Семинар №1

Тема №1. Проблема индентификации эконометрических моделей в виде системы линейных одновременных уравнений (СЛОУ)

1. Несмещённость $E\left(\overrightarrow{\tilde{a}}\right) = \vec{a}$
2. $\sigma_u^2 \to \min$
3. $\lim\limits_{n \to \infty} E\left(\tilde{a}\right) = a$

Теорема Гаусса-Маркова. Пусть в уравнениях наблюдений,

$$\vec{y} = X \cdot \vec{a} + \vec{u}$$

0. Столбцы X линейно независимые,
1. $E(u_1) = E(u_2) = \ldots = E(u_n) = 0$, заложенно в спецификации;
2. $Var(u_1) = Var(u_2) = \ldots = Var(u_n) = \sigma_u^2$, заложенно в спецификации;
3. $Cov(u_i, u_j) = 0$; при $i \neq j$; (в частности независимы друг от друга)
4. $Cov(u, \vec{x}) = 0$. Случайные возмущения некоррелированны с компонентами матрицы x.

Следствие невыполнение предпосылки 4

Лучшая ситуация:

$$Cov(u_i, x_j) \neq 0 \tag{1.1}$$

$$H_0 : Cov(u_i, x_j) = 0,\ i = j$$

Равно 0 в одном случае при равенстве $i = j$

Худшая ситуация:

$$Cov(u_i, x_j) \neq 0 \tag{1.2}$$

никогда не равно 0.

Ситуация (1.2) типична для линейных нерегрессионных уравнений. Из этого следует вывод, что МНК не особо пригоден для линейной модели регрессии. Возникает вопрос можно ли как то улучшить ситуацию?

Разработаны процедуры:

1. Двух шаговый метод наименьших квадратов (2 МНК)
2. Косвенный метод наименьших квадратов (КМНК)
3. Трёхшаговый метод наименьших квадратов (3МНК)

Проблема индентификации и её решение предшесвует процедуре оценивания параметров модели (шаг 3 построения эконометрической модели). Проблема индентификации заключается в возможности определения условий при которых допускается оценивание коэффициентов в структурной форме.

Модель спроса и предложения

$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1 p_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1 p_t; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0,\ a_1 < 0; \end{cases} \tag{*}$$

$$(a_0, a_1, b_0, b_1) - ?$$

На 2 шаге мы получили $\left(y_t^d, y_t^s, p_t\right)$ – текущие эндогенные переменные.
Приведённая форма:

$$p_t(a_1 - b_1) = b_0 - a_0$$

$$p_t^* = \frac{b_0 - a_0}{a_1 - b_1} \implies y_t^* = a_0 + a_1 \cdot \frac{b_0 - a_0}{a_1 - b_1} = \frac{a_0a_1 - a_0b_1 + a_1b_0 - a_1a_0}{a_1 - b_1} = \frac{a_1b_0 - a_0b_1}{a_1 - b_1} \qquad (1.3)$$

приведённая форма модели спроса и предложения (1.3) представляет собой систему 2 уравнений с 4 неизвестными, которое имеет бесконеченое множетсво значений. Из (1.3) следует (1.4):

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{y_t^* - a_0}{p^*} \\ b_1 = \dfrac{y_t^* - b_0}{p^*} \end{cases} \qquad (1.4)$$

Оба уравнения модели (*) является неиндетифицируемой, т.е. при любой сколько угодно большой выборке значений переменных отсутствует возможность однозначно оценить параметры поведенческих моделей.
Модифицируем добавив случайные возмущения u_t, v_t:

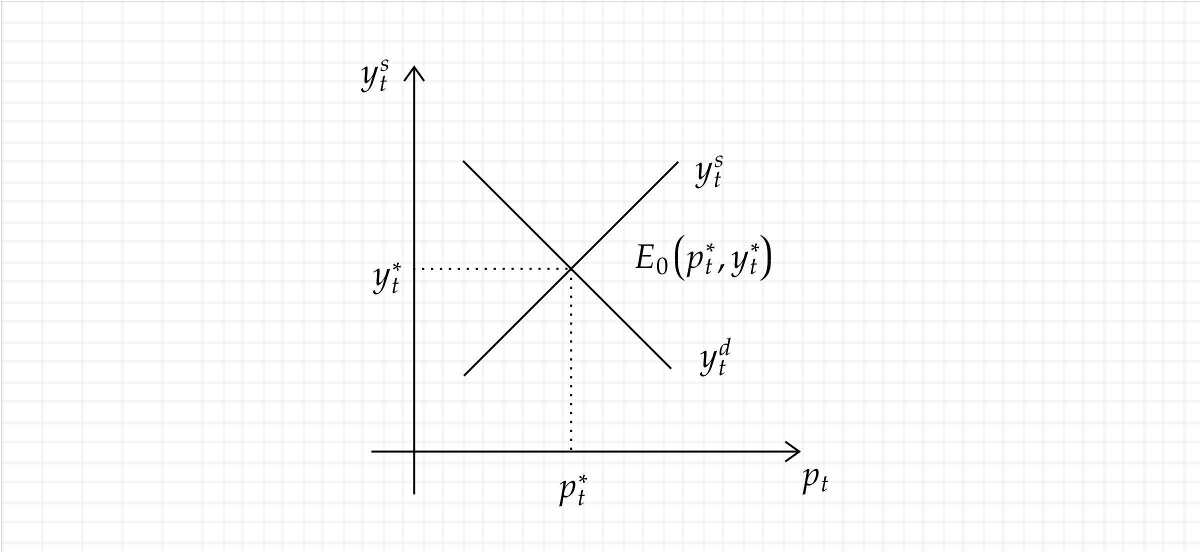
$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1p_t + u_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1p_t + v_t; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0,\ a_1 < 0; \\ E(\vec{u}) = 0,\ Var(\vec{u}) = \sigma_u^2 \end{cases} \qquad (**)$$

Тогда трансформированная модель примет вид:

$$p_t^* = \frac{b_0 - a_0}{a_1 - b_1} + v^p \implies$$

$$\implies y_t^* = a_0 + a_1 \cdot \frac{b_0 - a_0}{a_1 - b_1} + v^p = \frac{a_0a_1 - a_0b_1 + a_1b_0 - a_1a_0}{a_1 - b_1} + v^y = \frac{a_1b_0 - a_0b_1}{a_1 - b_1} + v^y \qquad (1.5)$$

$$\begin{cases} v^p = \dfrac{u_t - v_t}{b_1 - a_1} \\ v^y = \dfrac{u_t \cdot b_1 - v_t \cdot a_1}{b_1 - a_1} \end{cases} \qquad (1.6)$$



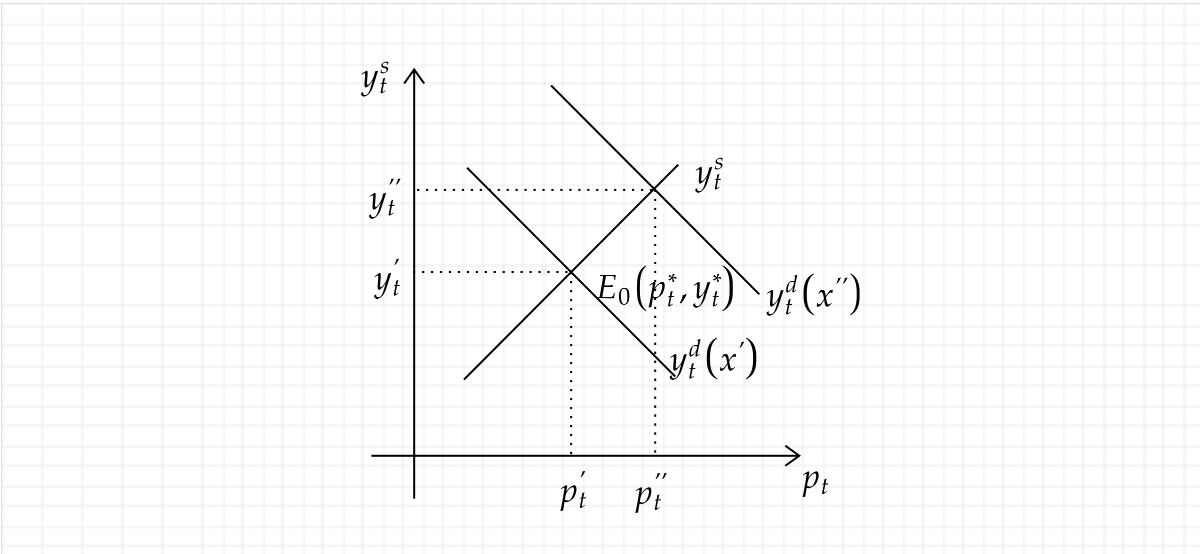
Поведенческое уравнение модели **индентифицируемо**, если его параметры можно однозначно определить по известным параметрам приведённой формы

$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1 p_t + a_2 x_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1 p_t; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0,\ a_1 < 0; a_2 > 0 \end{cases} \qquad (***)$$

p_t^*, y_t^* – эндогенные, x_t (доход потребителя) – предопределённое

$$\left(y_1^*, p_1^*, x_1\right),\ \ldots,\ \left(y_n^*, p_n^*, x_n\right)$$

имея такой набор оно позволяет индентифицировать функцию предложение.



Функция спроса с дополнительной переменной позволило ливидировать неидетифицировать функции предложения.

Добавим во второе уравнение дополнительную переменную

$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1 p_t + a_2 x_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1 p_t + b_2 p_{t-1}; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0,\ a_1 < 0; a_2 > 0 \end{cases} \qquad (****)$$

$$\underbrace{\left(y_1^*, p_1^*, x_1, p_0\right), \ldots, \left(y_n^*, p_n^*, x_n, p_{n-1}\right)}_{n>2}$$

Методика устранения неиндетифицируемых поведенческих уравнений (ЛМОУ) заключается в целенаправленом включении в модель идентифицирующих переменных. Причём, если в модели имеются неиндентифицируемое уравнение, то индентифицирующие определённые переменные необходимо включать не в само уравнение, а в смежные.