

Семинар №10

План

1. Модель поведения фирмы в долгосрочном периоде;

2. ДЗ;

$$\begin{cases} \pi = p_0 \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max \\ x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

p_0 ; p_1, \dots, p_n – экзогенные переменные
(цена блага) (цены факторов производства)
 (x_1, \dots, x_n) – эндогенная переменная
уровни факторов пр-ва

Период к которому относится данная модель называется *долгосрочной*, если на уровни факторов производства не накладываются никакие ограничения (кроме ограничения неотрицательности), то есть фирма способная выбрать такие уровни этих факторов при которых её прибыль оказывается максимальной. Это оптимизационная модель с точки зрения экономики, а с точки зрения математики это задача на безусловный экстремум.

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial x_i} = p_0 \cdot \frac{\partial F}{\partial x_i} - p_i = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Искомые факторы уровня производства:

$$1) \vec{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*) = \vec{x}^*(p_0, \vec{p}) \quad (5)$$

Эти уровни экономисты называют *спросом фирмы на уровень производства или локальным рыночным равновесием в долгосрочном периоде*.

Уровень оптимального выпуска фирмы:

$$2) q_* = F(x_1^*, \dots, x_n^*) = q_*(p_0, \vec{p}) \quad (6)$$

Величина q_* называется *предложением фирмы*.

Оптимальный уровень доходности:

$$3) y_* = p_0 \cdot q_* = y_*(p_0, \vec{p}) \quad (7)$$

Оптимальный уровень издержек:

$$4) c_* = \sum_{i=1}^n p_i x_i^* = c_*(p_0, \vec{p}) \quad (8)$$

Оптимальный предполагаемый уровень прибыли фирмы:

$$5) \pi_* = y_* - c_* = \pi_*(p_0, \vec{p}) \quad (9)$$

Задача.

Пусть производственная функция фирмы, является функцией двух основных факторов производства

$$q = F(x_1, x_2) = a_0 \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta, \quad a_0 = 4.5 \cdot 10^5; \quad \alpha = 0.5, \quad \beta = 0.1$$

Пусть $p_0 = 10^{-6}$ млрд \$; $p_1 = 10\% = 0.1$. Рассчитаем цену живого труда p_2 — ? . Для этого нам потребуется зарплата одного работника $w_m = 2000\$$ в год $w_y = w_m \cdot 12$, тогда все зарплаты $w = 1000 \cdot w_y = 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-9} = 24 \cdot 10^{-3} = 0.024$ млрд.

\$. Следовательно все экзогенные переменные определены.

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p_0 \cdot \alpha \cdot a_0 \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^\beta - p_1 = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p_0 \cdot \beta \cdot a_0 \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{\beta-1} - p_2 = 0 \end{cases} \quad (4')$$

Перенесём цены в правые части:

$$\begin{cases} \alpha \cdot a_0 \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^\beta = \frac{p_1}{p_0} \\ \beta \cdot a_0 \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{\beta-1} = \frac{p_2}{p_0} \end{cases} \quad (4'')$$

Поделим в (4'') первое на второе:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \cdot a_0 \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^\beta}{\beta \cdot a_0 \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{\beta-1}} &= \frac{p_1}{p_2} \\ \frac{\alpha \cdot x_2}{\beta \cdot x_1} &= \frac{p_1}{p_2} \\ x_2 &= \frac{p_1 \cdot \beta}{\alpha \cdot p_2} \cdot x_1 \end{aligned} \quad (11)$$

Подставим :

$$q = a_0 \cdot x_1^\alpha \cdot \left(\frac{p_1 \cdot \beta}{\alpha \cdot p_2} \cdot x_1 \right)^\beta = \frac{p_1}{p_0} \quad (12)$$

$$x_1^* = b_1 \cdot p_0^{\gamma_0} \cdot p_1^{\gamma_1} \cdot p_2^{\gamma_2} \quad (13)$$

ДЗ Определить формулы для расчёта коэффициентов $b_1, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$.

$$x_2^* = b_2 \cdot p_0^{\delta_0} \cdot p_1^{\delta_1} \cdot p_2^{\delta_2} \quad (14)$$

ДЗ Определить формулы для расчёта коэффициентов $b_2, \delta_0, \delta_1, \delta_2$.

Проанализировать в какой зависимости будут уровни x_1^*, x_2^* от изменений 1) рыночной цены блага $p_0 \uparrow$ 2) на рост цен факторов производства. Исходя из (13) и (14) оптимального уровня предложения фирмы и оптимального уровня издержек фирмы.

Вывод. Модель оптимальног поведения имеет вид (1) трансформация её к

приведённой форме позволяет получить: 5), 6), 7), 8)