

IWI-131 Programación

Ejercicio ciclos

Daniel San Martín

Abril 2023

Integración Numérica

Teoría

Utilizando la interpretación geométrica de la *Integración de Riemann*, definida como el área bajo la curva de la función, es posible aproximar una integral definida utilizando una sumatoria de áreas de rectángulos de la siguiente forma:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) \Delta x \approx \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x, \quad (1)$$

donde x_i corresponden a los puntos dentro del intervalo $[a, b]$ donde se define la integral y $\Delta x = (b - a)/N$ el ancho de cada rectángulo. Es decir, se calcula el área de cada rectángulo como $\Delta x f(x_i)$ y luego se suman. Un esquema de la idea se presenta en la Figura 1.

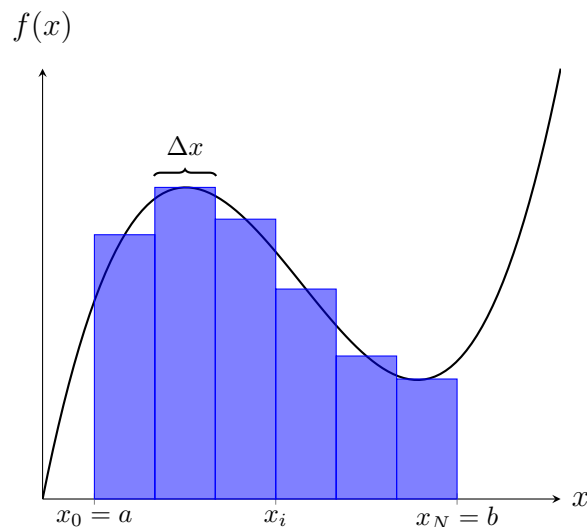


Figura 1: Interpretación geométrica de la integral.

Se puede notar que entre mayor sea el valor de N el cálculo de la integral se hace de forma más precisa.

Actividades

Utilizando la información entregada anteriormente desarrolle lo siguiente:

1. Desarrolle un programa en *Python* que calcule la integral definida para:

a) $f(x) = \sin(x) + x^2$

b) $g(x) = x^5 + x^2 + e^x$

c) $h(x) = \sin(x)/x$

donde a , b y N deben ser ingresados por el usuario.

2. Extienda la misma idea pero para aproximar la siguiente integral doble:

$$\int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx \approx \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} f(x_i, y_j) \Delta y \Delta x, \quad \Delta x = \frac{b-a}{N_x}, \quad \Delta y = \frac{d-c}{N_y}. \quad (2)$$

- a) Aproxime $\int_0^1 \int_0^1 -(x^2 + y^2) dy dx$. Compare su resultado con la solución que es $-2/3$.

- b) Pruebe otras funciones y verifique con la siguiente aplicación: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=multiple+integral>.