Лекция №1

Основные объекты макроэкономики и модель Леонтьева производственного сектора национальной экономики

План

1. Основные объекты макроэкономики
2. Задача Леонтьева о управлении производственного сектора экономики
3. Модель Леонтьева производственного сектора, расчёты по модели межотраслевого баланса и тождества межотраслевого баланса

Литература:

- Леонтьев В. Экономические эссе.
- Н. Грегори Мэнкью Макроэкономика (рекомендуется)
- David Romer Advanced Macroeconomics, McGraw-Hill Education, 2019
- Phillippe Aghion and Peter Howitt The Economics of Growth

Основные объекты макроэкономики

1. Производственный сектор экономики, генерирующий основной уровень предложения благ (AS)
2. Консолидированный рынок благ, где формируется уровни спроса на производственные блага (AD)
3. Рынок труда и присущий ему уровень безработицы (U)
4. Денежная система и присущая ей инфляция
5. Международные экономические отношения (обменный курс национальной валюты, экспорт, импорт)
6. Рост экономики и макроэкономические колебания

Задача Леонтьева об управлении производственным сектором экономики
Производственный сектор состоит из ряда отраслей. Например, производственный сектор России состоит из 45 отраслей.

1. Сельское хозяйство
2. Пищевая промышленность
3. Текстильное и швейное производство
4. Производство машин и оборудования
5. Производство и распределение электроэнергии, газа и воды
6. Строительство

Задачей Леонтьева по управлению производственного сектора экзогенными переменными являются уровни конечных уровней отраслей и эти уровни мы от обозначаем символом:

$$(y_1, y_2, \ldots, y_n) \text{ – экзогенные переменные} \qquad (1)$$

Эндогенными переменными являются велечины двух видов:
1. Уровни валовых выпусков отраслей:

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (2)$$

2. Велечины межотраслевых поставое:

$$X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \dots & x_{n,n} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Взаимосвязь экзогенный и эндогенных переменных в модели Леонтьева производственного сектора

Взаимосвязи величин (1, 2, 3) записанные математическим языком представлены следующими двумя системами уравнений:
Структура валового выпуска:

$$x_i = z_i + y_i \quad (4)$$

Структура промежуточной продукции отраслей:

$$z_i = x_{i,1} + x_{i,2} + \ldots + x_{i,n} \quad (5)$$

Система уравнений (4) отражает структуру валового выпуска x_i каждой отрасли, x_i складывается из промежуточной продукции z_i. Промежуточная продукция складывается из поставок этой отрасли (5) во все отрасли производственного сектора.

Модель межотраслевых поставок

Эту модель мы обсудим на примере поставки отрасли энергия в отрасль строительства:

$$x_{E \to C} = a_{E \to C} \cdot x_C \quad (6)$$

В модели (6) коэффициент $a_{E \to C}$ имеет смысл дополнительного кол-ва електорэнергии (в денежной мере), которая потребуется отрасли строительства для выпуска дополнительной единицы продукции (в денежной мере). Например в России для выпуска дополнительной продукции на один рубль требуется примерно на полторы копейки дополнительной електорэнернии.
Модель межотраслевых поставок имеет вид (7):

$$x_{i,j} = a_{i,j} \cdot x_j \quad (7)$$

Матрицу коэффициентов a_{ij} (технологические коэффициенты или прямых материальных затрат) принято обозначать A:

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Отметим некотрые свойства технологический коэффициентов:

$$a_{i,j} > 0 \quad (9)$$
$$0 < a_{i,i} < 1 \quad (10)$$

Каждая отрасль не является "чёрной дырой", поэтому (10) справедливо.

Структурная форма модели Леонтьева

Воспользуемся моделью (7) межотраслевых поставок в итоге получим сначала модель (11) промежуточной отрасли

$$z_i = x_{i1} + \ldots + x_{in} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \tag{11}$$

, а затем и структрурную модели Леонтьева:

$$\begin{cases} x_i = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i \\ i = 1, 2, \ldots n \end{cases} \tag{12}$$

С позиции математики это система n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными (2). Вот компактный вид:

$$x = a \cdot x + y \tag{13}$$

$$\begin{cases} x_1 = a_{1,1} \cdot x_1 + a_{1,2} \cdot x_2 + y_1 \\ x_2 = a_{2,1} \cdot x_1 + a_{2,2} \cdot x_2 + y_2 \end{cases} \tag{14}$$

$$\vec{x} = a \cdot \vec{x} + \vec{y} \tag{15}$$

Отметим трансофрмацию к приведённой форме для модели Леонтьева:

$$(1 - a) \cdot x = y \tag{16}$$

Коэффициент b в приведённой форме является примером коэффициентом полных материальных затрат и имеет смысл дополнительного валового выпуска дополнительной единицы конечной продукции:

$$x = (1 - a)^{-1} \cdot y = b \cdot y \tag{17}$$

Экономический смысл b:

$$\triangle y = 1, \implies \triangle x = b \tag{18}$$

Наконец, отметим свойства коэффициента b:

$$b > 1 \tag{19}$$

В общем случае модель Леонтьева имеет вид:

$$(E - A) \cdot \vec{x} = \vec{y} \tag{20}$$

$$\vec{x} = (E - A)^{-1} \cdot \vec{y} = B \cdot \vec{y} \tag{21}$$

Матрица B носит название мультипликатора Леонтьева или матрицей коэффициентов полных материальных затрат:

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \ldots & b_{1,n} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \ldots & b_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \ldots & b_{n,n} \end{pmatrix} \tag{22}$$

Прокомментируем экономический смысл матрицы B на примере её второго столбца. Эти элементы имеют смысл дополнительных отраслевых зав ответ на дополнительную единицу конечной продукции второй отрасли

Подробная запись приведённой формы при $n = 2$:

$$\begin{cases} x_1 = b_{1,1} \cdot y_1 + b_{1,2} \cdot y_2 \\ x_2 = b_{2,1} \cdot y_1 + b_{2,2} \cdot y_2 \end{cases} \tag{23}$$

Отметим свойство (25) коэффициентов полных материальных затрат:

$$\begin{cases} b_{i,j} \geqslant 0 \\ b_{i,i} > 1 \end{cases} \tag{25}$$

Говорят, что матрица A технологических коэффициентов является продуктивной, если существует матрица B элементы, которой удовлетворяют неравенству (25). Вот достаточное условие продуктивности:

$$\max \sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \tag{26}$$

, где максимум берётся по j, а вот критерий продуктивности:

$$\max|\lambda_i(A)| < 1 \tag{27}$$

Материальные затраты отрасли, её добавленная стоимость, тождество и таблица межотраслевого баланса

Материальные затраты отрасли на производтсво её валового выпуска x_i определяется по правилу:

$$c_i = x_{1,i} + x_{2,i} + \ldots + x_{n,i} \tag{28}$$

Добавленная стоимость отрасли:

$$v_i = x_i - c_i \tag{29}$$

Можно доказать, что справедливо, следующее тождество межотраслевого баланса: сумма конечной продукции отраслей совпадает с суммой добавленной стоимости отраслей.

$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = v_1 + v_2 + \ldots v_n \tag{30}$$