PROJETO DE ELETROMAGNETISMO E ONDULATÓRIA: CARREGADORES ELÉTRICOS SEM FIO.

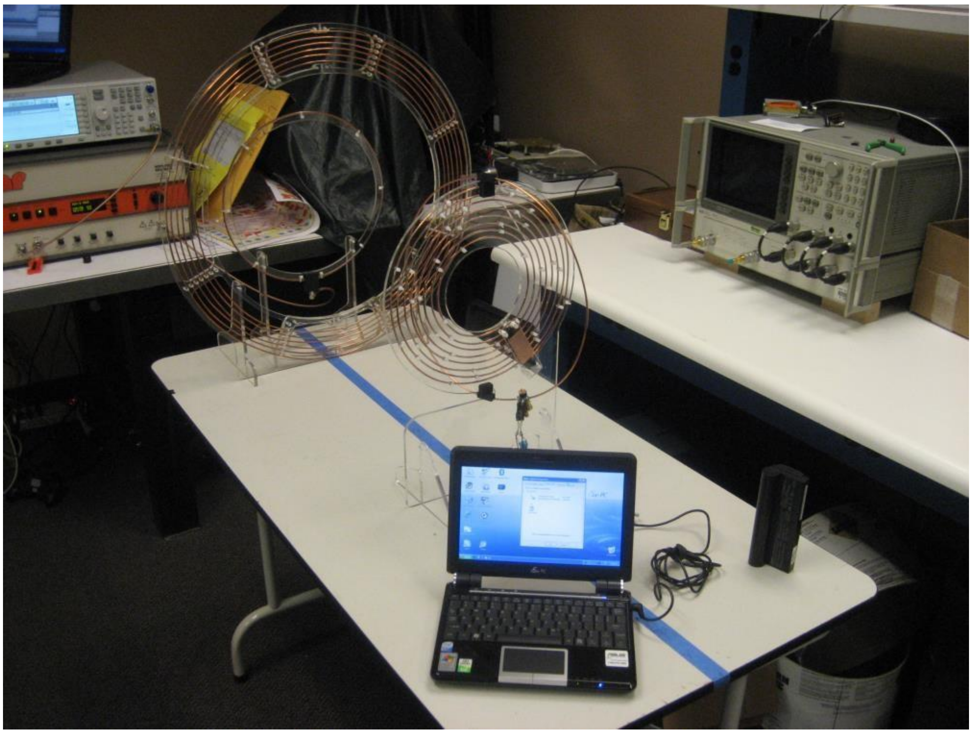
Nomes: Barbara Martins, Maria Victoria Cavalieri, Rafael Ribeiro

INTRODUÇÃO

A primeira evidência de transmissão de energia elétrica através do ar ocorreu no século XIX, quando Nicola Tesla, conhecendo as relações entre corrente elétrica e campo magnético, mostrou que uma bobina percorrida por uma corrente alternada poderia induzir força eletromotriz em uma segunda bobina posicionada próxima à primeira. Isso permitiu o surgimento de tecnologias voltadas para a geração de energia elétrica na modalidade alternada, bem como os projetos de transformadores de tensão.

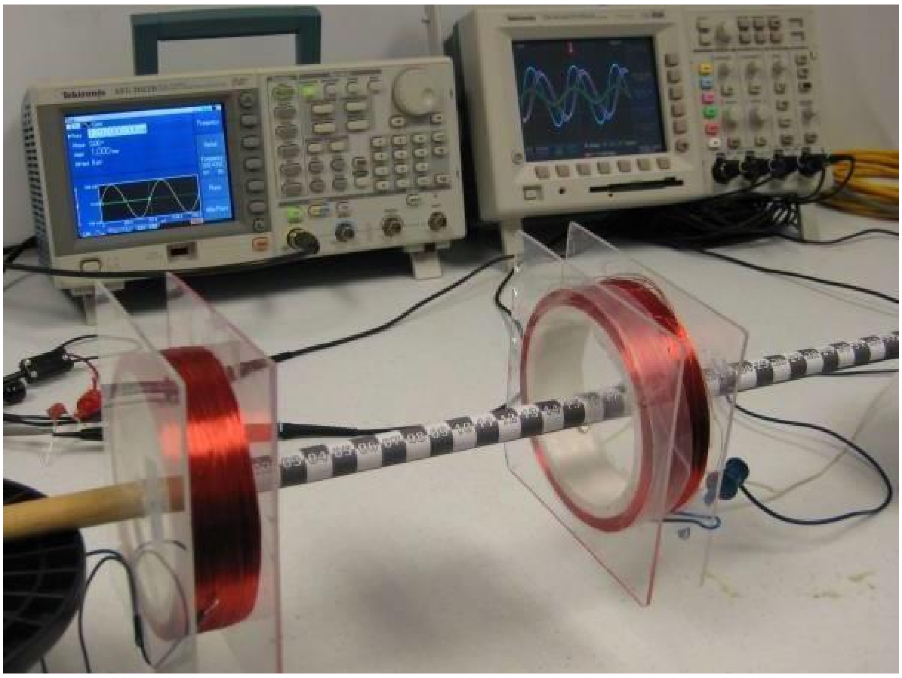
Devido ao espalhamento dos campos, que resulta em um baixo acoplamento entre bobinas, a transmissão de energia elétrica através da indução sempre foi considerada possível apenas para pequenas distâncias. No entanto, com a evolução dos dispositivos eletrônicos, a ideia de nos livrarmos dos cabos e carregadores de bateria tornou-se desejável, principalmente para telefones celulares e, talvez em pouco tempo, para nossos carros elétricos. Isso fez com que engenheiros buscassem maneiras mais convenientes de transmissão de energia sem fio, tentando vencer a barreira da distância mínima entre as duas bobinas ou da necessidade de um meio ferromagnético para evitar o espalhamento do campo.

Os principais avanços que aconteceram nas últimas duas décadas mostram que existe uma estratégia para se aumentar o fator de acoplamento entre as bobinas: o acoplamento com ressonância, permitindo uma eficiência aceitável mesmo para distâncias maiores.



Computador energizado sem utilização de cabos

Essa técnica consiste no fato de que o circuito receptor tenha uma frequência natural de oscilação a mais próxima possível da frequência do campo magnético produzido pela fonte. Isso faz com que o grau de acoplamento entre as bobinas aumente, permitindo uma transmissão eficiente para maiores distâncias. O que tentaremos modelar nesse projeto é um acoplamento de bobinas ressonantes que não estejam tão próximas e somente o ar estará presente em seus interiores.



Bobinas acopladas sem o ferromagnético e a uma distância bem maior que os raios.

Para entendermos melhor essa estratégia de transmissão, vamos entender melhor o que é a ressonância. Quando temos uma grandeza variando como onda, ou seja, variando em função do tempo e ao longo de uma direção, podemos ter a chamada ressonância. Isso ocorre quando os limites da região que acomodam a onda atuam em concordância à fonte da onda. Vamos imaginar uma corda com certa elasticidade excitada senoidalmente por uma fonte em uma de suas extremidades e fixa à parede na outra. A ação da extremidade (força aplicada pelo vínculo na extremidade da corda) pode somar-se à ação da fonte, amplificando o movimento dos pontos. Para que o vínculo da corda e fonte atuarem em concordância, a onda gerada deve ter um período propício: compatível ao tempo de propagação da onda na corda. Esse fenômeno ocorre abundantemente à nossa volta. Repare nesse exemplo lúdico, mas bem elucidativo, onde uma fonte (homem) perturba o meio (água) com um período compatível com o tempo de uma perturbação no centro da piscina chegar até sua borda. Nesse caso, a extremidade do meio (paredes da piscina) atua em consonância com a fonte. Repare no fator de amplificação! Assista ao vídeo e leia novamente esse último parágrafo.

No caso da transmissão sem fio, ou mesmo em casos gerais de transmissão e recepção de antenas, algo parecido deve ocorrer dentro dos condutores em relação ao campo elétrico (ou movimento das cargas). Quando o comprimento da antena é justamente capaz de "acomodar" um múltiplo do comprimento de onda, ou até mesmo meio comprimento, a ressonância ocorre. É válido lembrar que o fenômeno ondulatório dentro do condutor ocorre porque o campo elétrico tem um tempo de propagação e pode refletir na extremidade do condutor. O campo elétrico e, consequentemente, a formação da corrente, apresentam comportamento ondulatório!

$$E = A_e \, sen(kx - \omega t)$$

$$i = A_i \, sen(kx - \omega t)$$

Nesse caso, x representa o comprimento ao longo do condutor. A frequência é estabelecida pela fonte. A velocidade de propagação do campo e da formação da corrente é, no cobre, aproximadamente $\frac{2}{3}c$. O potencial elétrico, sendo a integral do campo ao longo de x, também apresentará o comportamento ondulatório. Repare no comportamento do campo elétrico e potencial elétrico numa antena: [clique para ver.]

Na animação, a antena tem um comprimento próprio para acomodar metade do comprimento de onda, já causando a ressonância. No caso da transmissão sem fio, a onda eletromagnética enviada pelo emissor deve ter um comprimento compatível com o comprimento das antenas, de modo a gerar a ressonância. Dessa maneira, a indução causada pela antena emissora na receptora é amplificada!

As antenas que projetaremos terão o formato de uma bobina e serão compostas por um número pequeno de voltas: tanto a antena emissora quanto a receptora deverão ter algo entre 3 e 6 voltas, com raios de poucas dezenas de centímetros.

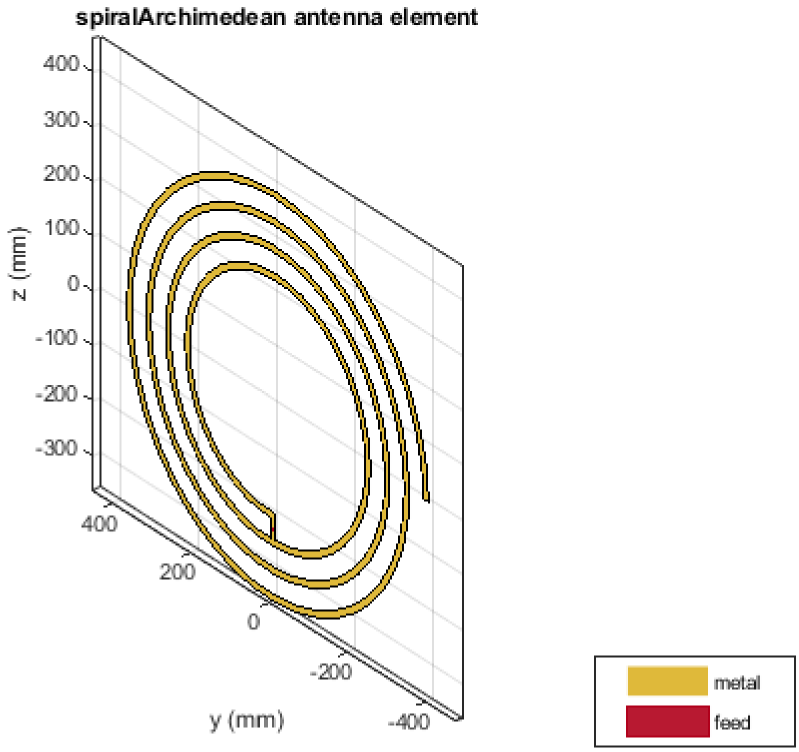
O motivo pelo qual as antenas não precisam ter muitas voltas é que irão operar em altas frequências (MHz), onde o comprimento de onda é de alguns metros. Sendo assim, um pequeno comprimento de condutor já poderá "abrigar" um comprimento de onda inteiro, possibilitando a ressonância no circuito. Conforme diminui-se a frequência de operação, um maior comprimento de condutor é necessário para acomodar um comprimento de onda, sendo necessário um maior número de voltas no circuito que compõe a antena. A desvantagem nesse caso é o custo computacional, uma vez que o software calcula as correntes, campos e tensões nos condutores através do método de elementos finitos.

Como iniciaremos essa segunda simulação? A primeira coisa a ser feita é ter seu MATLAB funcionando corretamente com o toolbox de antenas instalado. Para isso você deverá instalar o arquivo WPT.mdl encontrado na pasta do projeto em seu Blackboard. Esse toolbox calcula os valores em função do tempo e espaço dos campos elétricos e magnéticos e das correntes nos condutores e no ar. Com isso você consegue determinar a indução causada em qualquer circuito.

Vamos agora seguir passo a passo as etapas para nosso modelo de antena.

1. Modelando a antena

Queremos construir inicialmente a antena emissora. A receptora será uma mera cópia. No site https://www.mathworks.com/help/antenna/gs/antenna-catalog-elements.html você encontrará um catálogo de formas de antena. Deverá localizar dentre todas elas o tipo de antena denominado ***spiralArchimedean***! Encontre como definir os parâmetros para a função de construção de um objeto antena. Você não precisa estabelecer todos os argumentos de construção, porém alguns são obrigatórios: número de braços (ramos) deve ser 1, voltas, raio interno e externo e inclinação (*tilt*). O comando *tilt* é responsável pela inclinação da antena. Se utilizar *tilt=0,* a antena estará no plano *x,y.* Uma sugestão é usar *tilt=90*, garantindo melhor visualização. Teste para perceber a diferença! Se você conseguiu gerar um objeto do tipo antena, você pode verificar sua construção através do comando *show*(*meu_objeto_antena*).

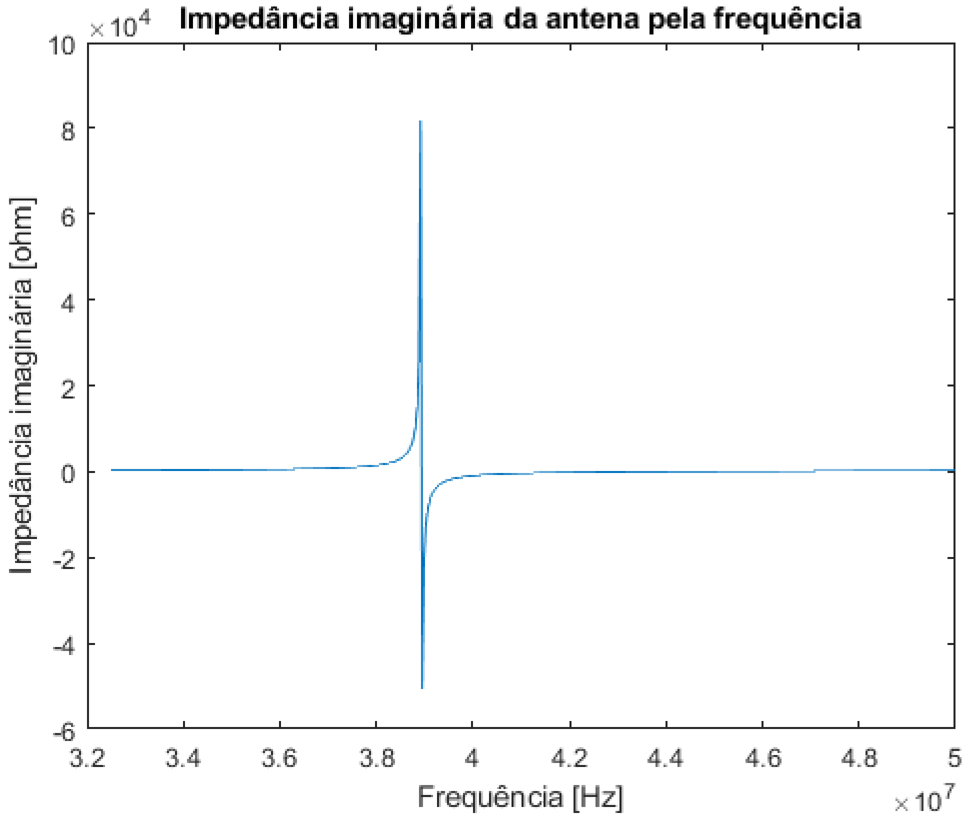


Parâmetros
Raio interno: 20 cm (0,2 m)
Raio externo: 40 cm (0,4 m)

2. Calcule a impedância de sua antena:

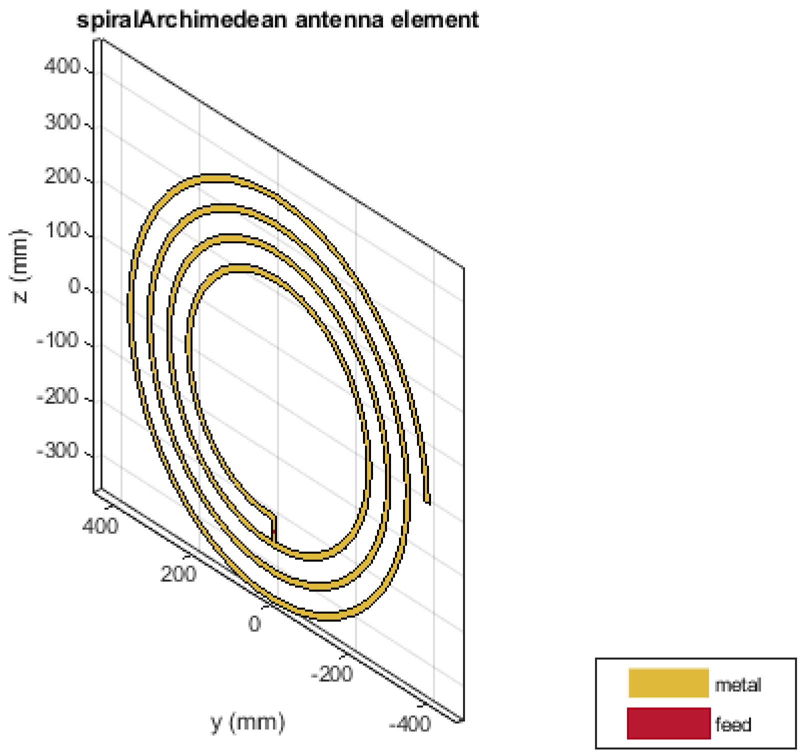
Nesse item você deverá implementar um *loop* para calcular as impedâncias de sua antena para uma faixa de frequências de alimentação. Para isso basta utilizar a função ***impedance(arg1,arg2).*** O primeiro argumento é seu objeto antena e o segundo é a frequência. Faça então uma varredura e identifique a primeira frequência para a qual a parte complexa da impedância é nula. Para obter a parte complexa basta fazer ***imag(minha_impedancia).*** Você deve construir um gráfico com os valores da parte complexa da impedância em função das frequências. Não se esqueça de limitar o eixo *y* no *plot* devido à presença de valores muito altos! Você deve ter encontrado nesse gráfico uma frequência para a qual a impedância tem parte imaginaria nula. E outra frequência para a qual a parte imaginária tende ao infinito. Mais adiante entenderemos o que representam essas frequências. Você deve agora apenas se certificar de duas coisas:

a. Em seu gráfico é possível observar um valor de frequência que chamaremos de valor crítico ω_c . Nessa frequência, a impedância vai para infinito e depois reaparece no menos infinito.
b. Em seu gráfico é possível observar o valor da frequência que resulta em uma impedância com parte imaginária nula.



3. Antena receptora

A construção da antena receptora é exatamente igual ao que você fez para construir a antena emissora. No entanto, após gerar o objeto antena receptora, você terá que criar um *array* de antenas. Para isso você deverá usar a função *linearArray*. Uma vez criado o *array*, você poderá estabelecer a distância entre as antenas através do parâmetro *ElementSpacing*. Um descritivo de como construir o *array* e como estabelecer os parâmetros pode ser encontrado em https://www.mathworks.com/help/antenna/ref/lineararray.html .Uma vez construído seu *array*, utilize a função ***show()***. Você deverá ver algo como:



Arranjo das antenas

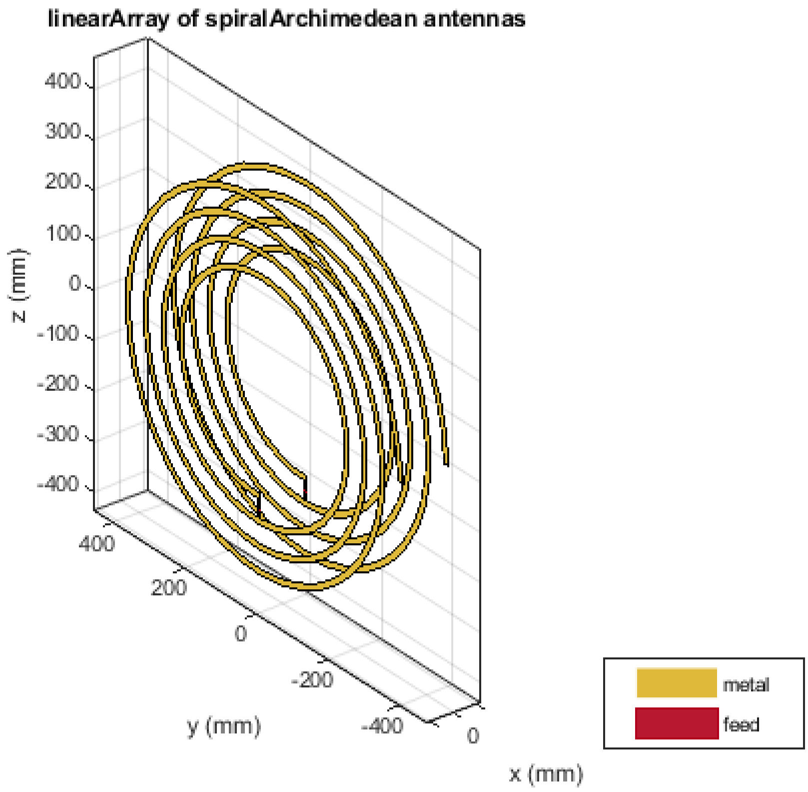
Parâmetros

Raio interno: 20 cm (0,2 m)

Raio externo: 40 cm (0,4 m)

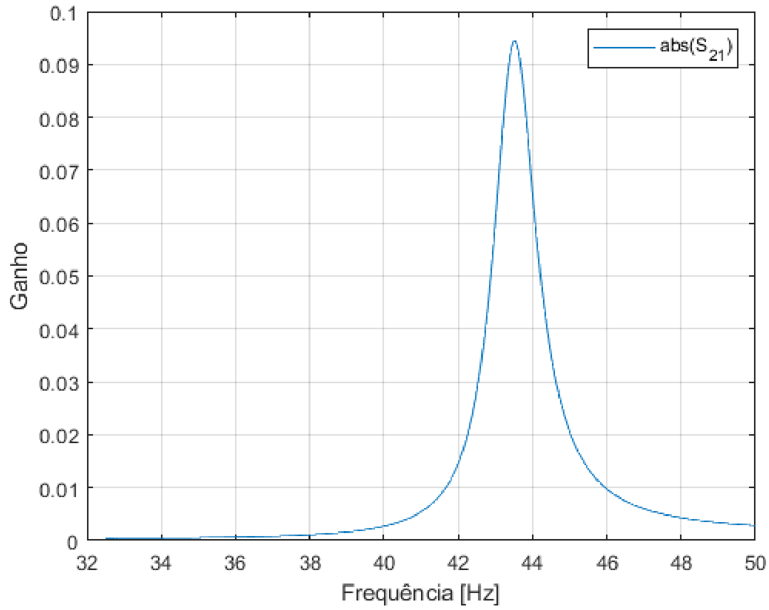
4. Simulando o acoplamento

Agora tudo que temos a fazer é utilizar a função *sparameters* para sabermos o ganho de transmissão entre as antenas para uma dada frequência de alimentação na antena transmissora. Os dois argumentos que essa função recebe são: *objeto array de antenas* e a frequência de alimentação. Obtenha o ganho para a gama de frequências utilizadas anteriormente para o estudo da impedância. Se quiser saber mais sobre a função *sparameters*: https://www.mathworks.com/help/rf/ref/mathchingnetwork.matchingnetwork.rfplot.html



5. Visualizando os ganhos

A maneira mais prática para extrair corretamente os valores dos ganhos calculados pela função ***sparameters*** é através da utilização da função ***rfplot***. Essa função extrai os valores, em decibéis, do módulo do ganho de transmissão entre as antenas e os plota. Para isso faça: ***rfplot(ganhos,2,1,'abs')***, sendo *ganhos* os valores obtidos através da função ***sparameters*** para cada uma das frequências. Outra maneira é através da função `rfparam(ganhos,2,1)`, que não plota os pontos relativos aos ganhos, mas retorna os valores dos módulos dos ganhos em decibéis. O motivo de utilizarmos essas funções é explicado pelo fato de que um *array* de antenas pode conter mais de apenas dois elementos. Nesse caso, temos que definir entre quais pares estamos querendo o ganho de transmissão. No nosso caso isso é feito com o número *1* e *2* como argumentos. Saiba mais em https://www.mathworks.com/help/rf/ref/mathchingnetwork.matchingnetwork.rfplot.html

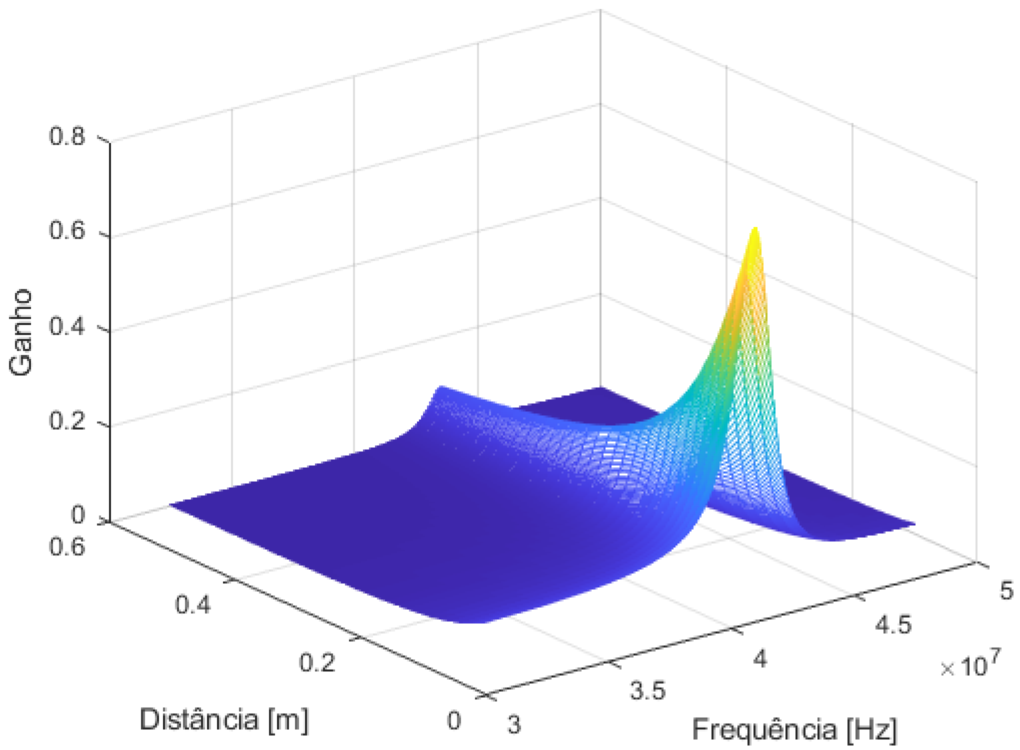


Se tudo estiver correto, você deverá encontrar a frequência que garante a maior transferência de energia entre as antenas! O que essa frequência tem de especial? Você saberia explicar a relação desse gráfico com o gráfico das impedâncias?

Essa frequência que garante a maior transferência de energia entre as antenas é chamada de frequência de ressonância. A característica especial dela é: quando ela entra em concordância com outra frequência, elas somam-se e acontece um pico maior. A relação do gráfico acima com o gráfico das impedâncias, é que a frequência de ressonância acontece quando o eixo imaginário da impedância cruza com o zero. Por meio do MatLab, no pico, a frequência é de 4,3477 * 10^7 Hz e é a frequência de ressonância para essa antena.

6. Visualização 3D

Vamos agora visualizar como varia o ganho de transmissão entre as antenas não só em função da frequência de alimentação, mas também em função da distância entre as antenas. Para isso você deverá criar um *loop,* dentro do qual você deverá gerar um novo *array*, cuja distância caria a cada iteração. Para cada distância você deverá calcular os ganhos para a gama de frequências, como fez no item anterior. Terminado isso, você terá uma curva de ganhos por frequências para cada um dos *arrays,* ou seja, para cada uma das distâncias (tipicamente de 5cm a 50 cm). Com esses valores, você pode plotar um gráfico em 3 dimensões, mostrando o ganho de transmissão para cada par: frequência e distância de acoplamento.



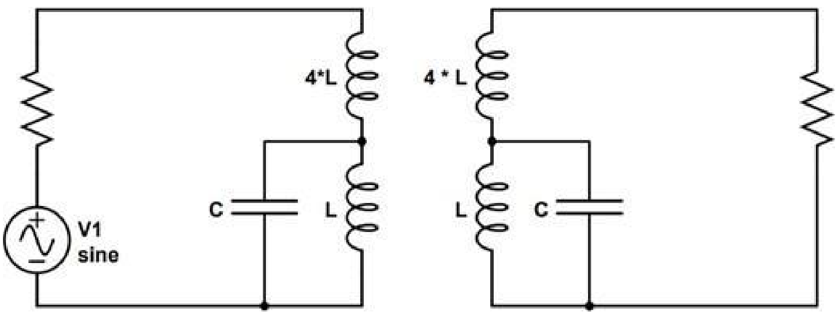
Ganho
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.6
0.4
0.2
0
Distância [m]
3
3.5
4
4.5
5
×10^7
Frequência [Hz]

7. Unindo dois modelos.

Você pode não ter percebido, mas anteriormente você já simulou algo muito parecido com o que acabamos de fazer. Lembra-se do modelo de transformador? Você modelou exatamente a transmissão de energia entre duas “antenas”. No caso, chamamos de bobinas. Seria então possível simular a transferência de energia entre as antenas utilizando-se o modelo de transformador? A resposta é “sim”, porém, algumas adaptações devem ser feitas:

a. No caso do modelo do transformador, não utilizamos atributos geométricos, como distância e dimensões das bobinas. O efeito global desses atributos são todos representados por um parâmetro. Você saberia dizer qual? Como esse parâmetro se relaciona com a distância no caso do *array* de antenas?
b. No caso do transformador utilizamos uma impedância sabidamente indutiva. Já para o modelo de transferência de energia por ressonância, a impedância pode ser capacitiva ou indutiva dependendo da frequência utilizada. Dessa forma, precisamos adequar o modelo. Onde antes tínhamos apenas um indutor (responsável pela autoindutância) agora teremos uma impedância gerada por mais elementos, como mostrado a seguir.

O gráfico que você construiu no item 2 sugere a existência de uma impedância que assume valores infinitos para uma certa frequência (crítica). Isso nos leva a crer que temos uma associação em paralelo (denominar pode ser nulo, gerando valores infinitos). Além disso, a parte imaginária continua a crescer para altas frequências, vindo de menos infinito e cruzando o zero. Isso sugere a existência de uma indutância que prevalece em altas frequências, em série com a associação em paralelo. O modelo do circuito para acoplamento ficaria então:



A parte imaginária da impedância desse circuito seria:

$$\hat{z}_{antena} = \frac{j\omega L * \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} + 4j\omega L$$

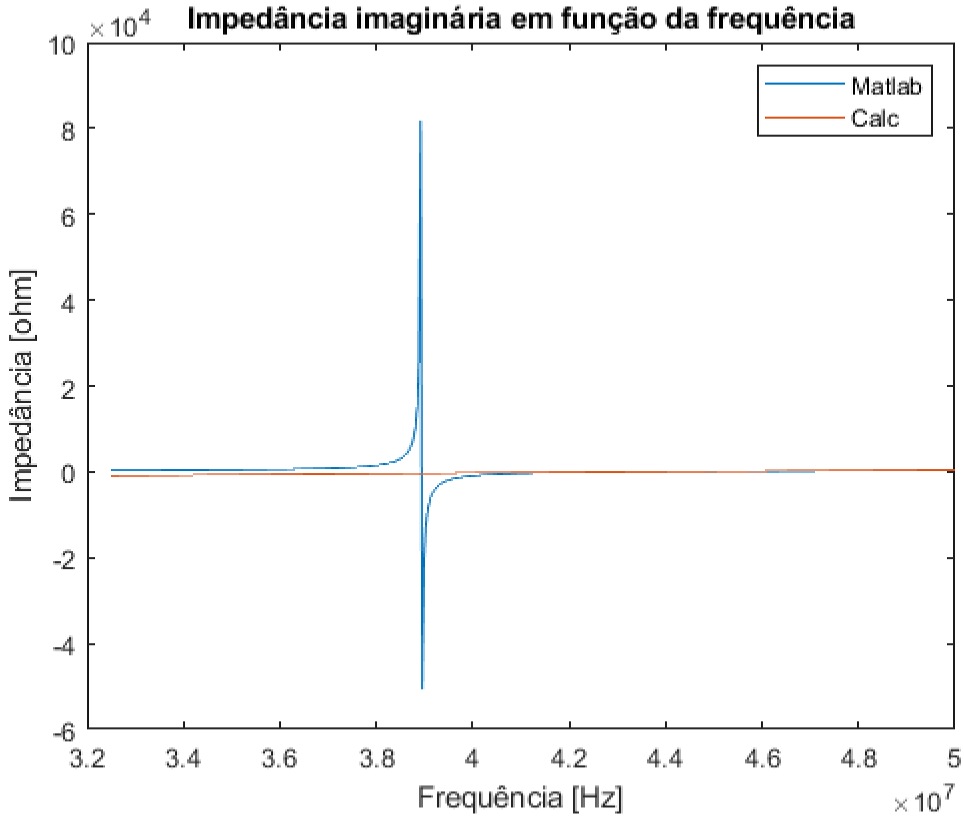
A parte real da impedância de seu circuito pode ser obtida através da parte real da impedância da antena. Provavelmente algo muito próximo de zero.

Resta encontrarmos os valores de L e C. Experimentalmente chegamos a fórmulas para obtenção desses valores de modo se ter um bom modelo, em termos de impedâncias, para as antenas. As fórmulas são:

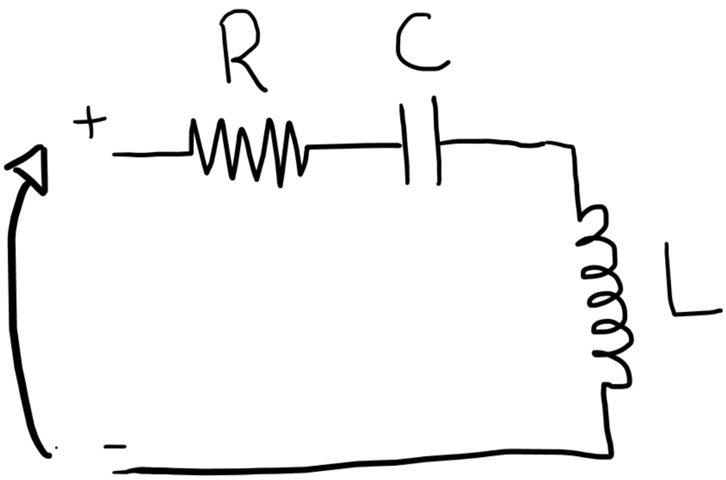
$$L = \sigma/\omega_c$$

$$C = \frac{1}{\sigma\omega_c}$$

onde ω_c é a frequência crítica obtida pelo gráfico do item 2, e σ é um parâmetro que varia com a estrutura da antena. Para raios próximos a $50cm$ e número de voltas próximo de 5, o valor de σ é de aproximadamente 20. Você terá que **ajustar esse valor** para que seu modelo tenha a parte imaginária bem próxima à de sua antena, especialmente para frequências próximas à de ressonância e à da crítica. Plote o gráfico da parte imaginária de sua impedância comparando com o gráfico da impedância da antena usando o mesmo conjunto de frequência do item 2.



Para chegar na impedância imaginária a partir de um modelo, usamos como base um circuito RLC em série. Esse circuito corresponde ao funcionamento da antena na frequência de ressonância. A imagem abaixo ilustra o circuito RLC do modelo:



Valores utilizados:

Resistência: 0,077355 Ohms

Capacitor: 2.3554e-12 F

Indutor: 5.6666e-06 H

U: 1 V

Esses valores foram obtidos por meio da solução do circuito RLC em série. Fizemos um sistema de equações para encontrar os valores de L e C, referentes a parte imaginária da impedância, usando a tensão de alimentação com 1 V. E a resistência, pegamos a parte real da impedância da antena. Se estivéssemos em laboratório, a resistência seria obtida via medição.

Usando a relação que a velocidade angular de ressonância é equivalente a 1 sobre a raiz da multiplicação de L com C. Convertendo para frequência, o valor obtido para a frequência de ressonância é de 43,564 MHz.

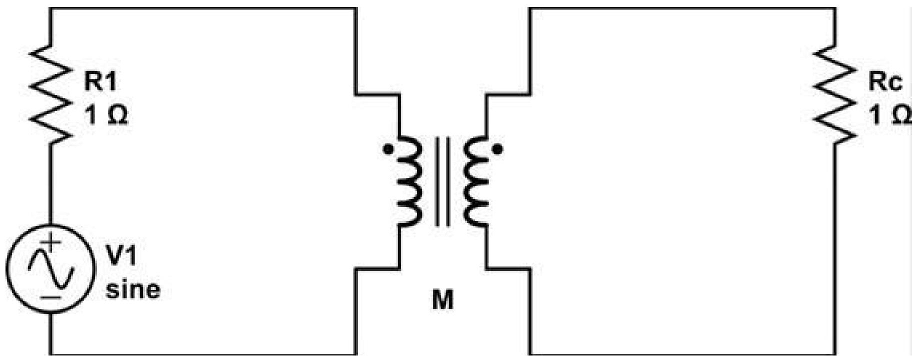
Escreva agora as duas equações fasoriais dos seus circuitos. Baseie-se nas equações do modelo do transformador. Lembre-se que onde havia simples indutância ($L_1 e\ L_2$), agora você terá $\hat{z}_{antena}$. A indutância mútua M é desconhecida (e varia em função da distância entre as antenas).

Vamos agora simular o modelo do transformador adaptado. Vamos nos limitar a usar somente a frequência de ressonância como frequência de alimentação. Nessa frequência, lembre-se que a autoindutância é cancelada pela capacitância, e temos um valor nulo para a impedância, e adotamos então:

$$L1 = 0$$

$$L2 = 0$$

Considerando as resistências das bobinas como tendo valor unitário, o modelo fica:



As equações fasoriais ficariam:

$$\hat{U_f} = R_1 \cdot i_1 \; - j\omega M \cdot i_2$$

$$j\omega M \cdot \hat{i_1} \; = Rc \cdot \hat{i_2}$$

No item 6, utilizando o modelo em elementos finitos, você obteve os ganhos de transmissão em ressonância, para várias distâncias. Vamos agora encontrar os valores correspondentes de M que garantiriam os mesmos ganhos de transmissão para o modelo do transformador adaptado, sendo .

$G = \frac{P2}{P1} = \frac{I2^2 * Rc}{I1 * U}$. .Para isso você deverá simular no modelo do transformador adaptado várias vezes, encontrando indutâncias mútuas correspondentes à distâncias.

Inicie seu M com o valor igual ao inverso da frequência de ressonância (em radianos por segundo) e vá diminuindo esse valor.

Por fim, apresente uma regra matemática que modele a indutância mútua do modelo em função da distância entre as bobinas!

$$U = R1 * i1 - jwM * i2 \; [1]$$

$$jwM * i1 = Rc * i2$$

$$i2 = \frac{jwM * i1}{Rc} \; [2]$$

Substituindo [2] em [1]:

$$U = R1 * i1 - jwM * \frac{jwM * i1}{Rc}$$

$$U = i1 * \left(R1 - \frac{(jwM)^2}{Rc}\right)$$

$$i1 = \frac{U}{\frac{(R1 * Rc - (jwM)^2}{Rc}}$$

$$i1 = \frac{U * Rc}{R1 * Rc - (jwM)^2} \; [3]$$

$$i2 = \frac{jwM}{Rc} * \frac{U * Rc}{R1 * Rc - (jwM)^2}$$

$$i2 = \frac{jwM * U}{R1 * Rc - (jwM)^2}$$

$$G = \frac{I2^2 * Rc}{I1 * U}$$

$$G = \frac{\left(\frac{jwM * U}{R1 * Rc - (jwM)^2}\right)^2 * Rc}{\left(\frac{U * Rc}{R1 * Rc - (jwM)^2}\right) * U}$$

$$G = \left(\frac{jwM * U}{R1 * Rc - (jwM)^2}\right)^2 * Rc * \frac{(R1 * Rc - (jwM)^2) * U}{U * Rc}$$

$$G = \frac{(jwM)^2 * U^2}{R1 * Rc - (jwM)^2}$$

$$\left(R1 * Rc - (jwM)^2\right) * G = (jwM)^2 * U^2$$

$$R1 * Rc * G + (jwM)^2 * G = (jwM)^2 * U^2$$

$$R1 * Rc * G = (jwM)^2 * U^2 + (jwM)^2 * G$$

$$R1 * Rc * G = (jwM)^2 * (U^2 + G)$$

$$(jwM)^2 = \frac{R1 * Rc * G}{(U^2 + G)}$$

$$-w^2 * M^2 = \frac{R1 * Rc * G}{(U^2 + G)}$$

$$M = \sqrt{\frac{R1 * Rc * G}{-w^2 * (U^2 + G)}}$$

$$M = k * \sqrt{L1 * L2}$$

$$k * \sqrt{L1 * L2} = \sqrt{\frac{R1 * Rc * G}{-w^2 * (U^2 + G)}}$$

$$k = \sqrt{\frac{R1 * Rc * G}{-w^2 * (U^2 + G)}} * \frac{1}{\sqrt{L1 * L2}}$$

Substituindo os valores na equação:

$$k = \sqrt{\frac{(0,077355)^2 * G}{-2.7372 * 10^8 * (1^2 + G)}} * \frac{1}{5.6666 * 10^\wedge - 6}$$

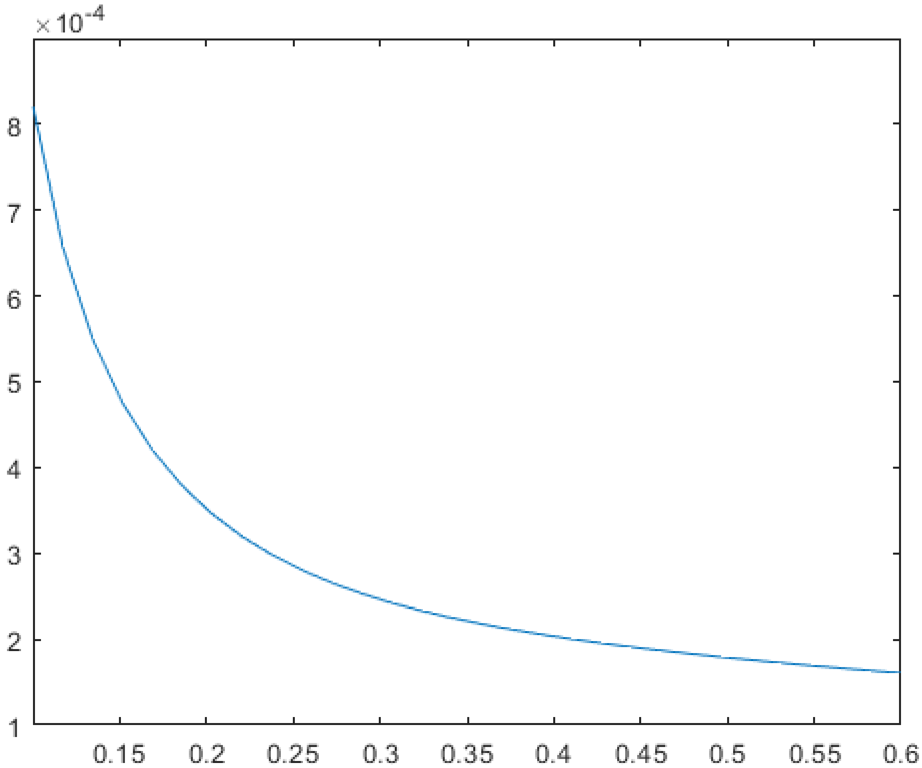
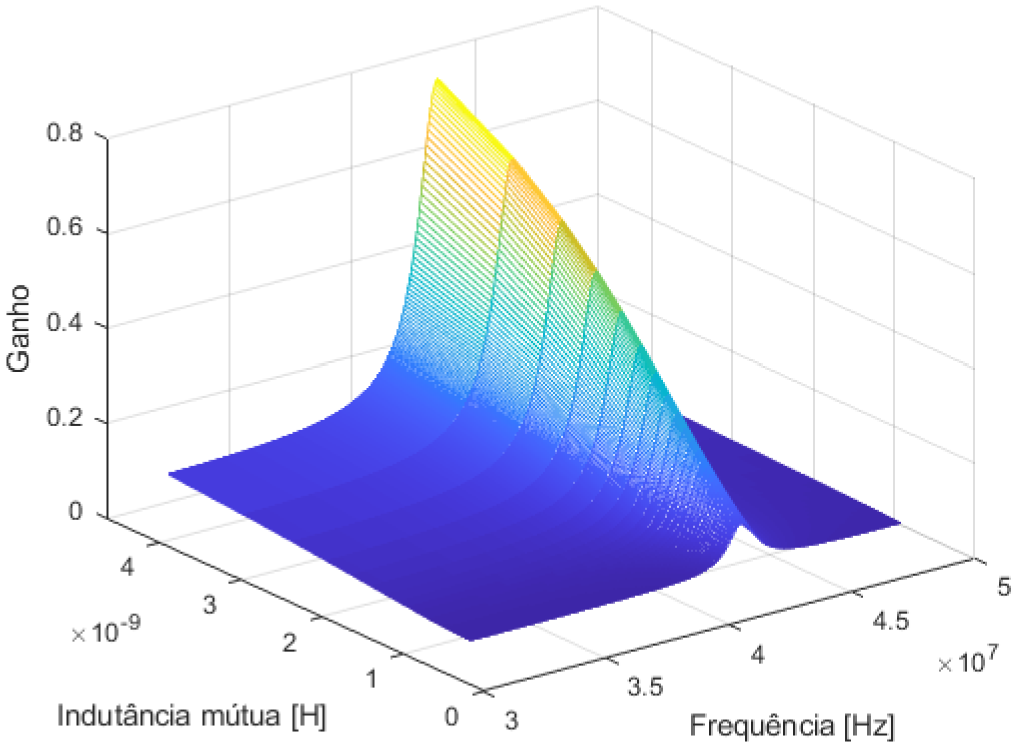


Gráfico da distância por k

A relação encontrada acima é válida para outras frequências que não sejam iguais à de ressonância? Para saber isso, faça o levantamento do ganho de transmissão do seu modelo em função do M e também da frequência! Em outras palavras, construa reconstrua a figura do item 6 trocando a distância pela indutância mútua. Cuidado! Agora a impedância do seu circuito não pode ser desprezada, pois estará realizando simulações fora da frequência de ressonância!



Conclusão

Podemos concluir que os valores calculados e simulados obtidos foram muito parecidos.