1. Назначение экономико-математических моделей (ЭММ). Два принципа их спецификации. Типы уравнений в ЭММ: поведенческие уравнения и тождества (на примере макромодели).

Назначение экономико-математических моделей (ЭММ)

Экономико-математическая модель (ЭММ, эконометрическая модель) объекта – это некоторое математическое выражение (график или таблица, уравнение или система уравнений, дополненная, возможно, неравенствами, условие экстремума), связывающее воедино исходные данные и искомые неизвестные задачи.

Два принципа спецификации эконометрической модели:

1. Эконометрическая модель возникает в итоге записи математическим языком взаимосвязей исходных данных и искомых неизвестных.
2. Количество уравнений модели обязано совпадать с числом искомых неизвестных.

Типы уравнений в ЭММ: поведенческие уравнения и тождества

Рассмотрим макромодель Кейнса, экономическим объектом в которой является закрытая экономика.

Экзогенные переменные: I – объем инвестиций в экономику страны.

Эндогенные переменные: $C-$ уровень потребления в стране, $Y-$ валовой внутренний продукт (ВВП).

Применим первый метод спецификации:

1) доход состоит из потребительских расходов и инвестиционных затрат

$Y = C + I -$ уравнение представляет собой основное тождество системы национальных счетов для закрытой экономики

2) уровень потребительских затрат объясняется доходом

$C = a_0 + a_1 \cdot Y -$ с позиции математики переменная C – функция переменной Y, а именно – линейная алгебраическая функция; такое уравнение принято называть ***поведенческим***.

3) с ростом дохода увеличивается потребление, каждая доп. единица дохода потребляется не полностью, какая-то часть идет на инвестиции, поэтому $0 < a_1 < 1$

Итак:

– ***тождество*** представляет собой равенство, выполняющееся в любом случае (тождество – это уравнение без коэффициентов);
– ***поведенческое*** уравнение включает параметры (a_0, a_1), значения которых являются неизвестными и подлежат оцениванию.

2. Типы переменных в экономических моделях. Структурная и приведённая форма модели (на примере макромодели). Компактная запись.

Типы переменных в эконометрических моделях:

Экзогенные переменные – исходные данные (экономические переменные, значения которых определяются вне модели и заранее известны).

Эндогенные переменные – искомые неизвестные (экономические переменные, значения которых нужно определить внутри модели).

Лаговые переменные - экзогенные и эндогенные переменные экономических моделей, датированные предыдущими моментами времени.
Объясняемые переменные – текущие эндогенные переменные.
Предопределенные переменные – текущие и лаговые экзогенные переменные, а также лаговые эндогенные переменные, если они стоят в уравнении с текущими эндогенными переменными.

Структурная и приведенная формы модели
Рассмотрим макромодель Кейнса, экономическим объектом в которой является закрытая экономика.
Экзогенные переменные: I – объем инвестиций в экономику страны.
Эндогенные переменные: C – уровень потребления в стране, Y – валовой внутренний продукт (ВВП).
Структурная форма модели – модель, полученная в результате записи математическим языком взаимосвязей эндогенных и экзогенных переменных:

$$Y = C + I$$
$$C = a_0 + a_1 Y$$
$$0 < a_1 < 1$$

Мы можем привести модель случае методом подстановки к ***приведенной форме***, где каждая эндогенная переменная представляется в виде явной функции только экзогенных переменных:

$$C = \frac{a_0}{1-a_1} + \frac{a_1}{1-a_1} \cdot I$$
$$Y = \frac{a_0}{1-a_1} + \frac{1}{1-a_1} \cdot I$$

Компактная запись
Обозначив векторы эндогенных переменных $\overline{y} = \begin{pmatrix} Y \\ C \end{pmatrix}$ и экзогенных переменных $\overline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ I \end{pmatrix}$, мы можем записать макромодель Кейнса в компактном виде:

$$A\overline{y} + B\overline{x} = 0$$

Составив матрицы A и B, получим компактную запись:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -a_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ a_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Спецификация и преобразование к приведённой форме динамических моделей. Лаговые и предопределённые переменные динамической модели. Модель Линтнера корректировки размера дивидендов. Компактная запись.
Спецификация и преобразование к приведенной форме динамических моделей
Для отражения в спецификации модели фактора времени её переменные датируются (привязываются ко времени). Модель с датированными переменными

именуется ***динамической***. Стоит отметить, что датирование переменных является третьим принципом спецификации эконометрической модели.
Датированные переменные бывают текущие (датированные текущим моментом времени) и лаговые (датированные предыдущими моментами времени).
В свою очередь, все переменные динамической модели делятся на:

1. объясняемые – текущие эндогенные переменные;
2. предопределенные (объясняющие), включающие:
   - лаговые эндогенные;
   - текущие экзогенные;
   - лаговые экзогенные.

Модель Линтнера корректировки размера дивидендов
Исходные данные: EPS – чистая прибыль на акцию;
Искомые величины: DPS – объем дивидендов на акцию;
Утверждения, на которых построена модель:

1) фирма имеет долговременную долю в чистой прибыли на акцию, которую она хотела бы выплачивать в виде дивидендов своим акционерам в текущем периоде;
2) уровень дивидендов в текущем периоде объясняется желаемым уровнем дивидендов в этом периоде и уровнем реальных дивидендов в предшествующем периоде;

Спецификация модели:

$$\begin{cases} DPS_t^w = \gamma \cdot EPS_t \\ DPS_t = \lambda \cdot DPS_t^w + (1-\lambda) \cdot DPS_{t-1} \\ 0 < \gamma < 1 \end{cases}$$

Объясняемые переменные: DPS_t^w и DPS_t – желаемый и реальный уровень дивидендов в текущем периоде;
Предопределенные переменные: DPS_{t-1} и EPS_t – реальный уровень дивидендов в предшествующем периоде и чистая прибыль на акцию в текущем периоде.

Компактная запись

Обозначив векторы эндогенных переменных $\overline{y} = \begin{pmatrix} DPS_t^w \\ DPS_t \end{pmatrix}$ и экзогенных переменных
$\overline{x} = \begin{pmatrix} DPS_{t-1} \\ EPS_t \end{pmatrix}$, мы можем записать модель Линтнера в компактном виде:

$$A\overline{y} + B\overline{x} = 0$$

Составив матрицы A и B, получим компактную запись:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\lambda & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} DPS_t^w \\ DPS_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\gamma \\ -(1-\lambda) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} DPS_{t-1} \\ EPS_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. Спецификация и преобразование к приведённой форме эконометрических моделей. Эконометрическая модель Самуэльсона–Хикса делового цикла экономики. Компактная запись.

Спецификация и преобразование к приведённой форме эконометрических моделей

Принципы спецификации эконометрической модели:

1. Эконометрическая модель возникает в итоге записи математическим языком взаимосвязей исходных данных и искомых неизвестных.
2. Количество уравнений модели обязано совпадать с числом искомых неизвестных.
3. Переменные модели датируются, что позволяет нам получить динамическую модель, в которой текущие эндогенные переменные объясняются значениями предопределенных переменных.
4. Поведенческие уравнения модели включают в себя случайные возмущения, таким образом, мы отражаем в спецификации влияние на текущие эндогенные переменные неучтенных факторов (повышая тем самым адекватность модели).

На основании всех четырех принципов спецификации в самом общем случае структурная форма эконометрической модели имеет вид:

$$F(\overline{x}_t,\ \overline{y}_t) = \overline{u}_t$$

а приведенная форма:

$$\overline{y}_t = f(\overline{x}_t,\ \overline{u}_t)$$

Эконометрическая модель Самуэльсона–Хикса делового цикла экономики

Спецификация модели (структурная форма):

$$\begin{cases} C_t = a_0 + a_1 \cdot Y_t + u_t & 1 > a_1 > 0 \\ I_t = b \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + v_t & b > 0 \\ G_t = g \cdot G_{t-1} + w_t & g > 1 \\ Y_t = C_t + I_t + G_t & \end{cases}$$

Приведенная форма модели:

$$\begin{cases} C_t = a_0 + a_1 \cdot Y_{t-1} + u_t \\ I_t = b \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + v_t \\ G_t = g \cdot G_{t-1} + w_t \\ Y_t = a_0 + (a_1 + b) \cdot Y_{t-1} - b \cdot Y_{t-2} + g \cdot G_{t-1} + (u_t + v_t + w_t) \end{cases}$$

$$\text{Объясняющие переменные}: \vec{x}_t = (Y_{t-1}, Y_{t-2}, G_{t-1})$$

$$\text{Объясняемые переменные}: \vec{y}_t = (Y_t,\ C_t,\ I_t,\ G_t)$$

Компактная запись

Обозначив векторы эндогенных переменных $\overline{y} = \begin{pmatrix} Y_t \\ C_t \\ I_t \\ G_t \end{pmatrix}$ и экзогенных переменных

$\overline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ Y_{t-2} \\ G_{t-1} \end{pmatrix}$, мы можем записать модель Линтнера в компактном виде:

$$A\overline{y} + B\overline{x} \ = \ 0$$

Составив матрицы A и B, получим компактную запись:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_t \\ C_t \\ I_t \\ G_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_0 & -a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -b & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ Y_{t-2} \\ G_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \\ w_t \\ 0 \end{pmatrix}$$

5. Схема построения эконометрических моделей.

Шаг 1. Спецификация модели. В частности, фрагмент модели сельско-хозяйственных государственных расходов имеет следующую спецификацию:

$$\begin{cases} G_t \ = \ g\, G_{t-1} \ + \ w_t & g > 1 \\ E(w_t) \ = \ 0; \ Var(w_t) \ = \ \sigma_w^2 \end{cases} \quad (1)$$

Спецификация эконометрической модели обязательно содержит неизвестные константы. Они называются *параметрами модели.* В (1) параметры модели g, σ_w, где g – темп роста государственных расходов, σ_w – среднеквадратичное отклонение случайного возмущения или мера влияния неучтённых факторов.

Шаг 2. Сбор и проверка статистической информации в конкретных значений переменных, входящих в модель. (Примером такой информации служит файл "Элементы использования ВВП").

Собранную статистичестическую информацию разделяют на две части: большую $\approx 80\%$ часть имеет *обучающая* вырока и используется для определения параметров модели. Остальную часть отправляют на проверку инфляции и именуют *тестовой или контрольрующей выборкой.*

Примем обучающейся информации C (2002-2017 годов). Данные за 2018 год отнесём к контролирующей выборке.

Шаг 3. Оценивание по обучающей выборке неизвестных параметров модели методами математической статистики. На этом этапе по обучающейся выборке вычислим оценку $\left(\widetilde{g}, \widetilde{\sigma}_w\right)(3)$. Оценки (3) вычислим методом наименьших квадратов.

Шаг 4. Оценённая модель проходит проверку адекватности:

$$G_t \ = \ \widetilde{g}\ (S_{\widetilde{g}}) G_{t-1} \ + \ w_t \left(\widetilde{\sigma}_w\right) \quad (4)$$

$$\widetilde{G}_{t(2018)} \ = \ \widetilde{g} \ \cdot G_{t-1(2017)}$$

$$\delta \ = \ |\widetilde{G}_t \ - \ G_t|\ (G_t) \ \cdot 100 \ \leq 15\% \quad (5)$$

Модель признаётся адекватной, если отностительная ошибка прогноза не превышает 15%.

6. Порядок оценивания линейной эконометрической модели из изолированного уравнения в Excel. Смысл выходной статистической информации функции ЛИНЕЙН.

Пусть у нас построена линейная эконометрическая модель с изолированными переменными:

$$\begin{cases} y_t = a_0 + a_1\, x_{1t} + a_2\, x_{2t} + \ldots + a_k\, x_{kt} + u_t \\ E(u_t) = 0; \;\; E\left({u_t}^2\right) = \sigma_u^2; \end{cases}$$

$$x_{1t},\ldots,x_{nt} \; - \text{ объясняющие переменные, } y_t - \text{эндогенная переменная}$$
$$(t = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ n)$$

Порядок оценивания модели состоит в следующем:

– Вводим исходные данные или открываем из существующего файла, содержащего анализируемые данные;
– На панели инструментов "Стандартная" щелкаем на кнопке "Вставка" функции;
– В окне "Категория" выбираем "Статистические", в окне "Функция" – ЛИНЕЙН, щелкаем ОК;
– Заполняем аргументы функции:
  • Известные значения y – диапазон, содержащий данные результативного признака;
  • Известные значения x – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;
  • Константа – логическое значение, которое указывает на наличие или на отсутствие свободного члена в уравнении (если Константа = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если Константа = 0, то свободный член равен 0);
  • Статистика – логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию или нет (если статистика = 1, то дополнительная информация выводится, если Статистика = 0, то выводятся только оценки параметров уравнения).
– Щелкаем ОК.
– Выделяем область пустых ячеек $5 \times (k+1)$, т.е. (5 строк, $k+1$ столбцов) для вывода результатов регрессионной статистики.
– Ставим курсор на конец формулы в Строке формул
– Нажимаем комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER>.

Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке, как на следующей схеме:

$\tilde{a}_k$	$\tilde{a}_{k-1}$	$\cdots$	$\tilde{a}_1$	$\tilde{a}_0$
$S_{\tilde{a}_k}$	$S_{\tilde{a}_{k-1}}$	$\cdots$	$S_{\tilde{a}_1}$	$S_{\tilde{a}_0}$
R^2	$\tilde{\sigma}_u$	#	#	#

F	v_2	#	#	#
RSS	ESS	#	#	#

$\widetilde{a}_0, \ldots, \widetilde{a}_k$ – оценки коэффициентов;

$S_{\widetilde{a}_0}, \ldots, S_{\widetilde{a}_k}$ – стандартные ошибки коэффициентов;

R^2 – коэффициент детерминации;

$\widetilde{\sigma}_u$ – оценка меры влияния случайного возмущения;

F – статистика Фишера;

ESS – сумма квадратов оценок случайных возмущений;

$RSS = \sum \left(\widetilde{y}_i - \overline{\widetilde{y}}\right)^2$;(но это не точно)

v_2

7. Случайная переменная и закон её распределения. Нормальный закон распределения и его параметры.

Случайной переменной u – называется переменная величина, возможные значения которой $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ появляются в результате некоторого эксперимента (опыта) с вероятностями этих значений $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$; Вот полная запись определения случайной переменной, которая называется *законом распределения*:

$$u = \begin{Bmatrix} q_1, q_2, \ldots, q_n \\ p_1, p_2, \ldots, p_n \end{Bmatrix}.$$

Закон распределения случайной переменной называют *диффиренциальным законом или вероятностной функцией,* а в ситуации непрерывной случайно велечины - плотностью вероятности.

Нормальный закон распределения

Нормальный закон (Муавра-Гаусса). Имеет уравнение:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

Где μ – математическое ожидание, σ – среднее квадратическое отклонение.