Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА ИУ1 «Системы автоматического управления»

ОТЧЕТ

по домашним работам

№ 1 и 2

по дисциплине

«Модели динамических объектов»

Выполнила: **Шевченко А. Д.**

Группа: **ИУ1 – 32Б**

Проверил: **Лобачёв И. В.**

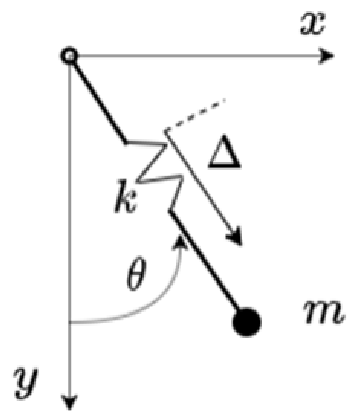
Работа выполнена:

Отчет сдан: **13.12.2022**

Оценка:

Москва 2022

Получить математическую модель математического пружинного маятника, используя формализм механики Лагранжа.



$$x = x\sin(\theta)$$
$$y = x\cos(\theta)$$

$$\dot{x} = \dot{x}\sin(\theta) + x\dot{\theta}\cos(\theta)$$
$$\dot{y} = \dot{x}\cos(\theta) - x\dot{\theta}\sin(\theta)$$

Найдём T – кинетическую энергию системы и P – потенциальную энергию системы:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)}{2} = \frac{m\left(\dot{x}^2\sin^2(\theta) + x^2\dot{\theta}^2\cos^2(\theta) + 2x\dot{x}\dot{\theta}\sin(\theta)\cos(\theta)\right)}{2} +$$
$$+ \frac{m\left(\dot{x}^2\sin^2(\theta) + x^2\dot{\theta}^2\cos^2(\theta) + 2x\dot{x}\dot{\theta}\sin(\theta)\cos(\theta)\right)}{2} = \frac{m\left(\dot{x}^2 + x^2\dot{\theta}^2\right)}{2}$$

$$P = -mgx\cos(\theta) + \frac{kx^2}{2}$$

Функция Лагранжа:

$$L = T - P = \frac{m\left(\dot{x}^2 + x^2\dot{\theta}^2\right)}{2} + mgx\cos(\theta) - \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} = \left[\frac{d}{dt}\right] = m\ddot{x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = mx\dot{\theta}^2 + mg\cos(\theta) - kx$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mx^2\dot{\theta} = \left[\frac{d}{dt}\right] = m\left(2x\dot{x}\dot{\theta} + x^2\ddot{\theta}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgx\sin(\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$m\ddot{x} - mx\dot{\theta}^2 - mg\cos(\theta) + kx = 0$$

$$m\left(2x\dot{x}\dot{\theta} + x^2\ddot{\theta}\right) + mgx\sin(\theta) = 0$$

$$m\ddot{x} - mx\dot{\theta}^2 - mg\cos(\theta) + kx = 0$$

$$2\dot{x}\dot{\theta} + x\ddot{\theta} + g\sin(\theta) = 0$$

Выполнить численное моделирование системы из ДЗ №1 с произвольными начальными условиями для каждой из обобщенных координат. Исследовать влияние изменения указанного параметра на 20% в обе стороны от указанного значения на динамику системы. По результатам моделирования построить графики изменения обобщенных координат во времени, а также фазовый портрет системы. Вектор времени принять от 0 до 40 секунд с шагом 0.01 секунда.

Вариант	k	m	g(t)	Параметр
25	15	10	1/9.815t^2	g

Приведём систему к нормальной форме Коши:

Пусть

$$x1 = \theta$$

$$x2 = \dot{\theta}$$

$$x3 = x$$

$$x4 = \dot{x}$$

Тогда

$$\dot{x1} = x2$$

$$\dot{x2} = \frac{-g \cdot \sin(x1)}{x3} - \frac{2 \cdot x4 \cdot x2}{x3}$$

$$\dot{x3} = x4$$

$$\dot{x4} = x3 \cdot x2^2 - \frac{k}{m} x3 + g \cdot \cos(x1)$$

```
global Vhod
m = 10;
k = 15;
g = 1.\(Vhod.g*t.^2);
Theta = zeros(4, 1);

Theta(1) = X(2);
Theta(2) = - (g* sin(X(1)))/X(3) - 2*X(4)*X(2)/(X(3)) ;
Theta(3) = X(4);
Theta(4) = X(3)*X(2)^2 - (k*X(3))/m + g*cos(X(1));
end
```

Рис.1. Функция, задающая ДУ в среде MATLAB.

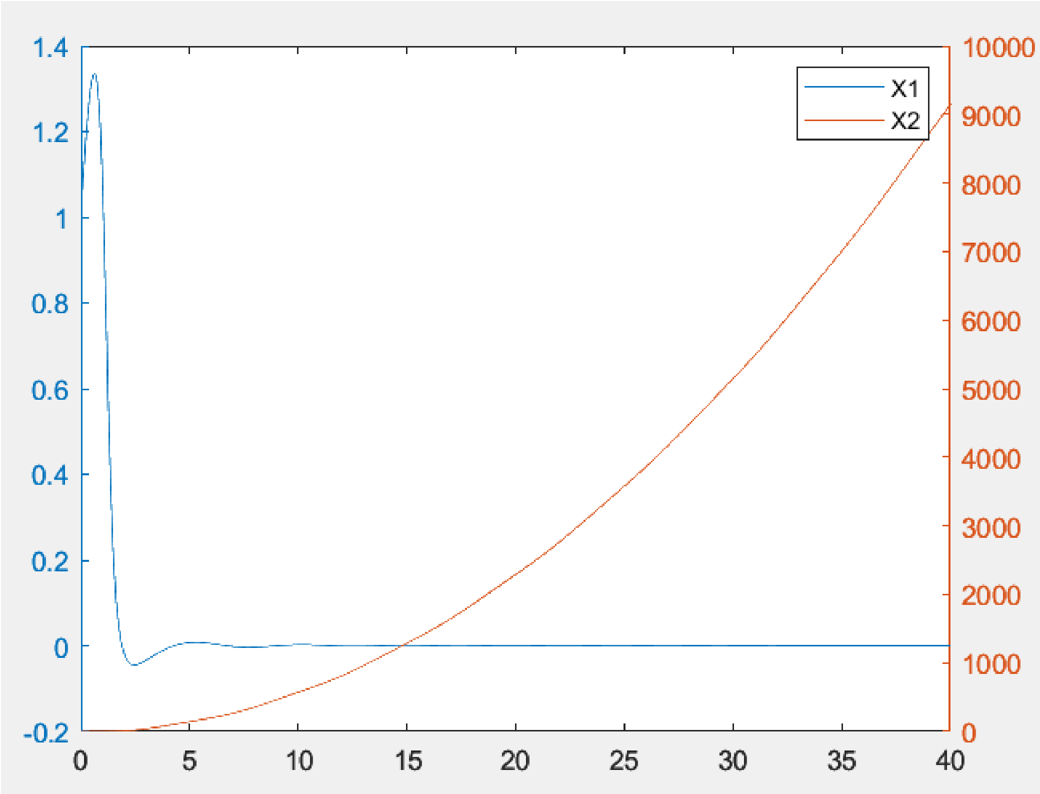


Рис.2. Графики обобщенных координат от времени

График при изменении параметра g в промежутке от -20% до +20% представлены на Рис.3

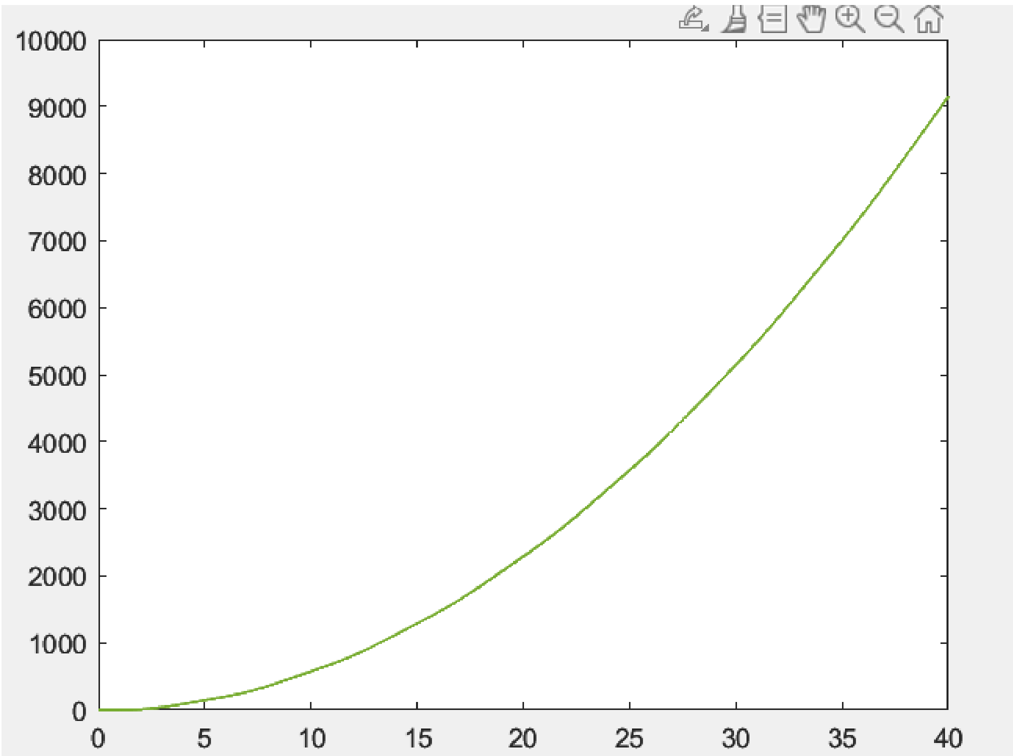
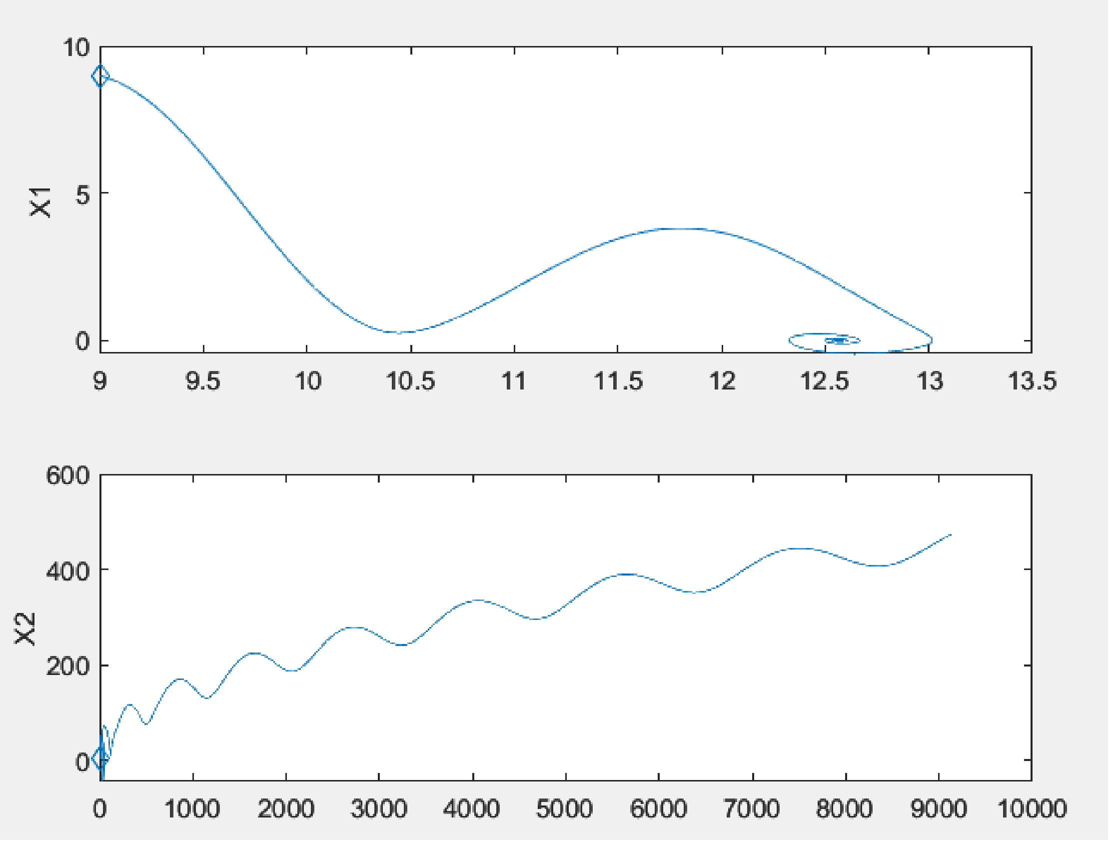
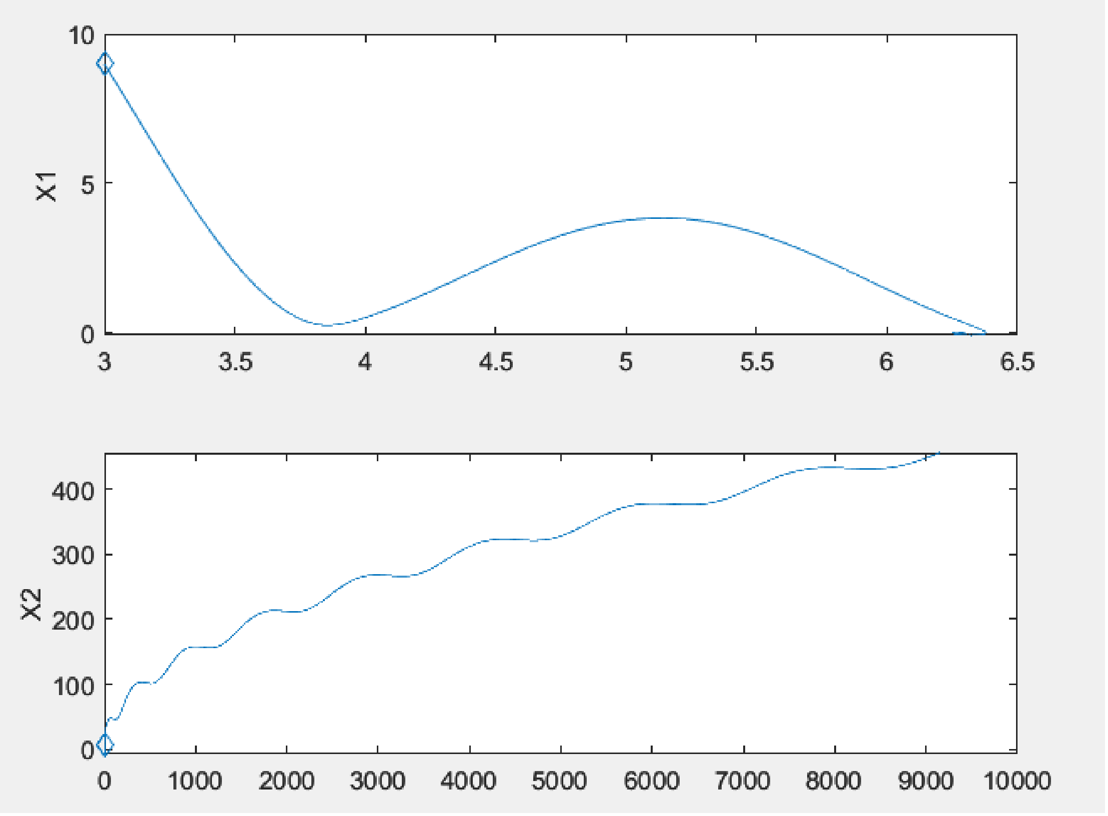


Рис.3. График при изменении параметра g на 20%

Из данного графика следует вывод, что изменение параметра g на 20% не сильно влияет на функцию.

Фазовый портрет системы представлен на Рис.4.





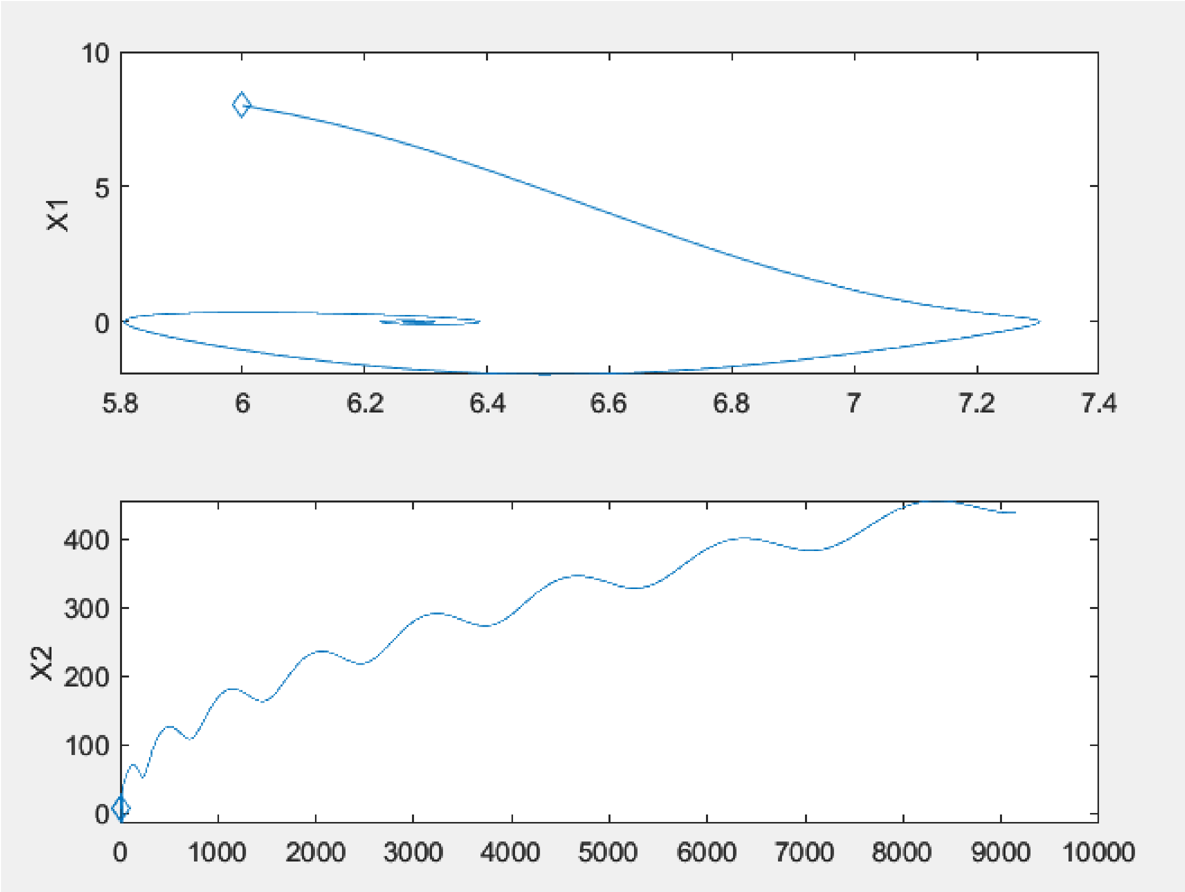


Рис.4. Фазовый портрет системы со случайными входными данными

Фазовый портер при изменении параметра g в промежутке от -20% до +20% представлен на Рис.5

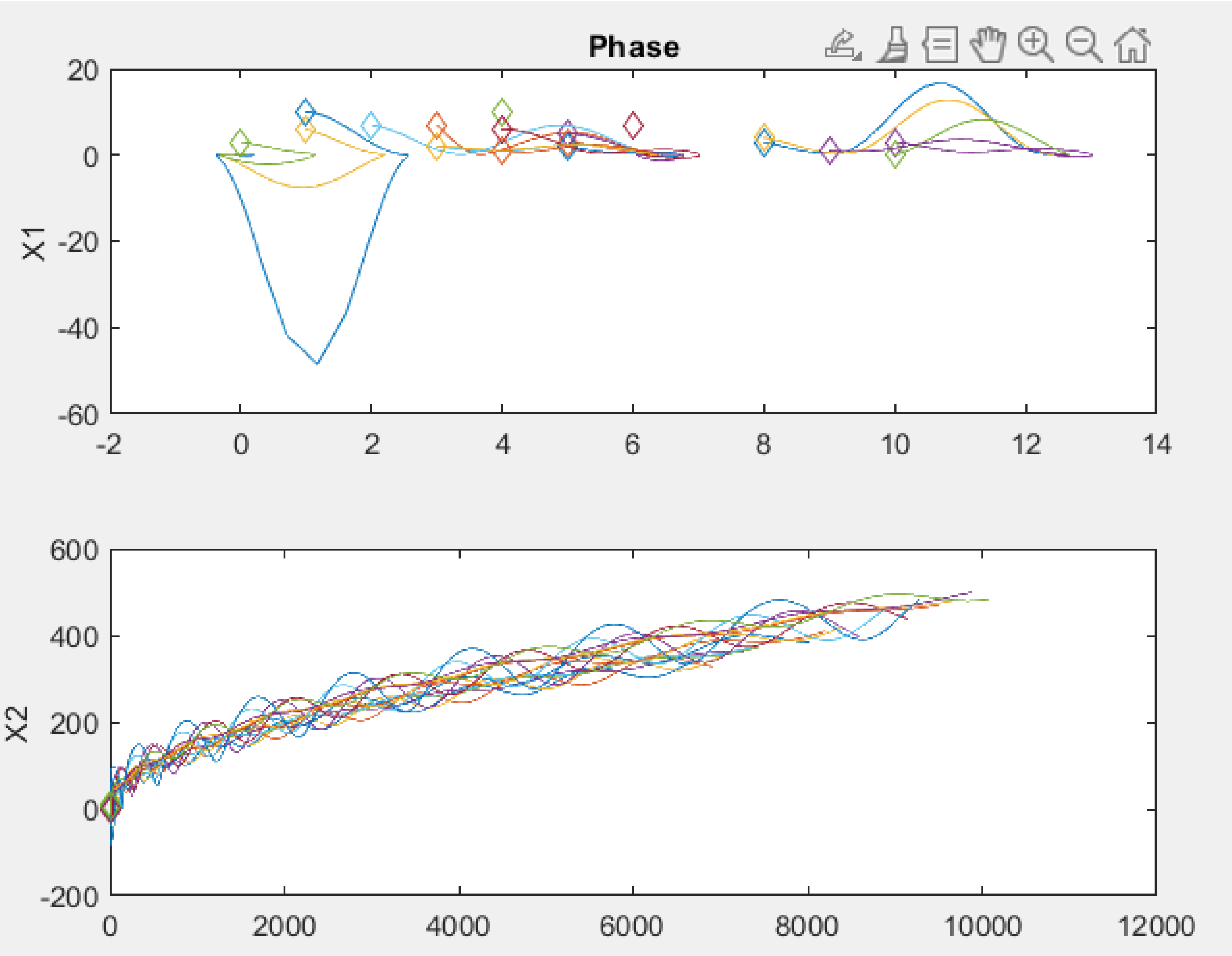


Рис.5. Фазовый портрет системы с изменением g в фазовой области.

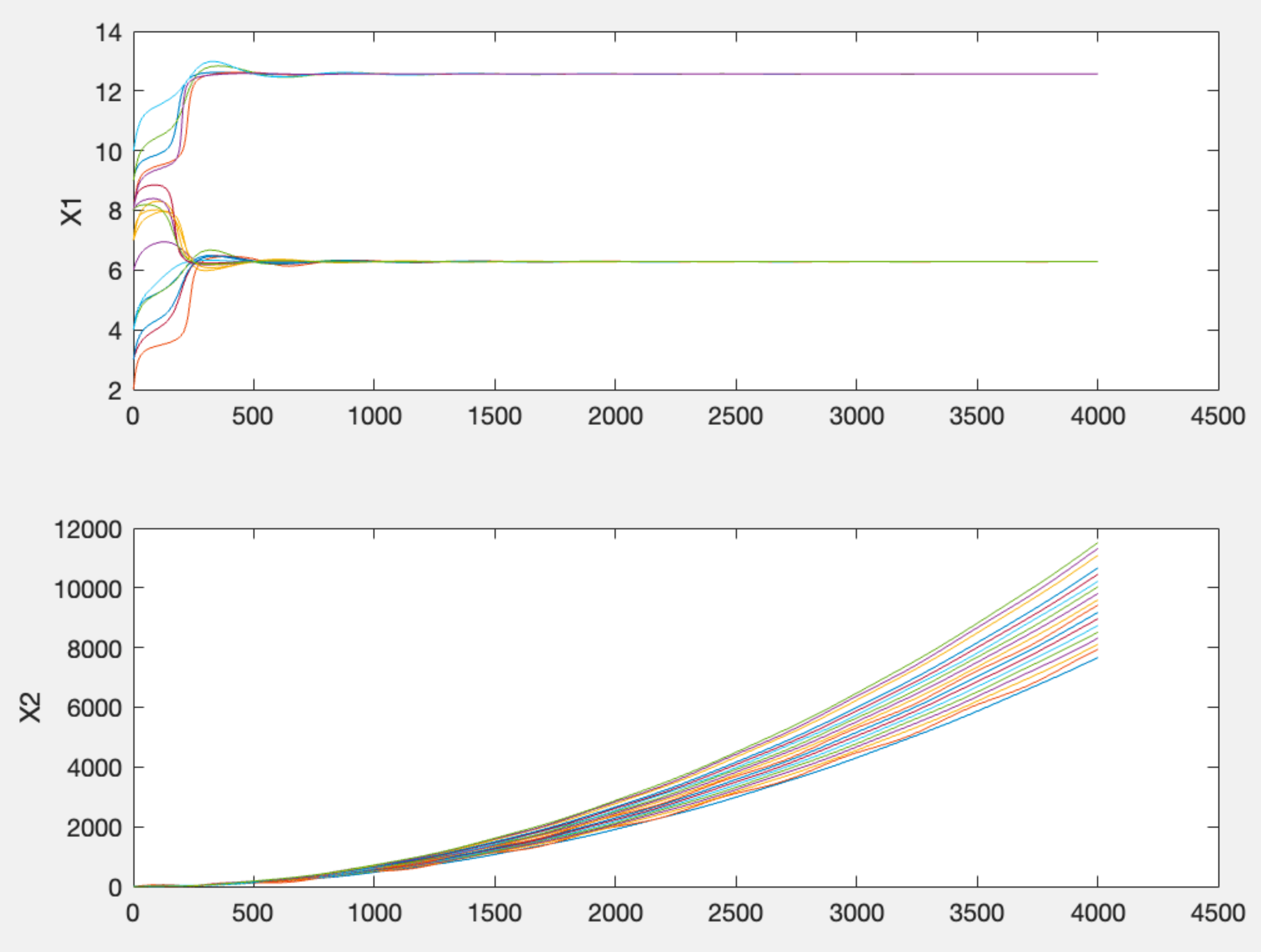


Рис.6. Фазовый портрет системы с изменением g во временной области.

Вывод:

Была получена математическая модель на основе системы нелинейных ДУ. 20-ти процентное изменение ускорения свободного падения не оказывает высокого влияния на полученную модель, при этом она не является хаотичной, т.к. при случайных входных условиях все равно стремится к определенной точке.