4. Travaux Pratiques et Travaux Dirigés

4.1. TP 1 : Simulation de la loi normale

4.1.1 Question 1 : Simulation d'une variable normale standard à partir d'une loi uniforme

Simulez une variable normale standard en utilisant la méthode de Box-Muller.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Generer des variables uniformes
u1 = np.random.uniform(0, 1, 1000)
u2 = np.random.uniform(0, 1, 1000)

# Transformation de Box-Muller
z0 = np.sqrt(-2 * np.log(u1)) * np.cos(2 * np.pi * u2)
z1 = np.sqrt(-2 * np.log(u1)) * np.sin(2 * np.pi * u2)

# Representation graphique
plt.hist(z0, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='b')
plt.title(r'Variable Normale Standard $\mathcal{N}(0, 1)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

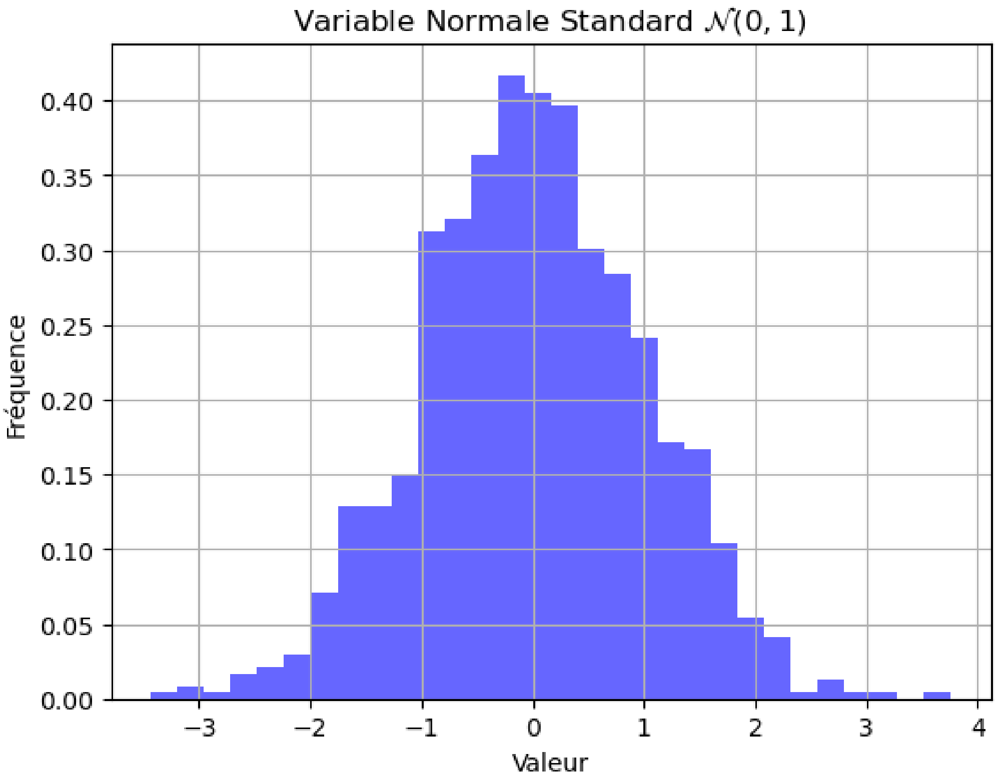

FIGURE 4.1 – Simulation d'une variable normale standard

Interprétation : La distribution normale standard a une courbe en cloche symétrique autour de la moyenne 0.

4.1.2 Question 2 : Simulation d'une variable gaussienne de paramètres m et σ^2

Simulez une variable gaussienne de paramètres m et σ^2 en utilisant la variable normale standard de la question précédente.

```
# Param tres de la loi normale
m = 5
sigma = 3

# Transformation pour obtenir une variable gaussienne de parametres m et sigma^2
x = m + sigma * z0
```

```
# Representation graphique
plt.hist(x, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='g')
plt.title(r'Variable Gaussienne $\mathcal{N}(5, 9)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

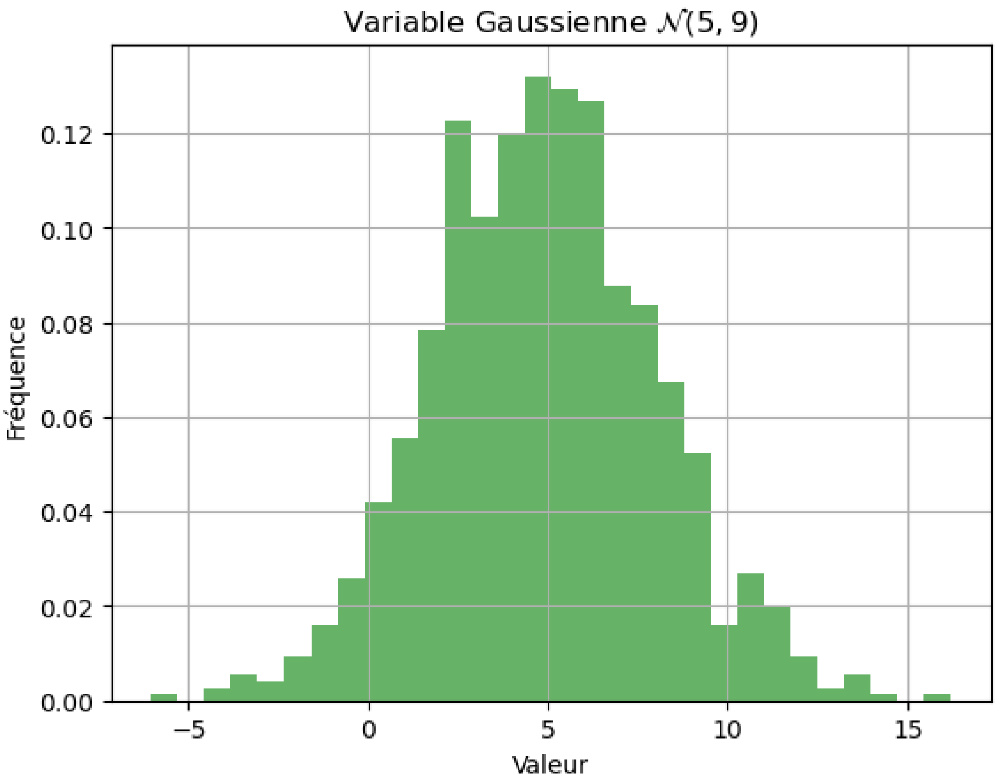

FIGURE 4.2 – Simulation d'une variable normale de moyenne m et de variance σ^2

Interprétation : La distribution gaussienne de paramètres m et σ^2 est centrée autour de m avec une variance σ^2.

4.1.3 Question 3 : Simulation de la loi khi-deux

Simulez une variable khi-deux à partir de la question 1.

Cas 1 : Loi de khi-deux avec 5 degrés de libertés

```python
# Simulation de la loi khi-deux avec 5 degr s de libert
k = 5
chi2 = np.sum(np.random.normal(0, 1, (1000, k))**2, axis=1)

# Representation graphique
plt.hist(chi2, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='r')
plt.title(r'Loi du Khi-deux $\chi^2(5)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

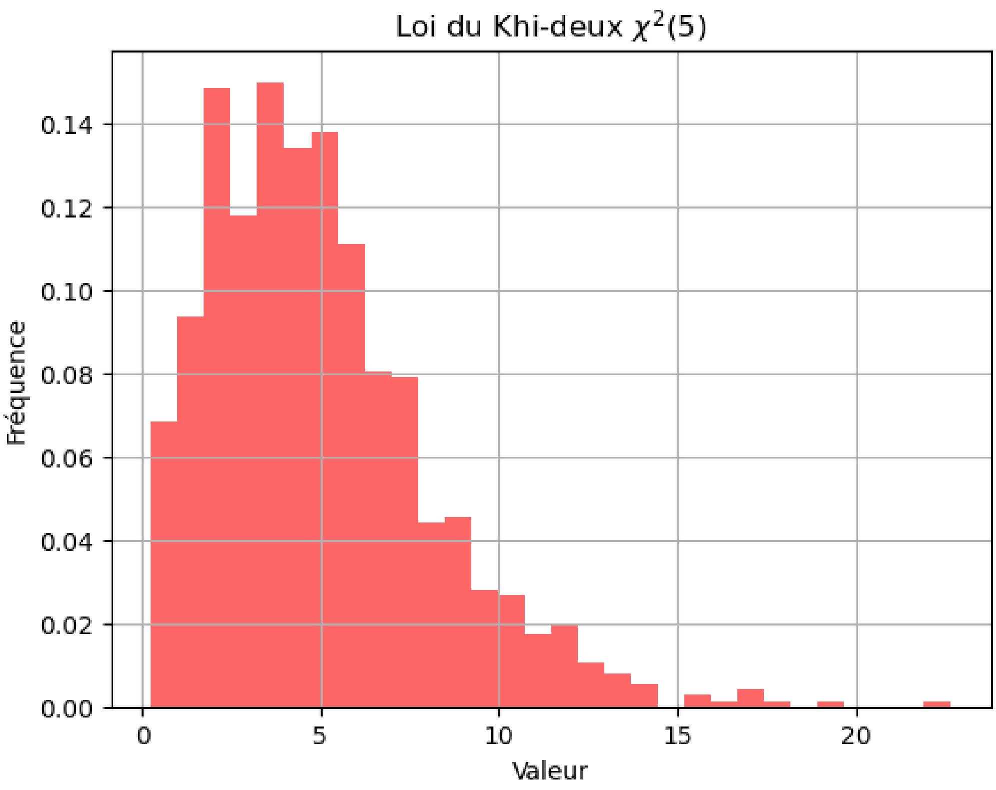

Figure 4.3 – Simulation d'une loi khi-deux

Cas 2 : Loi de khi-deux avec 10 degrés de libertés

```python
# Simulation de la loi khi-deux avec 5 degr s de libert
k = 10
chi2 = np.sum(np.random.normal(0, 1, (1000, k))**2, axis=1)
```

```
# Representation graphique
plt.hist(chi2, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='r')
plt.title(r'Loi du Khi-deux $\chi^2(10)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

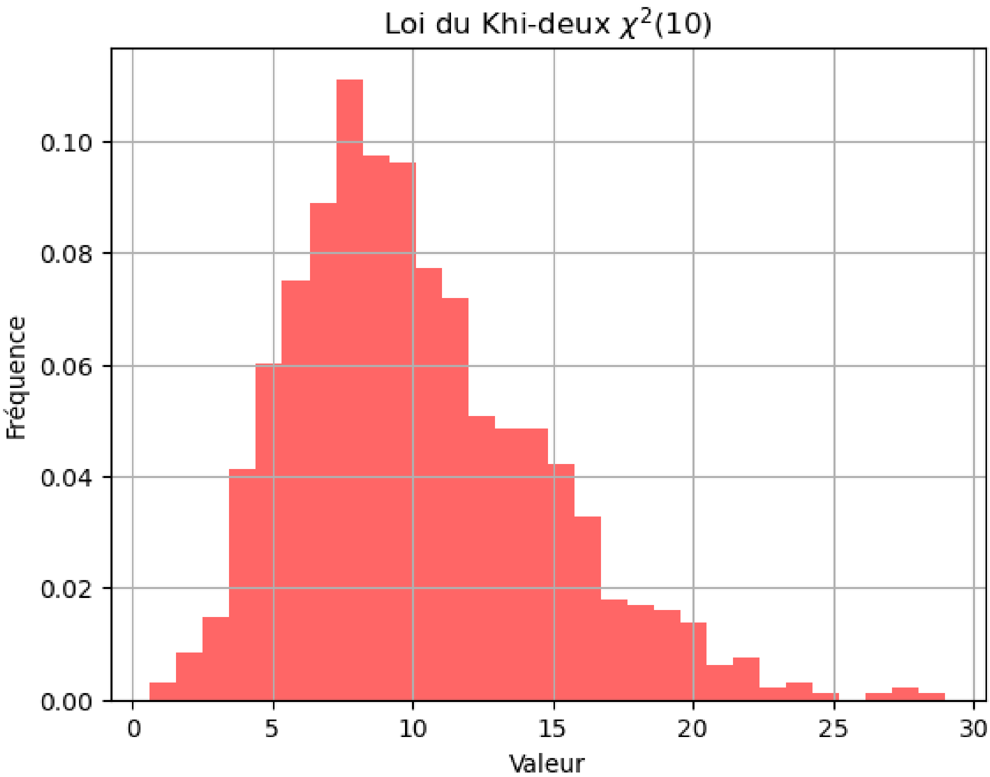

FIGURE 4.4 – Simulation d'une loi khi-deux

Interprétation : La distribution du khi-deux avec 5 degrés de liberté est asymétrique et sa forme dépend du nombre de degrés de liberté k.

4.1.4 Question 4 : Simulation de la loi de Student

Simulez la loi de Student comme étant le rapport entre une variable normale standard et $\sqrt{\text{khi-deux}/2}$.

```python
# Param tres
k = 2

# Simulation de la loi de Student
t = z0 / np.sqrt(chi2 / k)

# Representation graphique
plt.hist(t, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='y')
plt.title('Loi de Student $t(2)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

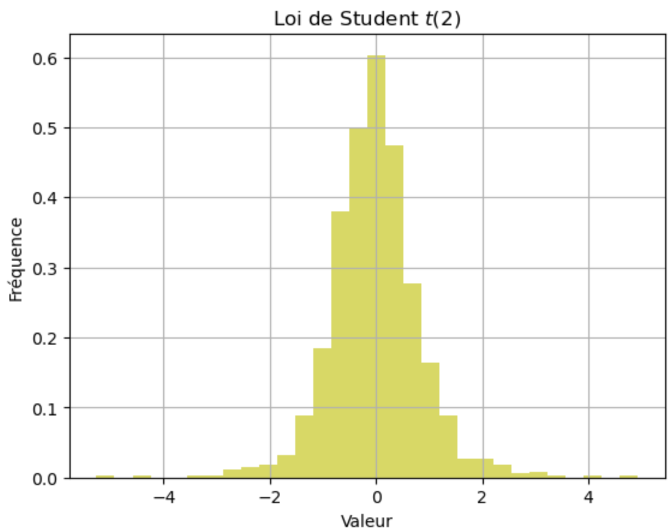

FIGURE 4.5 – Simulation d'une loi student

Interprétation : La distribution de Student avec 2 degrés de liberté ressemble à une distribution normale mais avec des queues plus épaisses.

4.1.5 Question 5 : Simulation de la loi de Fisher

Simulez la loi de Fisher à l'aide de la loi khi-deux.

```python
def fisher_f(d1, d2, n):
    chi2_1 = np.random.chisquare(d1, n)
    chi2_2 = np.random.chisquare(d2, n)
    f = (chi2_1 / d1) / (chi2_2 / d2)
    return f

# Param tres
d1 = 10
d2 = 20
# Generer 1000 variables de Fisher
f = fisher_f(d1, d2, 1000)
# Representation graphique
plt.hist(f, bins=30, density=True, alpha=0.6, color='m')
plt.title('Loi de Fisher $F(10, 20)$')
plt.xlabel('Valeur')
plt.ylabel('Fr quence')
plt.grid(True)
plt.show()
```

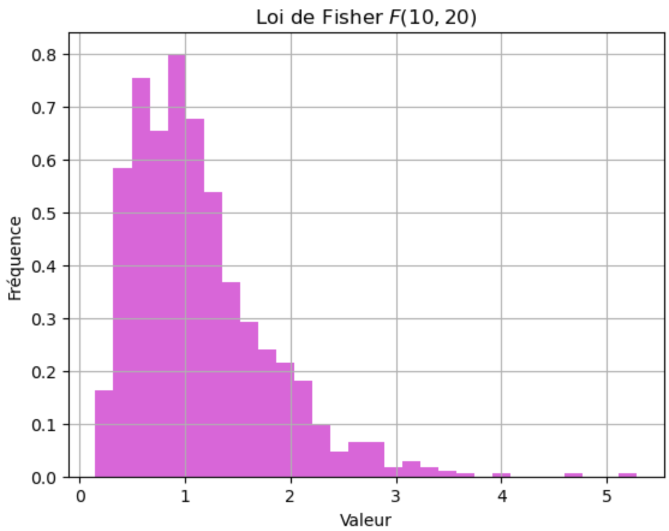

FIGURE 4.6 – Simulation d'une loi Fisher

Interprétation : La distribution de Fisher est asymétrique et utilisée principalement pour les tests d'hypothèses et l'analyse de variance.