## Примеры основных дискретных распределений и их числовые характеристики

- распределение Бернулли: $\xi \in \mathcal{B}(p)$; $M[\xi] = p$, $D[\xi] = pq$;

  $\xi$– число успехов в одном испытании.

- биномиальное распределение:

$$\xi \in \mathcal{B}i(n;p); \quad M[\xi] = np, \; D[\xi] = npq;$$

  $\xi$– число успехов в серии $n$ независимых испытаний.

- распределение Пуассона: $\xi \in \Pi(\lambda)$; $M[\xi] = D[\xi] = \lambda$;

  $\xi$– число успехов в серии $n$ независимых испытаний при

$$n \to \infty.$$

- геометрическое распределение:

$$\xi \in \mathcal{G}(p); \quad M[\xi] = 1/p, \; D[\xi] = q/p^2;$$

  $\xi$– число независимых испытаний до первого успеха.

- гипергеометрическое распределение:

$$\xi \in \mathcal{HG}(M; N; n); \quad M[\xi] = \frac{nM}{N},$$

$$D[\xi] = \frac{n\,M}{N-1} \cdot \frac{(N-M)(N-n)}{N^2};$$

$\xi$– число черных шаров среди $m$ наудачу вынутых (урновая модель задачи).

**Замечание.** В приведенных примерах используются обозначения, ранее введенные при описании схемы независимых испытаний Бернулли и урновой модели задачи.

**Распределение Бернулли $\mathrm{B}_p$.** Случайная величина $\xi$ имеет распределение Бернулли с параметром $p \in (0, 1)$, если $\xi$ принимает значение 1 с вероятностью $p$ и значение 0 с вероятностью $q = 1 - p$. Случайная величина $\xi$ с таким распределением равна *числу успехов в одном испытании* схемы Бернулли с вероятностью успеха $p$: либо ни одного успеха, либо один успех. Таблица распределения случайной величины $\xi \sim \mathrm{B}_p$ имеет вид:

| $\xi$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $\mathsf{P}$ | $q$ | $p$ |

.

**Биномиальное распределение $\mathrm{B}_{n,p}$.** Случайная величина $\xi$ имеет биномиальное распределение с параметрами $n \in \mathbb{N}$ и $p \in (0, 1)$, если $\xi$ принимает значения $k = 0, 1, \ldots, n$ с вероятностями $\mathsf{P}(\xi = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$. Случайная величина с таким распределением равна *числу успехов в $n$ испытаниях* схемы Бернулли с вероятностью успеха $p$. Таблица распределения случайной величины $\xi \sim \mathrm{B}_{n,p}$ имеет вид:

| $\xi$ | $0$ | $1$ | $\ldots$ | $k$ | $\ldots$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathsf{P}$ | $q^n$ | $npq^{n-1}$ | $\ldots$ | $C_n^k p^k q^{n-k}$ | $\ldots$ | $p^n$ |

Распределение Бернулли $\mathrm{B}_p$ совпадает с распределением $\mathrm{B}_{1,p}$.

**Геометрическое распределение $\mathbf{G}_p$.** Случайная величина $\xi$ имеет геометрическое распределение с параметром $p \in (0, 1)$, если $\xi$ принимает значения $k = 1, 2, 3, \ldots$ с вероятностями $\mathsf{P}(\xi = k) = pq^{k-1}$. Случайная величина с таким распределением равна *номеру первого успешного испытания* в схеме Бернулли. Таблица распределения случайной величины $\xi \sim \mathrm{G}_p$ имеет вид:

| $\xi$ | $1$ | $2$ | $\ldots$ | $k$ | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathsf{P}$ | $p$ | $pq$ | $\ldots$ | $pq^{k-1}$ | $\ldots$ |

**Распределение Пуассона $\Pi_\lambda$.** Случайная величина $\xi$ имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda > 0$, если $\xi$ принимает целые неотрицательные значения $k = 0, 1, 2, \ldots$ с вероятностями $\mathsf{P}(\xi = k) = \dfrac{\lambda^k}{k!}\,e^{-\lambda}$. Таблица распределения случайной величины $\xi \sim \Pi_\lambda$ имеет вид:

| $\tau$ | $0$ | $1$ | $2$ | $\ldots$ | $k$ | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathsf{P}$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda\, e^{-\lambda}$ | $\dfrac{\lambda^2}{2}\,e^{-\lambda}$ | $\ldots$ | $\dfrac{\lambda^k}{k!}\,e^{-\lambda}$ | $\ldots$ |

Распределение Пуассона возникло в теореме Пуассона (стр. 46) как предельное распределение для числа успехов в $n$ испытаниях схемы Бернулли, когда число испытаний $n$ увеличивается, а вероятность успеха $p \sim \dfrac{\lambda}{n}$ уменьшается обратно пропорционально $n$. Поэтому распределение Пуассона называют иногда *распределением числа редких событий*.

**Гипергеометрическое распределение.** Пусть случайная величина $\xi$ равна числу белых шаров среди $n$ шаров, выбранных наудачу и без возвращения из урны с $K$ белыми и $N-K$ чёрными шарами. Распределение этой случайной величины называется *гипергеометрическим* распределением. Случайная величина $\xi$ принимает целые значения $k = 0, 1, \ldots, n$ с вероятностями

$$\mathsf{P}(\xi = k) = \frac{C_K^k C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}.$$