Микроэкономика

Домашняя работа №3 (Аверьянов Тимофей ПМ 3-1)

Задача №1. Пусть в следующей моделе (уравнение Бернулли):

$$\begin{cases} u(x_1,\ x_2)\ =\ a_1 \ln x_1\ +\ a_2 \ln x_2 \\ a_1 > 0,\ a_2 > 0 \end{cases}$$

$a_1\ =\ 0.1\ +\ 0.02\,i,\ a_2\ =\ 0.2\ +\ 0.02i,\ x_1\ =\ 2,\ x_2\ =\ 0.5$, где $i-$ это номер по списку. В моём случае $i\ =\ 1$. Вычислить полезность набора и предельную полезность первого блага.

Решение:

Для начала вычислим значение коэффициентов $a_1,\ a_2$:

$$a_1\ =\ 0.1\ +\ 0.02\,i\ = 0.1\ +\ 0.02\ = 0.12$$

$$a_2\ =\ 0.2\ +\ 0.02i\ =\ 0.2\ +\ 0.02\ = 0.22$$

Тогда подсавив значение в уравнение Бернулли вычислим *полезность набора*:

$$u(x_1,\ x_2)\ =\ a_1 \ln x_1\ +\ a_2 \ln x_2\ = 0.12 \ln 2\ + 0.22 \ln 0.5 = -0.069315$$

Для вычисления *предельной полезности первого блага* воспользуемся следующей формулой:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{a_1}{x_1} = \frac{0.12}{2} = 0.06$$

Задача №2. Построить график прямой безразличия для логорифма Бернулли:

$$u(x_1,\ x_2)\ =\ a_1 \ln x_1\ +\ a_2 \ln x_2$$

по второй переменной принимая значения агрументов:

$$a_1\ =\ 0.1\ +\ 0.02\,i\ = 0.1\ +\ 0.02\ = 0.12$$

$$a_2\ =\ 0.2\ +\ 0.02i\ =\ 0.2\ +\ 0.02\ = 0.22$$

Выполним следующие преобразования:

1) $a_1 \ln x_1\ +\ a_2 \ln x_2\ =\ u_0$
2) $\ln\left(x_1^{a_1}\ \cdot\ x_2^{a_2}\right)\ =\ u_0$
3) Теперь воспользуемся определением логорифма $x_1^{a_1}\ \cdot\ x_2^{a_2}\ =\ e^{u_0}$
4) $x_2\ =\ e^{\frac{u_0}{a_2}}\ \cdot\ x_1^{-\frac{a_1}{a_2}}\ =\ K_0\ \cdot\ x_1^{-\frac{a_1}{a_2}}$
5) Подставим значение аргументов a_1, a_2: $x_2\ =\ K_0\ \cdot\ x_1^{-\frac{0.12}{0.22}}$

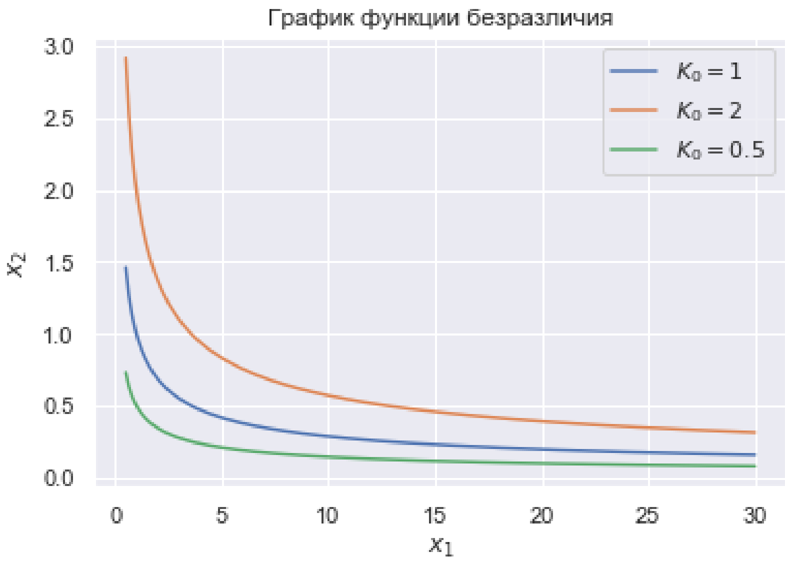
Воспользуемся Python 3 и постпроим график функции при $K_0\ = 1, 2, 0.5$:

```python
# библиотеки
import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
sns.set(style="darkgrid")

```

```
# обозначим аргументы
a1 = 0.12
a2 = 0.22
K0 = [1, 2, 0.5]
# 200 значений x1 от 0.5 до 30 с равными интервалами
x1 = np.linspace(0.5, 30, 200)
# K0 = 1
plt.plot(x1, K0[0]*x1**(-a1/a2), label = r"$K_0 = 1$")
# K0 = 2
plt.plot(x1, K0[1]*x1**(-a1/a2), label = r"$K_0 = 2$")
# K0 = 0.5
plt.plot(x1, K0[2]*x1**(-a1/a2), label = r"$K_0 = 0.5$")
plt.xlabel(r"$x_1$")
plt.ylabel(r"$x_2$")
plt.title('График функции безразличия')
plt.legend(loc='upper right')
plt.show() # отображение
```

Результатом работы программы будет следующий график:

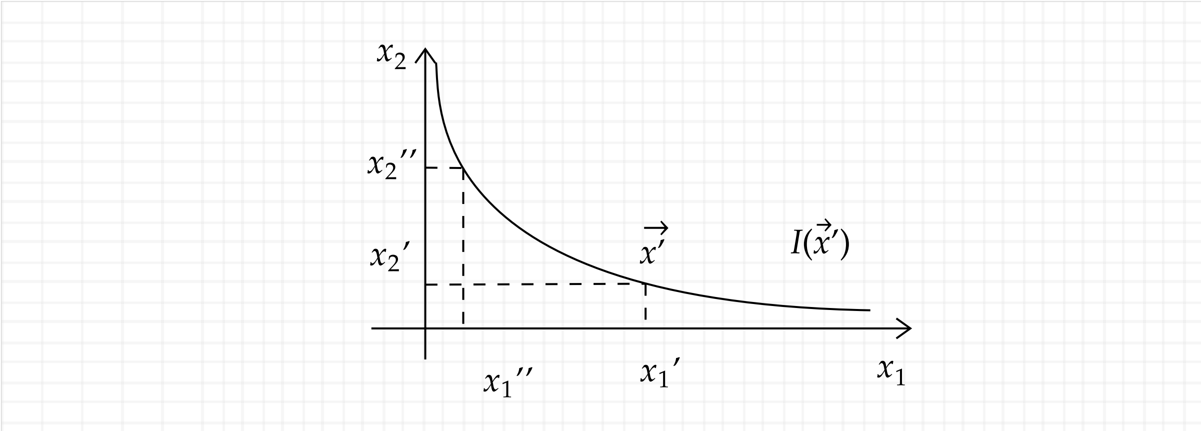


Задача №3. В безразличном наборе $\vec{x}$, один из наборов больше на $\triangle x_2$ чем другой, можно показать, что они связаны так:

$$\triangle x_2{}' = \frac{\partial u}{\partial x_1} : \frac{\partial u}{\partial x_2} \triangle x_1{}' = MRS_{1,2} \triangle x_1{}'$$

Решение:

Построим график функции безразличия:



При движении вдоль прямой безразличия совокупная полезность остаётся неизменной. Дополнительная полезность, приобретаемая или теряемая потребителем, есть ни что иное как предельная полезность рассматриваемых товаров.

Таким образом получается:

$$\triangle x_2' M_u(x_2) = \triangle x_1' M_u(x_1)$$

то есть:

$$\triangle x_2' = \frac{M_u(x_1)}{M_u(x_2)} \triangle x_1' = \frac{\partial u}{\partial x_1} : \frac{\partial u}{\partial x_2} \triangle x_1' = MRS_{1,\,2} \ \triangle x_1' \ \blacksquare$$

Задача №4. Вычислить предельную норму замещения с данными из задачи с коэффициентами второго блага первым для неоклассической функции полезности:

$$u(x_1,\ x_2) \ = \ a_0 \ \cdot x_1^{\ a_1} \ \cdot \ x_2^{\ a_2}$$

Воспользуемся формулой для вычисления предельной нормы замещения:

$$MRS_{2,\,1} \ = \frac{\partial u}{\partial x_2} : \frac{\partial u}{\partial x_1}$$

Вычислим производные функции полезности:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = a_0 \cdot a_1 x_1^{a_1 - 1} \cdot x_2^{\ a_2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = a_0 \cdot a_2 x_2^{a_2 - 1} \cdot x_1^{\ a_1}$$

Подставим в формулу $MRS_{2,1}$ получим:

$$MRS_{2,\,1} \ = \frac{\partial u}{\partial x_2} : \frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{a_0 \cdot a_2 x_2^{a_2 - 1} \cdot x_1^{\ a_1}}{a_0 \cdot a_1 x_1^{a_1 - 1} \cdot x_2^{\ a_2}} = \frac{a_2 x_1}{a_1 x_2} = 7.33$$