v101

Das Trägheitsmoment

AUTOR A
authorA@udo.edu

AUTOR B
authorB@udo.edu

Durchführung: 14.11.2023

Abgabe: 21.11.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mithilfe der Schwingungsdauer von einer Kugel, eines Zylinders und einer Puppe an einer Drillachse ihr Trägheitsmoment bestimmt werden. Außerdem sollen die theoretischen Werte berechnet werden, um die experimentell bestimmten Werte mit diesen zu vergleichen.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment $\underline{\underline{\boldsymbol{I}}}$ ist eine Tensorgröße, die starren Körpern zugeordnet werden kann und beschreibt, wie ein Körper sich bei Rotationsbewegungen verhält. Dabei setzt er die Winkelgeschwindigkeit eines Objektes mit dem resultierenden Drehimpuls in Beziehung mit

$$\vec{L} = \underline{\underline{I}}\vec{\omega}. \tag{1}$$

Die Komponenten des Trägheitsmoments $\underline{\underline{\boldsymbol{I}}}$ sind dabei über die Gleichung

$$I = \int r^2 \mathrm{d}m \tag{2}$$

bestimmt, für den Fall, dass die Drehachse durch den Schwerpunkt des Objekts verläuft. Falls dies nicht der Fall sein sollte, wird der steinersche Satz verwendet.

$$I = I_\omega + \mathrm{md}^2 \tag{3}$$

$\boldsymbol{m}$ ist die Masse des Objekts und $\boldsymbol{d}$ der Abstand zur Drehachse.

Für einen Schwingenden Körper kann mit diesem auch die Schwingungsdauer bestimmt werden über

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mathrm{D}}}. \tag{4}$$

Dabei beschreibt $\boldsymbol{D}$ die sogenannte Winkelrichtgröße. Diesew ist eine Konstante, die die Probortionalität zwischen dem Auslenkungswinkel des Objekts und dem rückstellenden Drehmoment wiedergibt.

$$M = \mathrm{D}\varphi \tag{5}$$

Hierbei beschreibt $\boldsymbol{M}$ jetzt den Betrag des Drehmoments und φ den Auslenkungswinkel. Alternativ ist das Drehmoment außerdem mit

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{6}$$

$$\vec{M} = \dot{\vec{L}} \tag{7}$$

beschreibbar.

$\boldsymbol{D}$ wird mit

$$\frac{\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}}{\varphi} \tag{8}$$

berechnet.

Wenn $\boldsymbol{r}$ und $\boldsymbol{F}$ orthogonal zueinerder stehen, wird die Formel zu

$$\frac{r \cdot F}{\varphi}\textbf{??} \tag{9}$$

Die Trägheitsmomente von Zylindern sehen dann entsprechend Gleichung 2 für unterschiedliche Drehachsen so aus.

$$I = \frac{\mathrm{mR}^2}{2} \tag{10}$$

Wenn die Rotationsachse senkrecht auf den Kreisoberflächen steht.

$$I = \mathrm{m}(\frac{\mathrm{R}^2}{4} + \frac{\mathrm{h}^2}{12}) \tag{11}$$

Wenn die Rotationsachse senkrecht auf der Mantelfläche steht.

Und für Kugeln so.

$$I = \frac{2}{5}\mathrm{mR}^2 \tag{12}$$

3 Versuchsaufbau

Ziel des Versuches ist, die Trägheitsmomente verschiedener Körper zu bestimmen. Dafür wird der Körper auf einer Achse befestigt, die die Rotation des Körpers ermöglicht. Diese Drillachse ist mit einer an einem festen Rahmen angebrachten Spiralfeder verbunden. Auf der Halterung befindet sich eine Scheibe auf der sich der Auslenkwinkel ablesen lässt. Der Körper kann nun zum Schwingen gebracht werden und die Schwingunsdauer T wird mit einer Stoppuhr gemessen. Aus der Schwingunsdauer T, der Winkelrichtgröße D und dem Eigenträgheitsmoment der Drillachse I_D kann dann das Trägheismoment I des Körpers bestimmt werden.

4 Durchführung

4.1 Bestimmung von D

Die Winkelrichtgröße D wird mit der Formel 8 berechnet. Um diese Größen zu messen wird erst eine Eisenstange, die senkrecht zu Drehachse ausgerichtet ist, in der Halterung für die Körper befestigt. Nun wird eine Federwage in der Entfernung $r = 20$cm von der Drehachse eingehängt. Dann wird diese um den Winkel φ ausgelenkt und die Kraft wird an der Federwage abgelesen. Dabei muss die Federwage senkrecht zur Eisenstange sein, da dadurch der Sinus im Kreuzprodukt zu 1 wird und sich damit die Formel zu **??** vereinfacht. Die Messung wurde 11 mal durchgeführt und das arithmetische Mittel bestimmt um einen genaueren Wert zu erhalten.

4.2 Bestimmung von I_D

Um das Eigenträgheitsmoment I_D zu bestimmen werden nun Gewichte an der Eisenstange angebracht. Diese wird daraufhin um den Winkel $\varphi = 90°$ausgelenkt und zum schwingen gebracht. Jetzt wird $5 \cdot T$ mit der Stoppuhr gemessen. Der Faktor 5 wird verwendet um das Messen zu vereinfachen. Diese Messung wird 10 mal für verschiedene Abstände a durchgeführt.

4.3 Bestimmung von I verschiedener Körper

Die beiden Körper werden an der Halterung befestigt und um einen Winkel von $\varphi = 90°$ ausgelenkt. Mit der Stoppuhr wird $5 \cdot T$ bestimmt. Dies wird 10 mal durchgeführt.

4.4 Bestmmung von I einer Holzpuppe

Analog zur Bestimmung der anderen beiden Körper wird das Trägheismoment einer Holzpuppe für zwei verschiedene Stellungen bestimmt. Jedoch werden nun 5 Messungen mit $\varphi = 90°$ 5 mit $\varphi = 120°$ aufgenommen. Die erste Stellung entspricht der aus Abbildung **??** und die zweite der aus Abbildung **??** Zusätzlich wird das Trägheitsmoment der Holzpuppe theoretisch bestimmt. Um dieses auszurechnen, werden die einzelnen Körperteile als Körper, dessen Trägheitsmomente bekannt sind, genähert. Der Kopf, der linker und rechter Arm, sowie der Oberkörper und das linke und rechte Bein werden hier jeweils als Zylinder angenährert. Dazu wird die Höhe und der Durchmesser des jeweiligen Teils mit einer Schieblehre gemessen. Der Wert wird nun mit dem theoretisch bestimmten Wert verglichen.

5 Auswertung

5.1 Winkelrichtgröße

Die gemessene Kraft in Abhängigkeit vom dem Auslenkungswinkel wird in der Tabelle 1 dargestellt. Mit der Formel $\frac{r \cdot F}{\varphi}$ wird D berechnet. Mithilfe der gemessen Werte für F und φ kann mit $r = 20\,\text{cm}$ nun D bestimmt werden. Die einzelnen Werte von D sind ebenfalls in 1 eingetragen. Mit

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i \tag{13}$$

wird nun das arithmetische Mittel gebildet. Einsetzen der Werte für D und $n = 11$ ergibt $\bar{D} = 0.02\,\text{N}\,\text{m}$. Der Fehler von D ist

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{\text{n} \cdot (\text{n} - 1)} (\sum_{i=1}^{\text{n}} (x_i - \bar{x})^2)} \tag{14}$$

. Also ergibt sich $\bar{D} = (0{,}020\,00 \pm 0{,}001\,68)\,\text{N}\,\text{m}$.

Tabelle 1: Kraft in Abhängigkeit zum Auslenkungswinkel

F / N	φ / °	$\boldsymbol{D}$ / N m
0,016	20	0,009
0,046	30	0,018
0,066	40	0,019
0,089	50	0,020
0,110	60	0,021
0,134	70	0,022
0,162	80	0,023
0,176	90	0,022
0,180	100	0,021
0,200	110	0,021
0,230	120	0,022

5.2 Eigenträgheitsmoment

In Tabelle 2 wird das quadrat des Abstandes der Gewichte von der Drehachse zu dem Quadrat der Schwingungsdauer aufgetragen.

Tabelle 2: Die Werte des Quadrates der Schwingungsdauer sind in Abhängigkeit zum Quadrat des Abstandes aufgezählt.

a^2 / cm^2	T^2c / s^2
2,5	12,75
5,0	13,84
7,5	15,69
10,0	18,03
15,0	23,54
20,0	29,81
22,5	32,53
25,0	35,84
27,5	38,87
30,0	41,81

Um das Trägheitsmoment zu bestimmen wird mit der Formel 4, wobei das Trägheitsmoment sich hier aus dem Trägheitsmoment der Massen I_m und der Feder I_D zusammensetzt.

Es gilt

$$I = 2I_m + I_D$$

I_m wird bestimmt mithilfe von 11, wobei noch beachtet werden muss, dass die Massen den Abstand a von der Drehachse besitzen. Also gilt mit dem Satz von Steiner 3, dass

$$I_m = \mathrm{m}(\frac{\mathrm{R}^2}{4} + \frac{\mathrm{h}^2}{12} + a^2)$$

In 4 eingesetzt ergibt sich dann die Beziehung

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mathrm{D}} I_D + \frac{m\pi^2}{\mathrm{D}}(2\mathrm{R}^2 + \frac{2}{3}h^2 + 8a^2)$$

oder

$$T^2 = \frac{8\mathrm{m}\pi^2}{\mathrm{D}} a^2 + \frac{\pi^2}{\mathrm{D}}(4I_D + 2\mathrm{mR}^2 + \frac{2}{3}\mathrm{mh}^2) \tag{15}$$

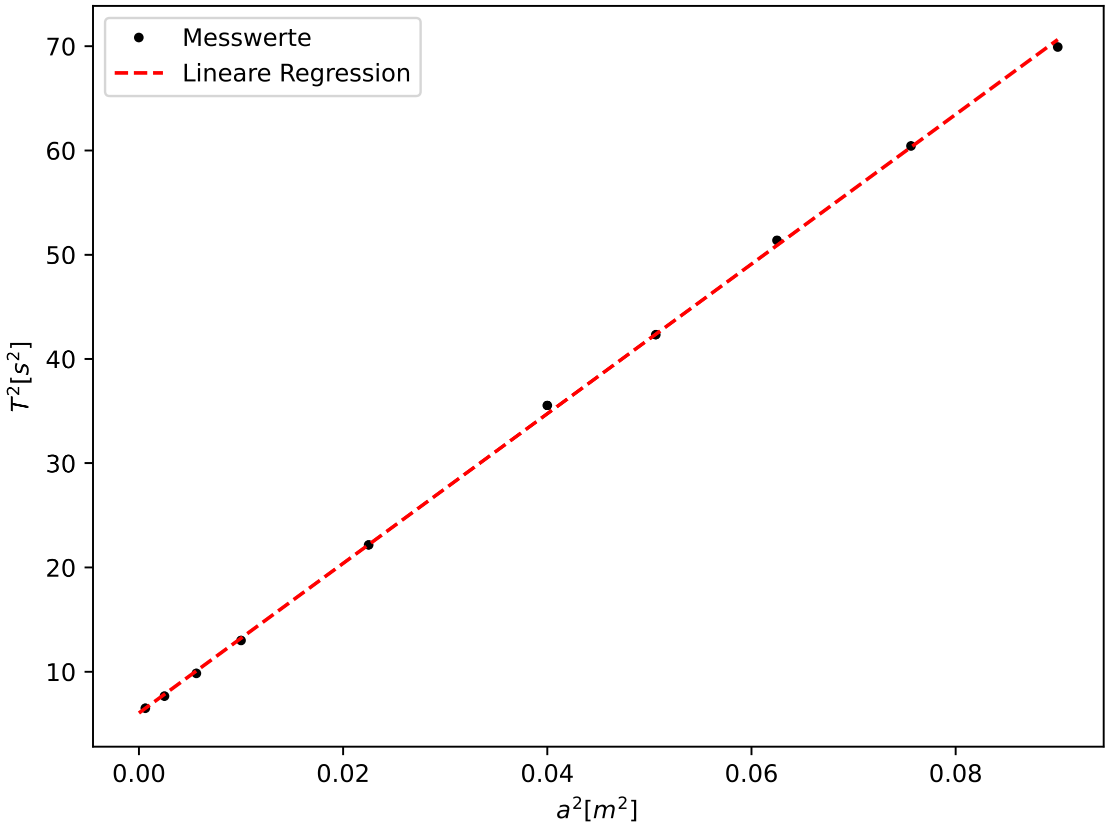


Abbildung 1: lineare Regression von T^2 abhängig von a^2

In Abb1 wird T^2 zu a^2 aufgetragen. Die Steigung der Regressionsgerade beträgt dabei $(717{,}69 \pm 4{,}45)\,\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^2$ und der T^2-Achsenabschnitt b beträgt $(6{,}04 \pm 0{,}21)\,\mathrm{s}^2$. Aus Formel

13 lässt sich ablesen, dass

$$b = \frac{\pi^2}{D}(4I_D + 2mR^2 + \frac{2}{3}mh^2) \tag{16}$$

Nach I_D umgeformt ergibt sich dann

$$I_D = \frac{D \cdot b}{4\pi^2} - \frac{1}{2}mR^2 - \frac{1}{6}mh^2. \tag{17}$$

Die Höhe der Zylinder beträgt dabei 2 cm, der Radius 4,32 cm und die Masse 261 g. Entsprechend ergibt sich für das Eigenträgheitsmoment ein Wert von $(0{,}0030 \pm 0{,}0002)\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5.3 Trägheitsmomente von Kugel und Zylinder

Tabelle 3: Schwingungsdauern der Körper mit einer Auslenkung von 90°

n	$5T_K$ / s	$5T_Z$ / s
1	9,12	9,22
2	9,37	9,32
3	9,37	9,50
4	9,35	9,15
5	9,41	9,22

Die Mittlere Periodendauer der Kugel, mit den Werten aus 3 beträgt hier $(9{,}324 \pm 0{,}052)$ seconds und die des Zylinders $(9{,}282 \pm 0{,}265)$ seconds. Daraus wird mithilfe von Gleichung 4 das Trägheitsmoment der jeweiligen Objekte berechnet. Für die Kugel ergibt damit sich ein Trägheismoment von $I_{e,K} = (-1{,}24 \pm 0{,}21) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und für den Zylinder ist $I_{e,Z} = (-1{,}24 \pm 0{,}25) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Hier wurde zu dessen Berechnung das Eigenträgheitsmoment bereits abgezogen von den aus Formel 4 resultierenden Trägheismomenten.
Der theoretische Wert für das Trägheitsmoment der Kugel beträgt nach Gleichung 12 $I_{t,K} = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und der des Zylinders nach Gleichung 10 $I_{t,Z} = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5.4 Trägheitsmoment der Puppe

5.4.1 experimentelle Bestimmung von Stellung 1

Um das Trägheismoment zu bestimmen wurden 5 Werte mit einem Auslenkungswinkel von $\varphi = 90°$ und 5 mit $\varphi = 120°$ aufgenommen. Diese Werte sind in Tabelle 4 eingetragen.

Tabelle 4: Schwingungsdauern der Puppe in Stellung 1 mit einer Auslenkung von 90° / 120°

n	$5T_{90}$ / [s]	$5T_{120}$ / [s]
1	3,00	2,78
2	2,90	3,00
3	2,87	2,94
4	2,90	3,18
5	2,97	3,07

Die Mittlere Periodendauer ist $5T = (2{,}961 \pm 0{,}003)\,\mathrm{s}$ Durch die Gleichungen 4 und 15 lässt sich, wie bei Kugel und Zylinder, das Trägheitsmoment berechnen. Dieses beträgt also mit $I_{e,1} = (1{,}78 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ ergibt sich nach Abzug vom Eigenträgheitsmoment $I_{e,1,ges} = (-29{,}82 \pm 0{,}20) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5.4.2 experimentelle Bestimmung von Stellung 2

Die in der zweiten Stelling bestimmten Werte sind in Tabelle 5 aufgelistet.

Tabelle 5: Schwingungsdauern der Puppe in Stellung 2 mit einer Auslenkung von 90° / 120°

n	$5T_90$ / [s]	$5T_{120}$ / [s]
1	4,00	3,97
2	4,10	3,94
3	4,00	3,93
4	4,16	4,06
5	3,94	4,13

Die Mittlere Periodendauer ist $5T = (4{,}023 \pm 0{,}027)\,\mathrm{seconds}$ Analog zu Stellung 1 kann I_2 berechnet werden. Demnach gilt $I_{e,2} = 3{,}28 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und, nach Abzug des Eigenträgheitsmomentes, $I_{e,2,ges} = -29{,}67 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5.4.3 Theoretische Berechnung des Trägheismomentes

Um das Trägheitsmoment der Puppe zu berechnen wurden der Kopf, der Oberkörper und die einzelnen Arme und Beine als Zylinder genähert. Dabei wurde die Höhe der Zylinder einmal abgemessen. Der Durchmesser wurde beim Kopf über 5 und bei den anderen Körperteilen über 10, an verschiedenen Stellen gemessenen, Werte gemittelt. Für die Höhen wurden folgende Werte gemessen:
$h_K = 49{,}9\,\mathrm{mm}$ $\quad h_O = 100{,}9\,\mathrm{mm}$

$h_A = 130{,}3\,\mathrm{mm} \quad h_B = 148{,}6\,\mathrm{mm}$
Die Werte der Durchmesser sind in der Tabelle 6 aufgeführt.

Tabelle 6: Durchmesser der Zylinder der Puppe

d_K / mm	d_O / mm	d_A / mm	d_B / mm
26,9	40,9	15	15,8
27,95	37,7	12,8	18,9
24,8	25,8	15,7	16,5
21,7	31,2	13,3	15,7
11,6	38,6	11,8	12
	33,1	14,4	16,9
	42,0	15,1	15,2
	26,0	12,6	13,2
	33,3	10,1	9,3
	31,9	13,9	14,8

Mit Formel **??** wurden dann Werte für die Durchmesser bestimmt und durch 2 geteilt, um den Radius zu erhalten:
$R_K = (11{,}30 \pm 2{,}01)\,\mathrm{mm} \quad R_O = (17{,}01 \pm 0{,}90)\,\mathrm{mm}$
$R_A = (6{,}23 \pm 0{,}27)\,\mathrm{mm} \quad R_B = (7{,}12 \pm 0{,}43)\,\mathrm{mm}$

Für die Berechnung der Trägheismomente sind die Massen der einzelnen Körperteile notwendig. Dafür wurde mit einer Waage zuerst die Gesamtmasse der Puppe gemessen: $m_ges = 169{,}3\,\mathrm{g}$ Für die Massen der einzelnen Körperteile wurden dann die Annahme getroffen, dass die Massenverteilung in der Puppe vollständig homogen ist. Mithilfe dieser Annahme können die Teilmassen, mit dem Anteil des jeweiligen Volumens an dem des gesamten Körpers, berechnet werden. Für die Volumina gilt mit

$$V = \pi d \cdot h \tag{18}$$

$V_{ges} = 151{,}29\,\mathrm{cm}^2$
$V_K = 20\,\mathrm{cm}^2$ Anteil am Gesamtvolumen: $13{,}23\,\%$
$V_O = 91{,}72\,\mathrm{cm}^2$ Anteil am Gesamtvolumen: $60{,}62\,\%$
$V_A = 15{,}89\,\mathrm{cm}^2$ Anteil am Gesamtvolumen: $10{,}5\,\%$
$V_B = 23{,}67\,\mathrm{cm}^2$ Anteil am Gesamtvolumen: $15{,}64\,\%$

Für die einzelnen Massen gilt damit durch

$$m_i = m_g es \frac{V_i}{V_g es} \tag{19}$$

$m_K = 22{,}4\,\mathrm{g}$
$m_O = 102{,}63\,\mathrm{g}$
$m_A = 17{,}78\,\mathrm{g}$
$m_B = 26{,}48\,\mathrm{g}$

5.4.4 Berechnung des Trägheismomentes für Stellung 1

Hier wird die Puppe so aufgestellt, wie in **??** gezeigt.Das Gesamtträgheitsmoment setzt sich aus $I_t = I_K + I_O + 2I_A + 2I_B$ zusammen. Nun kann das Trägheitsmoment des Kopfes und des Oberkörpers mit Formel 10 berechnet werden. Dadurch ergibt sich:
$I_K = 1{,}43 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg\,m^2}$
$I_O = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$

Für das Trägheismoment des Beins muss Formel 10 und der Satz von Steiner angewendet werden, da der Schwerpunkt des Beines nicht in der Drehachse liegt. Daraus folgt $I_B = m_B(\frac{R_B^2}{2} + a_B^2)$. Hier entspricht a_B der Entfernung vom Schwerpunkt des Beins zur Drehachse, was in dieser Stellung $a_B = 11{,}35\,\mathrm{mm}$ entsrpicht. Mit dem Einsetzen aller Werte in die Formel ergibt sich $I_B = 4{,}11 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

Bei dem Arm muss Formel 11 und ebenfalls der Satz von Steiner verwendet werden. Dabei ergibt sich die Formel $I_A = m_A(\frac{R_A^2}{4} + \frac{h_A^2}{12} + a_A^2)$. Hier entspricht mit $a_A = R_O + \frac{h_A}{2}$ $a_A = 73{,}75\,\mathrm{mm}$. Daraus folgt $I_A = 1{,}09 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

Mit $I_t = I_K + I_O + 2I_A + 2I_B$ folgt $I_{t,1} = 2{,}43 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und unter Abzug des Eigenträgheitsmoments $I_{t,1,ges} = -2{,}76 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5.4.5 Berechnung des Trägheismomentes für Stellung 2

Jetzt wird die Puppe wie in **??** aufgestellt.Hier kann das Trägheitsmoment des Kopfes und des Oberkörpers völlig analog zu Stellung 1 berechnet werden.

Um das Trägheismoment des Beins zu erhalten, muss Formel 11 benutzt werden und da die Drehachse nicht durch den Schwerpunkt verläuft, muss auch hier der Satz von Steiner angewendet werden. Daher gilt $I_B = m_B(\frac{R_B^2}{4} + \frac{h_B^2}{12} + a_B^2)$. In dieser Stellung ist $a_B = \sqrt{11.35^2 + (\frac{h_B}{2})^2} = 75{,}16\,\mathrm{mm}$. Nach Einsetzen der Werte ergibt sich $I_B = 1{,}99 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

Bei dem Arm kann die Berechnung wieder mit $I_A = m_A(\frac{R_A^2}{4} + \frac{h_A^2}{12} + a_A^2)$ durchgeführt werden. a_A wird mit $a_A = \sqrt{(R_0 + R_A)^2 + (\frac{h_A}{2})^2} = 69{,}17\,\mathrm{mm}$. Damit entspricht $I_A = 1{,}04 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

Mit $I_t = I_K + I_O + 2I_A + 2I_B$ folgt $I_{t,2} = 6{,}22 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Wenn davon I_D abgezogen wird, ergibt sich $I_{t,2,ges} = -2{,}34 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$.

6 Diskussion

Die berechneten Werte für die Winkelrichtgröße und das Eigenträgheitsmoment sind $\bar{D} = (0{,}020\,00 \pm 0{,}001\,68)\,\mathrm{N\,m}$ und $0{,}003\,\mathrm{kg\,m^2}$.

6.1 negative Trägheitsmomente

Dass die die Trägheismomente für die Figuren und Puppe negativ sind ist physkalisch nicht möglich. Dies war bei den gemessenen und berechneten Werten jedoch der Fall. Da dies auch bei den berechneten Werten auffällt, ist davon asuzugehen, dass der Fehler in der Berechnung des Eigenträgheitsmomentes der Drillachse liegt. I_D war nämlich der einzig negative Term in der Berechnung. Außerdem war dieser der einzige Wert, der in beiden Methoden zur Bestimmung des Trägheitsmomentes verwentet wurde. Das Eigenträgheitsmoment wurde unter der Annahme, dass das Trägheitsmoment, des zur Drehachse senkrechten Eisenstabes, vernachlässigbar sei, berechnet. Dies ist eine mögliche Quelle des Fehlers, neben möglichen Fehlern bei der Messung und Fehlern bei der Regression. Im folgenden werden daher die Werte ohne Einbeziehen des Eigenträgheitsmomentes betrachtet.

6.2 Trägheitsmomente von Kugel und Zylinder

Um die Abweichung vom Theoriewert zu bestimmen, werden die experimentellen Werte in

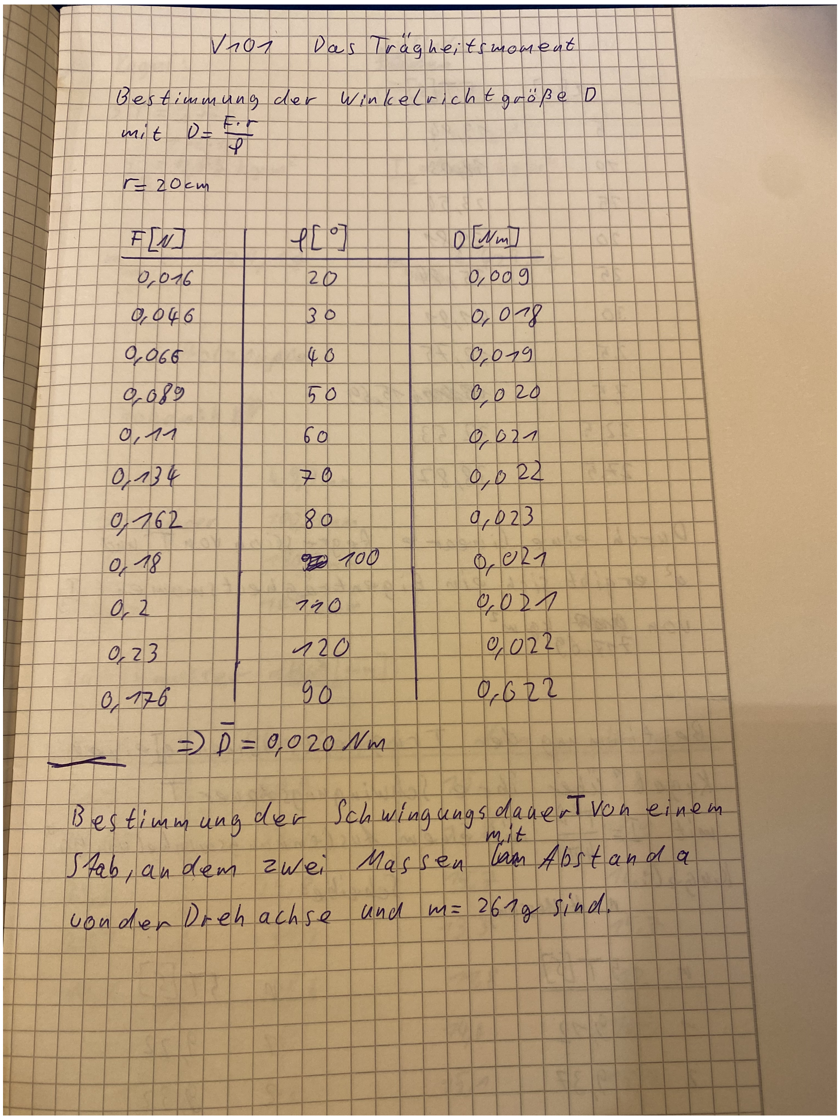
$$\frac{I_e - I_t}{I_t} \tag{20}$$

eingesetzt. Für die Kugel ist $I_K = (0{,}041 \pm 0{,}008)\,\mathrm{kg\,m^2}$ und für den Zylinder gilt $(0{,}041 \pm 0{,}002)\,\mathrm{kg\,m^2}$.

6.3 Trägheitsmomente de Puppe

Bei der Puppe muss zwischen den verschiedenen Stellungen unterschieden werden. Die experimentell bestimmten Werte für die beiden Trägheitsmomente sind $I_{e,1} = 1{,}78 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und $I_{e,2} = 3{,}28 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Für die theoretischen Werte wurde $I_{t,1} = 2{,}43 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und $I_{t,2} = 6{,}22 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}$ Verglichen mit dem theoretisch bestimmten Wert weicht der experimentell bestimte nach Berechnung mit Formel **??** in Stellung 1 um $\frac{I_{e,1}-I_{t,1}}{I_{t,1}} = -26{,}75\,\%$ und in Stellung 2 um $\frac{I_{e,2}-I_{t,2}}{I_{t,2}} = -47{,}27\,\%$ ab. Dies kann zwar auf Messfehler hinweisen, jedoch sollte die grobe Näherung der Puppe, mit den Körperteilen als Zylinder, eine relativ große Fehlerquelle bei dem theoretisch bestimmten Wert darstellen. Das Verhältnis der Trägheitsmomente der beiden Stellungen beträgt $\frac{I_{e,1}}{I_{e,2}} = 54{,}26\,\%$ mit den experimentellen Werten und $\frac{I_{t,1}}{I_{t,2}} = 39{,}07\,\%$ mit den theoretischen.

Hier ist das Trägheitsmoment der Puppe in Stellung 2 größer, als das von Stellung 1. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in Stellung 1 die Beine der Puppe an dem Körper anliegen, während sie in Stellung 2 ausgestreckt sind. Die Abweichung der Verhältnisse, die durch Formel **??** berechnet wird, beträgt 38,88 %. Auch hier ist die Näherung der Puppe mit Zylindern ein naheliegender Grund für die Abweichung.



V101 Das Trägheitsmoment

Bestimmung der Winkelrichtgröße D
mit $D = \frac{F \cdot r}{\varphi}$

$r = 20\,cm$

F [N]	φ [°]	D [Nm]
0,016	20	0,009
0,046	30	0,018
0,066	40	0,019
0,089	50	0,020
0,11	60	0,021
0,134	70	0,022
0,162	80	0,023
0,18	~~90~~ 100	0,021
0,2	110	0,021
0,23	120	0,022
0,176	90	0,622

$\Rightarrow \bar{D} = 0{,}020\,Nm$

Bestimmung der Schwingungsdauer T von einem Stab, an dem zwei Massen ~~am~~ mit Abstand a von der Drehachse und m = 261 g sind.

Abbildung 2: Rohdaten Seite 1

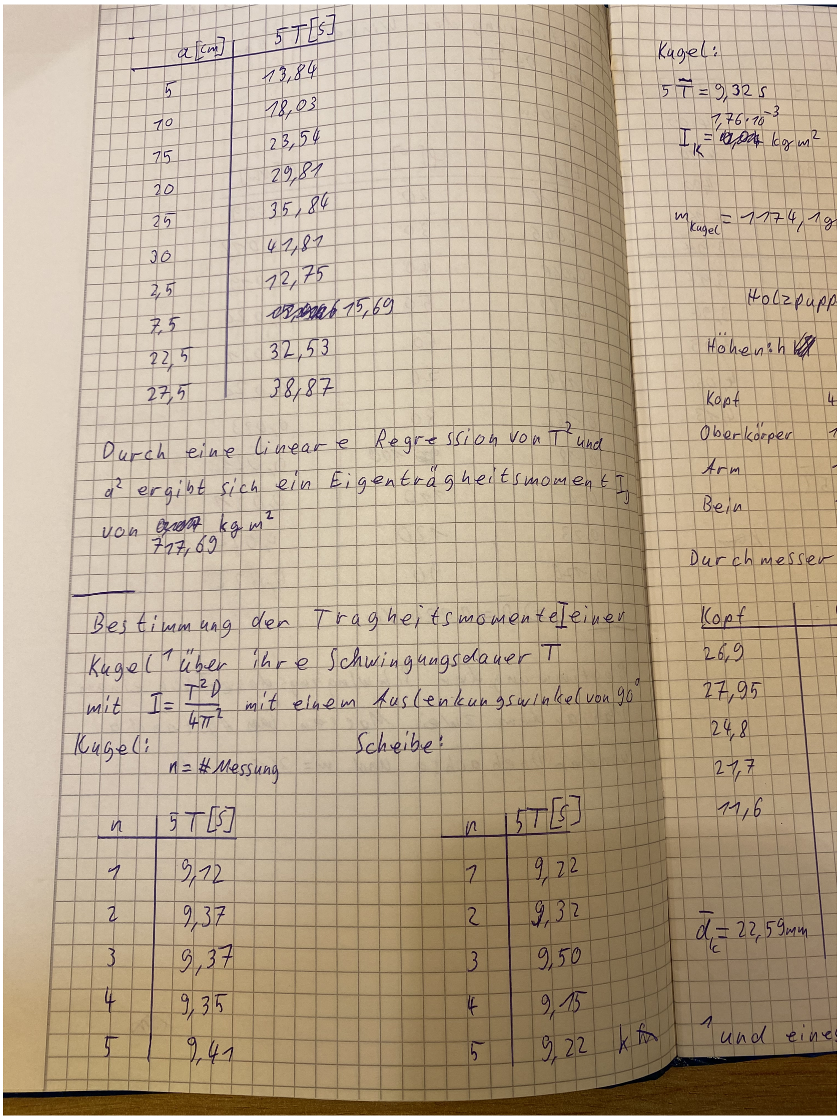
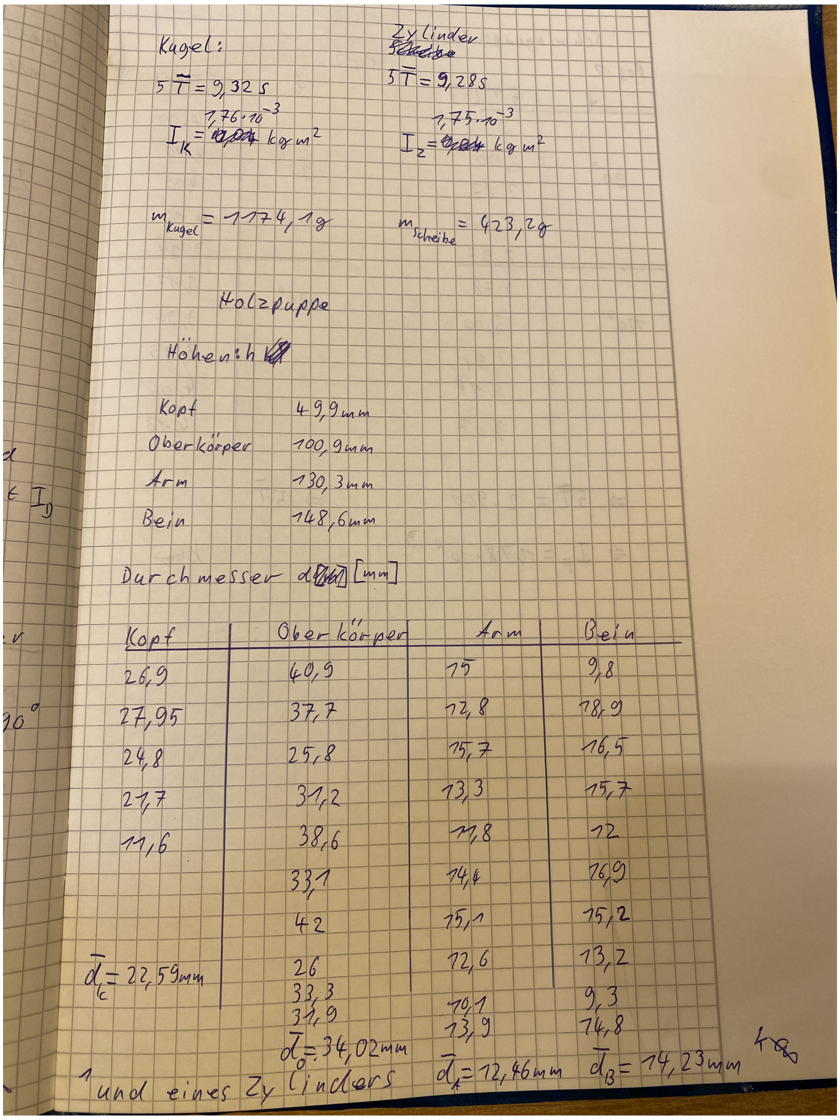


Abbildung 3: Rohdaten Seite 2



Kugel:

$5\bar{T} = 9{,}32\,s$

$I_K = 1{,}76 \cdot 10^{-3}\ kg\,m^2$

$m_{Kugel} = 1174{,}1g$

Zylinder ~~Scheibe~~

$5\bar{T} = 9{,}28\,s$

$I_Z = 1{,}75 \cdot 10^{-3}\ kg\,m^2$

$m_{Scheibe} = 423{,}2g$

Holzpuppe

Höhen: h

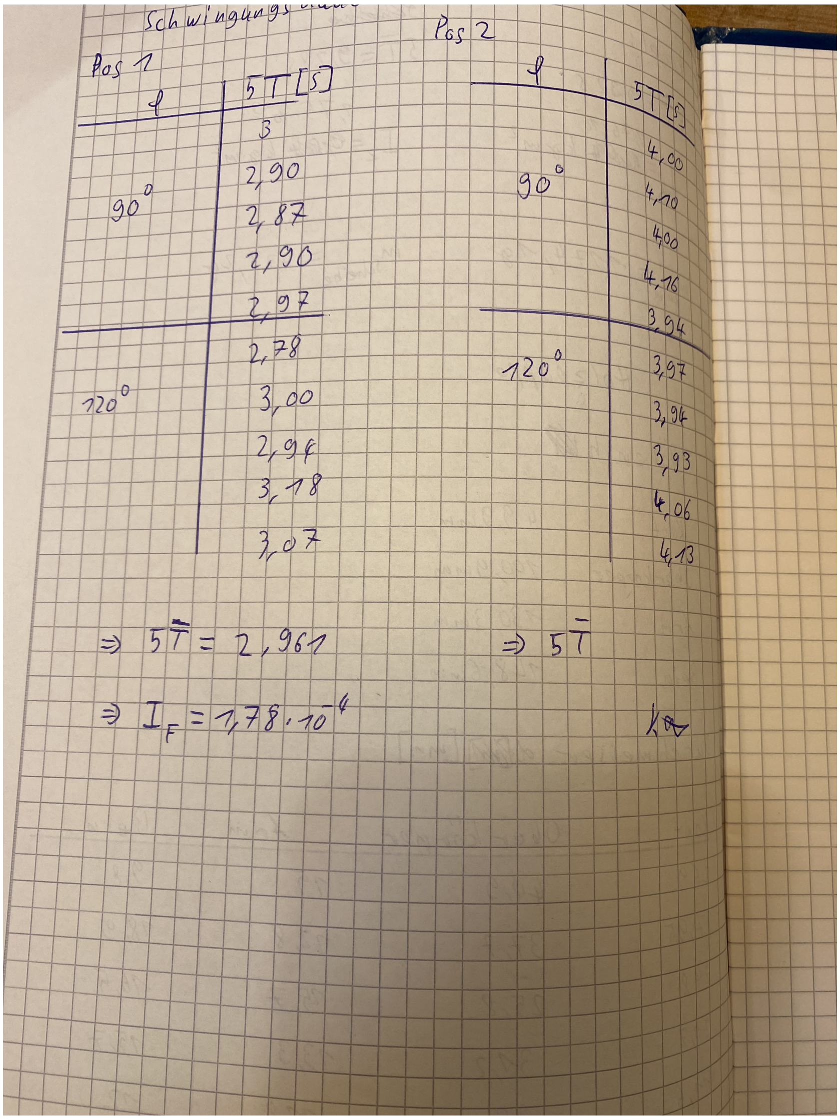
Kopf	49,9mm
Oberkörper	100,9mm
Arm	130,3mm
Bein	148,6mm

Durchmesser d [mm]

Kopf	Oberkörper	Arm	Bein
26,9	40,9	15	9,8
27,95	37,7	12,8	18,9
24,8	25,8	15,7	16,5
21,7	31,2	13,3	15,7
11,6	38,6	11,8	12
	33,1	14,4	16,9
	42	15,1	15,2
$\bar{d}_K = 22{,}59mm$	26	12,6	13,2
	33,3	10,1	9,3
	31,9	13,9	14,8
	$\bar{d}_O = 34{,}02mm$	$\bar{d}_A = 12{,}46mm$	$\bar{d}_B = 14{,}23mm$

[1] und eines Zylinders

Abbildung 4: Rohdaten Seite 3



Schwingungs

Pos 1

φ	5T [s]
90°	3
	2,90
	2,87
	2,90
	2,97
120°	2,78
	3,00
	2,94
	3,18
	3,07

$\Rightarrow 5\bar{T} = 2,961$

$\Rightarrow I_F = 1,78 \cdot 10^{-4}$

Pos 2

φ	5T [s]
90°	4,00
	4,10
	4,00
	4,16
	3,94
120°	3,97
	3,94
	3,93
	4,06
	4,13

$\Rightarrow 5\bar{T}$

Abbildung 5: Rohdaten Seite 4