О п р е д е л е н и е 15. *Функцией распределения* случайной величины ξ называется функция $F(x)$, при каждом x равная вероятности случайной величине ξ принимать значения, меньшие x:

$$F(x) = \mathsf{P}(\xi < x).$$

$F_\xi(x) = F(x) = P(\xi < x)$ - действ. ф-ция действ. переменной - ф-ция распр. СВ ξ

Т.к. $\{\xi < x_2\} = \{x_1 \le \xi \le x_2\} + \{\xi < x_1\}$, то см. опр. по аксиоме имеем

$P(\{\xi < x_2\}) = P(\{x_1 \le \xi < x_2\}) + P(\{\xi < x_1\})$

откуда $F_\xi(x_2) = P(\{x_1 \le \xi < x_2\}) + F(x_1)$

$P(\{x_1 \le \xi < x_2\}) = F(x_2) - F(x_1)$

$P(\xi \ge x) = 1 - P(\xi < x) = 1 - F(x)$

$P(\xi = x) = \lim\limits_{n\to\infty} (F(x+\frac{1}{n}) - F(x)) = F(x+0) - F(x)$

Теорема (св-во ф-ции распределения)

Пусть $F(x)$ - ф-ция распределения СВ ξ:

$F(x) = P(\xi < x)\ \forall x \in \mathbb{R}$

Тогда справедливы св-ва:

1) $0 \le F(x) \le 1$

2) $F(x)$ не убывает на $\mathbb{R}$: если $x_2 > x_1$, то $F(x_2) \ge F(x_1)$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = 1$

4) $P(\alpha \le \xi < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$;

$P(\alpha \le \xi \le \beta) = F(\beta+0) - F(\alpha+0)$

$P(\alpha < \xi < \beta) = F(\beta) - F(\alpha+0)$

5) $F(x)$ непр. слева, т.е. $\lim\limits_{x\to x_0-0} F(x) = F(x_0)$