36. Фирма на рынке с несовершенной конкуренцией. Необходимое условие максимума прибыли монополиста. Есть ли у монополиста кривая предложения?

Несовершенная конкуренция — согласно экономической теории, это такая ситуация, в которой структура рынка не соответствует условиям для существования совершенной конкуренции.

Модель поведения монополиста в догосрочном периоде имеет структурную форму (7):

$$\begin{cases} \pi = p(q) \cdot q - \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \to \max \\ q = F(x_1, \dots, x_n) \\ x_1 \geqslant 0, \dots, x_n \geqslant 0; \end{cases} \tag{7}$$

$$p_1, \dots, p_n - \text{экз}$$

$$x_1, \dots, x_n, \pi, q, y, c - \text{энд.}$$

К приведённой форме модель (7) трансформируется методом Лагранжа. Спрос монополиста на факторы производтсва мы обозначи $x(\vec{p})$. Подставляя этот спрос в производственную функцию монополиста находим монополный объём предложения (это функция только цен факторов производства, не зависит от рыночной цены блага). Поэтому говорят, что монополист лишён кривой предложения. Так же как и в сиуации предложение на конкурентом рынке (смотри лекцию № 7). **Необходимое условие оптимального предложения монополиста имеет вид:**

$$M_y(q_*) = M_c(q_*) \tag{12}$$

37. Фирма на рынке с несовершенной конкуренцией: олигополия, обратная функция спроса олигополии, доход и прибыль олигополиста, отличие уравнения прибыли олигополиста от уравнения прибыли монополиста.

Рынок является **олигопольным**, если небольшое число фирм поставляют на этот рынок идентичные блага или незначительно отличающиеся блага. Например, к таким рынкам относится рынок нефти, рынок операционных систем.

Обозначим кол-во таких фирм символом n, а символами

$$q_1, q_2, \dots, q_n$$

будем обозначать уровень предложения данного блага этими фирмами. Общий уровень поставки блага на рынок определяется по правилу:

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n \tag{15}$$

Мы полагаем, что данное благо является нормальным и известно обратная функция спроса рынком данного блага.

Обратная функция спроса олигополии:

Извесен уровень спроса олигополиста:

$$p(q(q_1, q_2, \dots, q_n)) \tag{16}$$

Отличие уравнения прибыли олигополиста от уравнения прибыли монополиста:

Доход и прибыли олигополиста определяются по правилу (17)

$$y_i = p(q(q_1, q_2, \dots, q_n)) \cdot q_i$$
$$\pi_i = y_i - c_i \qquad (17)$$

Отличие №1. Предполагается, что данное благо является нормальным и это значит, что цена блага на рынке является убывающей функцией его предложения. В отличие от монопольного рынка на формирование рыночной цены оказывают воздействие уровни предложения всех фирм.

$$p(q) \downarrow q$$
$$\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (1)$$

Отличие №2. Доход одной из олигополий вычисляется по правилу:

$$y_i = p\left(\sum_{j=1}^{n} q_j\right) \cdot q_i \qquad (2)$$

– это значит, что на доход воздействуют все фирмы на этом рынке.

38. Модель олигополии Курно: предпосылки и явный вид приведенной формы предложения олигополистов. Рыночная цена и ее значение при неограниченном увеличении количества олигополистов.

Модель олигополии Курно:

Рынок является олигопольным, если небольшое число фирм поставляют на этот рынок идентичные блага или незначительно отличающиеся блага. Например, к таким рынкам относится рынок нефти, рынок операционных систем.

Предпосылка №1.

Обозначим кол-во таких фирм символом n, а символами

$$q_1, q_2, \dots, q_n$$

будем обозначать уровень предложения данного блага этими фирмами. Общий уровень поставки блага на рынок определяется по правилу:

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n \qquad (15)$$

Мы полагаем, что данное благо является нормальным и известно обратная функция спроса рынком данного блага.

Предпосылка №2.

Извесен уровень спроса олигополиста:

$$p(q(q_1, q_2, \dots, q_n)) \qquad (16)$$

Предпосылка №3.

Доход и прибыли олигополиста определяются по правилу (17)

$$y_i = p(q(q_1, q_2, \dots, q_n)) \cdot q_i$$
$$\pi_i = y_i - c_i \qquad (17)$$

Предположение модели олигополии Курно

Предположение №1.
Обратная функция спроса является линейной:

$$p = b_0 + b_1 \cdot q$$

Предположение №2.
Функции издержек являются линейными и одникавыми у всех олигополистов:

$$c_i = d + m \cdot q_i \qquad (18)$$

Замечание. Постоянный член в выражении (18) называют постоянными издержками, которые независят от уровня выпустка. Второе слагаемое называется переменными издержками, котрые возрастают в ответ на увеличение продукции q_i при этом коэффициент m имеет смысл. Причем коэффициент m имеет смысл предельных издержек.

Предположение №3.
Отсутсвует сговор олигополистов:

$$\frac{\partial q_i}{\partial q_j} = \underset{\substack{1 \text{ при } i=j \\ 0 \text{ при } i \neq j}}{\delta_{ij}} \text{ – символ Кранекера} \qquad (19)$$

Поясним смысл предпосылки (19) двумя примерами. Пусть $i = j = 1$, тогда $\frac{\partial q_1}{\partial q_1}$ – это изменение в ответ на изменение величины q_1 на 1. $\frac{\partial q_1}{\partial q_2} = 0$ – это означает, что величина q_1 не зависит от величины q_2. Экономисты назвают предполагаемыми вариациями.

Модель олигополии Курно

Структруная форма

$$\begin{cases} \pi_i = p(q) \cdot q - c_i \to \max \\ q = q_1 + \ldots + q_n \\ q_i \geqslant 0 \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{cases} \qquad (20)$$

b_i, m_i, d_0, d_1 – экзогенные переменные

$(q_1, \ldots, q_n), (y_1, \ldots, y_n), (c_1, \ldots, c_n), (\pi_1, \ldots, \pi_n)$ – эндогенные переменные

Замечание. В этой форме содержится n задач на безусловный экстремум. Эти задачи связаны между собой аргументом $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$.

Таким образом, эндогенными переменными в этой моделе являются уровни $q_1, q_2, \ldots, q_n$. Поставок блага на рынок монополистами. Значения по модели Курно выбираются такими, чтобы прибыль каждого олигополиста оказалась максимальной. Необходимое условие прибыли каждой фирмы имеет вид (21):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial q_i} = 0 \\ i = 1, 2, \ \dots, n \end{cases} \tag{21}$$

(21) образует систему алгебраический n уравнений.
Справедлива следующая теорема.
1. Решение системы (21) имеет вид (22):

$$q_i^* = \frac{b_0 - m}{b_1 \cdot (n+1)} \tag{22}$$

2. Рыночная цена блага в ситуации (22) определяется по правилу (23):

$$p = \frac{b_0 + n \cdot m}{n+1} \tag{23}$$

3. С увеличением кол-ва фирм на олигопольном рынке, рыночная цена имеет пределом величину m:

$$p \to m \text{ при } n \to \infty$$

То есть рынок всё время приближается к конкурентному.

39. Обобщение модели олигополии Курно. Явный вид приведённой формы предложения олигополистов при $n = 2$.

Пусть олигопольный рынок контролируют 2 фирмы $n = 2$. Обратная функция спроса имеет следующие коэффициенты

$$\begin{cases} d_0 = 0.8 \cdot 10^{-6}; \\ d_1 = -1.25 \cdot 10^{-15}; \end{cases}$$

Функция издержек олигополистов имеют следующие коэффициенты:

$$b_1 = 0.5; \ m_1 = 2.1 \cdot 10^{-8};$$
$$b_2 = 0.3; \ m_2 = 5.9 \cdot 10^{-8};$$

Требуется по модели Курно рассчитать:

1. Оптимальное для олигополистов уровня монополистов фирмы $\left(q_1^*, q_2^*\right)$
2. Уровни дохода $\left(y_1^*, y_2^*\right)$
3. Оптимальные уровни издержек $\left(c_1^*, c_2^*\right)$
4. Оптимальные уровни прибыли $\left(\pi_1^*, \pi_2^*\right)$

Запишем уравнение прибыли каждой фирмы:

$$\pi_1 = \underset{q_1+q_2}{p(q)} \cdot q_1 - (b_1 + m_1 \cdot q_1)$$
$$\pi_2 = \underset{q_1+q_2}{p(q)} \cdot q_2 - (b_2 + m_2 \cdot q_2)$$

Формируем необходимое условие прибыли:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \underbrace{\dfrac{\partial p}{\partial q}}_{d_1} \cdot \underbrace{\dfrac{\partial q}{\partial q_1}}_{1} \cdot q_1 + \underbrace{p(q)}_{d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2)} \cdot \overbrace{\dfrac{\partial q_1}{\partial q_1}}^{=1} - m_1 = 0; \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = \underbrace{\dfrac{\partial p}{\partial q}}_{d_1} \cdot \underbrace{\dfrac{\partial q}{\partial q_2}}_{1} \cdot q_2 + \underbrace{p(q)}_{d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2)} \cdot \overbrace{\dfrac{\partial q_2}{\partial q_2}}^{=1} - m_2 = 0; \end{cases}$$

Упростим:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = d_1 q_1 + d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) - m_1 = 0; \\ \dfrac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = d_1 q_2 + d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) - m_2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_1 q_1 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) = m_1 - d_0; \\ d_1 q_2 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) = m_2 - d_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + q_2 = \dfrac{m_1 - d_0}{d_1}; \\ q_1 + 2q_2 = \dfrac{m_2 - d_0}{d_1}; \end{cases}$$

Таким образом:

$$\boxed{a_{1,1} = 2, a_{1,2} = 1, a_{1,0} = \frac{m_1 - d_0}{d_1}}$$

$$\boxed{a_{2,1} = 1, a_{2,2} = 2, a_{2,0} = \frac{m_2 - d_0}{d_1}}$$

Подставим свои данные:

$b_i(k) = b_i + 0.1 \cdot k; m_1(k) = m_1 + 0.1 \cdot k \cdot 10^{-8}$

номер по журналу $m_2(k) = m_2 - 0.1 \cdot k \cdot 10^{-8}$

$$k = 1$$

$$\begin{cases} d_0 = 0.8 \cdot 10^{-6}; \\ d_1 = -1.25 \cdot 10^{-15}; \\ b_1 = 0.5 + 0.1 = 0.6; \\ m_1 = 2.1 \cdot 10^{-8} + 0.1 \cdot 10^{-8} = 2.2 \cdot 10^{-8}; \\ b_2 = 0.3 + 0.1 = 0.4; \\ m_2 = 5.9 \cdot 10^{-8} + 0.1 \cdot 10^{-8} = 6.0 \cdot 10^{-8}; \end{cases}$$

вычислим q_1, q_2:

$$q_1^* = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - q_2\right);$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - q_2\right) + 2q_2 = \frac{m_2 - d_0}{d_1}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1-d_0}{d_1}+3q_2\right)=\frac{m_2-d_0}{d_1}$$

$$q_2^*=\frac{1}{3}\left(2\left(\frac{m_2-d_0}{d_1}\right)-\frac{m_1-d_0}{d_1}\right)$$

40. Обобщение модели олигополии Курно $(n=2)$**. Предельное предложение олигополии по её предельным издержкам.**

Запишем уравнение прибыли каждой фирмы:

$$\pi_1=p\underset{q_1+q_2}{(q)}\cdot q_1-(b_1+m_1\cdot q_1)$$

$$\pi_2=p\underset{q_1+q_2}{(q)}\cdot q_2-(b_2+m_2\cdot q_2)$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\pi_1}{\partial q_1}=\underbrace{\dfrac{\partial p}{\partial q}}_{d_1}\cdot\underbrace{\dfrac{\partial q}{\partial q_1}}_{1}\cdot q_1+\underbrace{p(q)}_{d_0+d_1\cdot(q_1+q_2)}\cdot\overbrace{\dfrac{\partial q_1}{\partial q_1}}^{=1}-m_1=0;\\ \dfrac{\partial\pi_2}{\partial q_2}=\underbrace{\dfrac{\partial p}{\partial q}}_{d_1}\cdot\underbrace{\dfrac{\partial q}{\partial q_2}}_{1}\cdot q_2+\underbrace{p(q)}_{d_0+d_1\cdot(q_1+q_2)}\cdot\overbrace{\dfrac{\partial q_2}{\partial q_2}}^{=1}-m_2=0;\end{cases}$$

Упростим:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\pi_1}{\partial q_1}=d_1q_1+d_0+d_1\cdot(q_1+q_2)-m_1=0;\\ \dfrac{\partial\pi_2}{\partial q_2}=d_1q_2+d_0+d_1\cdot(q_1+q_2)-m_2=0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}d_1q_1+d_1\cdot(q_1+q_2)=m_1-d_0;\\ d_1q_2+d_1\cdot(q_1+q_2)=m_2-d_0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}2q_1+q_2=\dfrac{m_1-d_0}{d_1};\\ q_1+2q_2=\dfrac{m_2-d_0}{d_1};\end{cases}$$

Таким образом:

$$\boxed{a_{1,1}=2,a_{1,2}=1,a_{1,0}=\frac{m_1-d_0}{d_1}}$$

$$\boxed{a_{2,1}=1,a_{2,2}=2,a_{2,0}=\frac{m_2-d_0}{d_1}}$$

вычислим q_1^*,q_2^*:

$$q_1=\frac{1}{2}\left(\frac{m_1-d_0}{d_1}-q_2\right);$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - q_2\right) + 2q_2 = \frac{m_2 - d_0}{d_1}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} + 3q_2\right) = \frac{m_2 - d_0}{d_1}$$

$$q_2^* = \frac{1}{3}\left(2\left(\frac{m_2 - d_0}{d_1}\right) - \frac{m_1 - d_0}{d_1}\right) = \frac{2m_2 - 2d_0 - m_1 + d_0}{3d_1} = \boxed{\frac{2m_2 - m_1 - d_0}{3d_1}}$$

$$q_1^* = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - \frac{2m_2 - m_1 - d_0}{3d_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3m_1 - 3d_0 - 2m_2 + m_1 + d_0}{3d_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4m_1 - 2m_2 - 2d_0}{3d_1}\right) = \boxed{\left(\frac{2m_1 - m_2 - d_0}{3d_1}\right)}$$

Предельное предложение олигополии по её предельным издержкам:

$$\frac{\partial q_i^*}{\partial m_i} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3d_1} & -\frac{1}{3d_1} \\ -\frac{1}{3d_1} & \frac{2}{3d_1} \end{pmatrix}$$

41. Обобщение модели олигополии Курно $(n = 2)$**. Предельное предложение олигополии по её постоянным издержкам.**

Запишем уравнение прибыли каждой фирмы:

$$\pi_1 = p(\underset{q_1+q_2}{q})\cdot q_1 - (b_1 + m_1 \cdot q_1)$$

$$\pi_2 = p(\underset{q_1+q_2}{q})\cdot q_2 - (b_2 + m_2 \cdot q_2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \underbrace{\frac{\partial p}{\partial q}}_{d_1} \cdot \underbrace{\frac{\partial q}{\partial q_1}}_{1} \cdot q_1 + \underbrace{p(q)}_{d_0 + d_1\cdot(q_1+q_2)} \cdot \overbrace{\frac{\partial q_1}{\partial q_1}}^{=1} - m_1 = 0; \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = \underbrace{\frac{\partial p}{\partial q}}_{d_1} \cdot \underbrace{\frac{\partial q}{\partial q_2}}_{1} \cdot q_2 + \underbrace{p(q)}_{d_0 + d_1\cdot(q_1+q_2)} \cdot \overbrace{\frac{\partial q_2}{\partial q_2}}^{=1} - m_2 = 0; \end{cases}$$

Упростим:

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = d_1 q_1 + d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) - m_1 = 0; \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = d_1 q_2 + d_0 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) - m_2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_1 q_1 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) = m_1 - d_0; \\ d_1 q_2 + d_1 \cdot (q_1 + q_2) = m_2 - d_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q_1 + q_2 = \dfrac{m_1 - d_0}{d_1}; \\ q_1 + 2q_2 = \dfrac{m_2 - d_0}{d_1}; \end{cases}$$

Таким образом:

$$\boxed{a_{1,1} = 2, a_{1,2} = 1, a_{1,0} = \frac{m_1 - d_0}{d_1}}$$

$$\boxed{a_{2,1} = 1, a_{2,2} = 2, a_{2,0} = \frac{m_2 - d_0}{d_1}}$$

вычислим q_1^*, q_2^*:

$$q_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - q_2\right);$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - q_2\right) + 2q_2 = \frac{m_2 - d_0}{d_1}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} + 3q_2\right) = \frac{m_2 - d_0}{d_1}$$

$$q_2^* = \frac{1}{3}\left(2\left(\frac{m_2 - d_0}{d_1}\right) - \frac{m_1 - d_0}{d_1}\right) = \frac{2m_2 - 2d_0 - m_1 + d_0}{3d_1} = \boxed{\frac{2m_2 - m_1 - d_0}{3d_1}}$$

$$q_1^* = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m_1 - d_0}{d_1} - \frac{2m_2 - m_1 - d_0}{3d_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3m_1 - 3d_0 - 2m_2 + m_1 + d_0}{3d_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4m_1 - 2m_2 - 2d_0}{3d_1}\right) = \boxed{\left(\frac{2m_1 - m_2 - d_0}{3d_1}\right)}$$

Предельное предложение олигополии по её предельным издержкам:

$$\frac{\partial q_i^*}{\partial b_i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$