Эконометрика. Домашняя работа № 11
Аверьянов Тимофей ПМ 3-1

Задача №1. Вывести формулу (*) и (**):

$$E\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) = 0 \tag{*}$$

$$Var\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) = E\left(\triangle \widetilde{y}_0^2\right) = \sigma_u^2 \cdot \vec{x}_0^T \cdot Q \cdot \vec{x}_0 + \sigma_u^2 = \sigma_u^2(1+q_0) \tag{**}$$

Решение:

$$E\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) =$$

$$= \left[\text{мы знаем, что: } \widetilde{y}_0 = \widetilde{a}_0 + \widetilde{a}_1 \cdot x_{1,0} + \ldots + \widetilde{a}_k \cdot x_{k,0} = \widetilde{\vec{a}}^T \cdot \vec{x}_0\right] =$$

$$= E\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) = E\left(\widetilde{y}_0\right) - E(y_0) = E\left(\widetilde{y}_0\right) - a_0 - a_1 \cdot x_{1,0} - \ldots - a_k \cdot x_{k,0} =$$

$$= E\left(\widetilde{y}_0\right) - \vec{a}^T \cdot \vec{x}_0 = \widetilde{\vec{a}}^T \cdot \vec{x}_0 - \vec{a}^T \cdot \vec{x}_0 = \left(\widetilde{\vec{a}} - \vec{a}\right)^T \cdot \vec{x}_0 =$$

[в силу свойства несмещенности оценок коэффициентов $E\left(\vec{a}^T\right) = \widetilde{\vec{a}}$

математическое ожидание ошибки $E\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) = 0$] =

$$= \left(\widetilde{\vec{a}} - \widetilde{\vec{a}}\right)^T \cdot \vec{x}_0 = 0 \ \blacksquare \tag{*'}$$

$$Var\left(\triangle \widetilde{y}_0\right) = E\left\{\left(\widetilde{y}_0 - y_0\right)^2\right\} = E\left\{\left[\widetilde{\vec{a}}^T \cdot \vec{x}_0 + u_t - \vec{a}^T \cdot \vec{x}_0\right]^T \cdot \left[\widetilde{\vec{a}}^T \cdot \vec{x}_0 + u_t - \vec{a}^T \cdot \vec{x}_0\right]\right\} =$$

$$= E\left\{\left[\left(\widetilde{\vec{a}} - \vec{a}\right)^T \cdot \vec{x}_0 + u_t\right]^T \cdot \left[\left(\widetilde{\vec{a}} - \vec{a}\right)^T \cdot \vec{x}_0 + u_t\right]\right\} =$$

$$= E\left\{u_t^2\right\} + \vec{x}_0^T \cdot E\left\{\left(\vec{a} - \widetilde{\vec{a}}\right)^T \cdot \left(\vec{a} - \widetilde{\vec{a}}\right)\right\} \cdot \vec{x}_0 + 2 \cdot \vec{x}_0^T E\left\{\left(\vec{a} - \widetilde{\vec{a}}\right) \cdot u_t\right\} =$$

$$= E\left\{u_t^2\right\} + \sigma_u^2 \cdot \vec{x}_0^T \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot \vec{x}_0 + 2 \cdot \vec{x}_0^T E\{\vec{a} \cdot u_t\} =$$

$$= \left[\sigma_u^2 = E\left\{u_t^2\right\}; \vec{a} \text{ и } u_t \text{ некоррелированы}\right] =$$

$$= \sigma_u^2 + \sigma_u^2 \cdot \vec{x}_0^T \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot \vec{x}_0 = \left[Q = \left(X^T \cdot X\right)^{-1}\right] = \sigma_u^2\left(1 + \vec{x}_0^T Q \cdot \vec{x}_0\right)$$

$$= \left[q_0 = \vec{x}_0^T \cdot Q \cdot \vec{x}_0\right] = \sigma_u^2(1 + q_0) \ \blacksquare \tag{**'}$$

Задача №2. Вычислить прогнозы гос. расходов и инвестиций по моделе Самуэльсона-Хикса по контролирующей выборке.

Решение:

Вычислим прогноз для инвестиций в моделе Самуэльсона-Хикса. Нам потребуются значения объясняющих переменных:

		ΔY_{2017}	Cr_{2017}	San_{2017}
$x_0^T=$	1	662.6057	0	1
$I^P_{2018}=$	7739.334			
$I_{2018}=$	8393.411			

Шаг 1. Как мы видим наш прогноз отличается от реального значения, поэтому вычислим стандартную ошибку прогноза. Формируем матрицу X у которой 14 строк и 4 столбца:

Шаг №1				
X	1	1992.6	0	0
	1	2102.9	0	0
	1	2002.7	0	0
	1	2724.1	0	0
	1	3084.1	0	0
	1	2058.1	1	0
	1	-3228.2	0	0
	1	1713.6	0	0
	1	1695.6	0	0
	1	1515.7	0	0
	1	767.2041	0	0
	1	323.0933	0	1
	1	-1118.52	0	1
	1	-74.1368	0	1

И транспонированную к ней X^T.

X^T													
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1992.6	2102.9	2002.7	2724.1	3084.1	2058.1	-3228.2	1713.6	1695.6	1515.7	767.204111	323.0933	-1118.52	-74.1368
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Шаг 2. Вычислим матрицу $X^T \cdot X$.

Шаг №2				
X^TX	14	15558.84425	1	3
	15558.84425	54051292.44	2058.1	-869.559861
	1	2058.1	1	0
	3	-869.559861	0	3

Шаг 3. Рассчитаем матицу Q.

Шаг №3				
$Q = (X^TX)^{-1}$	0.171423338	-4.9702E-05	-0.06913158	-0.18582964
	-4.9702E-05	3.45866E-08	-2.1481E-05	5.9727E-05
	-0.069131577	-2.14807E-05	1.113341011	0.06290532
	-0.185829637	5.97271E-05	0.062905324	0.53647506

Шаг 4. Рассчитаем $q_0 = \vec{x}_0^T \cdot Q \cdot \vec{x}_0$

	Шаг №4						
x_0	1		x_0^T*Q	-0.047339153	3.29423E-05	-0.020459489	0.390220934
	662.6057386						
	0						
	1		$q_0 = x_0^T*Q*x_0$	0.364709568			

Шаг 5. Рассчитаем значение стандартной ошибки.

Шаг №5	
SI^P_{2018}	1633.223948

Вычислим прогноз для государственных расходов в моделе Самуэльсона-Хикса.

	G_{2017}	Cr_{2017}	San_{2017}
x_0^T=	7264.272	0	1
G^P_{2018}=	**7218.285**		
G_{2018}=	**7326.382**		

Шаг 1. Как мы видим наш прогноз отличается от реального значения, поэтому вычислим стандартную ошибку прогноза. Формируем матрицу X у которой 15 строк и 3 столбца:

Шаг №1			
X	6390	0	0
	6540.2	0	0
	6679	0	0
	6775.3	0	0
	6931.9	0	0
	7120.7	0	0
	7359.9	1	0
	7314.5	0	0
	7205.7	0	0
	7306.7	0	0
	7498.7	0	0
	7562.671	0	0
	7401.995	0	1
	7170.733	0	1
	7238.265	0	1

И транспонированную к ней X^T.

X^T														
6390	6540.2	6679	6775.3	6931.9	7120.7	7359.9	7314.5	7205.7	7306.7	7498.7	7562.671176	7401.99513	7170.733	7238.265
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Шаг 2. Вычислим матрицу $X^T \cdot X$.

Шаг №2			
X^TX	757881587.6	7359.9	21810.993
	7359.9	1	0
	21810.99298	0	3

Шаг 3. Рассчитаем матицу Q.

Шаг №3			
$Q = (X^TX)^{-1}$	1.83439E-09	-1.35009E-05	-1.33366E-05
	-1.35009E-05	1.099365477	0.098156212
	-1.33366E-05	0.098156212	0.430294997

Шаг 4. Рассчитаем $q_0 = \vec{x}_0^T \cdot Q \cdot \vec{x}_0$.

	Шаг №4					
x_0	7264.272		x_0^T*Q	-1.11147E-08	8.1803E-05	0.333414141
	0					
	1		$q_0 = x_0^T*Q*x_0$	0.333333401		

Шаг 5. Рассчитаем значение стандартной ошибки.

Шаг №5	
SG^p_{2018}	154.934121