

Kierunek: Informatyka, sem 4

Przedmiot: Metody i narzędzia sztucznej inteligencji

Laboratorium nr 4

Temat: Operatory genetyczne – krzyżowanie PMX, mutacja oraz inwersja

Opracował: A. Skakovski/I. Czarnowski

Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem

Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem (ang.: *partially mapped crossover* – PMX) jest krzyżowaniem przeznaczonym do wymiany części genów pomiędzy rozwiązaniami o reprezentacji ścieżkowej, np. dla problemu permutacyjnego. Krzyżowanie to zostało zaproponowane właśnie dla sytuacji, w której potencjalne rozwiązanie jest permutacją liczb. Operator PMX tworzy potomka przez wybranie fragmentu chromosomu od jednego rodzica i pozostawiając porządek i pozycje tak wielu pozostałych elementów drugiego rodzica, jak tylko jest to możliwe. Fragment ten wybiera się przez dwa losowe cięcia, które służą jako granice dla operatorów wymienianych. A zatem PMX wpięrow wymienia podciągi pomiędzy punktami cięcia, a następnie przepisuje wartości pozostałe o ile nie nastąpił konflikt. Konflikt jest wówczas, gdy chcąc przepisać wartość rodzica do potomka, okazuje się że wartość ta wystąpiła już w odwzorowaniu na skutek zamiany podciągów. Jeśli tak było, to należy wstawić wartość z odwzorowania.

Rodzic 1 (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9)

Rodzic 2 (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

Potomek 1 (x x x | 1 8 7 6 | x x)

Potomek 2 (x x x | 4 5 6 7 | x x)

Ciągi odwzorowania:

$1 \leftrightarrow 4$; $8 \leftrightarrow 5$; $7 \leftrightarrow 6$ oraz $6 \leftrightarrow 7$

Poniżej rozwiązania potomne mają przepisane wartości, które nie wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 (x 2 3 | 1 8 7 6 | x 9)

Potomek 2 (x x 2 | 4 5 6 7 | 9 3)

a już teraz zostały uzupełnione o te które wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 (4 2 3 | 1 8 7 6 | 5 9)

Potomek 2 (1 8 2 | 4 5 6 7 | 9 3)

Poniżej jest podany inny wariant realizacji operatora PMX. Ten wariant tworzy tylko jednego potomka. Aczkolwiek, gdy jest potrzeba utworzenia drugiego potomka, rodzice należy zamienić miejscami i wykonać algorytm jeszcze raz.

Algorytm PMX (PMX - partially-mapped crossover):

1. Losowo wybierz segment elementów w **Rodzicu 1** i skopiuj go bezpośrednio do **Dziecka**. Zapamiętaj indeksy segmentu.
2. Patrząc na te same pozycje segmentu w **Rodzicu 2**, wybierz każdy element, **który nie został jeszcze skopiowany do Dziecka**.
 - A. Dla każdego z tych elementów:
 - A.1. Zapamiętaj indeks tego elementu w **Rodzicu 2**. Znajdź element w **Rodzicu 1** o tym samym indeksie.
 - A.2. Znajdź ten sam element w **Rodzicu 2**.
 - A.3. Jeżeli indeks tego elementu z **Rodzica 2** należy do pierwotnego segmentu, przejdź do kroku A.1 używając tego elementu.
 - Jeżeli nie - wstaw wartość z kroku A do **Dziecka** na pozycję o tym indeksie.
3. Skopiuj elementy z wszystkich pozostałych pozycji **Rodzica 2** do **Dziecka**.

Aby stworzyć drugie dziecko z tym samym zestawem rodziców, zamień rodziców miejscami i zacznij od nowa.

Mutacja

Mutacja ma na celu wprowadzenie pewnego urozmaïcenia w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych (populacji). Ma ona mniejsze znaczenie w algorytmach genetycznych niż inne operacje genetyczne. W przypadku reprezentacji binarnej operator mutacji dokonuje zmiany wartości binarnej w rozwiązaniu (chromosomie) na przeciwną, tzn. z 0 na 1 lub z 1 na 0. Prawdopodobieństwo mutacji jest zwykle bardzo małe, rzędu $[0; 0,1]$.

Aby wykonać mutację osobnika należy:

1. ustalić wartość prawdopodobieństwa mutacji p_m , np. $p_m = 0,1$
2. poruszając się po binarnych elementach osobnika, dla każdego elementu należy wylosować rzeczywistą liczbę r z przedziału $[0; 1]$ (np. wylosowaliśmy $r = 0,05$)
3. jeżeli wylosowana dla aktualnego elementu binarnego liczba $r \leq p_m$ (w naszym przykładzie $r = 0,05 < p_m = 0,1$), zmieniamy wartość binarną tego elementu na przeciwną jeżeli $r > p_m$, zostawiamy aktualny element bez zmian i przechodzimy do następnego binarnego elementu osobnika.

W praktyce, oznacza to, że każdy z binarnych elementów osobnika może podlegać mutacji, jeśli tylko wylosowana dla niego liczba jest mniejsza od prawdopodobieństwa mutacji p_m .

Inwersja

Inwersja to operacja zamiany kolejności elementów w rozwiązaniu. Nie jest on stosowany w algorytmach genetycznych dla typowej reprezentacji binarnej rozwiązania, ale **w przypadku reprezentacji permutacyjnej pełni rolę operatora mutacji**. Aby wykonać inwersję w osobniku należy wylosować z równym prawdopodobieństwem jedną z pozycji jego elementów z zakresu $[1, 2, \dots, n]$, gdzie n – liczba elementów w osobniku. Następnie należy zamienić miejscami wartości z pozycji wylosowanej i z pozycji sąsiadującej po prawej stronie. Czyli, jeżeli została wylosowana pozycja j , i na tej pozycji znajdował się element x , a na pozycji $j + 1$ znajdował się element y , to po wykonaniu inwersji na pozycji j powinien znaleźć się element y , a na pozycji $j + 1$ element x . W taki sposób kombinacja dwóch elementów wewnątrz osobnika „...xy...” zamienia się na kombinację „...yx...”. Jeżeli zostanie wylosowana pozycja n , zamieniamy między sobą wartości z pozycji n i 1.

Polecenia:

1. Dla funkcji

$$(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2, \text{ gdzie } -2 \leq x_1 \leq 2 \text{ oraz } -2 \leq x_2 \leq 2 \quad (1)$$

utwórz w sposób losowy rozwiązanie o reprezentacji binarnej spełniające warunki dopuszczalności oraz zakładając przy tym dokładność do 5 miejsc po przecinku dla wartości dekodowanych z tego rozwiązania. Oblicz wartość funkcji f dla tego rozwiązania. Następnie, zaprojektuj operator mutacji. Niech prawdopodobieństwo mutacji (p_m) będzie argumentem operatora. Dokonaj mutacji rozwiązania przy zadanej wartości p_m , a następnie oblicz wartość funkcji f dla rozwiązania po mutacji. Czy po zastosowaniu operatora mutacji wartość funkcji uległa zmianie?

2. Dla funkcji Rastrigina.

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)] \quad (2)$$

wykonaj polecenie nr 1.

Przyjmij, że $A=10$ oraz $n = 10$, $-5,21 \leq x_i \leq 5,21$, $i = 1, \dots, n$ oraz przyjmując dokładność do 3 miejsca po przecinku.

3. Utwórz dwa rozwiązania (rodziców) o reprezentacji ścieżkowej zawierającej losową permutację liczb (numerów) ze zbioru $[1, 10]$.
Następnie zaprojektuj operator krzyżowania PMX oraz wykonaj krzyżowanie PMX dla którego argumentami będą utworzeni rodzice - rozwiązania o reprezentacji ścieżkowej. Wylistuj rozwiązania rodziców oraz potomków.
4. Zaprojektuj operator inwersji dla rozwiązań ścieżkowych. Następnie wykonaj operator inwersji dla rozwiązań rodziców z polecenia nr 3.