

## Семинар №12

### Модели минимизации издержек фирмы в долгосрочном и краткосрочном периоде

#### План

1. Структурная форма модели минимизации издержек в долгосрочном периоде и расчёт по модели при помощи функции "поиск решений";
2. Модель минимизация издержек в краткосрочном периоде
3. ДЗ

На прошлом занятии мы обсудили модель поведения фирмы на конкурентном рынке в основании которой заложена концепция максимизация прибыли. Бывают ситуации, когда фирма вынуждена формировать оптимальные уровни факторов производства при заданном объеме выпуска продукции. И тогда спрос фирмы на факторы производства в долгосрочном периоде подчиняется концепции минимизации издержек. Вот модель спроса фирмы в такой ситуации:

$$\begin{cases} c = \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min \\ E(x_1, \dots, x_n) = q_0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (q_0, p_1, \dots, p_n) - \text{экз. пер} \\ (x_1, \dots, x_n), c_*, y_*, \pi_* - \text{энд. пер} \\ \begin{cases} \text{спрос на факторы производства} \\ y_* = p_0 \cdot q_0; \pi_* = y_* - c_*; \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

Модель (1) имеет ту же аналитическую форму, что и модель Хикса и поэтому уровни факторов производства вычисленные по этой модели экономисты называют *спросом фирмы на факторы производства по Хиксу*

**Замечание.** Подчеркнем, что аналитический вид приведённой формы модели Хикса мы получили в процессе занятия № 5 на котором роль издержек играла функция расходов потребителя, а роль прибыли - принятый уровень полезности.

**Задача.** Вычислить спрос фирмы в долгосрочном периоде при ценах факторов производства, производственной функции из аудиторной задачи на занятии №12 и значение  $q_0 = 1.451$  млн. .

**Решение:**

Открываем файл созданный на занятии 11. Символами  $a_0, a, b$  - обозначены параметры модели Коблла-Дугласа. Добавим заданный уровень выпуска продукции  $q_0 = 1451000$ .

Исходные данные	
a0	450000
a	0.5
b	0.1
p0	0.000001
p1	0.1
p2	0.024
q0	1451000
Искомые величины	
x1	7.254445
x2	6.046831
q	1451000
y	1.451
c	0.870568
π	0.580431

Эти величины можно было рассчитать по приведённой форме модели, что и отмечено в замечании выше.

#### Модель минимизации издержек в краткосрочном периоде

Модель минимизации издержек в краткосрочном периоде базируется на том, что на ресурсы фирмы накладываются определённые ограничения, например, в виде заданного уровня каких-то факторов производства и тогда модель (1) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} c = \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min \\ F(x_1, \dots, x_n) = q_0; \\ f_1(x_1, \dots, x_n) \leq b_1 \\ \dots \\ f_m(x_1, \dots, x_n) \leq b_m \\ x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

При двух факторах производства модель (4) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} c = p_1 x_1 + p_2 x_2 \\ F(x_1, x_2) = q_0 \\ x_1 = b_1 = x_1^0 \\ x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (4')$$

$$\begin{array}{l} (q_0, p_1, \dots, p_n, b_1, \dots, b_n) - \text{экз. пер} \\ (x_1, \dots, x_n), y, c, \pi - \text{энд. пер} \\ \vec{x}^* = () \end{array}$$

Вычисленные по модели (4) уровни спроса экономисты называют *спросом по Хиксу в краткосрочном периоде или спрос по Хиксу*.

**ДЗ** Рассчитать с исп. Excel спрос по Хиксу в краткосрочном периоде используя функцию Кобба-Дугласа из предыдущей задачи и след. исходные данные:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 450000 + 10 \cdot i \\
 \alpha &= a = 0.5 - 0.01 \cdot i \\
 \beta &= b = 0.1 + 0.01 \cdot i \\
 p_0 &= 10^{-6} + 0,2 \cdot 10^{-6} \cdot i \\
 p_1 &= 0.1 + 0.01 \cdot i \\
 p_2 &= 0.024 + 0.01 \cdot i \\
 q_0 &= 14151000 - 100 \cdot i \\
 b_1 &= x_1^{(o)} = 6 + 0.1 \cdot i
 \end{aligned}$$

Трансформация к приведённой форме осуществляется методом Лагранжа.

**Шаг 1.** Составляется функция Лагранжа

**Шаг 2.** Составляется необходимое условия экстремума функции Лагранжа

**Шаг 3.** Решается либо аналитически, либо численно.

**ДЗ** Для моделей (1), (4') составить функции Лагранжа и необходимое условие экстремума, решать не нужно