Лекция №15

t – тест значимости объясняющих перменных модели и построениен моделей с нелинейными по коэффициентам функциями регрессии

План

1. t – тест значимости объясняющих перменных модели;
2. Построение эконометрических моделей с произвольными нелинейными по коэффициентам функциями регрессии;
3. Спецификация и трансформация к базовой модели эконометрики нелинейных моделей со стандартными функциями регресии;

На прошлой лекции обсудили ошибки спецификации моделей и последствия этих ошибок. Одна из ошибок спецификации состоит в пресутствие в моделе незначащих объясняющих переменных.

Обсудим тест именуемый t – тестом позваляющий идентифицировать незначащие объясняемые переменные в оценённой модели. Запись оценённой модели:

$$\begin{cases} y_t = \underset{Sa_0}{\tilde{a}_0} + \underset{Sa_1}{\tilde{a}_1} x_1 + \ldots + \underset{Sa_k}{\tilde{a}_k} \cdot x_k + \underset{\tilde{\sigma}_u}{u_t}; \\ R^2 = \ \ldots \end{cases} \tag{1}$$

Вспомним определение незначащей объясняющей переменной, так например x_1, является незначащим, если справедлива гипотеза:

$$H_0 : a_1 = 0 \tag{2}$$

Если же она не справедлива, то есть справедлива альтернативная гипотеза:

$$H_1 : a_1 \neq 0$$

то переменная x_1 является значащей и её необходимо сохранить в моделе.

t – тест позируется на следующей **теореме:**

Пусть выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова, а случайные возмущения имеют нормальный закон распределения. Пусть модель оценена методом наименьших квадратов, то гогда следуюзщая дробь:

$$t = \frac{\tilde{a}_1}{S\tilde{a}_1}$$

является случайной переменной расапределённой по закону Стьюдента с количеством степеней свободы $m = (n - (k+1))$.

Порядок t – теста о незначимости объясняющей переменной в оценённой модели

Шаг 1. Визуальный поиск в оценённой моделе таких объясняющих переменных в которых спраделиво следующее неравенство:

$$|\tilde{a}_j| \leqslant S\tilde{a}_j |t| \overset{2}{\leqslant} t_{\text{крит}} \tag{3}$$

Если находится такая объясняющая переменная x_j для которого справедливо данное неравенство, то это означает, что значение оценки коэффициента $\tilde{a}_j$ скорее всего вызвана ошибкой оценивания коэффициента $a_j = 0$.

Именно с таких объясняющих переменных нужно приступать к t – тесту.
Шаг 2. Расчёт статистики t:

$$t = \frac{\widetilde{a}_1}{S\widetilde{a}_1}$$

Что гипотеза $H_0\ a_j = 0$.
Шаг 3. Задаться значением $\alpha \in [0, 0.05]$ и при количестве степеней свободы $m = (n - (k+1))$ найти при помощи функции "СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х" найти двустороннюю квантиль уровня $1 - \alpha$ распределения Стьюдента. Пример, выбираем уровень значимости 0.05 с кол-ом степеней свободы $m = 11$, тогда упомянутая выше квантиль равна ≈ 2.2. Часто такую квантиль обозначают $t_{\text{крит}}$.
Шаг 4. Проверить справедливость следующего неравенства:

$$t| \overset{2}{\leqslant} t_{\text{крит}}$$

Если оно справедли, то гипоза $H_0 : a_j = 0$ может быть принята, как не противоречащая реальным данным и переменная x_j удалена из модели, в противном случае приниматся гипотеза H_1 переменная x_j интерпритируется, как значащая и сохраняется в моделе.
Замечание. Из курса математической статистики известно, что процедура проверк статистической гипотезы, может приводить к ошибкам I или II рода. Ошибка I рода - отвергнуть гипотезу H_0, когда она верна. Ошибка II рода - когда мы приняли гипотезу, когда она не верна. В ситуации t – теста гораздо опаснее принять гипотезу H_0, когда она не верна и следовательно исключить значащую переменную из модели (лучше сохранить незначащую чем сохранить значащую). После удаления из модели незначащих переменных необходимо повторить все тесты в моделе.
Взаимосвязь двусторонней и обычной квантили распределения Стьюдента
Двустороннюю квантиль уровня $1 - \alpha$ обозначаем символом $t_{\text{крит}}$; обычную квантиль уровня $1 - \frac{a}{2}$ обозначаем символом $t_{1-\frac{a}{2}}$ справедливо следующее равенство $t_{\text{крит}} = t_{1-\frac{a}{2}}$.

Построение эконометрических моделей с произвольными нелинейными по коэффициентам функциями регрессии

Начнём с примера. Приведём пример эконометрической модели с нелинейной по коэффициентам уровня регрессии.

$$\begin{cases} Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} + u \\ A > 0, 0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1 \\ E(u) = 0, E\left(u^2\right) = \sigma^2 \end{cases}$$

До настоящего времени, мы обсуждали только линейные по коэффициентам модели. В этой теме мы обсудим построение таких моделей. Начнём с самого общего случая:

$$\begin{cases} y = f(\vec{x};\vec{a}) + u \\ E(u) = 0, E\left(u^2\right) = \sigma^2 \\ \vec{p} = \left(\vec{a}, \sigma^2\right) \end{cases} \qquad (4.3)$$

Символом $\vec{x}$ – набор объясняющих переменных (K, L), $\vec{a}$ – неизвестных коэффициентов (A, α, β).

Спецификация и трансформация к базовой модели эконометрики нелинейных моделей со стандартными функциями регресии

Обозначим символом $\vec{x}$ – обозначим какие-то известные приближённые значения коэффициентов и разложим функцию регрессии в ряд Тейлора в окресности точки $(\vec{a}_0)$:

$$f(\vec{x};\vec{a}) \approx f(\vec{x};\vec{a}_0) + f'_0 \cdot \triangle a_1 + \ldots + f'_k \cdot \triangle a_k \qquad (4.4)$$

$$\triangle a_0 = a_0 - a_0^0;\ \ \triangle a_1 = a_1 - a_1^0;\ \ \ldots;\ \triangle a_k = a_k - a_k^0 \qquad (4.5)$$

, где символами $f'_0,\ \ \ldots,\ f'_k$ обозначены частные производные.

Спецификация (4.3) примет вид (4.7), где приняты обозначения (4.6):

$$\triangle y = y - f\left(\vec{x};\vec{a}^0\right);\ z_0 = f'_0;\ z_1 = f'_1,\ \ldots, z_k = f'_k \qquad (4.6)$$

$$\begin{cases} \triangle y = z_0 \cdot \triangle a_0 + z_1 \cdot \triangle a_1 + \ldots + z_k \cdot \triangle a_k + u \\ E(u) = 0, E\left(u^2\right) = \sigma^2 \\ \vec{p} = \left(\vec{a}, \sigma^2\right) \end{cases} \qquad (4.7)$$