Лекция №5

План

1. Устойчивый уровень капиталовооружённости труда при неизменном кол-ве труда и следствие из теоремы Солоу;
2. "Золотой" уровень накопления капитала в экономике при постоянном количестве труда.
3. Количество труда и включение этого количества в производственную функцию национальной экономики;
4. Модели динамики количества живого труда эффективности труда в национальной экономике;

Предполагается, что производственная функция имеет отдачу от масштаба производства.

$$Y = F(K, L)$$
$$F(m \cdot K, m \cdot L) = m \cdot F(K, L)$$
$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$$

Пример.

$$Y = A \cdot K^{0.56} \cdot L^{0.44}$$
$$A = 3.763 \cdot e^{0.0065 \cdot (t - t_0)}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{1}{L} \cdot F(K, L) = F(k, 1) = f(k) \qquad (1)$$

Обратим внимание правая часть уравнения (1) является функцией одной переменной k; эта переменная вычисляетс по правилу:

$$k = \frac{K}{L}$$

и носит название капиталовооружённости живого труда (фонда вооруженности живого труда). В левой части равенства (1) находится велечина $\frac{Y}{L}$ которая имеет смысл. Левую часть мы обозначим y и будем называеть средней производительностью труда или уровнем выпуска на единицу.

$$y = f(k)$$

Производственная функция в форме Солоу объясняет производительность труда в стране капиталовооружённостью.

1. Модель потребления:

$$c = (1 - s) \cdot y \qquad (3)$$

2. Модель инвестиций:

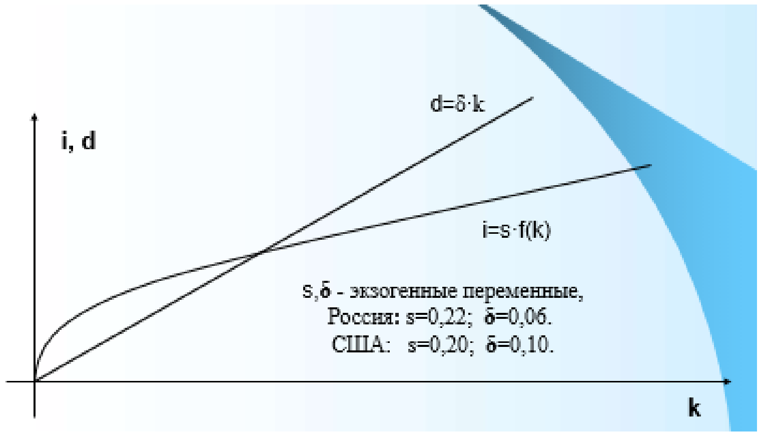
$$i = s \cdot y \qquad (4)$$

3. Модель выбытия капитала:

$$D = \delta \cdot K$$

$$\frac{D}{L} = d = \delta \cdot \frac{K}{L} = \delta \cdot k \tag{5}$$

В России 0.22 – это норма сбережения. d – это уровень выбывающего капитала, приходящаяся на единицу труда. Изобразим на графике:



Обозначим символом K_t стоимость основного капитала в этом году. Веледичны связаны между собой следующим уравнением:

$$K_{t+1} = K_t + I_{t+1} - D_{t+1}$$

это уравенение запаса основного капитала. Воспользуемся моделью Солоу.

$$K_{t+1} = K_t + s \cdot F(K_t, L) - \delta \cdot K_t$$

поделив левую часть последнего уравнения на уровень L_{t+1}, а правую часть на величину L_t учитывая, что $L_{t+1} = L_t$:

$$k_{t+1} = k_t + s \cdot F(K_t, L) - \delta \cdot k_t$$

Устойчивый уровень капиталовооружённости труда при неизменном кол-ве труда и следствие из теоремы Солоу

Справедливо следующая **теорема:**

Пусть справедливы следующие предпосылки:

1. Произовдтсвенная функция национальной экономики в форме Солоу принадлежит пространству $C^2(0; \infty)$; Пространство непрерывных функция и вторая производная является непрерывной.
2. $\lim f'(k) = +\infty$ при $k \to 0+$.
3. $\lim f'(k) = 0$ при $k \to +\infty$
4. $f'(k) > 0,\ f''(k) < 0$.

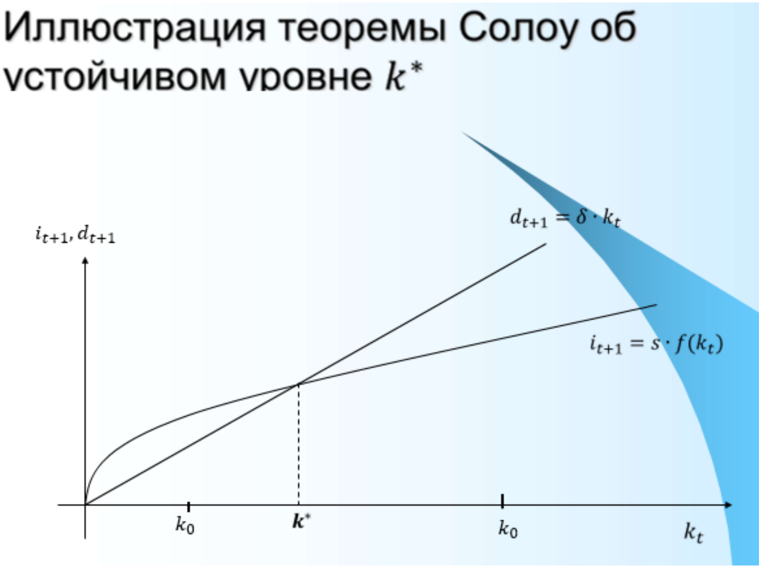
При любом капиталовооружённости труда и при любых значениях s, δ существует предел:

$$\lim k_t = k^*$$

и этот предел является корнем этого уравения:

$$s \cdot f\left(k^*\right) = s \cdot k^*$$

называется устойчивым уровнем капиталовооружённости труда при неизменном кол-ве труда.

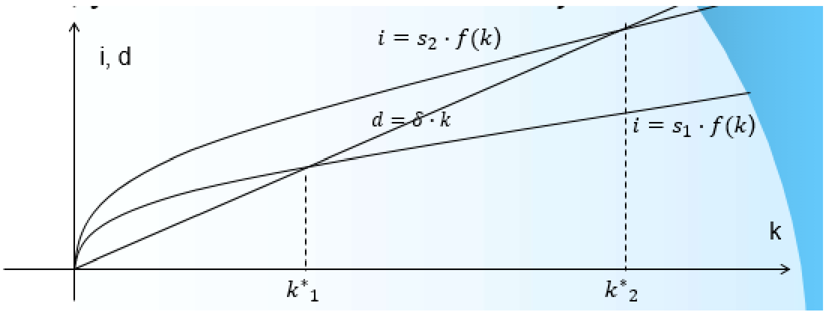


Следствия.

Следствие № 1. В устойчивом состоянии экономики k^* производительность труда будет оставаться неизменной с ходом времени и так как кол-во труда остаётся неизменным, то и Y останется неизменным

$$Y^* = L \cdot y^*$$

Следствие № 2. С ростом нормы сбережений в устойчивом состоянии экономики увеличивается и производительность труда в устойчивом состоянии, а значит увеличивается в устойчивом состоянии и ВВП страны.



"Золотой" уровень накопления капитала в экономике при постоянном количестве труда

Вернёмся к основному тождеству СНС в устойчивом состоянии экономике:

$$y^* = c^* + i^*$$

В устойчивом состоянии $i^* = \delta \cdot k^*$, поэтому основное тождество можно переписать так:

$$y^* = c^* + \delta \cdot k^*$$

Перепишем последнее уравнение в следующем виде:

$$c^*\left(k^*\right) = f\left(k^*\right) - \delta \cdot k^*$$

Определение. Уровнем накопления капитала $K^* = k^* \cdot L$ в устойчивом состоянии экономики называется "золотым", если потребление c^* на единицу труда является максимальным:

$$c^*(k^*) \to \max$$

Уровень k^*, максимизирующий $c^*(k^*)$, обозначают k^{**}.

Вычислим

$$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = \frac{\partial f(k^*)}{\partial k^*} - \delta = 0$$

$$\text{Так как } \frac{\partial f(k^*)}{\partial k^*} = MPK, \text{ то}$$

$$MPK - \delta = 0 \text{ или } MPK = \delta(0.06)$$

предельный продукт совпадает с нормой выбытия.

Итог: национальная экономика в устойчивом состоянии находится на уровне золото, если при неизменном кол-ве живого труда предельный продукт совпадает с нормой выбытия основного капитала.

Кол-во труда с постоянной эффективностью и его включение в производтсвенную функцию экономики

По преждему сисмоволом L мы обозначим кол-во занятых. Символом E обозначим эффективность живого труда и мы будем предполагать, что каждая еденица труда обладает этой эффективностью. Произведение переменных $E \cdot L$ принято называть кол-ом труда в национальной экономике с постоянной эффективностью.

$$\frac{Y}{E \cdot L} = y_E = \frac{1}{E \cdot L} \cdot F(K, E \cdot L) = F(k_E, 1) = f(k_E) \tag{6}$$

$$k_E = \frac{K}{E \cdot L}$$

Модели динамики живого труда и его эффективности. Экзогенные переменные n и g модели Солоу.

Модель динамики уровня живого труда в национальной экономике:

$$L_{t+1} = L_t \cdot (1 + n) \tag{7}$$

$$L_{t+1} = L_t + L_t \cdot n$$

$$n = \frac{L_{t+1} - L_t}{L_t}$$

n имеет смысл темпа прироста живого труда в национальной экономике. Аналогиную модель Солоу используют для динамики эффективности труда в национальной экономике:

$$E_{t+1} = E_t \cdot (1 + g) \tag{8}$$

g – темп прироста эффективности живого труда 0.015.

Замечание. В моделе экономического роста Солоу предполагается, что в национальной экономике кол-во живого труда описывается уравнением (7), а эффективность живого труда уравнением (8), где n и g экзогенные переменные.