

Семинар №9

Тема. Решение задач на вычисление устойчивого уровня капиталовооружённости труда национальной экономики и "золотое" правило накопления капитала

План

1. Устойчивый уровень капиталовооружённости труда;
2. "Золотое" правило;
3. ДЗ;

Задача № 1. Получить формулу расчёта величины k^* для производственной функции $f(k) = A \cdot k^\alpha$ при $L_t = L$.

Решение:

Согласно теореме Солоу о капиталовооружённости труда значение этого уровня определяется в процессе решения следующего уравнения.

$$s \cdot f(k^*) = \delta \cdot k^*$$

с функцией $f(k) = A \cdot k^\alpha$ имеет вид:

$$k^* = \left(A \cdot \frac{s}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

получаем правило расчёта капиталовооружённости живого труда.

Задача № 2. В условиях задачи № 1 вычислить устойчивый уровень капиталовооружённости труда k^* и производительность труда $y^* = f(k^*)$ при $\alpha = 0.56$, $A = 4.3$; $s_1 = 0.2$; $\delta = 0.1$.

Решение:

$$k^* = \left(A \cdot \frac{s}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(4.3 \cdot \frac{0.2}{0.1} \right)^{\frac{1}{0.44}} \approx 133$$

$$y^* = f(k^*) = A \cdot k^{*\alpha} = 4.3 \cdot 133^{0.56} = 66.5$$

ДЗ В условиях задачи №2 вычислить $y^* = f(k^*)$ при $A = 4.3$; $s_2 = 0.22$; $\delta = 0.1$.

Задача № 3. Для производственной функции Кобба-Дугласса $Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$ величина МРК вычисляется по правилу:

$$MPK = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha-1}$$

В 2016 году уровни K и L в экономике США были следующими: $K = 55813.8$; $L = 151.5$. Вычислить при $\alpha = 0.56$, $A = 4.3$ значение МРК и проверьте, находилась ли экономика США в 2016 году на "Золотом" уровне накопления капитала? Учтите, что $\delta = 0.1$.

Решение:

$$MPK = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1} = 0.56 \times 4.3 \times \left(\frac{55813.8}{151.5}\right)^{-0.44} = 0.178843...$$

$MPK \neq \delta \Rightarrow$ не соответствует уровню "золотого" капитала

Поскольку необходимое условие не выполняется это значит, что экономика США не находилась на уровне "золотого" правила в 2016 году.

ДЗ Учитывая результат задачи № 3. Ответить на вопрос "Много или мало основного капитала в экономике США в настоящее время?"

Указание. Учесть закон убывания продукта капитала. Означающий, что каждая дополнительная единица меньше чем дополнительная.

Задача №4. С учётом итога задачи №3 доказать, что в рамках производственной функции Кобба-Дугласса $Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$ национальная экономика в устойчивой состоянии будет находиться на "Золотом" уровне накопления капитала при $s = \alpha$. Уровень капитала называется "золотым", если потребление c^* на единицу труда является максимальным.

Решение:

Вернёмся к k^* :

$$k^* = \left(A \cdot \frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Воспользуемся правилом расчёта предельного продукта капитала:

$$MPK = \alpha \cdot A \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1}$$

Обратим внимание на то, что величина MPK является функцией капиталовооружённости и значит мы можем в правую часть последней формулы подставить.

ДЗ Довести до конца эту задачу. При помощи какого инструмента политики можно изменить существующую норму сбережений?

ДЗ Рассмотреть на формулы (7) и (8) из лекции. Доказать что при рассуждении в дифференциалах справедливо равенство (9) пренебрегая малыми величинами ng, n^2 .

Задача 11. Доказать, что при рассуждении в дифференциалах справедливо равенство

$$(E \cdot L)_{t+1} = (E \cdot L)_t \cdot (1 + n + g). \quad (9)$$

Задача 12. В следующей таблице приведены уровни занятых в экономике США. Оцените годовое значение темпа прироста n живого труда.