Лекции №1

Эконометрические модели ввиде систем линейных одновременных уравнений

План

1. Два примера моделей ввиде систем линейных одновременных уравнений СЛОУ.
2. Проблема индентификации структурных параметров модели СЛОУ
3. Необходимое условие индентифицированности параметров поведенческого уравнения СЛОУ
4. Методика устранения неидентифицирумости поведенческих уравнений СЛОУ
5. Критерий индетифицируемости поведенческих моделей СЛОУ (правило ранга)

В первом семестре мы обсудили методику построения эконометрических моделей ввиде изолированных уравнений, такие модели именуются линейными моделями множественной регрессии

$$\begin{cases} y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k + u \\ E(u) = 0; E\left(u^2\right) = \sigma_u^2 \end{cases}$$

Добавим к сказанному, что к базовой модели эконометрике трансформируется (возможно приближённо) и с нелинейными по коэффициентам функции регрессии. Закон записанный математическим языком изменения y при изменении x.

$$\begin{cases} y = f(\vec{x}, \vec{a}) + u \\ E(u) = 0;\ E\left(u^2\right) = \sigma_u^2 \end{cases}$$

В самом общем случае эконометрические модели состоят из системы уравнений.

$$F(\vec{y}_t, \vec{x}_t) = \vec{u}_t$$

Для практики наиболее важное значение имеют системы линейных эконометрических моделей

$$A \cdot \vec{y} + B \cdot \vec{x} = \vec{u}$$

Приведём примеры таких моделей:

Пример 1.

Простейшая кинсеанская модель формирования дохода

$$\begin{cases} Y = C + I \\ C = a_0 + a_1 \cdot Y + u \\ 0 < a_1 < 1 \\ E(u) = 0;\ E\left(u^2\right) = \sigma_u^2 \end{cases}$$

Это модель содержит две энд переменные

Y – доход, C – совокупное потребление

I – объём инвестиций

Модель состоит из тождества и поведенческого уравнений. Подчеркнём ещё, что структурная форма модели содержит 3 неизвестных параметра $a_0,\ a_1,\ \sigma_0$. a_1 – доля каждой доп. единицы ВВП, которая идёт на потребление.

Задача №1. Записать модель (1.2) в компактом виде, то есть построить матрицы A и B, сформирировав вектор y по правилу:

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} Y \\ C \end{pmatrix}$$

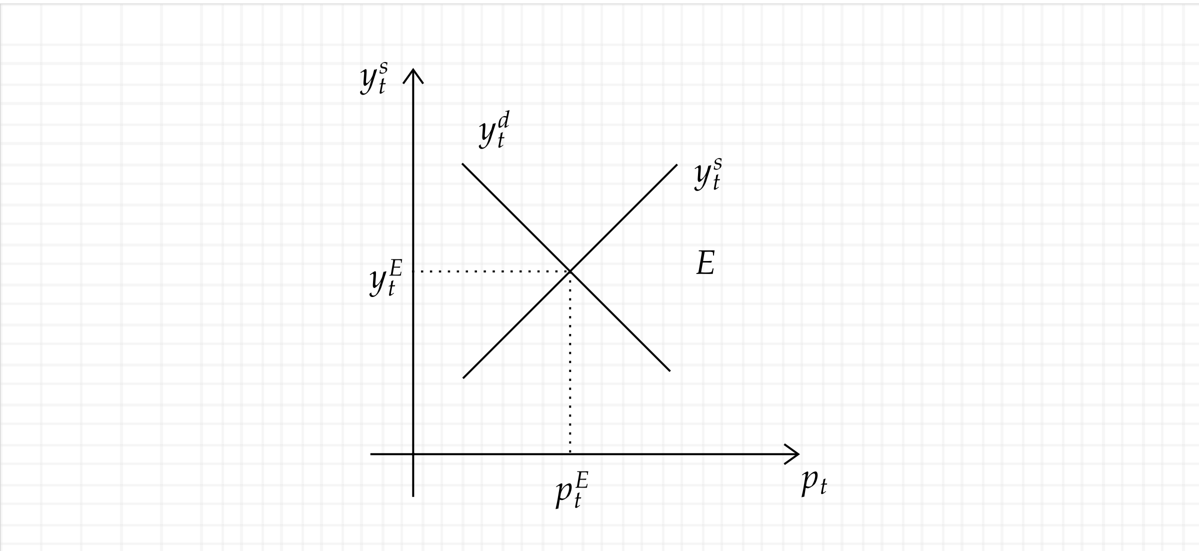
Второй пример модели

$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1 p_t + u_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1 p_t + v_t; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0, \ a_1 < 0; \\ E(\vec{u}) = 0, \ Var(\vec{u}) = \sigma_u^2 \end{cases} \tag{1.3}$$

Цена формируется при балансе спроса и предложения. Спецификация (1.3) содержит одну объясняющую экзогенную переменную и она является тревиальной (то есть равна 1). Математические модели содержащие только тревиальную экз. переменную экономисты назвают закрытыми

Проблема индентификации структурных параметров модели СЛОУ

Вернёмся к (1.3) и зададимся вопросом какие величины доступны для измерения, чтобы по этим наблюдениям, можно было бы определить параметры a_0, a_1, b_0, b_1? Для измерения в рамках модели (1.3) доступны 2 величины: равновестная цена p^E и равномерный уровень спроса и предложения, то есть доступны для наблюдения координаты точки i.



Зная координаты точки i невозможно определить ни коэффициенты a_0 и a_1 первого поведенческого уравнения (функции спроса), ни коэффициенты b_0 и b_1 функции предложения. Это значит, что оба поведенческих уравнения (1.3) являются не идентифицируемыми по доступным результатам измерений переменных данных моделей.

$$
\begin{cases}
y^d = y^E = \dfrac{a_0 b_1 - b_0 a_1}{b_1 - a_1} \cdot 1 + \dfrac{b_1 u - a_1 v}{b_1 - a_1} = m_{1,0} \cdot 1 + \varepsilon_1 \\
y^d = y^s; \\
p = p^E = \dfrac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1} \cdot 1 + \dfrac{u - v}{b_1 - a_1} = m_{3,0} \cdot 1 + \varepsilon_2
\end{cases}
\tag{1.4}
$$

$$
m_{1,0} = \frac{a_0 b_1 - b_0 a_1}{b_1 - a_1}; m_{3,0} = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1} \tag{1.5}
$$

Иследуем пробелему модели (1.3) и для это проведём трансформацияю (1.4)
Говорят, что коэффициенты поведенческой модели индетифицируемые, если эти коэффициенты можно однозначно определить по коэффицетам приведённой формы модели. Говорят, коэффициенты обоих поведенческих уравнений (1.3) неидентифицируемы. Действительно, согласано приведенной форме (1.4) коэффиценты структурной и приведенной формы модели (1.3) связанны системой уравнений (1.5). Зная правые части этой системочки невозможо определить коэффиценты a_0, a_1, b_0, b_1 из решения системы уравнений (1.4)

<u>Необходимое</u> условие идентифицируемости поведенческого уравнения модели СЛОУ (правило порядка)

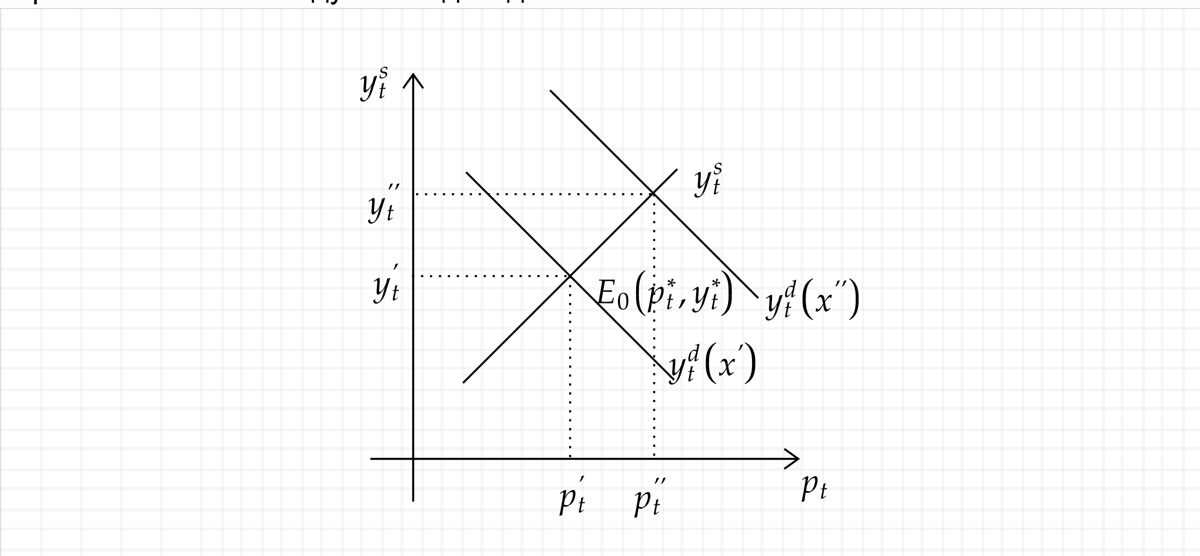
Справедлива следующая теорема, пусть поведенческое уравнение в модели (1.1) идентифицируемо(по коэффициентам приведённой формы можно определить коэффициенты этого уравнегия). Тогда справедли неравенство (2.2):

$$K - K_i \geqslant G_i - 1$$

K_i – количество регрессеров(объясняющих переменных) в уравнении i

G_i – кол-во тек-х эндогенных переменных в i уравнении

Задача проверить справедливость неравенства (2.2) для поведенческого уравнения (1.2). Чтобы поведенческое уравнение стало инденцифицуремым нужно в уравнении спроса добавить объясняющую переменную изменения значений которых заставят прямую спроса перемещаться параллельно в системе координат p, y. Такой переменной является душевой доход x.



Аналогично, добавление в предложение дополнительной переменной например цены сырья заставит график функции предложения перемещаться параллельно в системе координат p, y и в итоге функция спроса станет идентифицируемой.

$$\begin{cases} y_t^d = a_0 + a_1 p_t + a_2 x_t; \\ y_t^s = b_0 + b_1 p_t + b_2 p_{t-1}; \\ y_t^d = y_t^s; \\ a_0, b_0, b_1 > 0,\ a_1 < 0; a_2 > 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

Задача №3. Для модели (2.9) проверить справедливость неравенства (2.2) приминительно к первому и второму уравнению модели.

Итог: чтобы устранить неинденцифируемость необходимо поведенческого уравнения добавить в смежные поведенческие уравнения дополнительные предопределённые переменны.