

## Вопросы по курсу «Прикладная алгебра».

1. Перестановки. Их свойства. Четная и нечетная перестановка. Транспозиция.
2. Разложение перестановки в произведение циклов. Представление перестановки в виде произведения транспозиций. Представление четной перестановки в виде произведения циклов длины 3.
3. Группы. Их свойства. Примеры. Подгруппы.
4. Действия групп на множествах. Орбиты и стабилизаторы. Их свойства. Формула Бернсайда.
5. Нормальные подгруппы. Гомоморфизмы групп. Ядро и факторгруппа. Первая теорема о гомоморфизме.
6. Вторая и третья теоремы о гомоморфизме. Теорема Кели.
7. Конечные абелевы группы. Их классификация.
8. Свободные абелевы группы. Их базис. Классификация конечно порождённых абелевых групп.
9. Свободные группы. Задание группы образующими и соотношениями. Примеры.
10. Кольца. Определение и основные свойства. Примеры.
11. Идеалы. Факторкольца. Гомоморфизмы колец. Теорема о гомоморфизме для колец. Прямое произведение колец. Группа единиц.
12. Коммутативные кольца. Максимальные и простые идеалы. Их свойства. Критерий того, что факторкольцо является полем.
13. Китайская теорема об остатках. Ее следствия.
14. Главные идеалы. Кольцо главных идеалов. Примеры. Целостные и факториальные кольца.
15. НОД. Теорема о том, что любое кольцо главных идеалов факториально. Примеры.
16. Локализация. Ее свойства. Примеры.
17. Многочлены. Определения свойства. Трансцендентные и алгебраические элементы.
18. Алгоритм Евклида. Евклидовы кольца.
19. Теорема о том, что любое евклидово кольцо является кольцом главных идеалов. Лемма Гаусса.
20. Неприводимые многочлены. Расширение полей. Алгебраически замкнутые поля.
21. Основная теорема алгебры (алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел).
22. Модули. Определение и примеры. Основные свойства. Векторное пространство, как модуль.
23. Теоремы о гомоморфизме для модулей. Аннулятор.
24. Алгебры. Определения и примеры. Аналог теоремы Кели для алгебр.
25. Конечномерные алгебры. Минимальный многочлен элемента. Алгебры с делением. Обратимость элемента, не являющегося делителем нуля.
26. Задание алгебры. Тело кватернионов. Теорема Фробениуса (б/д).
27. Алгебры с делением над полем комплексных чисел. Теорема Фробениуса (коммутативный случай). Групповая алгебра. Дифференцирование алгебр.