

Лекция №2

Задача (самостоятельная). Проверить, что для производственной функции Кобба-Дугласа с включённым индексом, справедливы все требования производственной функции макроэкономического анализа.

Итог: производственная функция это модель ВВП страны.

Теорема Эйлера

Для дифференцируемой однородной первого порядка функции $F(K, L)$ справедливо равенство:

$$F(K, L) = \frac{\partial F}{\partial K} \cdot K + \frac{\partial F}{\partial L} \cdot L \quad (16)$$

$$MPK \approx \frac{\partial F}{\partial K}; \quad MPL \approx \frac{\partial F}{\partial L} \quad (9)$$

Экономическое следствие воспользуемся равенством производных производственной функции придельным продуктом её аргументов (9) и тогда теорема Эйлера примет вид (17):

$$Y = F(K, L) = MPK \cdot K + MPL \cdot L \quad (17)$$

Цены факторов производства в национальной экономике

Обозначим среднюю заработную плату работающих в экономике страны в течение заданного отрезка времени (года) символом \bar{w} . Символом \bar{r} мы означаем цену основного капитала (0.27). Затрат на производство ВВП определяются по правилу (18):

$$C = \bar{r} \cdot K + \bar{w} \cdot L \quad (18)$$

В свою очередь экономическая прибыль от производства товаров и услуг находится по правилу (19):

$$\pi_E = Y - C = F(K, L) - (\bar{r} \cdot K + \bar{w} \cdot L) \quad (19)$$

Модель спроса на факторы производства и следствия из этой модели

Модель спроса на факторы производства аналогична модели спроса на факторы производства фирмы и имеет вид оптимизационной задачи на условный экстремум (20):

$$\pi_E(K, L) \rightarrow \max \quad (20)$$

Необходимое и достаточное условие максимума экономической прибыли имеет вид системы уравнений (21):

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_E}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} - \bar{r} = 0, \\ \frac{\partial \pi_E}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial L} - \bar{w} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

При оптимальных уровнях факторов производства в национальной экономике придельные продукты факторов совпадают со средними ценами этих факторов.

$$\pi_E \rightarrow \max \Leftrightarrow \begin{cases} MPK(K, L) = \bar{r} \\ MPL(K, L) = \bar{w} \end{cases} \quad (22)$$

Уровни основного капитала K и живого труда L оптимальны тогда и только тогда, когда они совпадают со средними ценами этих факторов. Вернёмся к производственной функции Кобба-Дугласса и вспомним выражения предельных продуктов капитала и живого труда.

$$MPK \approx \frac{\partial F}{\partial K} = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha-1} \quad (12)$$

$$MPL \approx \frac{\partial F}{\partial L} = (1 - \alpha) \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha} \quad (13)$$

$$E_Y(K) \approx \frac{\partial F}{\partial K} : \frac{F(K, L)}{K} = \alpha \quad (14)$$

$$E_Y(L) \approx \frac{\partial F}{\partial L} : \frac{F(K, L)}{L} = 1 - \alpha \quad (15)$$

Отметим, что дробь $\frac{K}{L}$ имеет смысл капиталовооружённости живого труда. С учётом выражений (12, 13) деление второго уравнения на первое в уравнении (22) позволяет посчитать оптимальный уровень капиталовооружённости живого труда в национальной экономике.

$$\left(\frac{K}{L} \right) = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \frac{\bar{w}}{\bar{r}} \quad (23)$$

Модель спроса на факторы производства национальной экономике имеет вид (20-22).

Модель распределения ВВП по факторам производства в конкурентной экономике

Вернёмся к следствию из теоремы Эйлера (17) и учём в правой части этого следствия уравнение (22) в итоге получим выражение (24), которое экономисты называют моделью распределения ВВП по факторам производства:

$$Y = \bar{r} \cdot K + \bar{w} \cdot L = Y_K + Y_L \quad (24)$$

Первое слагаемое в правой части это та часть ВВП страны, которая достаётся владельцам основного капитала. Второе слагаемое это та часть ВВП страны, которая отдаётся работникам по найму. Для функции Кобба-Дугласса с учётом уравнений (22) слагаемое Y_K , Y_L принимают следующий вид:

$$Y_K = MPK \cdot K = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha-1} \cdot K = \alpha \cdot Y$$

$$Y_L = MPL \cdot L = (1 - \alpha) \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha} \cdot L = (1 - \alpha) \cdot Y$$

Бухгалтерская прибыль в экономике

Бухгалтерская прибыль в национальной экономике называют сумму экономической прибыли и дохода собственников основного капитала. Из модели распределения ВВП по правилам производства следует, что экономическая прибыль равна 0 и значит бухгалтерская прибыль состоит из дохода собственников основного капитала. Именно факт (26) и обнаружил в своё время Кобба-Дугласс. Он также обратил внимание на удивительное постоянство во времени отношения величин

$$\frac{Y_L}{Y_K} \approx \text{const}$$

$$\begin{cases} \pi_A = \pi_E + Y_K \\ \pi_E = 0 \\ \pi_A = Y_K \end{cases}$$

Задача. Проверить, что для построенной на практическом занятии отношение

величин $\frac{Y_L}{Y_K}$ является постоянным.

ИТОГ: производственная функция национальной экономики позволяет определить оптимальные уровни факторов производства оптимальную капитала вооружённости живого труда и изучить воздействие изменений факторов производства на доходы работающих по найму и собственников основного капитала.