# Семинар №11

**Тема.** Измерение научно-технологического прогресса в национальной экономики (остатки Солоу)

#### План

- 1. "Золотой" уровень накопления капитала в экономике с учётом динамики живого труда и его эффективности;
- 2. Измерение научно-технологического прогресса в национальной экономики (остатки Солоу);
- 3. ДЗ

**Задача № 19.** Экзогенные переменные из модели Солоу экономики США имеют значения:

$$n = 0.0064$$
,  $\delta = 0.1$ ,  $g = 0.015$ 

Используя решение задачи №8, проверить справедливость условия (20"). Много или мало основного капитала?

#### Решение:

$$MPK = (\delta + n + g)$$
 (20")  
 $MPK = 0.179 \neq 0.1214 = \delta + n + g$ 

Следовательно, национальная экономика не находится на "золотом" уровне. Поскольку предельный продукт капитала превышает правую часть (20") то это означает, что основного капитала не хватает.

**Задача №20.** Дать экономическую интерпретацию  $\gamma$ . p цена нефти.

Задача 20. Используя собранные в следующей таблице статистические данные в виде уровней  $\frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t}$ ,  $\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t}$ ,  $\frac{\Delta L_{t+1}}{L_t}$  в экономике США, оцените среднее значение остатка Солоу для экономики США и вычислите оценку годового темпа прироста g эффективности  $E_t$  живого труда в этой стране. Учтите, что  $\alpha=0,56$ .

Year	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ΔΥ/Υ(%)	1,4	2,3	3,3	3,7	3,2	2,4	0,9	-1,3	0,0	2,1	1,9	2,0	2,2	2,7	2,3	2,0
ΔΚ/Κ(%)	2,6	2,4	2,5	2,7	2,7	2,5	2,1	1,3	0,9	1,0	1,1	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4
ΔL/L(%)	-0,1	-0,2	0,9	1,1	1,8	1,9	1,1	-0,6	-3,8	-0,4	0,6	1,8	1,0	1,7	1,7	1,7

**Задача 20.** Производственная функция экономики России на временном интервале 1990-2012гг. имеет уравнение

 $Y_t = A \cdot K_t^{\alpha} \cdot (E_t \cdot L_t)^{1-\alpha} \cdot p_t^{\gamma}.$ 

Здесь  $p_t$  — цена нефти марки Brent (\$/B). Оценки коэффициентов равны: A=0.58;  $\alpha=0.57$ ;  $\gamma=0.24$ .

Требуется 1) получить правило расчёта остатков Солоу для производственной функции экономики России, 2) дать экономическую интерпретацию коэффициента γ.

$$\frac{\triangle A_{E,t+1}}{A_{E,t}} = (1 - \alpha) \cdot g = \frac{\triangle Y_{t+1}}{Y_t} - \left(\alpha \cdot \frac{\triangle K_{t+1}}{K_t} + (1 - \alpha) \cdot \frac{\triangle L_{t+1}}{L_t}\right) \tag{22}$$

**Указания.** Для решения этой задачи уравнение производственной функции нужно прологорифмировать и затем перейти к дифференциалам.

$$\ln Y_t = \ln A + \alpha \cdot \ln(K_t) + (1 - \alpha) \cdot \ln(E_t \cdot L_t) + \gamma \ln(p_t)$$

$$\frac{\triangle Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{\triangle A_{E,t+1}}{A_{E,t}} + \alpha \cdot \frac{\triangle K_{t+1}}{K_t} + (1 - \alpha) \cdot \frac{\triangle L_{t+1}}{L_t} + \gamma \frac{\triangle p_{t+1}}{p_t}$$

$$\frac{\triangle A_{E,t+1}}{A_{E,t}} = \frac{\triangle Y_{t+1}}{Y_t} - \left(\alpha \cdot \frac{\triangle K_{t+1}}{K_t} + (1 - \alpha) \cdot \frac{\triangle L_{t+1}}{L_t} + \gamma \frac{\triangle p_{t+1}}{p_t}\right)$$

 $\gamma$  – это эластичность ВВП России по цене марки нефть.

Согласно этому уравнению темп прироста ВВП России раскладывается на 4 слагаемых, а именно на остаток Солоу, а также темп прироста, которое генерировано изменением цены.

## Задачи к занятиям по теме «Модель экономического роста Солоу»

**Задача 21.** Используя собранные в следующей таблице статистические данные в виде уровней  $\frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t}$ ,  $\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t}$ ,

 $\frac{\Delta L_{t+1}}{L_t}$  в экономике США, оцените среднее значение остатка Солоу для экономики США и вычислите оценку годового темпа прироста g эффективности  $E_t$  живого труда в этой стране. Учтите, что  $\alpha=0,56$ .

Year	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ΔΥ/Υ(%)	1,4	2,3	3,3	3,7	3,2	2,4	0,9	-1,3	0,0	2,1	1,9	2,0	2,2	2,7	2,3	2,0
ΔΚ/Κ(%)	2,6	2,4	2,5	2,7	2,7	2,5	2,1	1,3	0,9	1,0	1,1	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4
ΔL/L(%)	-0,1	-0,2	0,9	1,1	1,8	1,9	1,1	-0,6	-3,8	-0,4	0,6	1,8	1,0	1,7	1,7	1,7

### Решение:

$$\frac{\Delta A_{E,t+1}}{A_{E,t}} = (1 - \alpha) \cdot g$$

t	Y (млрд.\$) <b>-</b>	<b>К</b> (млрд.\$) <b>▼</b>	L(млн. чел.)	A
2000				
2001	1.4	2.6	-0.1	-0.0272607
2002	2.3	2.4	-0.2	1.06696448
2003	3.3	2.5	0.9	1.54016988
2004	3.7	2.7	1.1	1.66635075
2005	3.2	2.7	1.8	0.86973937
2006	2.4	2.5	1.9	0.12631033
2007	0.9	2.1	1.1	-0.7839414
2008	-1.3	1.3	-0.6	-1.8160926
2009	0.0	0.9	-3.8	1.14857311
2010	2.1	1.0	-0.4	1.70448009
2011	1.9	1.1	0.6	0.98834929
2012	2.0	1.3	1.8	0.55379472
2013	2.2	1.3	1.1	0.97547953
2014	2.7	1.4	1.7	1.19730973
2015	2.3	1.4	1.7	0.73329042
2016	2.0	1.4	1.7	0.45096044
среднее				
изменение	1.93	1.78	0.64	0.65
(%)				
	0.56	0.24	g=	1.48
	alpha	gamma		

Среднее значение остатка Солоу равно 0.65%. получается, что в среднем каждый год научно-технологический прогресс приносит примерно 0.65%. В свою очередь велечина  $g\approx 1.5\%$ , то есть в среднем каждый год эффективность труда увеличивется на 1.5%.

Коэффициент  $\gamma$  в индексе научно-технологичного значения равен среднему значению остатка Солоу.

ДЗ

**Задача 22** (домашняя). Для производственной функции экономики России получите правило расчёта MPK и вычислите значение MPK в 2012 году, используя данные из следующей таблицы (уровни  $Y_t, K_t$ ) выражены в млрд. руб. в ценах 1990г.).

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Yt(млрд.руб)	456	477	512	549	584	632	686	722	665	695	725	750
Кt(млрд.руб)	1363	1396	1471	1510	1577	1653	1736	1717	1490	1692	1885	1975
Lt (млн)	65	65,6	66	66,4	66,8	67,2	68	68,5	67,5	67,6	67,7	68
pt(\$/B)	31,9	33,0	36,2	45,1	62,1	72,7	76,2	95,0	64,1	79,6	101,8	104,1

при  $E_t = 1$ 

ДЗ

Задача 23(домашняя). Используя собранные в следующей таблице статистические данные в виде уровней  $(Y_t, K_t, L_t, p_t)$  в экономике России, оцените среднее значение остатка Солоу для экономики России и вычислите оценку годового темпа прироста g эффективности  $E_t$  живого труда в России на временном интервале 1990-2012гг. Учтите, что производственная функция экономики России на временном интервале 1990-2012гг. имеет уравнение  $Y_t = 0.58 \cdot K_t^{0.57} \cdot L_t^{0.43} \cdot p_t^{0.24}$ , где  $p_t$  — цена нефти марки Brent.

Год	199	199	1 199	92 19	93 1	994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Yt(млрд.руб)	64	4 61	2 52	23 4	78 4	117	400	386	391	371	394	434
Кt(млрд.руб)	187	2 195	7 146	57 15	02 13	229 :	1197	1071	1062	1074	1211	1296
Lt (млн)	75,	3 73,	8 72	,1 70	0,9 6	8,5	66,4	66	64,6	63,6	64	64,5
pt(\$/B)	28,	7 24.			9,7 1	8,9	18,6	22,9	22,2	15,5	22,1	35,5
p-(0)-1												
Год	2001	2002	2003	2004	2005	200	6 200	07 200	8 2009	2010	2011	2012
Yt(млрд.руб)	456	477	512	549	584	63	2 68	36 72	2 665	695	725	750
Кt(млрд.руб)	1363	1396	1471	1510	1577	165	3 173	36 171	7 1490	1692	1885	1975
Lt (MATH)	65	65,6	66	66,4	66,8	67,	2 6	58 68,	5 67,5	67,6	67,7	68
pt(S/B)	31,9	33,0	36,2							79.6	101,8	104 1