

Семинар №8

Производственная функция в форме Солоу, модели потребления инвестиций и выбытия основного капитала и модель Солоу динамики основного капитала

План

1. Производственная функция национальной экономики в форме Солоу
2. Модели потребления инвестиций и выбытие капитала в форме Солоу
3. Модель динамики основного капитала Солоу

Задача №1.

Показать, что производственная функция Кобба-Дугласса в форме Солоу имеет вид (1'):

$$y = A \cdot k^{\alpha} \quad (1')$$

Решение:

Сначала выясним экономический смысл всех переменных в уравнении (1'). y – это количество производственной продукции в денежной мере на одного человека, то есть средняя производительность труда. k – кол-во основного капитала на одного человека (капиталовооружённости живого труда (фонда вооружённости живого труда)).

Получим уравнение (1') поделив обе части уравнение производственной функции Кобба-Дугласа на её аргумент L .

$$\frac{Y}{L} = \frac{1}{L} \cdot F(K, L) = F(k, 1) = f(k)$$

Вспомним смысл параметра α в выражении (1'). Это эластичность производительности труда по его капитало вооружённости. Таким образом, производственная функция в форме Солоу позволяет объяснять производительность труда приходящуюся на 1-цу труда уровнем капиталовооружённости труда.

Д3 Задача №2.

Исследовать функция (1'). Исследовать функция обозначает вставить следующие характеристики: область определения функции (допустимые значения k), область изменения, область возрастания, убывания, точки перегиба. Построить график функции при $A = 4.3$; $\alpha = 0.56$.

Задача № 3. Рассуждая в дифференциалах, доказать, что для производственной функции в форме Солоу (1) справедливо следующее равенство:

$$M_y(k) = f(k+1) - f(k) \approx \frac{\partial f}{\partial k} = MPK$$

Рассуждать в дифференциалах - это значит заменять приращение функции её первым дифференциалом. Полный дифференциал - это главная линейная часть приращения функции.

Решение:

В данной задаче нужно доказать, что предельная производительность труда по его капиталовооружённости равна предельному продукту капитала (прирост ВВП при изменении капитала).

Шаг №1. Запишем в начале значение производственной функции в форме Солоу при значении аргумента k . И дальше запишем значение этой функции при $k + 1$:

$$f(k + 1) = F\left(\frac{K}{L} + 1, 1\right)$$

Шаг №2. Умножим последнее равенство на L :

$$L \cdot f(k + 1) = L \cdot F\left(\frac{K}{L} + 1, 1\right) = F(K + L, L)$$

Шаг №3. Рассуждаем в дифференциалах:

$$F(K + L, L) \approx F(K, L) + \frac{\partial F}{\partial K} \cdot L = L \cdot f(k + 1)$$

L приращение элемента K

Шаг №4. Делим последнее равенство на L :

$$f(k + 1) = \frac{\partial F}{\partial K} + \frac{1}{L} \cdot F(K, L)$$

Шаг № 5. ДЗ Завершить доказательство и дать экономическую интерпретацию результату задачи 3.

Основное тождество национальных счетов в форме Солоу для закрытой экономики имеет вид:

$$Y = C + G + I$$

Сумма первых слагаемых. Сумма первых двух слагаемых совокупное потребление в стране или поглащение. Делим основное тождество на величину L и получаем в итоге в форме Солоу.

$$\begin{aligned} Y &= (C + G) + I \\ \frac{Y}{L} = y &= \frac{(C + G)}{L} + \frac{I}{G} = c + i \end{aligned} \quad (2)$$

$$y = c + i \quad (2')$$

c – потребление на единицу труда, i – инвестиции на единицу живого труда.

Для величин c и i выражения (2') имеет следующие формулы:

1. Модель потребления:

$$c = (1 - s) \cdot y \quad (3)$$

Модель инвестиций:

$$i = s \cdot y \quad (4)$$

s – обозначена экзогенная переменная модели Солоу, которая носит название нормы сбережений и определяется по следующей формуле:

$$s = \frac{I}{Y}$$

$1 - s$ норма потребления.

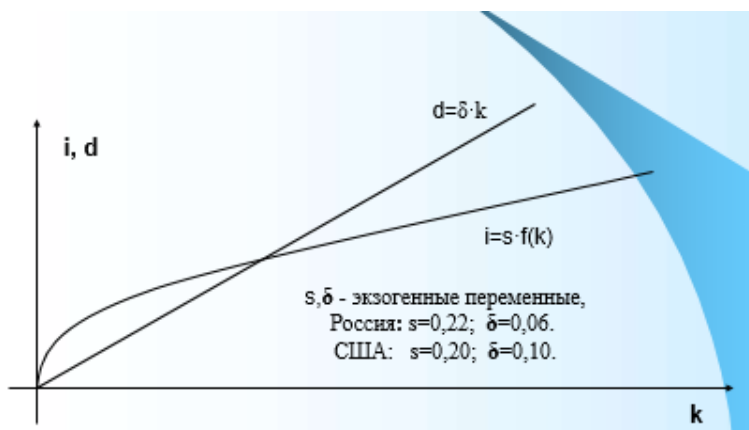
D – кол-во основного капитала, которое выбывает из экономики за единицу времени

(за год). Вот адекватная и простейшая модель уровня выбытия основного капитала:

$$D = \delta \cdot K$$

$$\frac{D}{L} = d = \delta \cdot \frac{K}{L} = \delta \cdot k \quad (5)$$

δ – доля основного капитала выбывающего за единицу времени. d – это уровень выбывающего капитала, приходящаяся на единицу труда. Изобразим на графике:



ДЗ Нарисовать график модели потребления в форме Солоу.

Добавим, что s, δ – это две экзогенные переменные, которые будут использованы в экономической модели Солоу. Значение этих переменных в каждой стране оценивается по статистической информации.

ДЗ Оценить норму сбережения в экономике России, используя данные этой таблицы.

Оценку получить по правилу:

$$s = \frac{1}{n} \sum \frac{I_t}{Y_t}$$

Статистическая информация к теме «Модель экономического роста Солоу»

Обновлено 03.02.2020						
Элементы использования валового внутреннего продукта						
(в ценах 2016 года, млрд руб.)						
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Валовой внутренний продукт	87073,8	85371,8	85616,1	87152,4	89361,7	90555,8
расходы на конечное потребление домашних хозяйств	67752,9	62354,0	61398,5	63486,1	65247,3	66639,4
государственного управления	51294,8	46434,7	45244,5	46930,8	48492,4	49614,4
некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	16167,5	15584,0	16809,8	16209,5	16415,3	16873,8
валовое накопление	351,2	340,9	344,2	345,8	341,9	350,2
валовое накопление основного капитала ¹⁾	22462,5	19824,7	19773,4	21044,7	20935,0	21498,8
экспорт	20700,5	18501,1	18733,9	19806,3	19633,3	19914,2
импорт	20895,5	21455,7	22135,6	23245,4	24534,8	24021,1
Статистическое расхождение	24500,4	18365,8	17691,4	20754,7	21300,4	21777,1
Статистическое расхождение	26,6	205,1	0,0	130,9	-52,7	122,3

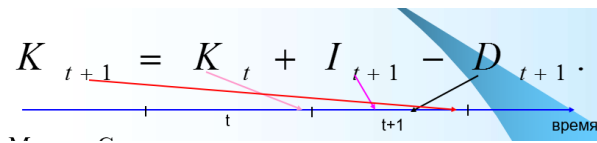
Профессор Ефимов В. А. Модель экономического роста Солоу

14

Модель Солоу динамики основного капитала при неизменном уровне живого труда

Обозначим символом K_t стоимость основного капитала в этом году. Велечины связаны между собой следующим уравнением:

$$K_{t+1} = K_t + I_{t+1} - D_{t+1}$$



Такие уравнения называются конечно-разностными первого порядка. Воспользуемся моделью Солоу:

$$K_{t+1} = K_t + s \cdot F(K_t, L) - \delta \cdot K_t$$

поделив левую часть последнего уравнения на уровень L , а правую часть на величину L_{t+1} учитывая, что $L_{t+1} = L_t$:

$$k_{t+1} = k_t + s \cdot F(k_t, L) - \delta \cdot k_t$$

ДЗ на vbyvshiev@fa.ru