

## Микроэкономика

### Домашняя работа №9 (Аверьянов Тимофей ПМ 3-1)

**Задание №1.** Расчитать значение предельной нормы замещения капитала трудом производственной функции одной из американских с производственной функцией Кобба-Дугласа с параметрами из домашней задачи на семинаре №7

$$a_0 = 0.45, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, y_0 = 2$$

при  $x_1 = 6$  по формуле (6).

$$MRTS_{1,2} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \frac{x_1^{-\frac{\alpha}{\beta}}}{x_1} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2(x_2 = x_2(x_1; y_0))}{x_1} \quad (6)$$

**Решение:**

Подставив известные значения в форму (6) получим:

$$MRTS_{1,2} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \frac{x_1^{-\frac{\alpha}{\beta}}}{x_1} = \frac{0.5}{0.1} \cdot \left(\frac{2}{0.45}\right)^{\frac{1}{0.1}} \cdot 6^{-\left(\frac{0.5}{0.1}+1\right)} \approx 322.282943$$

**Вывод:** таким образом для того, чтобы компенсировать потерю одной единицы бюджета потребуется 322 тыс. людей.

**Задача №2.** Пользуясь формулой (6)

$$MRTS_{1,2} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \frac{x_1^{-\frac{\alpha}{\beta}}}{x_1} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2(x_2 = x_2(x_1; y_0))}{x_1} \quad (6)$$

показать, что изменения предельной нормы технологического замещения на изокванте вычисляется по правилу:

$$\Delta MRTS_{1,2} \approx d MRTS_{1,2} = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x_1^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1} \quad (7)$$

, где  $\frac{\Delta x_1}{x_1}$  – относительное изменение, которое парадит изменение предельной нормы замещения.

**Решение:**

Как нам известно для того, чтобы вычислить изменение предельной величины достаточно просто вычислить производную, тогда воспользуемся следующей формулой:

$$\Delta MRTS_{1,2} \approx \frac{\partial MRTS_{1,2}}{\partial x_1} \Delta x_1 = \left( \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x_1^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)} \right)'_{x_1} \cdot \Delta x_1 =$$

$$= -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \left(\frac{y_0}{a_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x_1^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1} \blacksquare$$

**Задача №3.** С учётом выражений (6) и (7) выразить делитель правой части и вычислить эластичность  $\sigma_{1,2}$ .

$$\frac{d MRTS_{1,2}}{MRTS_{1,2}} = \frac{\cancel{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \left(\frac{\cancel{y_0}}{\cancel{a_0}}\right)^{\frac{\cancel{1}}{\beta}} \cdot \cancel{x_1}^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\cancel{\alpha}}{\cancel{\beta}} \cdot \left(\frac{\cancel{y_0}}{\cancel{a_0}}\right)^{\frac{\cancel{1}}{\beta}} \cdot \cancel{x_1}^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)}} = -\frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1}$$

Таким образом эластичность  $\sigma_{1,2}$ :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\frac{d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\frac{x_2}{x_1}}}{\frac{d MRTS_{1,2}}{MRTS_{1,2}}} = \frac{-\frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1}}{-\frac{\alpha + \beta}{\beta} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1}} = 1\%$$

**Вывод:** Эластичностью замещение 1-ого фактора 2-ым называется относительное изменение на изокванте отношения факторов производства в ответ на относительное изменение предельной нормы технологического замещения на 1%, в нашем случае изменится на 1%.