## Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для ИУ1Б, 2-й курс, 3-й семестр, 2022/2023 уч. г.

## I. Вопросы по теории вероятностей

- 1. Дать определения случайного испытания, элементарного исхода, пространства элементарных событий, случайного события. Дать определения достоверного, невозможного и противоположного событий. Привести примеры.
- 2. Операции, определенные над случайными событиями и их свойства. Какие события называются несовместными?
- 3. Дать классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Сформулировать основные свойства вероятности.
- 4. Дать аксиоматическое определение вероятности. Сформулировать и доказать основные свойства вероятности.
- 5. Дать определение условной вероятности. Какие события называются независимыми? Сформулировать теорему умножения вероятностей, доказать критерий независимости случайных событий.
- 6. Дать определение гипотез. Вывести формулу полной вероятности и формулу Байеса.
- 7. Дать определение схемы Бернулли. Доказать формулу о вероятности успехов в схеме Бернулли и сформулировать следствия из нее.
- 8. Дать определение функции распределения (вероятностей) случайной величины. Сформулировать и доказать ее свойства.
- 9. Сформулировать определение дискретной случайной величины. Обосновать вид ее функции распределения. Дать определения биномиального распределения и распределения Пуассона.
- 10. Дать определения непрерывной скалярной случайной величины и ее плотности распределения (вероятностей). Сформулировать и доказать свойства плотности распределения вероятностей.
- 11. Дать определение равномерного распределения непрерывной скалярной случайной величины и обосновать вид ее функции распределения (вероятностей).
- 12. Дать определение экспоненциального распределения непрерывной скалярной случайной величины и обосновать вид ее функции распределения (вероятностей).
- 13. Дать определение нормального (гауссова) распределения непрерывной скалярной случайной величины и обосновать вид ее функции распределения (вероятностей).
- 14. Дать определение функции распределения (вероятностей) случайного вектора. Сформулировать и доказать свойства функции распределения двумерного случайного вектора.
- 15. Дать определение плотности распределения (вероятностей) двумерного случайного вектора. Сформулировать и доказать свойства плотности распределения (вероятностей) двумерного случайного вектора.
- 16. Дать определение независимых случайных величин. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие независимости непрерывных случайных величин.
- 17. Сформулировать и доказать теорему о виде плотности распределения (вероятностей) функции  $\varphi(X)$  от случайной величины X, если  $\varphi$  монотонная функция.
- 18. Сформулировать и доказать теорему о свертке.

- 19. Дать определения математического ожидания дискретной и непрерывной случайных величин. Сформулировать и доказать свойства математического ожидания.
- 20. Дать определение дисперсии случайной величины. Сформулировать и доказать свойства дисперсии.
- 21. Дать определение ковариации двух случайных величин. Сформулировать и доказать свойства ковариации.
- 22. Дать определение коэффициента корреляции двух случайных величин. Сформулировать и доказать свойства коэффициента корреляции.
- 23. Дать определение ковариационной матрицы случайного вектора. Сформулировать свойства ковариационной матрицы.
- 24. Дать определение распределения Пуассона. Найти математическое ожидание пуассоновской случайной величины.
- 25. Дать определение равномерного распределения непрерывной скалярной случайной величины. Найти математическое ожидание и дисперсию равномерно распределенной на [a; b] случайной величины.
- 26. Дать определение экспоненциального распределения непрерывной скалярной случайной величины. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, имеющей экспоненциальное распределение с параметром  $\lambda$ .
- 27. Сформулировать и доказать первое и второе неравенства Чебышёва.
- 28. Сформулировать и доказать закон больших чисел в форме Чебышёва.
- 29. Сформулировать и доказать следствие закона больших чисел в форме Чебышёва для схемы Бернулли.
- 30. Сформулировать центральную предельную теорему, локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа.

## **II.** Вопросы по математической статистике

- 31. Дать определения генеральной совокупности, случайной выборки, функции распределения генеральной совокупности. Что называют вариационным рядом выборки? статистическим рядом?
- 32. Дать определение эмпирической функции распределения. Что называют интервальным статистическим рядом? Дать определение эмпирической плотности распределения. Что называют гистограммой?
- 33. Дать определения выборочного начального и центрального моментов k-го порядков. Что называют выборочным средним, выборочной дисперсией, исправленной выборочной дисперсией?
- 34. Дать определение точечной оценки параметра, несмещенной и состоятельной оценок. Показать, что выборочное среднее является несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания генеральной совокупности.
- 35. Дать определение точечной оценки параметра, несмещенной и состоятельной оценок. Показать, что исправленная выборочная дисперсия является несмещенной оценкой дисперсии генеральной совокупности.
- 36. Изложить метод моментов. Найти методом моментов точечные оценки параметров равномерно распределенной случайной величины.
- 37. Изложить метод максимального правдоподобия. Найти данным методом оценку параметра экспоненциального распределения.
- 38. Изложить метод максимального правдоподобия. Найти данным методом оценки параметров нормального распределения.

- 39. Дать определение доверительного интервала. Построить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известной дисперсии.
- 40. Дать определение доверительного интервала. Построить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при неизвестной дисперсии.
- 41. Дать определение доверительного интервала. Построить доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения нормально распределенной случайной величины.
- 42. Дать определения параметрической гипотезы, критерия проверки гипотезы, критической области, ошибок 1-го и 2-го рода, уровня значимости критерия и мощности критерия.
- 43. Изложить критерии проверки гипотез о математическом ожидании нормальной случайной величины с известной дисперсией.
- 44. Изложить критерии проверки гипотез о математическом ожидании нормальной случайной величины с неизвестной дисперсией.
- 45. Изложить критерии проверки гипотез о равенстве математических ожиданий двух нормальных случайных величин с известными дисперсиями.
- 46. Изложить критерий проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных случайных величин.