Лекция №3

Оценивание структурных параметров моделей СЛОУ методом максимального правдоподобия(трёхшаговым методом наименьших квадратов (3 МНК)) и колллоквиум по теме СЛОУ

План

1. Оценивание структурных параметров моделей СЛОУ с помощью 3 МНК на примере расширенной модели спроса - предложения блага на конкурентном рынке.
2. Коллоквиум.

На предшествующих лекциях обсудили две проблемы, возникающие в процессе построения эконометрических моделей СЛОУ:

$$A \cdot \vec{y}_t + B \cdot \vec{x}_t = \vec{u}_t \tag{1.1}$$

Мы приводили модели один из них простейшая макромоделей Кейнса:

$$\begin{cases} Y = C + I \\ C = a_0 + a_1 \cdot Y + u \\ 0 < a_1 < 1 \\ E(u) = 0;\ E\left(u^2\right) = \sigma_u^2 \end{cases} \tag{1.2}$$

В частности мы обсудили методику устранения неидентифицируемости структурных параметров и два метода состоятельного оценивания структурных параметров СЛОУ: КМНК, 2МНК.

Сейчас мы обсудим оценивание структурных параметров модели СЛОУ методом максимального правдоподобия, который также называется 3 МНК. Наше обсуждение мы проведём на примере расширенной модели (2.9) спроса-предложения блага на конкурентном рынке:

$$\begin{cases} y^d = a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot x + u \\ y^s = b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p_m + v \\ y^d = y_s \end{cases} \tag{2.9}$$

Сначала отметим отличие 3МНК от 2МНК. В 2МНК параметры каждого поведенческого уравнения модели (2.9) оцениваются отдельно от оценивания параметров другого поведенческого уравнения. В 3МНК оценки параметров обоих поведенческих уравнений вычисляются одновременно при этом предполагается возможное наличие корреляции случайных возмущений u, v в поведенческих уравнениях модели (2.9).

Приступаем к оцениванию параметров 3 МНК. Прежде всего ометим, что любым из трёх методов состоятельного оценивания имеет смысл, если поведенческие уравнения идентифицируемы, то есть по параметрам приведённой форме модели можно определить параметры структурной формы модели.

$$\begin{cases} y^d = m_{10} + m_{11} \cdot x + m_{12} \cdot p_m + \varepsilon_1 \\ y^s = m_{20} + m_{21} \cdot x + m_{22} \cdot p_m + \varepsilon_2 \\ p = m_{30} + m_{31} \cdot x + m_{32} \cdot p_m + \varepsilon_3 \end{cases} \tag{5.1}$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{b_1 \cdot u - a_1 \cdot v}{b_1 - a_1}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{u - v}{b_1 - a_1}$$

Шаг № 1. По результатам наблюдений (p_i, x_i, p_{mi}) оценить МНК коэффициенты m_{30}, m_{31}, m_{32} приведённой формы цены блага и вычислить прогнозные оценки цены:

$$\tilde{p}_i = \widetilde{m}_{30} + \widetilde{m}_{31} \cdot x + \widetilde{m}_{32} \cdot p_m$$

Шаг №2. По значениям $y_i^d, \tilde{p}_i, x_i$ оценить коэффициенты $a_0,\ a_1,\ a_2$ коэффициенты первого поведенческого уравнения. По значениям $y_i^s, \tilde{p}_i, p_{mi}$ оценить МНК коэффициенты b_0, b_1, b_2 второго поведенческого уравнения.

Шаг №3. Вычислить оценки случайных возмущений в уравнии наблюдений:

$$\tilde{u}_i = y_i^d - \left(\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \cdot p_i + \tilde{a}_2 x_i\right)$$

$$\tilde{v}_i = y_i^s - \left(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \cdot p_i + \tilde{b}_2 p_{mi}\right)$$

Оценка - это приближённое значение.

Рассчитать оценки дисперсий и ковариации случайных возмущений по формулам:

$$\tilde{\sigma}_u^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n \tilde{u}_i^2,\ \tilde{\sigma}_v^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n v_i^2$$

$$\tilde{\sigma}_{uv} = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n \tilde{u}_i \cdot \tilde{v}_i$$

С позиции экономиста σ_u трактуют, как меру влияния неучтённых факторов.

Шаг № 4. Вычислить обобщенным МНК оценку $\hat{\gamma}$ коэффициентов обоих поведенческих уравнений:

$$\hat{\gamma} = \left(Z^T \cdot \widetilde{\Omega}^{-1} \cdot Z\right)^{-1} \cdot Z^T \cdot \widetilde{\Omega}^{-1} \cdot y$$

$$\widetilde{\Omega} = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_u^2 \cdot X^T \cdot X & \tilde{\sigma}_{uv} \cdot X^T \cdot X \\ \tilde{\sigma}_{uv} \cdot X^T \cdot X & \tilde{\sigma}_v^2 \cdot X^T \cdot X \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix},\ Z_i = X^T \cdot (Y_i | X_i),$$

$$Y_1 = Y_2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{pmatrix},\ X_1 = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix},\ X_2 = \begin{pmatrix} 1 & p_{m1} \\ 1 & p_{m2} \\ \dots & \dots \\ 1 & p_{mn} \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & p_{m1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & p_{mn} \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} X^T \cdot \vec{y}^d \\ X^T \cdot \vec{y}^s \end{pmatrix}$$

$$\vec{y}^{d} = \begin{pmatrix} y_1^d \\ y_2^d \\ \dots \\ y_n^d \end{pmatrix}, \vec{y}^{s} = \begin{pmatrix} y_1^s \\ y_2^s \\ \dots \\ y_n^s \end{pmatrix}$$

Символом мы обозначили: $\widehat{y} = \begin{pmatrix} \widehat{a}_0 & \widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 \\ \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \widehat{b}_2 \end{pmatrix}$

Заключительное замечание МНК. Если случайное возмущение в модели СЛОУ имеют нормальный закон распределения, то оценки параметров 3МНК совпадают с оценками методом максимального правдоподобия, то есть оценки $\widehat{\gamma}$ являются состоятельными ассимптотические не смещёнными, ассимптотически эффективными и ассимптотически нормально распределёнными.