

## Семинар №1

### Моделирование производственного сектора национальной экономики при помощи модели Леонтьева (затраты, выпуск)

#### План

1. Экономический смысл переменных в модели Леонтьева, её структурная форма и трансформация модели к приведённой форме;
2. Расчёты по модели Леонтьева;

Производственный сектор экономики каждой страны состоит из отраслей. Занумеруем эти отрасли натуральными числами:

$$1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Каждая из отраслей производственного сектора функционирует для удовлетворения потребностей населения страны соответствующей продукцией. Требуемые уровни населению страны продукции отраслей обозначим символами:

$$\vec{y} = y_1, y_2, \dots, y_n \quad (2)$$

Полагая, что они выражены в денежной мере. Величины (2) экономисты называют конечными продуктами отраслей и в модели Леонтьева эти величины считаются экзогенными переменными. Искомыми величинами в данной модели являются валовые выпуски отраслей, которые по традиции обозначаются:

$$\vec{x} = x_1, x_2, \dots, x_n \quad (3)$$

Валовой выпуск  $x_i$  каждой отрасли состоит из двух слагаемых:

$$x_i = z_i + y_i \quad (4)$$

$z_i$  – часть валового выпуска, которая предназначена производственному сектору (не населению) и называется это слагаемое промежуточной продукцией отрасли.  $y_i$  – это конечная продукция отрасли (населению).

Обозначим символом  $x_{ij}$  – количество промежуточной продукции  $i$ , которая потребуется отрасли  $j$  для обеспечения производственного процесса. Величина  $x_{ij}$  называется межотраслевой поставкой.

**ДЗ** Сколько всего таких поставок

Вот простейшая модель межотраслевой поставки:

$$x_{ij} = a_{ij}x_j \quad (5)$$

, где символом  $a_{ij}$  – обозначен технологический коэффициент или коэффициента прямых материальных затрат.

**ДЗ** Выяснить экономический смысл коэффициента  $a_{ij}$  с позиции предельного значения.

Именно эти технологические коэффициенты приведены в таблице. Промежуточная продукция  $z_i$  складывается из поставок продукции отрасли во все отрасли производственного сектора включая сам этот сектор.

$$z_i = x_{i1} + \dots + x_{in} = \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \quad (6)$$

### Структурная форма модели Леонтьева

Подставим правую часть равенства (6) в (4). В итоге равенство (4) примет вид:

$$\begin{cases} x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i \\ i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

– это и есть структурная форма модели выпуск. Дискриптивная модель. С позиции математики – это система линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными (3). В компактной записи модель (7) имеет вид:

$$\vec{x} = A \cdot \vec{x} + \vec{y} \quad (7')$$

Где символом  $A$  обозначена квадратная матрица  $n \times n$  технологических коэффициентов  $a_{ij}$ . Завершая, обсуждение структурной формы, отметим самый простой случай при  $n = 1$ :

$$x = a \cdot x + y \quad (7'')$$

коэффициент  $a < 1$ , также и все  $a_{ij} < 1$ .

### Приведённая форма модели

Трансформируем частный случай (7'') к приведённой форме в итоге **двух шагов**:

$$\begin{aligned} 1) (1 - a) \cdot x &= y \\ 2) x &= (1 - a)^{-1} \cdot y \end{aligned} \quad (8)$$

**ДЗ** Экономический смысл коэффициента  $b$  (мультипликатор Леонтьева) с позиции предельных величин в экономике.

Аналогично трансформируется к приведённой форме модель Леонтьева:

$$\vec{x} = (E - A)^{-1} \cdot \vec{y} \quad (8')$$

После расчёта по правилу (8') межотраслевые поставки вычисляются по правилу (5) и, наконец, по формуле:

$$c_i = x_{1i} + x_{2i} \dots + x_{ni} = \sum_{j=1}^n x_{ji}$$

вычисляются материальные затраты.

### Задача №1

Выберем для расчётов по модели Леонтьева две отрасли: 7 (энергия) и 8 (химические продукты). И для этих отраслей по модели Леонтьева рассчитаем:

1. валовые выпуски
2. межотраслевые поставки
3. материальные затраты отраслей

Расчёты проведём в Excel.

**ДЗ** Выбрать 3 отрасли и посчитать:

1. валовые выпуски
2. межотраслевые поставки
3. материальные затраты отраслей