470920106, 0.05081874647092108, 0.050818746470919524, 0.05081874647092194, 0.05081874647091819, 0.050818746470924075, 0.050818746470914805, 0.050818746470929294, 0.050818746470906534, 0.05081874647094228, 0.05081874647088616, 0.05081874647097445, 0.050818746470835674, 0.05081874647105364, 0.050818746470711135, 0.05081874647124948, 0.050818746470403436, 0.050818746471732956, 0.05081874646964374, 0.05081874647292675, 0.050818746467767656, 0.05081874647587489, 0.05081874646313486, 0.05081874648315496, 0.05081874645169479, 0.050818746501132245, 0.050818746423444944, 0.0508187465455249, 0.05081874635368483, 0.05081874665514788, 0.05081874618142024, 0.05081874692584937, 0.050818745756032235, 0.05081874759431626, 0.05081874470558426, 0.05081874924502022, 0.05081874211162085, 0.050818753321248494, 0.05081873570611922, 0.05081876338703667, 0.05081871988845221, 0.05081878824337052, 0.05081868082849891, 0.05081884962329722, 0.05081858437432846, 0.050819001194136515, 0.05081834619158099, 0.0508193754813111, 0.05081775802602087, 0.050820299741476976, 0.05081630561718872, 0.05082258209821314, 0.05081271905660334, 0.05082821812199029, 0.05080386244781074, 0.05084213565009288, 0.05078199204650674, 0.05087650342357064, 0.050727985545327314, 0.05096137078256685, 0.050594622552619095, 0.05117094119967974, 0.050265297611441606, 0.05168845182153001, 0.04945206663424831, 0.05296638621426247, 0.047443884017097315, 0.05612210175549964, 0.04248490245229605, 0.06391478707161591, 0.03023925409839895, 0.08315794877059712]

Wg NUMPY:

[0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875 0.05081875
0.05081874 0.05081875 0.05081874 0.05081875 0.05081874 0.05081876
0.05081872 0.05081879 0.05081868 0.05081885 0.05081858 0.050819
0.05081835 0.05081938 0.05081776 0.0508203 0.05081631 0.05082258
0.05081272 0.05082822 0.05080386 0.05084214 0.05078199 0.0508765
0.05072799 0.05096137 0.05059462 0.05117094 0.0502653 0.05168845
0.04945207 0.05296639 0.04744388 0.0561221 0.0424849 0.06391479
0.03023925 0.08315795]

Wykres:



Wnioski: Dzięki wizualizacji danych dokonanej za pomocą wykresu jesteśmy w stanie ocenić, że kod własnoręczny jest nie tylko szybszy niż numpy, ale oferuje także lepszą precyzję, tak jak było to w przypadku zadania poprzedniego(NUM3).