

Домашняя работа №2. Финансовая математика

Аверьянов Тимофей ПМ 3-1

Задача № 1. Решить задачу № 5 не используя нулевое приближение. То есть исследовать функцию на экстремум.

Решение:

$$\text{Из системы (9) Л1} \implies a(\rho) = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} \sqrt{1 - \rho^2}$$

Исследуем функцию на экстремум для этого найдём производную:

$$\begin{aligned} \frac{\partial a(\rho)}{\partial \rho} &= \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} (1 - \rho^2)^{\frac{1}{2}} \right)'_{\rho} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} (-2\rho) (1 - \rho^2)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} = 0 \\ &\implies \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} = 0 \implies \rho = 0 \end{aligned}$$

Тогда при $\rho = 0$ получим следующее $a(\rho)$:

$$\begin{aligned} a(0) &= \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} \\ d &= \sqrt{\sigma_1^2 - 2 \cdot 0 \cdot \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \\ &\implies a(0) = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \end{aligned}$$

Построим график при $m_1 = 0.05$; $m_2 = 0.08$; $\sigma_1 = 0.3$; $\sigma = 0.6$:

$$a(0) = \frac{0.3 \cdot 0.6}{\sqrt{0.3^2 + 0.6^2}} = 0.268328$$

Так как $a(\rho) = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d} \sqrt{1 - \rho^2}$ – эллипс, то:

