

# Семинар №10

## Тема. Динамика дохода и потребления в устойчивом состоянии национальной экономики в рамках экономической модели Солоу

### План

1. Оценка значение переменной  $n$  в модели динами живого труда в национальной экономике.
2. Динамика дохода и потребления в устойчивом состоянии экономики
3. ДЗ

В таблице приведены уровни экономики в соединённых штатах  $n$  – темпа прироста живого труда в 21 веке для экономики.

### Решение:

На занятии №3 мы тодготовили таблицу с относительными изменениями ВВП основного капитала и затрат живого труда экономики США. Вот данные с первой строчки.

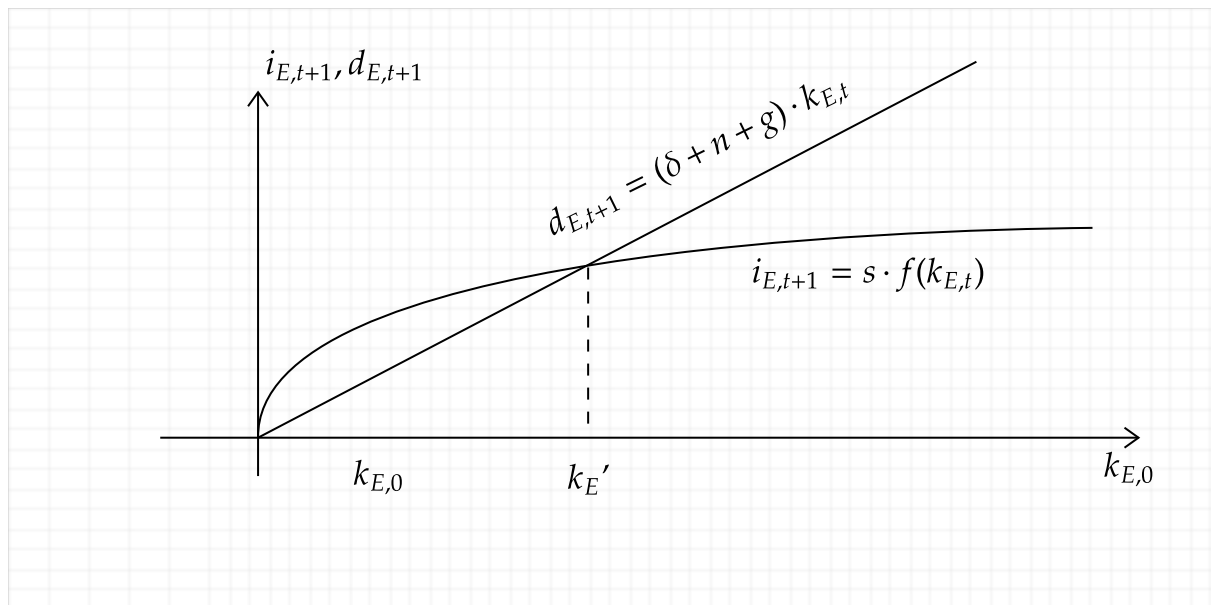
| L(млн. чел.) |
|--------------|
| -0.072992701 |
| -0.219138057 |
| 0.878477306  |
| 1.088534107  |
| 1.794687724  |
| 1.904090268  |
| 1.107266436  |
| -0.616016427 |
| -3.787878788 |
| -0.429491768 |
| 0.647016535  |
| 1.785714286  |
| 1.052631579  |
| 1.666666667  |
| 1.707650273  |
| 1.746138348  |
| 0.640834737  |

ДЗ На сайте госкомстат.ru найти уровни занятых в экономике России и оценить среднее значение темпа прироста живого труда в России в 21 веке.

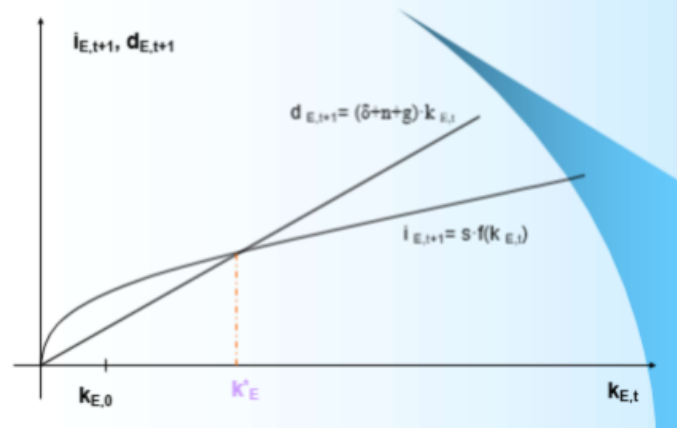
### Динамика дохода и потребления в устойчивом состоянии экономики

$$k_{E,t+1} = k_{E,t} + s \cdot f(k_{E,t}) - (n + \delta + g) \cdot k_{E,t}. \quad (12)$$

В национальной экономике кол-во остовного капитал, живого труда и эффективности живого труда изменяется с ходом времени. Национальная экономика в конце концов оказывается в устойчивом состоянии (в рамках модели Солоу) и в этом состоянии капиталовооружённость на единицу эффиктивного труда перестаёт меняться.



### Геометрическая иллюстрация теоремы Солоу



В устойчивом состоянии не будет также меняться доход(производительность), то есть величина  $i_{E,t+1}$ .

$$y_E^* = \left( \frac{Y}{E \cdot L} \right)^* = f(k_E^*) = \text{const} \quad (14)$$

Нас будет интересовать доход на единицу живого труда, эту величину мы обозначим  $y_t^*$ . Величину  $y_t^*$ :

$$y_t^* = E_t \cdot \left( \frac{Y}{E \cdot L} \right) = E_t \cdot y_E^*$$

Это равенство появилось из определения дохода на единицу эффективного труда, которое дано формулой (6) из лекции №5:

$$\frac{Y}{E \cdot L} = y_E = \frac{1}{E \cdot L} \cdot F(K, E \cdot L) = F(k_E, 1) = f(k_E) \quad (6)$$

$$k_E = \frac{K}{E \cdot L}$$

**Задача №2.** Доказать справедливость равенства 15:

$$\Rightarrow \frac{\Delta y_{t+1}^*}{y_t^*} = \frac{\Delta E_{t+1}}{E_t} = g \quad (15)$$

Дадим интерпретацию левой части уравнения (15). Это относительное изменение за так времени (за год) дохода на единицу живого труда в устойчивом состоянии, то есть это темп прироста дохода на единицу живого труда.

**Доказательство:**

Воспользуемся формулой (6), где определено понятие дохода на единицу эффективного труда:

$$y_{E,t} = \frac{Y_t}{E_t \cdot L_t} \rightarrow \frac{Y_t}{L_t} = y_t = y_{E,t} \cdot E_t$$

В устойчивом состоянии экономики последнее равенство с учётом (14) принимает вид:

$$y_t^* = y_{E,t}^* \cdot E_t$$

Логарифмируем, переходим к дифференциалам и учитываем (8):

$$E_{t+1} = E_t \cdot (1 + g) \quad (8)$$

$$\ln(y_t^*) = \ln(y_{E,t}^*) + \ln(E_t) \rightarrow \frac{\Delta y_{t+1}^*}{y_t^*} = \frac{\Delta E_{t+1}}{E_t} = g \quad (15)$$

**Вывод:** получается, что в рамках модели Солоу в устойчивом состоянии экономики доход на единицу живого труда возрастает с темпом прироста эффективности живого труда. Это значит, что доход может как угодно долго во времени возрастать.

**ДЗ** Доказать справедливость уравнение (16) и дать интерпретацию:

$$Y_t^* = (E_t \cdot L_t) \cdot y_E^* \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta Y_{t+1}^*}{Y_t^*} = \frac{\Delta E_{t+1}}{E_t} + \frac{\Delta L_{t+1}}{L_t} = g + n. \quad (16)$$

**ВВП** - это сумма товаров и услуг созданная в национальной экономике.

**Задача №16.** На следующей лекции мы покажем, что капиталовооружённость эффективного труда в устойчивом состоянии может быть вычислена в процессе решения уравнения (13).

$$s \cdot f(k_E^*) = (n + \delta + g) \cdot k_E^* \quad (13)$$

Найти решение уравнения (13) в рамках производственной функции Кобба-Дугласса и вычислить данную величину для экономики США при

$$s = 0.20, \delta = 0.1, n = 0.0064, g = 0.015$$

$$k_E^* = k_E^*(s, \delta, n, g) \quad (17)$$

**Решение:**

Вернёмся к решению задачи №5, которое получили на предшествующем семинаре №9 2 апреля.

**Задача 5.** Получить формулу расчёта величины  $k^*$  для производственной функции  $f(k) = A \cdot k^\alpha$  при  $L_t = L$ .

**Решение.** Уравнение  $s \cdot f(k^*) = \delta \cdot k^* + n \cdot k^* + g \cdot k^*$  с функцией  $f(k) = A \cdot k^\alpha$  имеет вид  $s \cdot A \cdot k^{*\alpha} = \delta \cdot k^* + n \cdot k^* + g \cdot k^*$ . Отсюда

$$k^* = \left( A \cdot \frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Теперь рассуждая по аналогии с решением задач №5 получим аналитический вид величины  $k_E^*$

$$k_E^* = \left( A \cdot \frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$s \cdot f(k_E^*) = (0.1 + 0.0064 + 0.015) \cdot k_E^*$$

**ДЗ** **Задача № 17.** В устойчивом состоянии экономики потребление на единицу труда с постоянной эффективностью:

$$c_E^* = \left( \frac{C_t}{E_t \cdot L_t} \right)^*$$

остаётся неизменной (проверить, что это так). Докажите, что в устойчивом состоянии экономики потребление на единицу труда  $c_t = \frac{C_t}{L_t}$  продолжает как угодно долго возрастать с темпом прироста  $g$  эффективности живого труда.