

# Методы эволюционного программирования

---

ПОДГОТОВИЛ: ЛУШКИН А.А.

ЛЕКЦИИ: 1,2

## Оптимизационная задача

$$\min_x f(x) \Leftrightarrow \max_x [-f(x)]$$

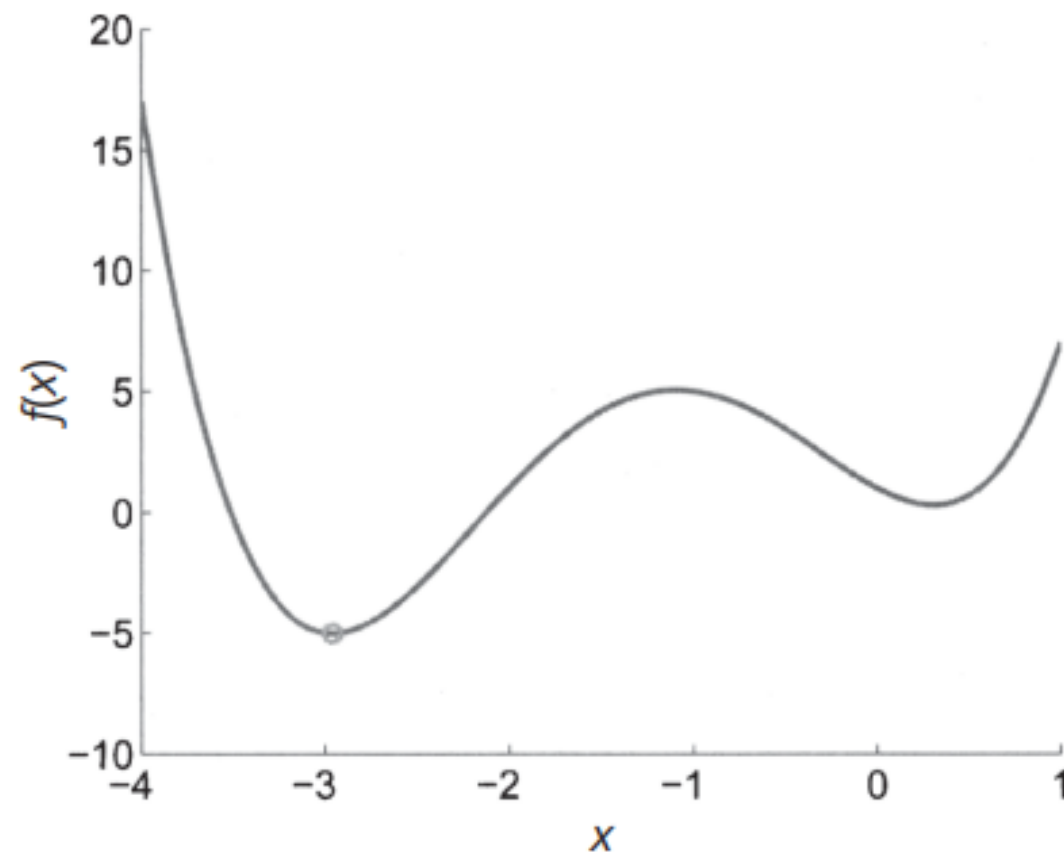
$$\max_x f(x) \Leftrightarrow \min_x [-f(x)].$$

$\min_x f(x) \Rightarrow f(x)$  называется «стоимостью»,  
или «целевым критерием»

$\max_x f(x) \Rightarrow f(x)$  называется «приспособленностью»,  
или «целевым критерием».

## Оптимизационная задача

$$\min_x f(x), \quad \text{где } f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1.$$



В некоторых функциях  $\min f(x)$  встречается при более чем одном значении  $x$ ; если это происходит, то  $f(x)$  имеет несколько глобальных минимумов. Локальный минимум  $x^*$  может быть определен как

$$f(x^*) < f(x) \text{ для всех } x \text{ such that } \|x - x^*\| < \varepsilon,$$

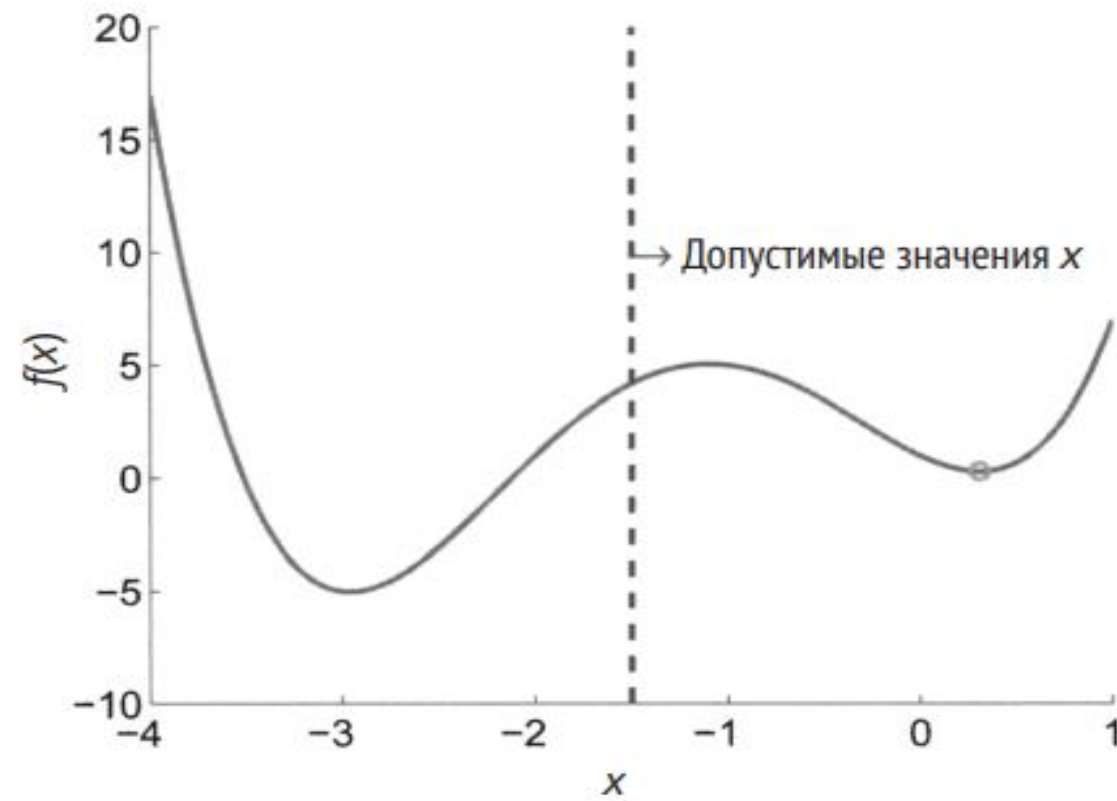
В некоторых функциях  $\min_x f(x)$  встречается при более чем одном значении  $x$ ; если это происходит, то  $f(x)$  имеет несколько глобальных минимумов. Локальный минимум  $x^*$  может быть определен как

$$f(x^*) \leq f(x) \text{ для всех } x.$$

## Ограниченная оптимизация

$$\min_x f(x), \quad \text{где} \quad f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1$$

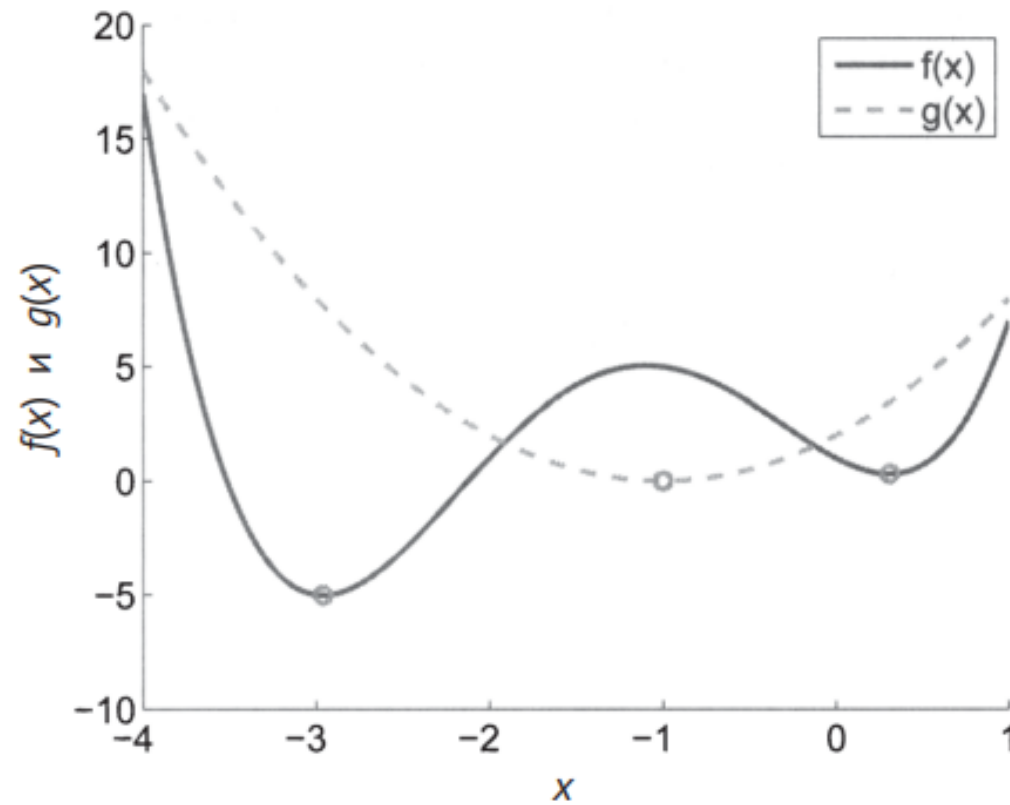
и  $x \geq -1.5$ .



## Многокритериальная оптимизация

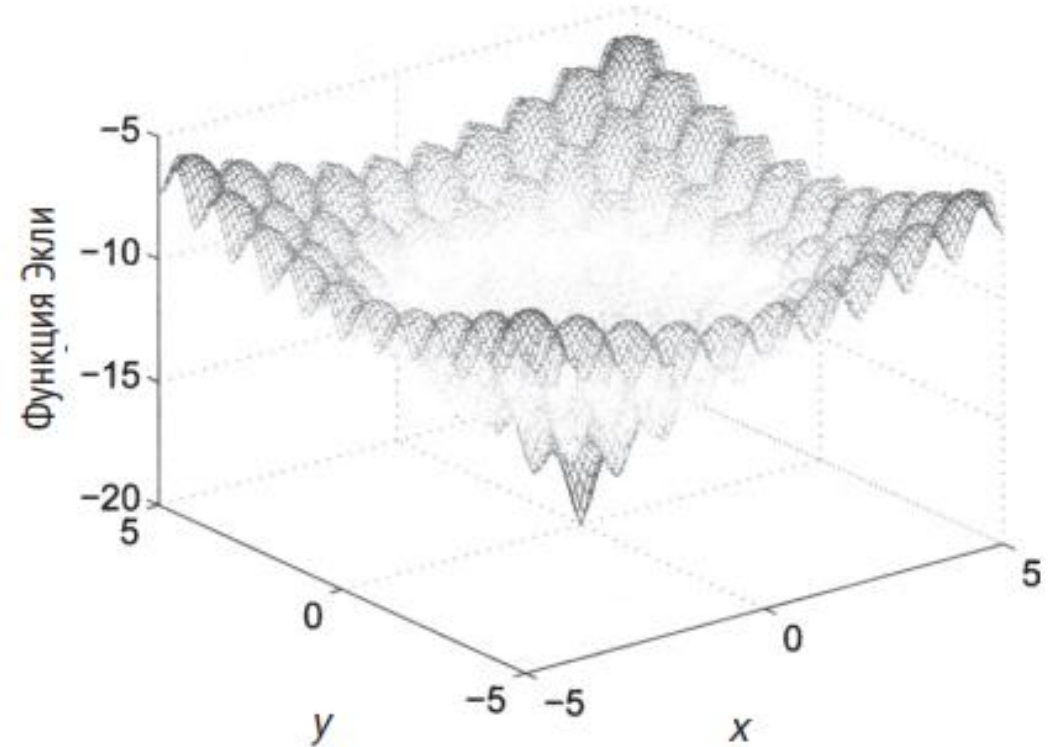
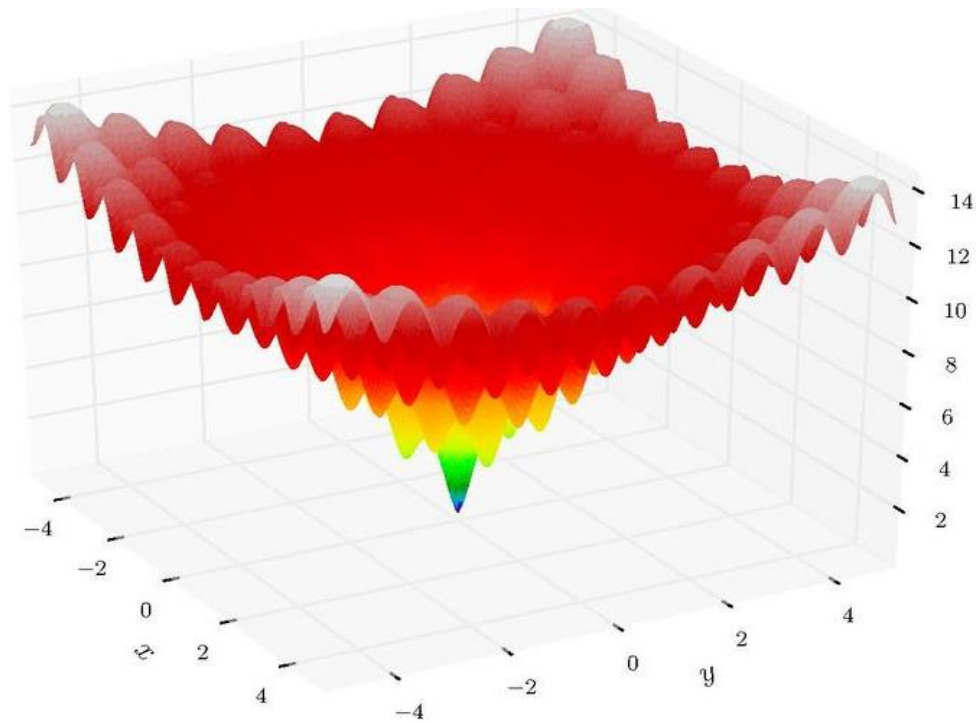
$\min_x [f(x) \text{ и } g(x)],$  где  $f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1$

и  $g(x) = 2(x + 1)^2.$



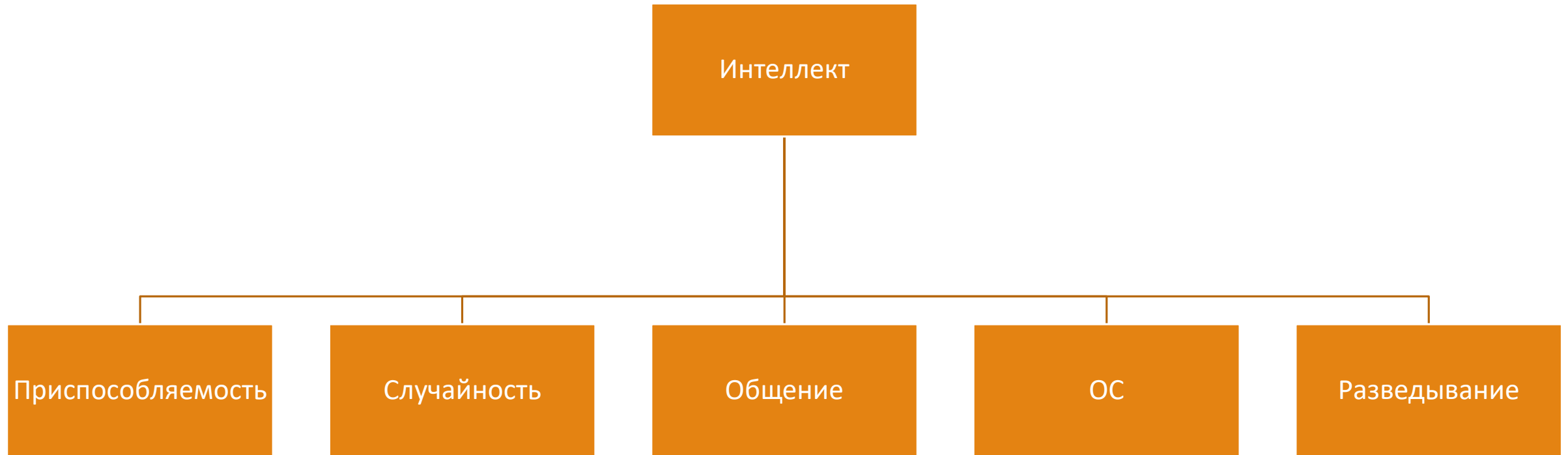
# Многокритериальная оптимизация

Задача мультимодальной оптимизации – это задача, имеющая более одного локального минимума.



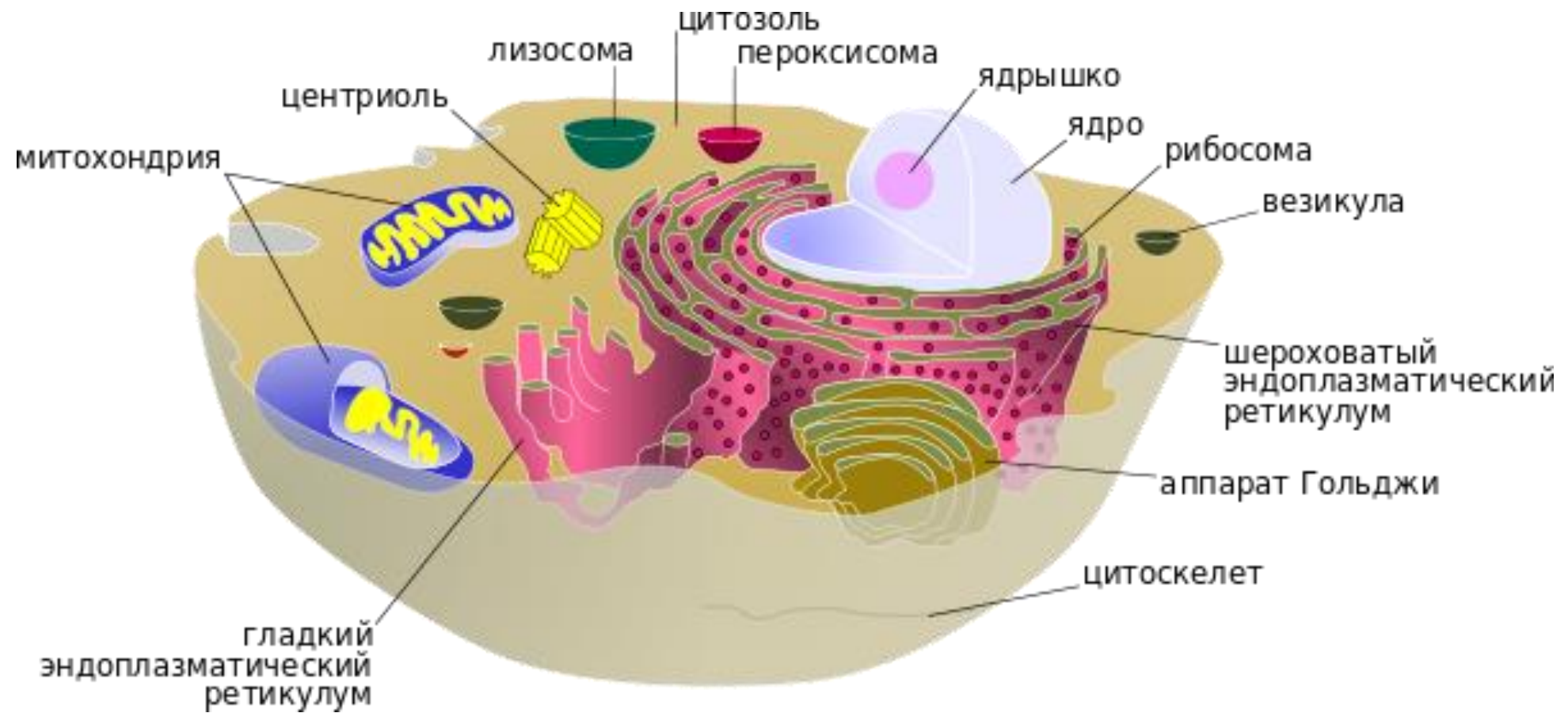
$$f(x, y) = e - 20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \right) - \exp \left( \frac{\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)}{2} \right).$$

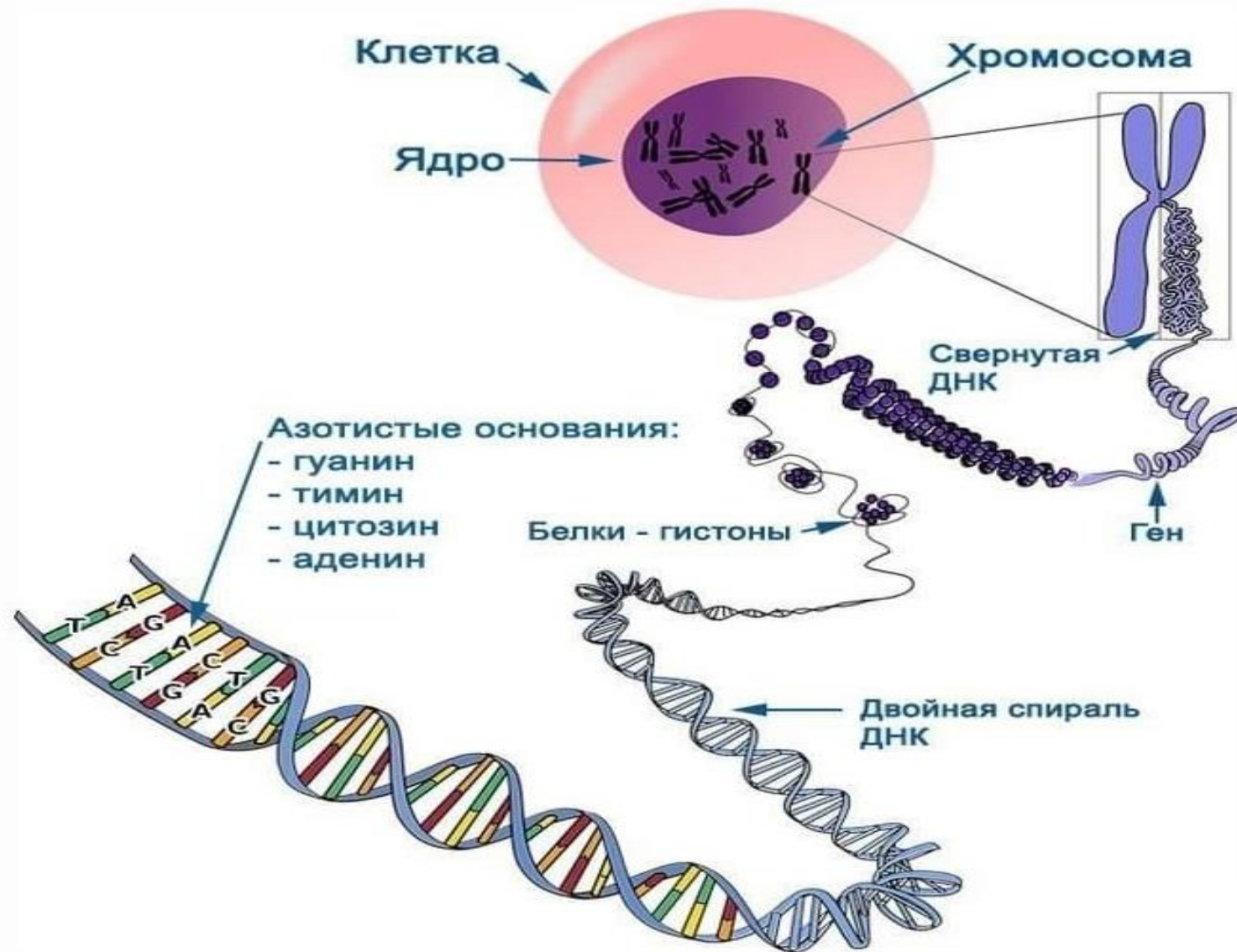
# *Интеллектуальные системы*





# Генетика



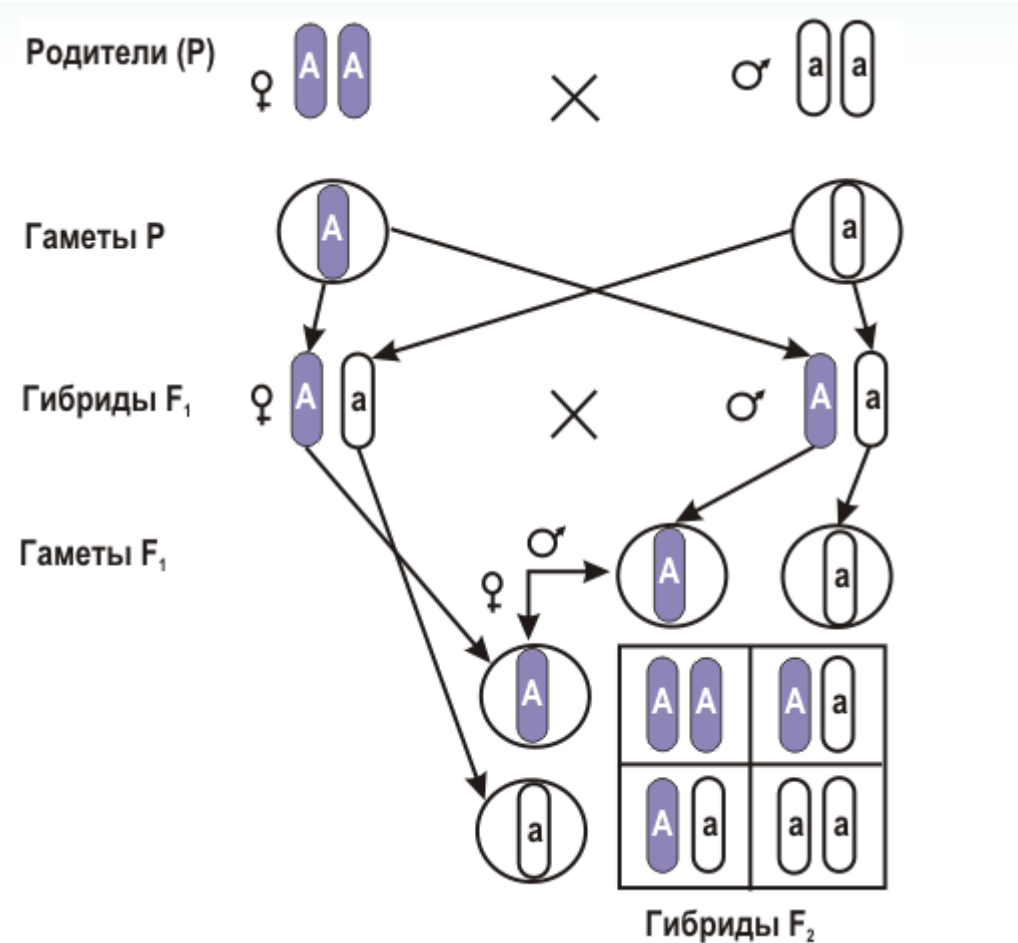


**Генотип** (или геном) — это уникальная комбинация генов человека, или индивидуальный набор генов. Таким образом, генотип — это полный комплект инструкций о том, как в организме данного человека должны синтезироваться белки и, следовательно, какое строение и функции *должны быть* у организма.

**Фенотип** — это *фактическое* строение и функция организма человека. Фенотип — это то, как генотип проявляется у человека: не все инструкции, заложенные в генотипе, могут проявляться (или выражаться). Выражен ли ген и то, как он выражен, определяется не только самим генотипом, но и окружающей средой (в том числе заболеваниями и питанием), а также другими факторами, часть которых до сих пор неизвестна.

**Кариотип** — это картина полного набора хромосом в клетках человека.

Всего у человека около 20 000-23 000 генов



Рассмотрим трех человек:

Крис имеет два гена карих глаз

Джули – два гена зеленых глаз

Терри – их сын.

- Крис: карие / карие → карие глаза
- Джули : зеленые / зеленые → зеленые глаза
- Терри: карие / зеленые → карие глаза

## *Генетический алгоритм*

Предположим, что наша задача предполагает конструирование мобильного робота малой массы, который обладает достаточной мощностью для навигации по пересеченной местности и достаточной дальностью, чтобы ему не приходилось возвращаться на свою базу слишком часто. Параметры, которые нам нужно определить в нашей конструкции робота, включают тип и размер двигателя, тип и размер источника питания.

000 = 5-вольтовый шаговый двигатель  
001 = 9-вольтовый шаговый двигатель  
010 = 12-вольтовый шаговый двигатель  
011 = 24-вольтовый шаговый двигатель  
100 = 5-вольтовый серводвигатель  
101 = 9-вольтовый серводвигатель  
110 = 12-вольтовый серводвигатель  
111 = 24-вольтовый серводвигатель

000 = 12-вольтовая никель-кадмиевая батарея  
001 = 24-вольтовая никель-кадмиевая батарея  
010 = 12-вольтовая литий-ионная батарея  
011 = 24-вольтовая литий-ионная батарея  
100 = 12-вольтовая солнечная панель  
101 = 24-вольтовая солнечная панель  
110 = 12-вольтовый термоядерный реактор  
111 = 24-вольтовый термоядерный реактор

Приспособленность = Дальность (часы) + Мощность (Вт) – Вес (кг).

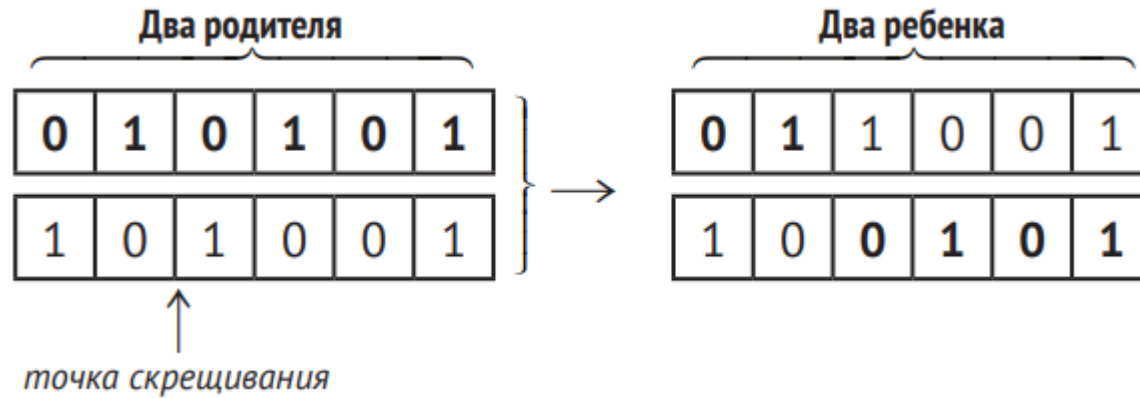
Особь 1 =  $\underbrace{\text{12-вольтовый шаговый, двигатель}}_{010}$   $\underbrace{\text{24-вольтовая солнечная панель}}_{101}$

Особь 2 =  $\underbrace{\text{9-вольтовый, серводвигатель}}_{101}$   $\underbrace{\text{24-вольтовая никель-кадмиевая батарея}}_{001}$

- Особь 1 кодируется битовой строкой 010101, особь 2 – битовой строкой 101001. Каждый бит называется аллелем.
- Последовательность бит в особи, которая содержит информацию о каком-то признаке этой особи, называется геном.
- Конкретные гены называются генотипами, а специфичный для конкретной задачи параметр, который представлен генотипом, называется фенотипом.



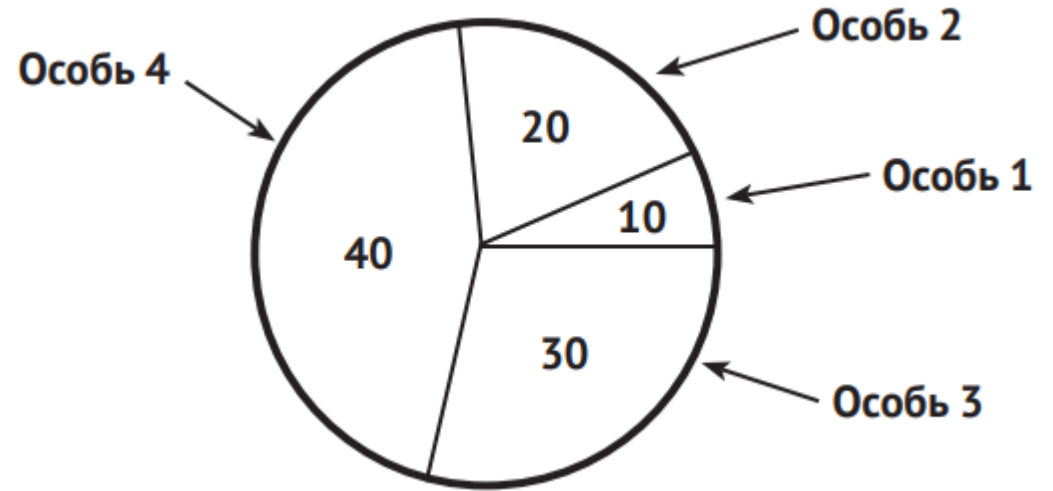
## Скрещивание



Два родителя спарились (то есть пересеклись) и родили двух детей. Каждый ребенок получает некую генетическую информацию от одного родителя и другую – от другого. Родители умирают, а дети выживают и продолжают эволюционный процесс. Это событие называется одним генетико-алгоритмическим поколением. Как и в биологии, часть детей будет иметь высокую приспособленность, а другие – низкую. Низко приспособленные особи имеют высокую вероятность умереть в своем поколении; то есть в генетическом алгоритме они из симуляции извлекаются. Высоко приспособленные особи выживают и скрещиваются с другими высоко приспособленными особями и тем самым производят новое поколение особей. Этот процесс продолжается до тех пор, пока генетический алгоритм не найдет приемлемое решение оптимизационной задачи

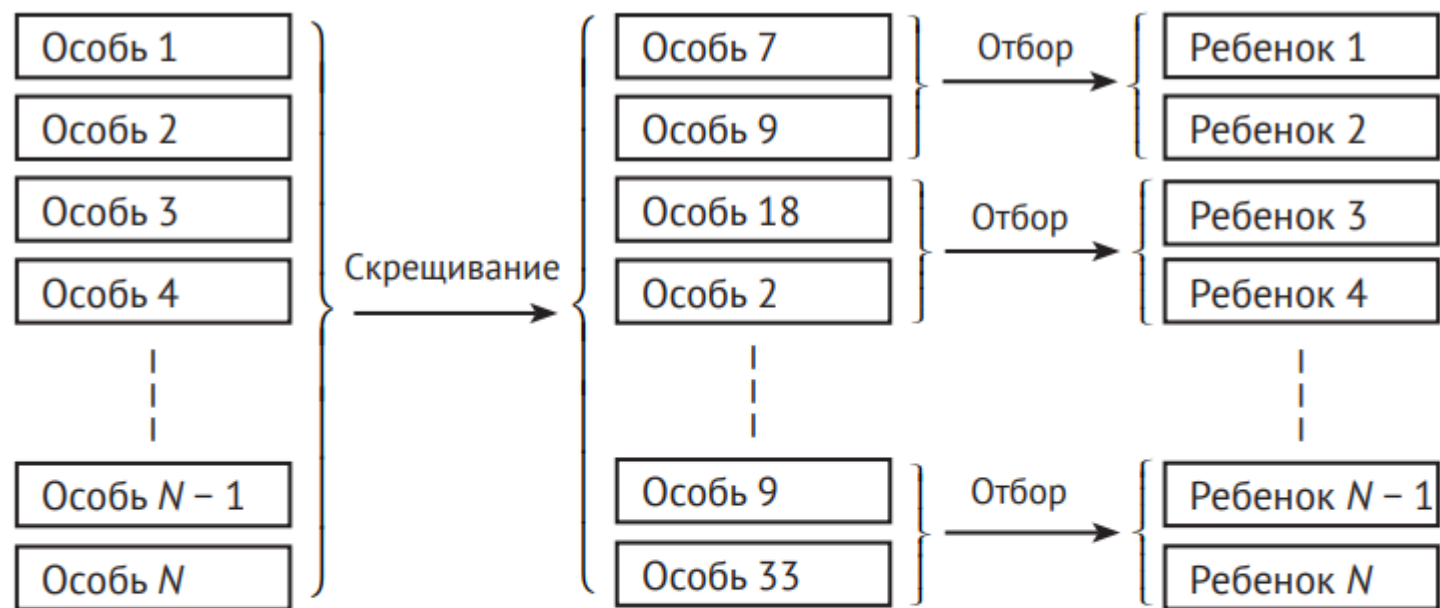
## Отбор

Особь 1: Приспособленность = 10  
Особь 2: Приспособленность = 20  
Особь 3: Приспособленность = 30  
Особь 4: Приспособленность = 40



Одним из распространенных способов отбора родителей является отбор по принципу колеса рулетки, или рулеточный отбор, который еще также называется отбором пропорционально приспособленности. Предположим, в популяции есть четыре особи. (Реальный генетический алгоритм будет иметь гораздо больше четырех особей, но этот пример дан просто для иллюстрации.)





**Рис. 3.3.** Иллюстрация скрещивания популяции родителей для создания популяции детей. Исходная популяция из  $N$  особей слева проходит процесс отбора, возможно, рулеточный отбор, для того чтобы создать множество из  $N$  родителей. Некоторые особи, возможно, будут отобраны более одного раза, в то время как другие особи, возможно, не будут отобраны ни разу. Затем каждая пара родителей в середине скрещивается и создает пару детей. Взято из публикации [Whitley, 2001]

## Мутация

Для того чтобы реализовать мутацию, мы выбираем мутационную вероятность, скажем, 1%. Это означает, что, после того как процесс скрещивания производит детей, каждый бит в каждом ребенке имеет 1%-ную вероятность переключиться на противоположное значение (1 меняется на 0 или 0 меняется на 1). Мутация проста, но важно выбрать разумную мутационную вероятность. Слишком высокая мутационная вероятность приводит к тому, что генетический алгоритм ведет себя как случайный поиск, что обычно не является отличным способом решения задачи. Слишком низкая мутационная вероятность приводит к проблемам, связанным с близкородственным скрещиванием и эволюционными тупиками, что также не позволяет генетическому алгоритму найти хорошее решение. Если у нас популяция из  $N$  особей  $x_j$ , где каждая особь имеет  $n$  бит, а скорость мутации равна  $p$ , то в конце каждого поколения мы переворачиваем каждый бит в каждой особи с вероятностью  $p$ :

$$r \leftarrow U[0, 1]$$
$$x_i(k) \leftarrow \begin{cases} x_i(k) & \text{если } r \geq p \\ 0 & \text{если } r < p \text{ и } x_i(k) = 1 \\ 1 & \text{если } r < p \text{ и } x_i(k) = 0 \end{cases}$$

## *Краткая формулировка генетического алгоритма*

Родители  $\leftarrow$  {случайно сгенерированная популяция}

**While not** (критерий останова)

Рассчитать приспособленность каждого родителя в популяции

Дети  $\leftarrow \emptyset$

**While** | Дети | < | Родители |

Применить приспособленности для вероятностного отбора пары родителей с целью их спаривания

Спарить родителей для создания детей  $c_1$  и  $c_2$

Дети  $\leftarrow$  Дети  $\cup \{c_1, c_2\}$

**Loop**

Случайно мутировать нескольких детей

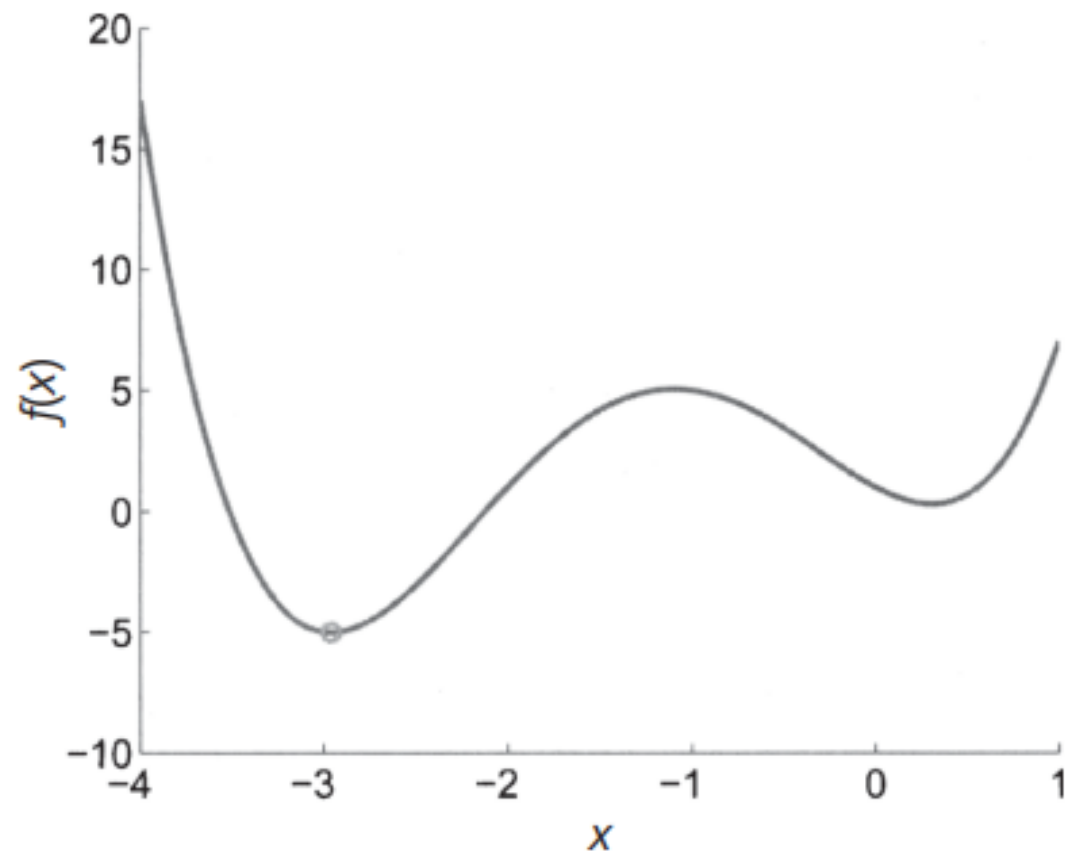
Родители  $\leftarrow$  Дети

**Next** поколение

## *Регулируемые параметры*

- Схема кодирования
- Функция приспособленности
- Размер популяции
- Метод отбора
- Скорость мутации
- Шкалирование приспособленности
- Тип скрещивания
- видообразование/инцест

## Пример



$$\min_x f(x), \quad \text{где } f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1.$$

## Пример

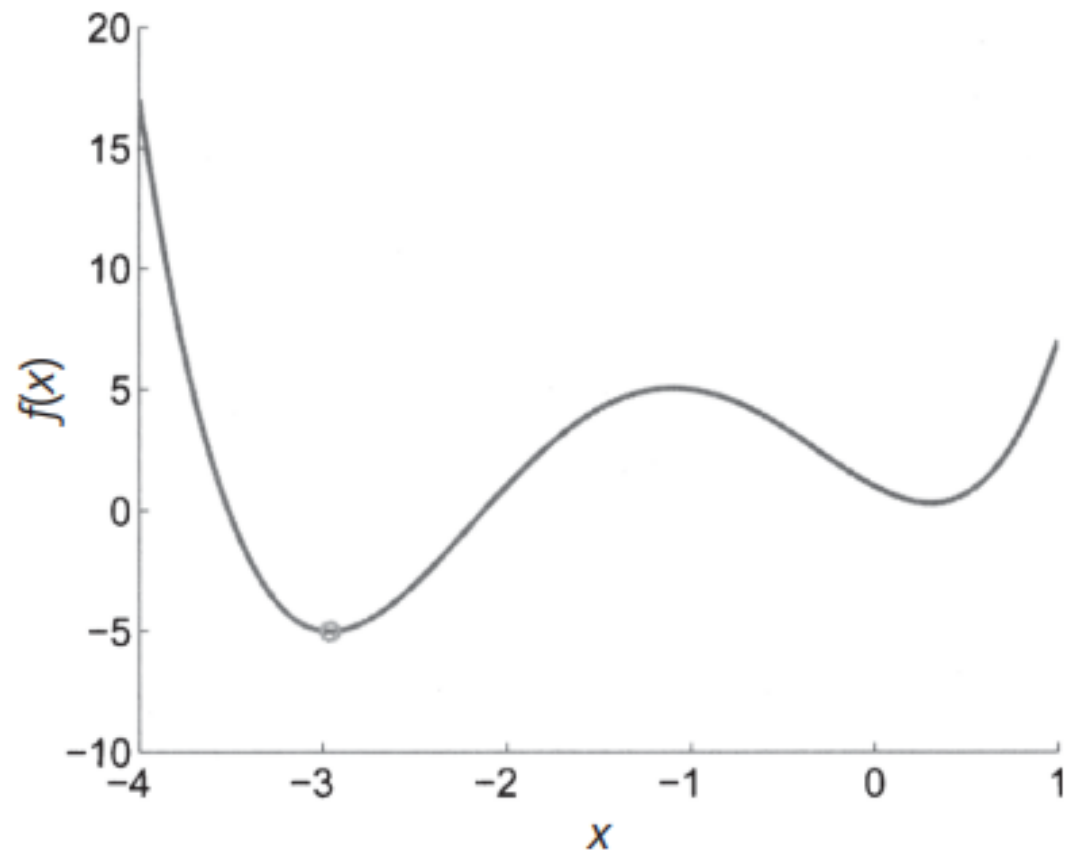
0000 = -4.0,	0001 = -3.8,
0010 = -3.6,	0011 = -3.4,
0100 = -3.2,	0101 = -3.0,
0110 = -2.8,	0111 = -2.6,
1000 = -2.4,	1001 = -2.2,
1010 = -2.0,	1011 = -1.8,
1100 = -1.6,	1101 = -1.4,
1110 = -1.2,	1111 = -1.0.

$$x_1 = 1100,$$

$$x_2 = 1011,$$

$$x_3 = 0010,$$

$$x_4 = 1001.$$



$$\min_x f(x), \quad \text{где } f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1.$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{fitness}(x_1) = -f(-1.6) = -3.71 & f_1 = -3.71 + 10 = 6.29 & p_1 = f_1 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.19 \\
 \text{fitness}(x_2) = -f(-1.8) = -2.50 & f_2 = -2.50 + 10 = 7.50 & p_2 = f_2 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.23 \\
 \text{fitness}(x_3) = -f(-3.6) = -1.92 & f_3 = -1.92 + 10 = 8.08 & p_3 = f_3 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.25 \\
 \text{fitness}(x_4) = -f(-2.2) = +0.65 & f_4 = +0.65 + 10 = 10.65 & p_4 = f_4 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.33
 \end{array}$$

Номер особи	Генотип	Фенотип	Приспособленность	Вероятность отбора
$x_1$	1100	-1.4	-4.56	0.19
$x_2$	1011	-1.8	-2.50	0.23
$x_3$	0010	-3.6	-1.92	0.25
$x_4$	1001	-2.2	+0.65	0.33

Родители		Дети	
Особь	Генотип	Генотип	Приспособленность
$x_3$	0010	0001	-8.11
$x_4$	1001	1010	-1.00
$x_4$	1001	1000	+2.30
$x_1$	1100	1101	-4.56

Из табл. видно, что лучший ребенок имеет приспособленность 2.30, то есть лучше, чем лучший ребенок исходного поколения (0.65). Генетический алгоритм сделал значительный шаг к оптимизации  $f(x)$ . Нет никаких гарантий, что дети будут лучше, чем родители, но этот простой пример иллюстрирует, как генетический алгоритм может нацеливаться на решение оптимизационной задачи.