При написании программ обязательно:

- использовать комментарии, содержащие назначение программы и описание ее переменных;
- вывод результатов сопровождать пояснительным текстом.

По результатам работы должен быть составлен отчет, содержащий текст индивидуального задания, тексты *script*-файлов и файлов-функций, а также графическое представление результатов работы.

Варианты индивидуальных заданий

Вариант 1

1. Вычислить корни полинома

$$f(x) = x^2 + 6e^{0,15x}$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5,4x_1 + 1,8x_2 - 3x_3 = 7 \\ 4,5x_1 - 2,8x_2 + 6,7x_3 = 2,6 \\ 5,1x_1 + 3,7x_2 - 1,4x_3 = -0,14 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x) = \sqrt{x-1}(\sin(2x) + 3x^2)$$
$$1 \le x \le 2,5$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$x \cdot \lg(x) - 1,2 = 0$$

Вариант 2

1. Вычислить корни полинома

$x^3 + 0{,}1x^2 + 0{,}4x - 1{,}2$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3{,}8x_1 + 6{,}7x_2 - 1{,}2x_3 = 5{,}2 \\ 6{,}4x_1 + 1{,}3x_2 - 2{,}7x_3 = 3{,}8 \\ 2{,}4x_1 - 4{,}5x_2 + 3{,}5x_3 = -0{,}6 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$f(x) = \sqrt{x}\left(\sin(x) + \cos(x)\right)$

$2 \le x \le 3$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{1,2}^{2,7} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3{,}3}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$x^2 - 4\sin 10x = 0$

Вариант 3

1. Вычислить корни полинома.

$9x^5 + x^2 - 2x - 1$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$f(x) = e^{-0,5x} * x^2 - 0{,}5\cos x$

$0 \le x \le \pi/2$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1{,}3}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$\lg(2+x)+2x-3=0$$

Вариант 4

1. Вычислить корни полинома.

$$x^4+2x^3-x-1$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5{,}92x_1-1{,}24x_2-1{,}84x_3=2{,}44 \\ 2{,}72x_1-9{,}71x_2+2{,}43x_3=2{,}4 \\ 1{,}76x_1-3{,}12x_2+9{,}38x_3=1{,}93 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x)=2x^3+4x-1$$
$$0\le x\le 0{,}5$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0{,}2}^{1{,}2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$\cos x - x + 1 = 0$$

Вариант 5

1. Вычислить корни полинома

$$x^3-0{,}1x^2+1{,}5x-1{,}5$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2{,}7x_1 + 0{,}9x_2 - 1{,}5x_3 = 3{,}5 \\ 4{,}5x_1 - 2{,}8x_2 + 6{,}7x_3 = 2{,}6 \\ 5{,}1x_1 + 3{,}7x_2 - 1{,}4x_3 = -0{,}14 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x) = 0{,}5\sin x - 0{,}2\cos x$$
$$0 \le x \le \pi/3$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0{,}8}^{1{,}4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$e^x + \sqrt{1 + e^{2x}} - 2 = 0$$

Вариант 6

1. Найти корни полинома.

$$x^4 + 2x^3 - x - 1$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x) = e^x \sin x^2$$
$$\pi/2 \le x \le \pi$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0{,}4}^{1{,}2} \frac{dx}{\sqrt{2 + 0{,}5x^2}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$2\ln x - \frac{1}{x} + 0{,}5 = 0$$

Вариант 7

1. Вычислить корни полинома

$$x^5 + 2x^2 - x + 11$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x) = 2\sin x^2 - x$$
$$1 \le x \le 3$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{2 + 0{,}5x^2}}$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$x + \lg x - 0{,}5 = 0$$

Вариант 8

1. Вычислить корни полинома

$$5x^3 + x - 4$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x)=\sqrt{x+1}(\sin 2x+3x^2)$$

$$1\le x\le 2{,}5$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0,6}^{1,4} x^2 \cos x dx$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$e^x-e^{-x}-2=0$$

Вариант 9

1. Вычислить корни полинома

$$x^3-9x$$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 10x_1+x_2+x_3=12 \\ 2x_1+10x_2+x_3=13 \\ 2x_1+2x_2-10x_3=14 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$$f(x)=x^2+6e^{0,15x}$$

$$0\le x\le 1$$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(x^2)}{x+1}dx$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$$x^2-\sin 5x=0$$

Вариант 10

1. Вычислить корни полинома

$x^3 - 0{,}1x^2 + 0{,}4x - 1{,}5$

2. Найти решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2{,}7x_1 + 0{,}9x_2 - 1{,}5x_3 = 3{,}5 \\ 4{,}5x_1 - 2{,}8x_2 + 6{,}7x_3 = 2{,}6 \\ 5{,}1x_1 + 3{,}7x_2 - 1{,}4x_3 = -0{,}14 \end{cases}$$

3. Найти значение локального минимума и максимума функции

$f(x) = e^{-0{,}5}x^2 - 0{,}5\cos x$

$0{,}5 \le x \le 1{,}5$

4. Вычислить значение определенного интеграла

$$\int_{1{,}6}^{2{,}4} (x+1)\sin x dx$$

5. Решить трансцендентное уравнение

$1{,}8x^4 - \sin 10x = 0$

Варианты индивидуальных заданий

Вариант 1. В гелиоцентрической системе отсчета Земля движется по окружности радиуса R_1=1,496·10^8 км (период обращения T_1=3,156·10^7 с**).** Координаты Земли описываются зависимостями

$$X_3(t) = R_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t + \varphi_0\right), \; Y_3(t) = R_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t + \varphi_0\right), \; \varphi_0 = 0 \cdot$$

Луна, в свою очередь движется вокруг Земли по окружности радиусом R_2=3,844·10^5 км (период обращения T_2=2,36·10^6 с). Координаты Луны в геоцентрической системе координат:

$$X'_л(t) = R_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right), \quad Y'_л(t) = R_2 \sin\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right).$$

Построить орбиты Земли и Луны в гелиоцентрической системе координат. Промоделировать, как изменится картина при других значениях R_2 и T_2, например при R_2=3,844·10^7 км, T_2=2,36·10^5 с.

Вариант 2. Получить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) цифрового рекурсивного фильтра N-го порядка:

$$A(\omega) = \left(\frac{A_{11}^2 + A_{12}^2}{B_{11}^2 + B_{12}^2}\right)^{1/2};$$

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\left(\frac{A_{12}B_{11} - A_{11}B_{12}}{A_{11}B_{11} + A_{12}B_{12}}\right),$$

где $A_{11} = \sum_{k=0}^{N} a_k \cos(k\omega T_d)$; $A_{12} = \sum_{k=0}^{N} a_k \sin(k\omega T_d)$; $B_{11} = \sum_{i=1}^{N} b_i \cos(i\omega T_d)$; $B_{12} = \sum_{i=1}^{N} b_i \sin(i\omega T_d)$; a_k и b_i – весовые коэффициенты фильтра, T_d – период дискретизации. Принять $T_d = 0{,}001$ с, $N = 2$, ωT_d – изменять от 0 до π.

Значения весовых коэффициентов вводить с клавиатуры:

a_0=1; a_1= -2,208; a_2= 1,208; b_1= -0,848; b_2= 0,36.

Вариант 3. В ультразвуковом дефектоскопе поисковый элемент (излучатель ультразвуковых импульсов и приемник отраженных сигналов) совершает движение из одного крайнего положения в другое и останавливается.

Математическая модель закона изменения ускорения:

$$g(t)=\begin{cases} g_m \sin(\pi \dfrac{t}{t_b}), & 0 \le t \le t_b\ , \\ 0, & t_b < t < t_n\ , \\ -g_m \sin(\pi \dfrac{t-t_n}{t_k-t_n}), & t_n \le t \le t_k\ . \end{cases}$$

Получить выражения для законов изменения скорости $v(t)$ и пути $S(t)$ и построить зависимости $g(t)$, $v(t)$, $S(t)$ для следующих исходных данных:

$$t_b = 0{,}1 \text{ с};\ t_n = 0{,}9 \text{ с};\ t_k = 1{,}0 \text{ с};\ g_m = 10\,\text{м/с}\cdot$$

Вариант 4. Построить траекторию спуска космического аппарата в трехмерном пространстве.

Законы изменения составляющих ускорения:

$$g_x(t) = g_{xm} \cos(\pi \frac{t}{t_k}),$$

$$g_y(t) = g_{ym} \cos(\pi \frac{t}{t_k}),$$

$$g_h(t) = g_{hm} \cos(\pi \frac{t}{t_k}).$$

Путем двойного интегрирования получить законы изменения координат $x(t)$, $y(t)$ и $h(t)$ для следующих начальных условий:

$$x(0) = y(0) = 0; \qquad h(0) = 250 \text{ км};$$

$$v_x(0) = v_y(0) = 8/\sqrt{2} \text{ км/с}; \qquad v_h(0) = 0.$$

Исходные данные:

$g_{xm} = g_{ym} = g$; g_{hm} = -4g; g = 9,8 м/с^2; t_k = 5 мин; шаг изменения времени Δt = 3 с.

Воспользоваться оператором *plot3*, местоположение указывать зеленой звездочкой. С помощью операторов *line* показать проекции точек положения космического аппарата на горизонтальную и вертикальную плоскости.

Вариант 5. Построить траекторию стартующей ракеты в трехмерном пространстве. Законы изменения координат:

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= x_0 + a_{x1}\frac{t^2}{2}, \\ y(t) &= y_0, \\ h(t) &= a_{h1}\frac{t^2}{2}, \end{aligned}\right\} \quad \text{при } 0 \le t \le 10;$$

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= x(10) + a_{x2}\frac{t^2}{2}, \\ y(t) &= y_0 + a_y\frac{t^2}{2}, \\ h(t) &= a_{h2}\frac{t^2}{2} + h(10) \end{aligned}\right\} \quad \text{при } 10 < t \le 50,$$

где $x_0 = 5$ км; $y_0 = 5$ км; $a_{x1} = 20$ м/с^2; $a_{x2} = 10$ м/с^2; $a_{h1} = 40$ м/с^2; $a_y = 20$ м/с^2; $a_{h2} = 0{,}3a_y$.

Воспользоваться оператором *plot3,* местоположение ракеты указывать красной звездочкой. С помощью операторов *line* показать проекции точек положения летательного аппарата на горизонтальную и вертикальную плоскости. Шаг изменения времени $\Delta t = 1$ с.

Вариант 6. Изобразить интерференционную картину, получившуюся при освещении оранжевым светом с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм плоской пластины с прижатыми к ней плосковыпуклыми линзами с радиусом кривизны выпуклой поверхности $R = 5$ м.

Разность фаз интерферирующих волн: $\varphi(r) = \dfrac{2\pi r^2}{\lambda R}$, где r – расстояние до центра интерференционной картины. $r = 0 \div 0{,}4 \cdot 10^{-2}$ м (шаг изменения $\Delta r = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ м). Яркость $I(r) = 2[1 + \cos(\varphi(r))]$.

Построить график зависимости $I(r)$ в декартовой и полярной системах координат. Для моделирования интерференционной картины ограничить $r_{\max} = 7 \cdot 10^{-3}$ м и построить матрицу значений фазы $\overline{F}$ и интенсивности отраженного света $\overline{I}$ размером 60×60.

$$F_{ij} = \frac{2\pi(x_i^2 + y_j^2)}{\lambda R}; \qquad I_{ij} = 2(1 + \cos(F_{ij})),$$

где координаты x_i и y_i изменяются так:

$$x_i = \frac{r_{\max}}{N} \cdot i - \frac{r_{\max}}{2}, \quad y_j = \frac{r_{\max}}{N} \cdot j - \frac{r_{\max}}{2}, \; N{=}60.$$

Построить график зависимости интенсивности отраженного света от координат и карту линий одного уравнения (командой *Contour*).

Вариант 7. Биоритмы человека представляют собой синусоиды, выходящие из нуля в день рождения человека и имеющие периоды: интеллектуальный – 33 дня, эмоциональный – 28 дней, физический – 23 дня.

По введенной дате рождения человека построить графики его биоритмов на текущий месяц (или указанный). Выделить на нем текущий день (или указанный).

Вариант 8. Колесо электровоза, движущегося со скоростью $v = 10$ м/с, имеет радиус $R = 1$ м. Необходимо рассчитать и построить траекторию точки, лежащей на расстоянии $r = 0{,}5$ м от оси колеса. Считать, что в начальный момент времени точка находилась в самом нижнем положении. Кинематические уравнения движения точки:

$$x(t) = vt - r\sin\frac{vt}{R}, \quad y(t) = R - r\cos\frac{vt}{R}.$$

Построить график на интервале $t = 0 \div 2$ с. Указать на графике положения точки в моменты $t_1 = 0{,}4$ с и $t_2 = 0{,}8$ с. Изобразить вектора скорости движения точки для моментов t_1 и t_2.

Вариант 9. Осуществить гармонический синтез пилообразного сигнала по первым 3, 6 и 15 гармоникам:

$$y(t) = \sum_i \frac{(-1)^{i+1}}{i}\sin(2\pi\frac{t}{T}i).$$

Для этого суммировать 3, 6 и 15 синусоидальных сигналов соответственно. Построить графики полученных сигналов при T= 50, t=0 ÷ T.

Вариант 10. В момент преодоления самолетом звукового барьера число Маха становится равным единице. Функция, определяющая число Маха:

$$M(v,H)=\sqrt{5\left(\left(\left(\left(\left(1+0{,}2\left(\frac{v}{a}\right)^2\right)^{3,5}\right)-1\right)\left(1-b\frac{H}{c}\right)^d+1\right)^e-1\right)},$$

где v – скорость полета самолета; H – высота полета; коэффициенты: a = 1222,5; $b = 6{,}875\cdot10^{-6}$; c = 0,3048; d = -5,2656; e = 0,286.

Получить графики зависимости $M(v)$ для H=500; 1000; 2000; 5000; показать уровень M=1, соответствующий достижению скорости звука.

Из условия $M(v,H)$=1 получить зависимость скорости преодоления звукового барьера v от высоты H. Для этого, изменяя H в диапазоне от 0 до $2{,}5\cdot10^4$, решать уравнение $M(v,H) - 1 = 0$. При решении уравнения передавать H в функцию, описывающую правую часть уравнения, как глобальное данное (командой *global H*). Построить график зависимости $v(H)$, при котором $M(v,H) = 1$.

(Для сведения: при $H \approx 0$, $v \approx 1200$ км/ч; при $H \approx 2{,}5\cdot 10^4$, $v \approx 150$ км/ч).

По результатам работы должен быть составлен отчет, содержащий текст индивидуального задания, тексты *script*-файлов и файлов-функций, а также графическое представление результатов работы.