|  |  |
| --- | --- |
|  | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ДИСЦИПЛИНА «Вычислительные алгоритмы»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 6**

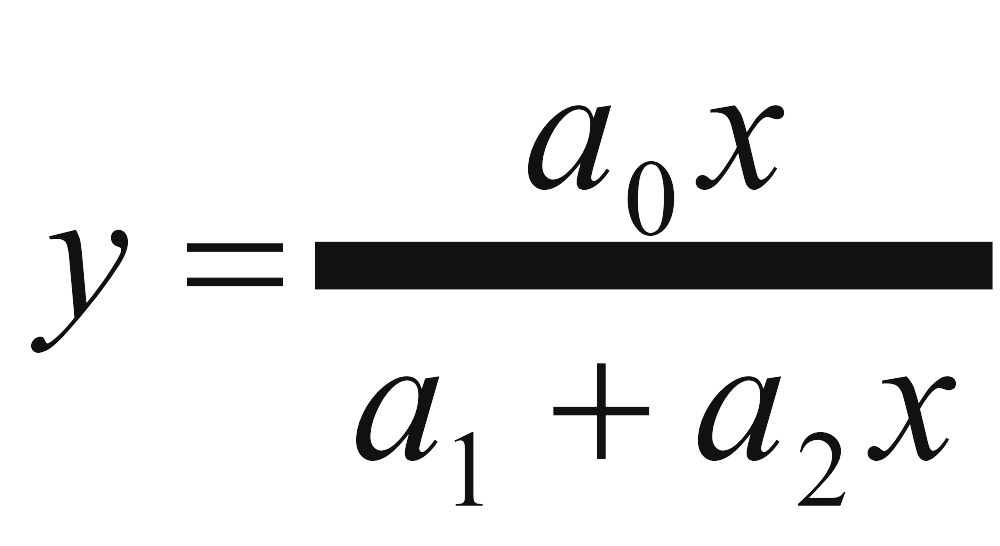
|  |  |
| --- | --- |
| **Тема «**Построение и программная реализация алгоритмов численного дифференцирования»  **Студент**  Чалый А. А.  **Группа** ИУ7 – 42 Б  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель** Градов В.М. |  |

Москва.

2020 г.

**Цель работы**: Получение навыков построения алгоритма вычисления производных от сеточных функций.

**Задание:** Задана табличная (сеточная) функция. Имеется информация, что закономерность, представленная этой таблицей, может быть описана формулой



параметры функции неизвестны и определять их не нужно.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.571 |  |  |  |  |  |
| 2 | 0.889 |  |  |  |  |  |
| 3 | 1.091 |  |  |  |  |  |
| 4 | 1.231 |  |  |  |  |  |
| 5 | 1.333 |  |  |  |  |  |
| 6 | 1.412 |  |  |  |  |  |

Вычислить первые разностные производные от функции и занести их в столбцы (1)-(4) таблицы:

1 - односторонняя разностная производная ,

2 - центральная разностная производная,

3- 2-я формула Рунге с использованием односторонней производной,

4 - введены выравнивающие переменные.

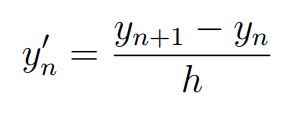
В столбец 5 занести вторую разностную производную.

**Результаты:**

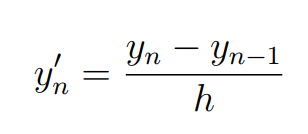
Заполненная таблица с краткими комментариями по поводу использованных формул и их точности.

**Описание алгоритма:**

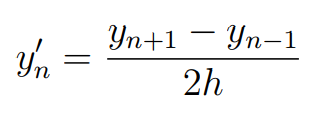
Используя ряд Тейлора, можно получить разностные формулы для вычисления производных.



или:

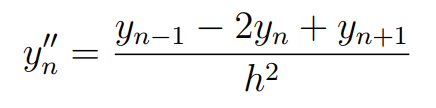


Первое выражение – правая разностная производная, второе – левая разностная производная. Эти формулы имею самый низкий, первый порядок точности. Порядок точности данных формул повышается до 2, если применять их для вычисления производной в средней точке интервала сетки. Таким же образом, можно получить центральную формулу:

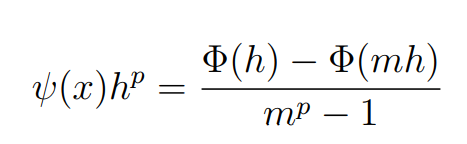


Эта формула имеет второй порядок точности.

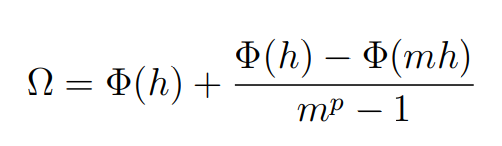
Используя ряд Тейлора, таким же образом можно получить разностный аналог второй производной:



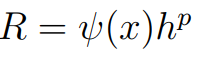
Используя преобразования в рядах Тейлора, можем прийти к первой формуле Рунге:



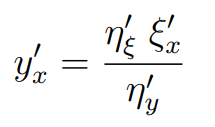
Аналогично, можем получить вторую формулу Рунге:



Стоит отметить, что формулы Рунге справедливы не только для операции дифференцирования, но и для любых других приближенных вычислений. Важно, чтобы погрешность применяемых формул имела вид:

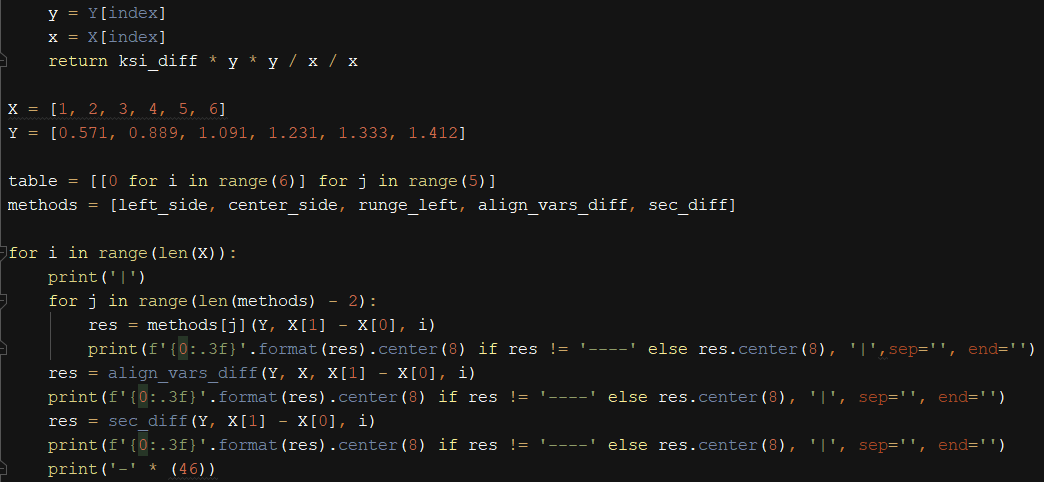
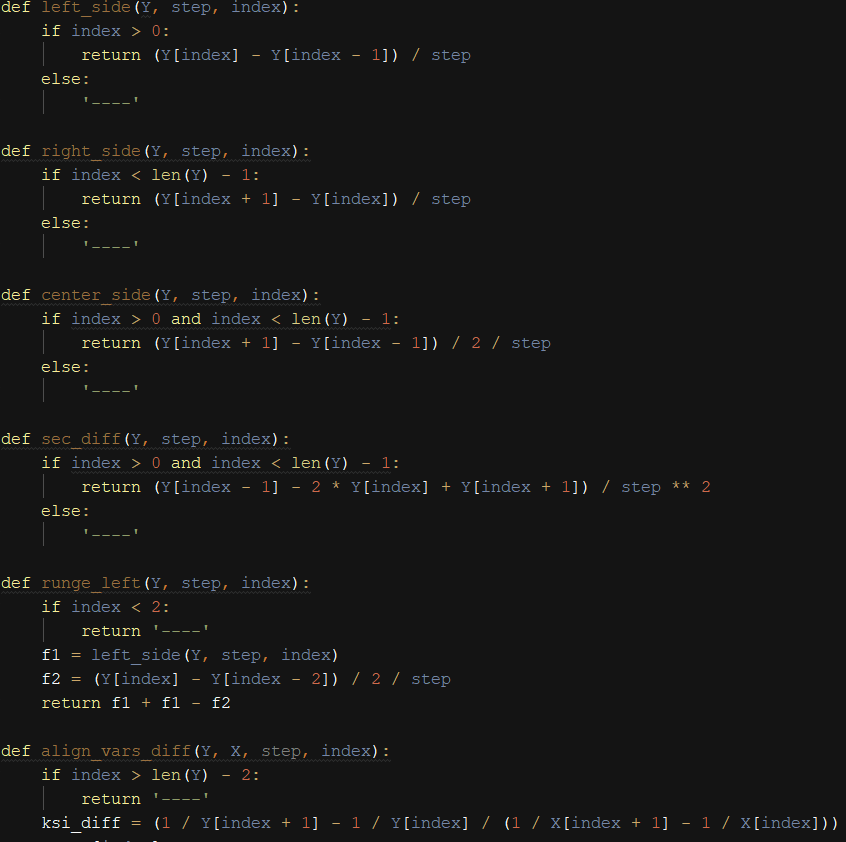


Также, существует метод ввода так называемых выравнивающих переменных. При удачном подборе этих переменных исходная кривая может быть преобразована в прямую линию, производная от которой вычисляется точно по самым простым формулам. Пусть задана функция 𝑦(𝑥), и введены выравнивающие переменные 𝜉 = 𝜉(𝑥) и 𝜂 = 𝜂(𝑦). Тогда, возврат к заданным переменным осуществляется этой формулой:



В свою очередь можно вычислить по любой односторонней формуле.

**Kод:**



**Полученные результаты:**

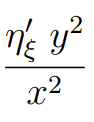
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.571 | - | - | - | 0.409 | - |
| 2 | 0.889 | 0.318 | 0.260 | - | 0.247 | -0.116 |
| 3 | 1.091 | 0.202 | 0.117 | 0.144 | 0.165 | -0.062 |
| 4 | 1.231 | 0.140 | 0.121 | 0.109 | 0.118 | -0.038 |
| 5 | 1.333 | 0.102 | 0.091 | 0.083 | 0.089 | -0.023 |
| 6 | 1.412 | 0.079 | - | 0.068 | - | - |

1 столбец – левосторонняя формула точность .

2 столбец - центральная формула точность .

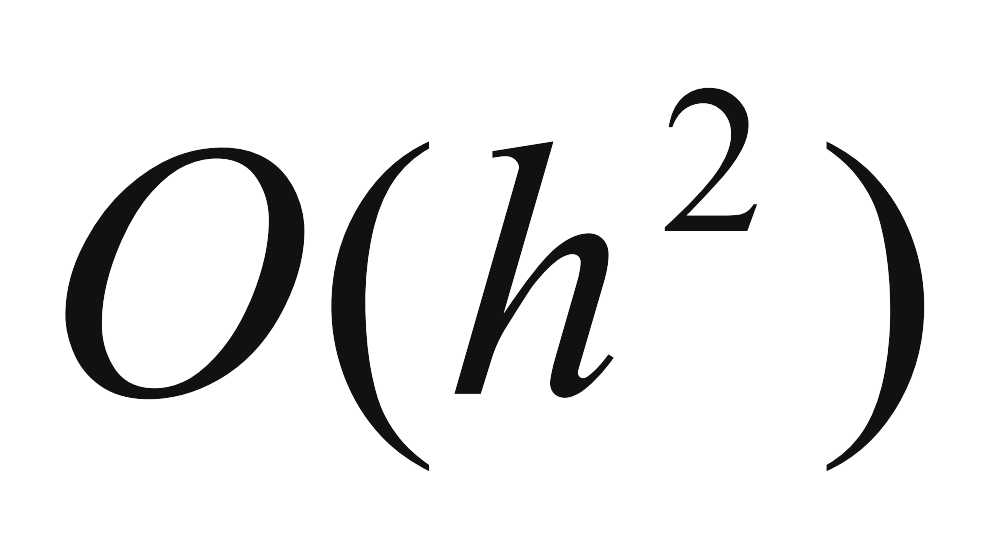
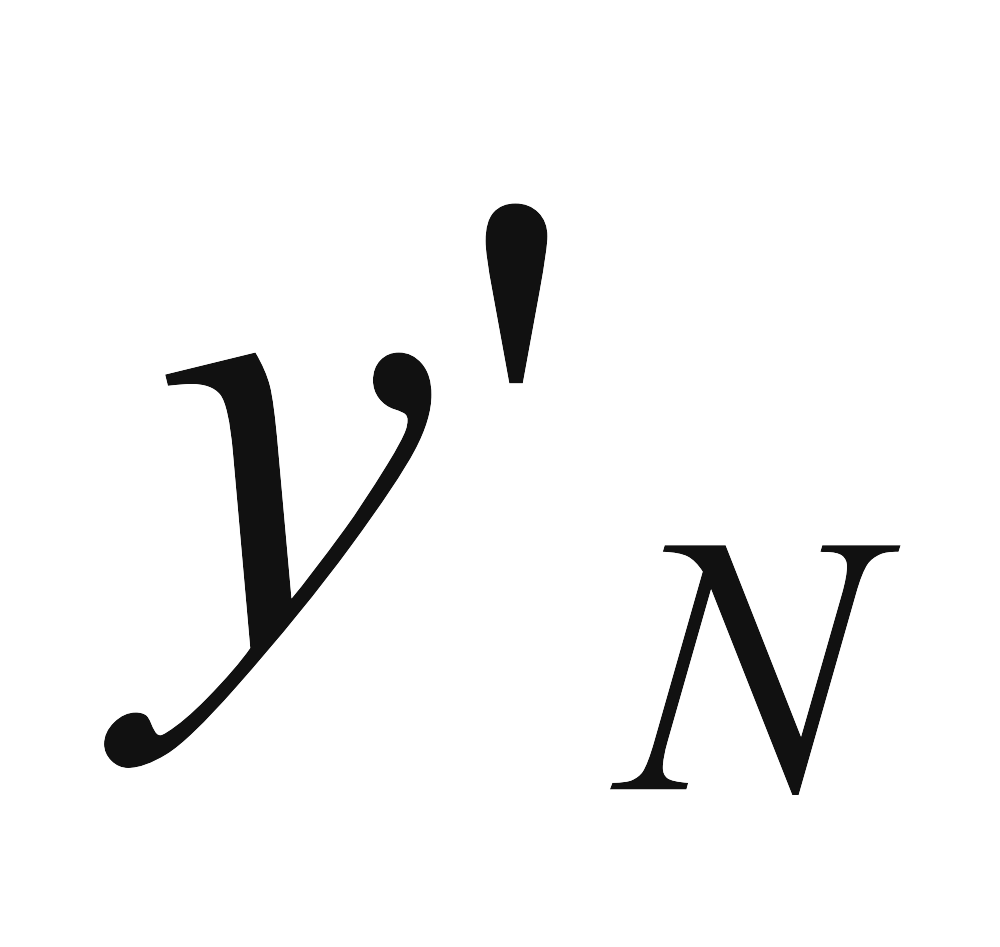
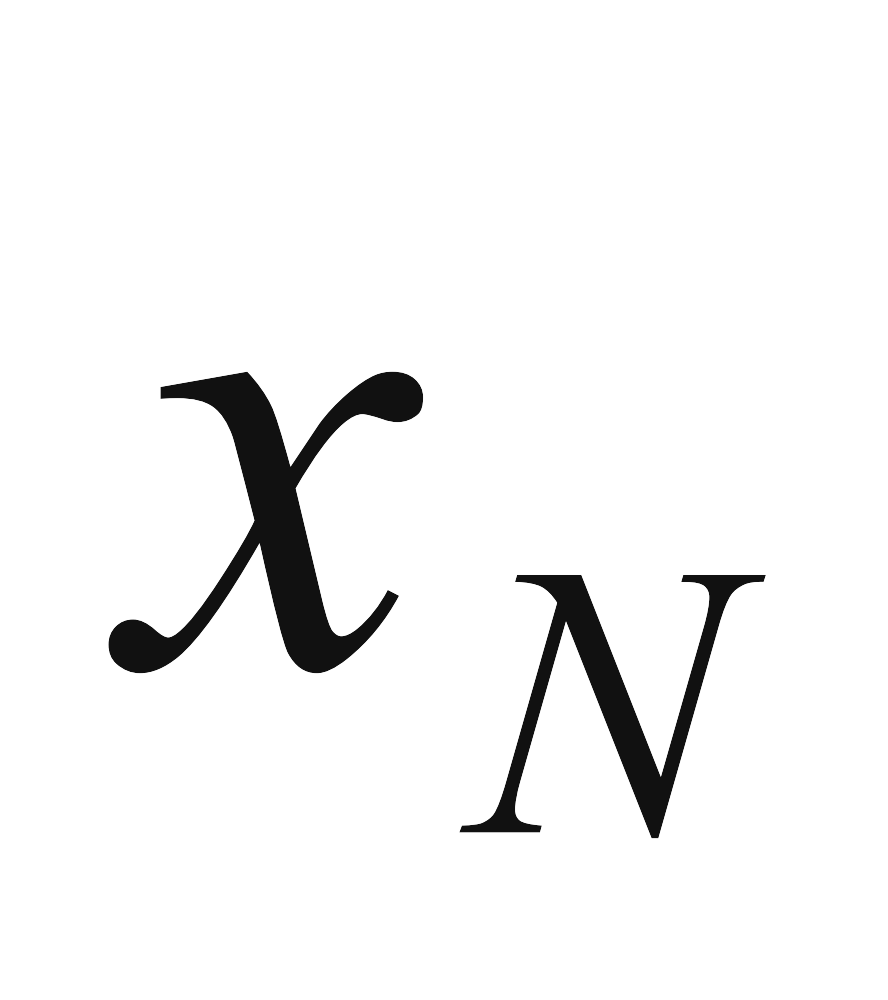
3 столбец - вторая формула Рунге (с использованием односторонней производной).

4 столбец - выравнивающие переменные. Для оценки точности было использовано следующее соотношение:

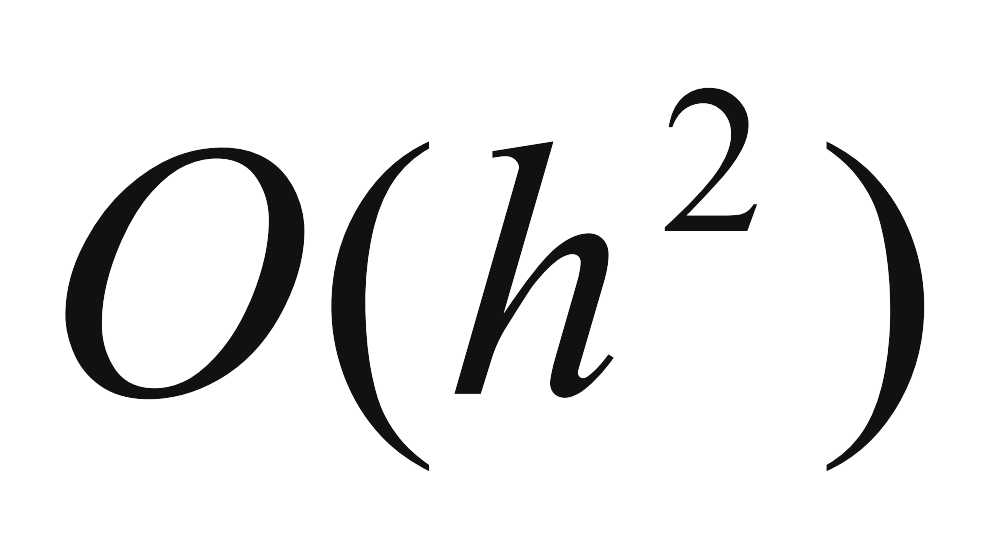
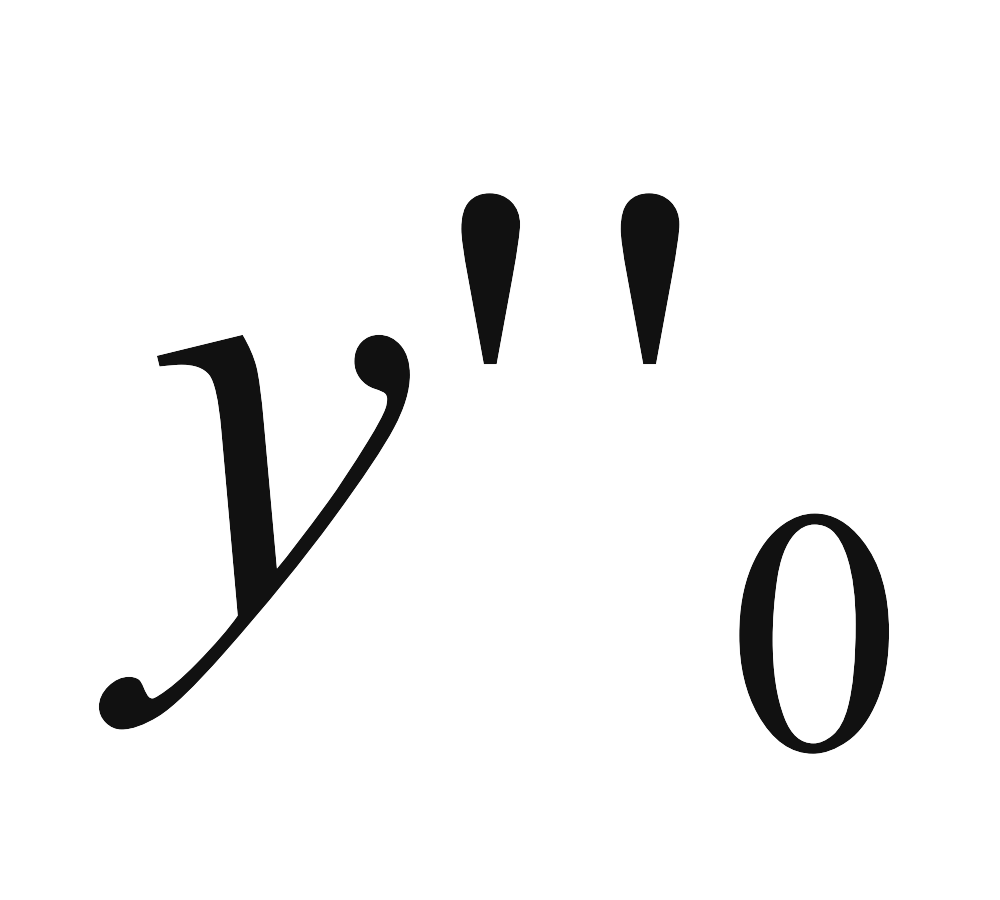
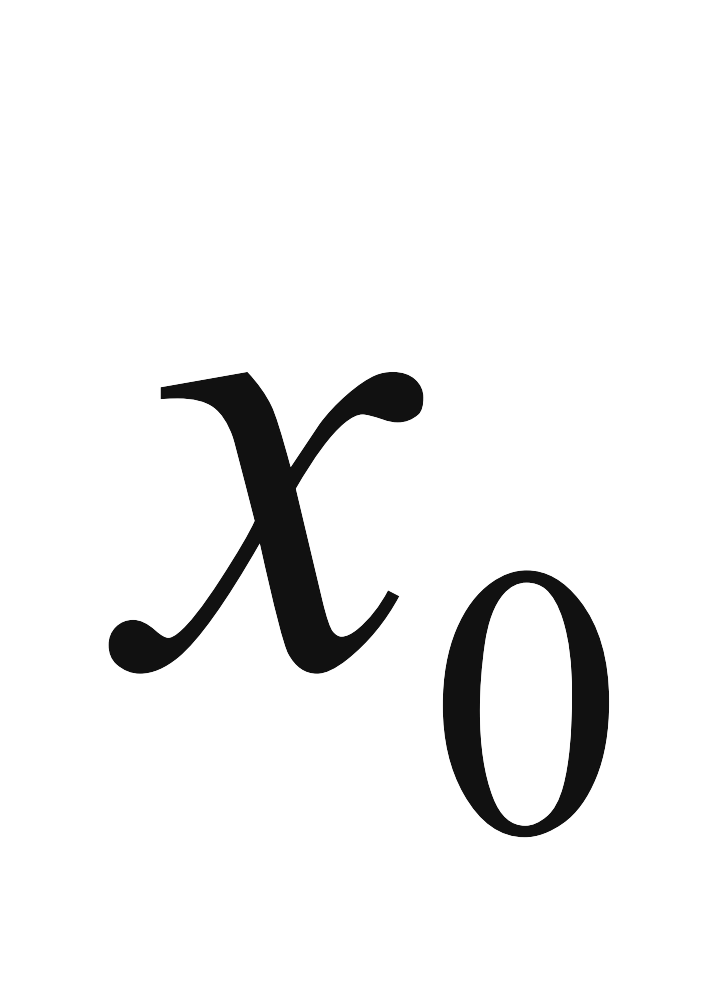


5 столбец - вторая разностная производная.

**Вопросы при защите лабораторной работы:**

1. Получить формулу порядка точности  для первой разностной производной  в крайнем правом узле .

Чтобы получить первую разностную производную второго порядка точности в узле XN, требуется написать разложения для узлов XN - 1 и XN - 2

2. Получить формулу порядка точности  для второй разностной производной  в крайнем левом узле .

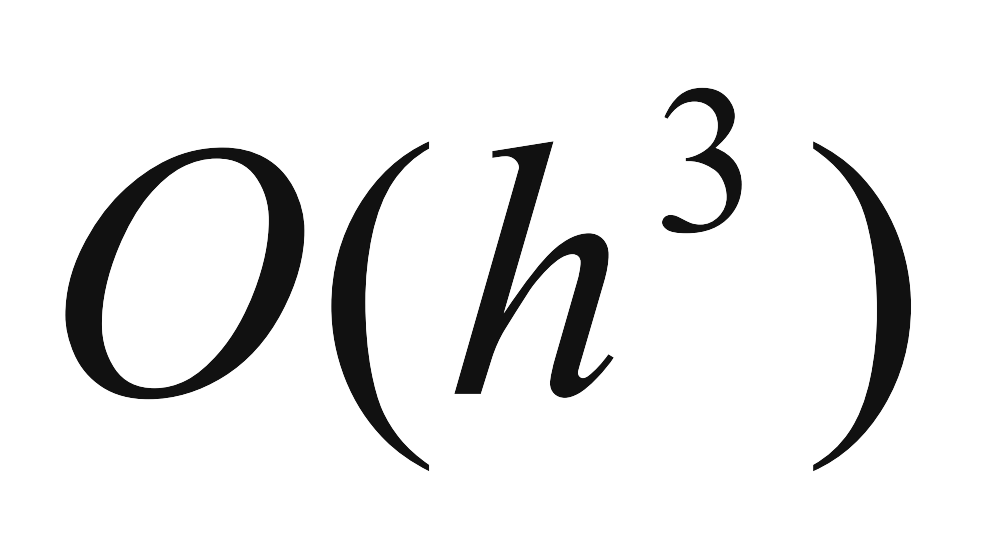
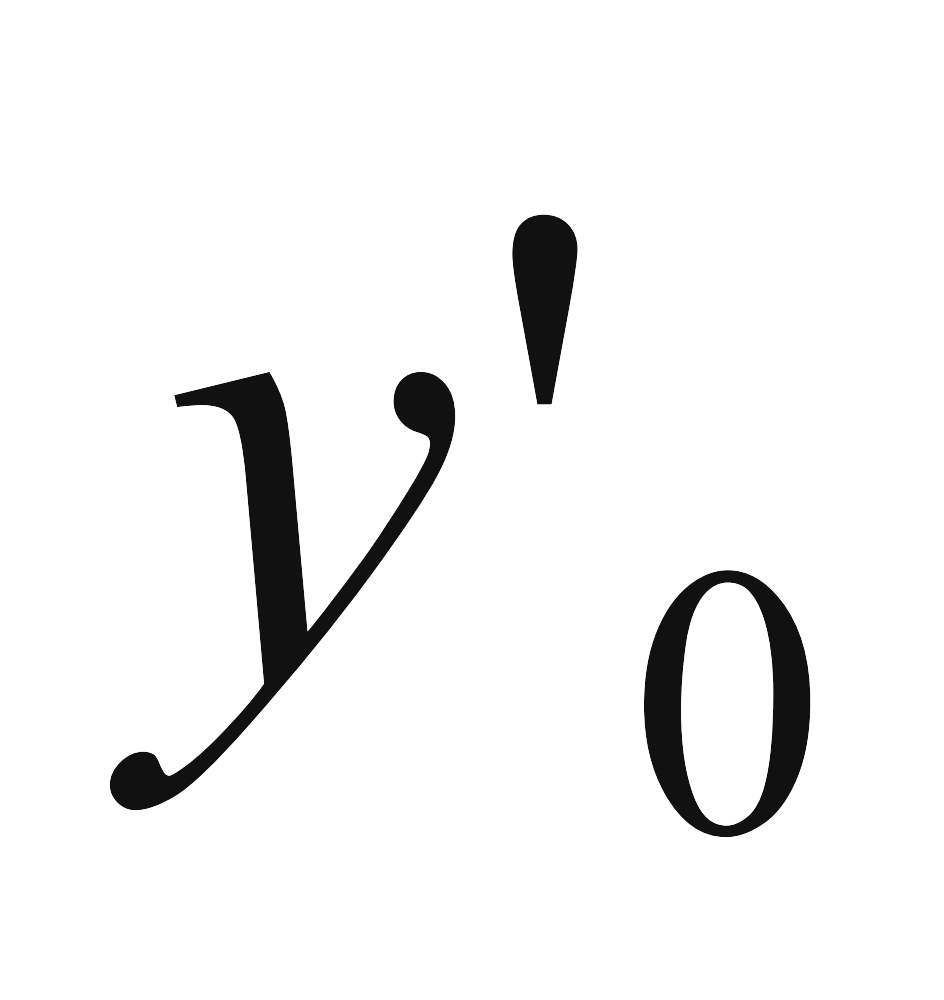
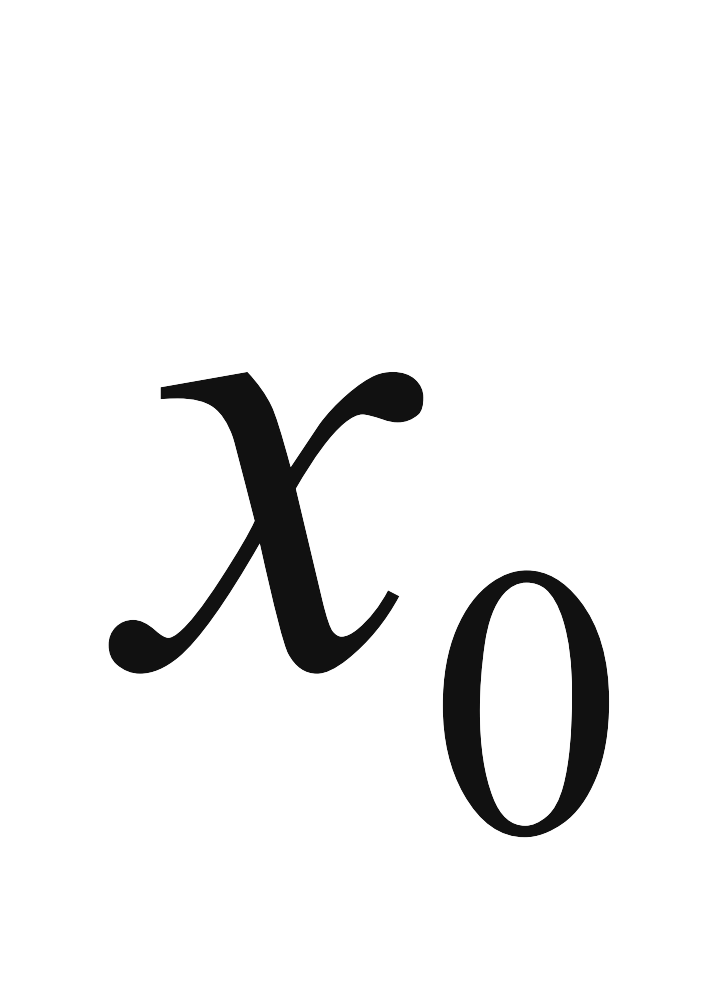
По формуле Рунге:

P = 1, т.к первый порядок точности, и возьмем m = 2

Имеем:

Выразим вторую производного порядка точности для х0 через правостороннюю разностную производную:

Тогда получаем:

4. Любым способом из Лекций №7, 8 получить формулу порядка точности  для первой разностной производной  в крайнем левом узле .

72(1) – 9(2)+8(3):

**Вывод:**

Были получены навыки построения алгоритмов численного дифференцирования.