v302

elektrische Brückenschaltungen

Benedikt Nelles
benedikt.nelles@tu-dortmund.de

Tom Bollig
tom.bollig@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.11.2023

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

1.1 allgemeine Formeln

Das ohmsche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwichen der Spannung an einem Leiter mit der Stromstärke.

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

Die kirchhoffschen Gesetze beschreiben das Verhalten von Strom in einem geschlossenen Stromkreis. Die Knotenregel besagt, dass alle einem Knoten hinzugefügten Ladungen gleich der abgegebenen Ladungen sein müssen.

$$\sum_{i=1}^{\mathrm{n}} I_i = 0 \tag{2}$$

Die Maschenregel besagt, dass die Summe aller einzelnen Spannungen in einer Masche gleich 0 ist. Das liegt daran, dass die zugeführte und abgegebene elekztrische Arbeit gleich groß sein muss.

$$\sum_{i=1}^{\mathrm{n}} U_{0,i} - \sum_{j=1}^{\mathrm{m}} U_{ab,j} = 0 \tag{3}$$

1.2 Wheatstonsche Brückenschaltung

Die Wheatstonsche Brücke ist eine Schaltung, die genutzt wird, um ohmsche Widerstände zu messen. Dabei ist eine Spannung an zwei parallel geschalteten Paaren aus Widerständen angeschlossen, wobei nach dem ersten Widerstand jeweils ein Kabel an einem Oszilloskop angeschlossen ist. 1a Drei der Widerstände sind bekannt, der andere ist zu bestimmen. Dies erfolgt mit der Formel

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \tag{4}$$

1.3 Kapazitätsmessbrücke

Hier werden, im Gegensatz zu der Wheatstonsche Brückenschaltung, vor die beiden Widerstände auf der linken Seite jeweils ein Kondensator in Reihe geschaltet. Dabei hat der nach der Verbindung zum Oszilloskop eine bekannte Kapazität, wohingegen der der bei dem unbekannten Widerstand installierte eine zu bestimmende Kapazität besitzt. Der Aufbau ist in Abbildung 1b dargestellt. Den unbekannten Widerstand berechnet man mit Gleichung 4. Die unbekannte Kapazität mit

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \tag{5}$$

.

1.4 Induktivitätsmessbrücke

Der Aufbau der Induktivitätsmessbrücke ist analog zu dem der Kapazitätsmessbrücke, außer dass die Kondensatoren durch Spulen ausgetauscht werden. Anschaulich kann man dies in Abbildung 1c erkennen. Damit gilt für die Berechnung des ohmschen Widerstandes wieder Gleichung 4 und die Induktivität der Spule, die bestimmt werden soll, wird mit

$$L_x = L_2 \frac{R_4}{R_3} \tag{6}$$

berechnet.

1.5 Maxwell-Brücke

Die Maxwell-Brücke wird ebenfalls zur Bestimmung der Induktivität einer Spule benutzt. Sie besitzt aber keine Spule L_2 in Reihe zu R_2, sondern stattdessen einen Kondensator, der parallel zu R_4 geschaltet ist. R_4 ist nun ein verstellbarer Widerstand. Das ist damit zu begründen, dass ein Kondensator mit geringen Verlusten einfacher zu realisieren ist, als eine Spule mit wenig Verlusten. Die Schaltskizze davon ist Abbildung 1d. Die Berechnung von L_x erfolgt nun über

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \tag{7}$$

und die von R_x über Gleichung 4.

1.6 Wien-Robinson-Brücke

Die Wien-Robinson-Brücke wird verwendet, um eine konstante Frequenz ω aus einem Frequenzspektrum rauszufiltern. Aufgebaut wird diese wie in Abbildung **??** und besitzt vier bekannte Widerstände, wobei zwei den Widerstand R, einer den Widerstand R' und einer den doppelten Widerstand von R' besitzt. Für den Betrag des Spannungverhätnis von der Brückenspannung und der Eingangsspannung gilt

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right| = \sqrt{\frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9\Omega^2}} \tag{8}$$

mit

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} \tag{9}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \tag{10}$$

1.7 Klirrfaktor

Der Klirrfaktor stellt dar, wie fehlerfrei eine Sinusspannung ist. Damit das das Überlagern der Spannung mit anderen Wellen gemeint. Der Klirrfaktor selbst wird durch das

Verhältnis von der Sinus-Schwingung mit Überlagerungsschwingungen aufgestellt. Dieser kann mit der Wien-Robinson-Brücke gemessen werden. Die Berechnung erfolgt mit

$$k = \frac{1}{U_1} \sqrt{\sum_i^n U_j^2} \tag{11}$$

mit

$$U_j = \frac{U_{Br}}{\sqrt{\frac{1}{9} \frac{(j^2-1)^2}{(1-j^2)^2+9j^2}}} \tag{12}$$

1.8 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Werteverteilung wird mit

$$\bar{x} = \frac{1}{\mathrm{n}} \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} x_i \tag{13}$$

bestimmt.

Den Fehler einer Größe berechnet man mit

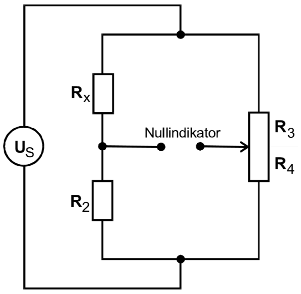
$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{n} \cdot (\mathrm{n}-1)} (\sum_{i=1}^{\mathrm{n}} (x_i - \bar{x}))} \tag{14}$$

Für Größen, die von mehreren Variablen, die jeweils einen Fehler besitzen, abhängen, berechnet man mit

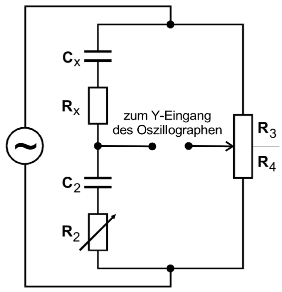
$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{\mathrm{n}} (\frac{\partial f}{\partial x_i})^2 (\Delta x_i)^2} \tag{15}$$

2 Aufbau und Durchführung

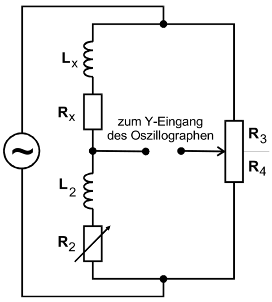
2.1 Aufbau



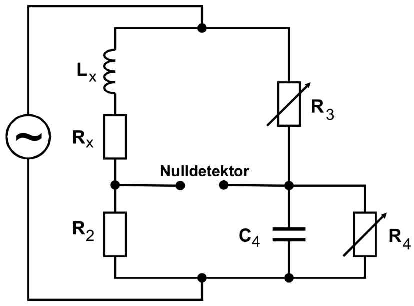
(a) Wheatstonesche Brückenschaltung



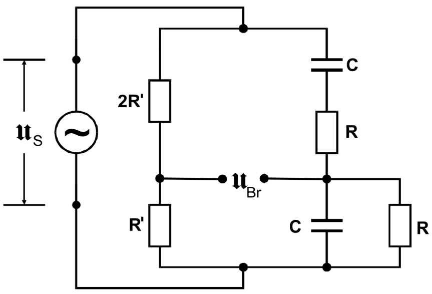
(b) Kapazitive Brückenschaltung



(c) Induktive Brückenschaltung



(d) Maxwellsche Brückenschaltung



(e) Wien-Robinson Brückenschaltung

[**v302**]
Die Schaltkreise, entsrechend der Schaltbilder, werdenmit vorgefertigten Bauteilen zusammengefügt, wobei bestimmte Elemente unbekannte Werte haben. Als Spannungsmessgerät wird ein Oszilloskop verwendet. R_3 und R_4 sind Potentiometer, wobei für für die ersten drei Schaltungen gilt, dass $R_3 + R_4 = 1000\,\Omega$ ist.

2.2 Durchführung

2.3 Wheatstonesche Brückenschaltung

In der Wheatstoneschen Brückenschaltung (1a) müssen R_3 und R_4 variiert werden, bis im Oszilloskop die Brückenspannung auf 0 V fällt. Daraufhin werden die entsprechenden Widerstände notiert und der unbekannte Widerstand mithilfe von Formel 4 berechnet werden.

2.4 Kapazitive Brückenschaltung

In der Kapazitiven Schaltung wird die Brückenspannung nur auf ein Minimum gebracht, da störende Frequenzen in der Wechselspannung verhindern, dass diese auf 0 V fällt. Hierzu werden wieder R_3 und R_4 variiert. Der hier zu bestimmende Widerstand wird wieder mithilfe von 4 berechnet und die fehlende Kapazität mit Formel 5.

2.5 Induktive Brückenschaltung

Für die Induktive Brückenschaltung wird wie bei der kapazitiven die Brückenspannung wieder minimiert durch variieren der bekannten Widerstände. Hierbei ist der unbekannte Widerstand wieder über Gleichung 4 bestimmt und die Induktivität über Gleichung 6.

2.6 Maxwellsche Brückenschaltung

In der maxwellschen Brückenschaltung wird wieder die Brückenspannung minimiert mit R_3 und R_4, allerdings gilt hier nichtmehr, dass deren Summe $1000\,\Omega$ ergibt. So wird auch hier der fehlende Widerstand R_x mit 4 bestimmt, die Induktivität aber mithilfe von Gleichung 7.

2.7 Wien-Robinson Brückenschaltung

Mit der Wien-Robinson Schaltung werden nun nur Bauteile mit bekannten Größen gewählt und die Frequenz f der Eingangsspannung geändert. Zu jeder betrachteten Frequenz wird dann die Brückenspannung aufgetragen. Bis 500 Hz wird die Frequenz in 50 Hz Schritten aufgenommen und danach in 500 Hz Schritten bis 5000 Hz.

3 Auswertung

3.1 Wheatstonsche Brückenschaltung

Für R_2 wurde ein Widerstand mit $R_2 = (332{,}00 \pm 9{,}96)\,\Omega$ verwendet. Der Fehler der Bauteile wird im Folgenden immer als $\pm 3\,\%$ angenommen. Der zu bestimmende Widerstand war Wert 13. Durch das varieren der Widerstände R_3 und R_4, bis die Brückenspannung den Wert 0 annimmmt, wurden für diese bei der ersten Messung die Werte $R_3 = 490\,\Omega$ und $R_4 = 510\,\Omega$ bestimmt, mit dem Verhältnis $\frac{R_3}{R_4} = 0,961 \pm 0,005$. Für den Fehler des Verhältnisses wurde $\pm 0{,}5\,\%$ angenommen. Mit Gleichung 4 ergibt sich

$R_{13} = 318{,}98\,\Omega$. Der Fehler dieser Größe wird mit Formel 15 berechnet. Damit ergibt sich hier $\Delta R_{13} = \sqrt{\left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 (\Delta R_2)^2 + (R_2)^2 \left(\Delta \frac{R_3}{R_4}\right)^2}$. Demnach gilt $R_{13} = (318{,}98 \pm 9{,}71)\,\Omega$. Dies wurde für einen Weiteren unbekannten Widerstand, Wert 11, durchgeführt. Hier ergibt sich $R_3 = 596\,\Omega$, $R_4 r = 404\,\Omega$ und $\frac{R_3}{R_4} = 1,475 \pm 0,007$. Daraus folgt mit Formel 4 und 15 $R_{11} = (490 \pm 15)\,\Omega$.

3.2 Kapazitive Brückenschaltung

Für R_2 wird hier der selbe Wert wie bei der Wheatstonschen Brücke genutzt und die Kapizität des Kondensators C_2 ist $C_2 = (750{,}0 \pm 22{,}5)\,\mathrm{nF}$. Die unbekannte Kapazität war hier Wert 8. Durch das varieren von R_3 und R_4 bis ein Minumum gefunden wurde, wurden die Werte $R_3 = 675\,\Omega$ und $R_4 = 325\,\Omega$ aufgenommen. Das Verhältnis der Werte beträgt $\frac{R_3}{R_4} = 2,08 \pm 0,01$. Mit Gleichung 4 und 15 ergibt sich $R_8 = (690 \pm 21)\,\Omega$. Die Kapazität C_8 kann mit Gleichung 5 und der Fehler mit Gleichung 15 berechnet werden. Der Fehler ist also $\Delta C_8 = \sqrt{\left(\frac{R_4}{R_3}\right)^2 (\Delta C_2)^2 + (-C_2 \frac{R_4^2}{R_3^2})^2 \left(\Delta \frac{R_3}{R_4}\right)^2}$. Damit gilt $C_8 = (361 \pm 11)\,\mathrm{F}$.

Dies wird analog mit Wert 9 durchgeführt. Damit ist $R_3 = 595\,\Omega$ und $R_4 = 405\,\Omega$. Einsetzen in Formel 4 und 15 ergibt $R_9 = (488 \pm 15)\,\Omega$. Die Kapazität hat nach Einsetzen in Formel 5 und 15 den Wert $C_9 = (511 \pm 7)\,\Omega$.

Tabelle 1: Eine Beispieltabelle mit Messdaten.

U / V	I / µA	N / s^{-1}
360	0,1	$98{,}3 \pm 0.9$
400	0,2	$99{,}8 \pm 1.0$
420	0,2	$99{,}1 \pm 0.9$

Siehe **??** und Tabelle 1!

4 Diskussion