Лекция №16

Тестирование 0 и 1 предпосылок теормы Гаусса-Маркова

План

1. Построение модели со стандартными нелинейными функциями регрессии;
2. Применение метода дополнительной регрессии для тестирования нулевой предпосылки теоремы Гаусса-Маркова;
3. Тест Ремзи первой предпосылки теоремы Гаусса-Маркова - рисет тест;

На прошлой лекции мы обсудили:

$$\begin{cases} y = f(\vec{x};\vec{a}) + u \\ E(u) = 0, E\left(u^2\right) = \sigma^2 \\ \vec{p} = \left(\vec{a}, \sigma^2\right) \end{cases} \tag{4.3}$$

В эконометрике часто встречаются нелинейные по коэффициентам модели у которых функция регрессии имеют специальную структуру. Примером такой модели служит производственная модель с функцией Кобба-Дугласса. Заметим, что для такой производственной модели:

$$\begin{cases} Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} + u; \\ A > 0; 0 < \alpha; 0 < \beta; \\ E(u) = 0, E\left(u^2\right) = \sigma^2 \end{cases} \tag{4.8}$$

процедура логорифмирования функции Кобба-Дугласа позволяет трансформировать эту функцию к линейной функции:

$$\begin{cases} \underset{y}{\ln Y} = \underset{a_0}{\ln A} + \alpha \cdot \underset{x_1}{\ln K} + \beta \cdot \underset{x_2}{\ln L} + u; \\ E(u) = 0; Var(u) = \sigma_u^2; \\ A > 0; 0 < \alpha; 0 < \beta; \end{cases} \tag{4.9}$$

Функция Кобба-Дугласса является примером специальных функций, вот определение этого понятия: функцию $x_1, \ldots, x_k$ называется специальной функцией, если она приводится к линейной функции, либо при помощи замены переменных, либо при помощи операции логорифмирования. $\boxed{\text{ДЗ}}$ Является ли специальной CES функция.

Спецификация модели на примере производственной модели

$$\begin{cases} Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot e^{u}; \\ A > 0; 0 < \alpha; 0 < \beta; \\ E(u) = 0; Var(u) = \sigma^2; \end{cases} \tag{4.11}$$

Вернёмся к моделе товаров и услуг функции Кобба-Дугласа и изменим её спецификацию.

После логорифмирования поведенческого уравнения данная спецификации преваращается в базовой модели эконометрики

$$\begin{cases} \ln Y = \ln A + \alpha \cdot \ln K + \beta \cdot \ln L + u \\ E(u) = 0; Var(u) = \sigma^2; \end{cases} \tag{4.12}$$

Рассмотрим несколько нюансов модели. Обратим внимание на смысл параметра σ в спецификациях (11) и (12). Величина σ (при гомоскедастичном возмущении σ – константа) имеет смысл меры относительного влияния неучённых факторов эндогенную переменную y. То есть σ – это безразмерная величина. Добавим, что в моделе (4.8) σ – это мера абсолютного влияния неучтённых факторов на переменную y (размерность σ совпадает с размерностью y). Добавим наконец, что после оценивания модели (4.12) проводят тестирование всех предпосылое теоремы Гаусса-Маркова (смотри ниже) и проверку адекватности этой модели. От построенной модели (4.12) можно вернуться к построенной модели (4.11).

Итог: При построении моделей с нелинейными по коэффициентам функции регрессии в ситуации специальных функций регрессии, спецификация модели создаётся с учётом её трансформации к базовой модели эконометрики.

Тестирование нулевой предпосылки методом дополнительной регресси

Вернёмся к предпосылкам теоремы Гаусса-Маркова и сейчас объектом нашего внимания является нулевая предпосылка ($\vec{y} = X \cdot \vec{a} + \vec{u}$ Столбцы X линейно независимы). Сначала мы отметим критерий этой предпосылки справедлива следующая теорема: пусть нулевая предпосылка теоремы Гаусса-Маркова нарушена, то есть ранг матрицы X меньше числа столбцов этой матртицы. В этом и только в этом случае определитель корреляционной матрицы объясняющих переменных равен 0.

Спецификация ЛММР и нулевая предпосылка теоремы Гаусса-Маркова:

$$\begin{cases} y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_k \cdot x_k + u; \\ E(u) = 0; Var(u) = \sigma^2; \end{cases} \tag{4.22}$$

$$rk(X) < (k+1) \Leftrightarrow |Cor(\vec{x}, \vec{x})| = 0$$

Символом $\vec{x}$ обозначен вектор объясняющих переменных $x_1, x_2, \ldots, x_k$ линейной модели множественной регрессии. Рассмотрим элемент этой матрицы который стоит в первой строчке во втором столбце, чтобы найти этот элемент нужно посчитать коэффициент корреляции по элементам второго и третьего столбцов матрицы X, используя (например) функцию КОРРЕЛ в Excel.

Замечание. Если нарушена 0-ая предпосылка теоремы Гаусса-Маркова, то говорят, что в линейной модели множественной регрессии присутствует совершенная мультиколлениарность.

Следующий метод может удалить линейно нзвисимые случайные переменные. Метод состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Обозначаем номером j номер объясняющей переменной в модели (22) и принимаем $j = 1$.

Шаг 2. Создаём спецификаю модели (дополнительной регресии) с объясняемой переменной x_j

$$\begin{cases} x_j = b_0 + b_1 \cdot x_1 + \ldots + b_{j-1} x_{j-1} + b_{j+1} x_{j+1} + b_k x_k + v_j \\ R_j^2 = \ ; \ j = 1, 2, \ldots, k \end{cases}$$

и оцениваем эту модель МНК.

Шаг 2. $j + 1 = 2$ и вернуться к предыдущему шагу. Действовать до k.

При помощи метода дополнительной регрессии можно проверить справедливость нулевой предпосылки теоремы Гаусса-Маркова.

Тест Ремзи первой предпосылки теоремы Гаусса-Маркова - RESET тест

Нарушение предпосылки теоремы Гаусса-Маркова влечёт смещение оценок коэффициентов модели и обычной причиной нарушения этой предпосылки является пропуск значащих переменных модели или неправильный выбор функции регрессии. Мы обсудим тест первой предпосылки. Тест состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Методом наименьших квадратов оценивается линейная модель множественной регрессии и отмечается