

# Семинар №2: Предельные величины в экономике и значение эластичности

## План

1. Расчёт предельных издержек фирмы на поддержание расчётного счёта (при помощи модели Баумоля-Тобина);
2. Расчёт эластичности издержек фирмы по поддержанию расчётного счёта;
3. Обсуждение ДЗ;

На прошлом занятии познакомились с методом математического моделирования изучения экономики в процессе составления и расчётов модели Баумоля управления наличностью фирмы:

$$\begin{cases} \phi = c \cdot n + \frac{r}{2} \cdot m \rightarrow \min \\ n \cdot m = M, \\ n \geq 0, m \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Подчеркнём, что это структурная форма модели; методом Лагранджа эту форму мы трансформировали к приведённой форме:

$$m^* = \sqrt{\frac{2 \cdot c \cdot M}{r}}, n^* = \sqrt{\frac{r \cdot M}{2 \cdot c}} \quad (2)$$

Формулу (2) можно использовать для проверки размерности. В домашнем задании получена приведённая форма.

$$\phi = \sqrt{2crM} \quad (3)$$

Подчеркнём, что каждая эндогенная переменная выражена через экзогенные

$$(M, c, r) \quad (4)$$

*Предельными величинами* в экономике принято называть изменения эндогенных переменных возникающие в ответ на единичные изменения экзогенных переменных.

Познакомимся с этим понятием в процессе решения задачи:

Пусть  $M = \$52$  млн.

$c = \$0,05$  млн.

$r = 0,07 = 7\%$

Требуется определить:

$$\Delta\phi = \phi(M + 1(\Delta M), c, r) - \phi(M, c, r) \quad (5)$$

Величина  $\Delta\phi$  и есть *предельный величина*.

**Решение:** Прежде всего обратим внимание, что величина  $\Delta\phi$  – это частное приращение функции, возникающее в ответ на изменение аргумента  $M$  на величину  $\Delta M = 1$ . Вычислим его при заданных значениях экзогенных переменных.

$$\Delta\phi = 0,6090977 - 0,6033241 = 0,0057736 \approx 0,0058$$

Имея ввиду смысл величины  $\phi$  мы можем сказать, что величина  $\Delta\phi$  вычисленная по правилу (5) имеет смысл *цены денежных ресурсов* фирмы, более точно это *предельная цена ресурса*. Мы обозначим эту величину  $\phi = M_\phi(M) = 0,0058$ .

**Правила расчёта предельных велечин в экономике** Вернёмся к выражению (5) и воспользуемся понятием дифференциала функции, как главной части приращения

$$\Delta\phi = \frac{\partial\phi}{\partial M} \cdot 1(\Delta M) \quad (6)$$

Именно при помощи дифференциала (частного дифференциала) все прикладники вычисляют приращение функции. Рис.1. иллюстрирует формулу (6).

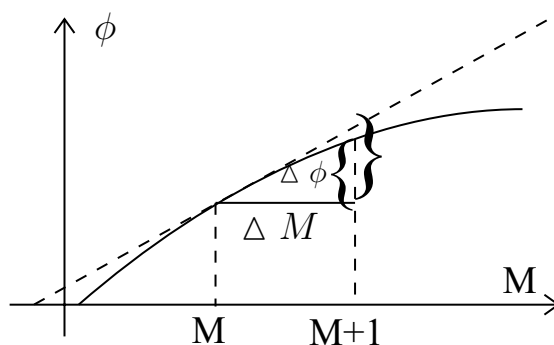


Рис. 1: Иллюстрация формулы (6)

**Задача 2.** Вычислить издержки по правилу (6) и сравнить с точным ответом.

**Решение:**

$$\frac{\partial\phi}{\partial M} = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2crM}\right) \cdot 2cr = \sqrt{\frac{cr}{2M}} = \sqrt{\frac{0,05 \cdot 0,07}{2 \cdot 52}} = 0,0058012$$

Сопоставляя расчёты по формулам (5) и (6) мы убеждаемся в достаточной точности формулы (6), которая используется во всех приложениях. Предельные значения эндогенных переменных принято вычислять, как частные производные эндогенных переменных по экзогенным.

Добавим к сказанному, что при помощи дифференциала, также удобно вычислять изменения по поддержанию счёта в ответ на заданные изменения лю-

бой экзогенной переменной, например дополнительные издержки, которые возникают в ответ на одну транзакцию, удобно посчитать по правилу

$$\Delta\phi = \frac{\partial\phi}{\partial c} \cdot \Delta c \quad (7)$$

**Задача 3.** На прошлом занятии трансформируя модель (1) к приведённой форме (2) мы определили значение множителя Лагранжа  $l$  и вычислили в ДЗ на прошлом занятии.

$$\frac{\partial\phi}{\partial M} = l = \sqrt{\frac{cr}{2M}} \quad (8)$$

Видим, что выражению (8) предельные издержки по  $M$  это ни что иное, как множитель Лагранжа. Следовательно, множитель Лагранжа имеет экономический смысл предельной цены ресурса  $M$ . Множитель Лагранжа имеет смысл предельной цены денежных средств.

### Эластичность в экономике

*Значения эластичности* – это величины, которые связывают относительные изменения эндогенных переменных в ответ на заданные относительные изменения экзогенных переменных. С понятием эластичности познакомимся в итоге решения следующей задачи:

Пусть фирме потребовались дополнительные денежные ресурсы в размере 3% от принятого ранее уровня денежных ресурсов. Спрашивается на сколько процентов в ответ возрастёт уровень оптимальных затрат фирмы по поддержанию счёта?

Вернёмся к определению эластичности и запишем это определение математическим языком:

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = E_{\phi}(M) \frac{\Delta M}{M} \quad (9)$$

это выражение мы можем переписать так:

$$E_{\phi}(M) = \frac{\Delta\phi}{\phi} : \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta\phi}{\Delta M} \frac{M}{\phi} = \frac{\Delta\phi}{\Delta M} : \frac{\phi}{M} \quad (10)$$

Последний член  $\frac{\phi}{M}$  имеет *смысл средней цены денежных средств*, т.е. это тот уровень издержек, который приходится на одну единицу требуемых денежных средств. Мы обозначим эту величину

$$\frac{\phi}{M} = A_{\phi}(M) \quad (11)$$

Формулу (10) легко запомнить, а именно эластичность – это отношение предельных издержек к средним.

**Решение:** Вернёмся к выражению (9), множитель которой равен  $\frac{\Delta M}{M} = 3\%$ , выразим эластичность по формуле (10):

$$E_{\phi}(M) = \frac{\Delta \phi}{\phi} : 0,03 = \frac{0,0058}{0,6} : 0,03 = 0,5$$

Значение  $E_{\phi}(M) = 0,5$  имеет следующий смысл: если величину  $M$  увеличить на 1%, то оптимальные издержки фирмы возрастут на полпроцента.

Значение  $E_{\phi}(M)$  имеет следующий смысл: относительное изменение  $\phi$  в ответ на изменение величины ( $M$ ) на 1%.

Д/з Вычислить предельное значение эндогенных переменных  $m$  и  $n$  по экзогенной переменной  $M$  и дать трактовку  $m$  и  $n$ . Пусть транзакционные издержки возрастают на 2% во сколько в ответ в относительной мере (%) увеличится величина  $m$ .