

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 5	Legajo:
Respuesta a cargas periódicas (Serie de Fourier)	Año 2024

Respuesta a cargas periódicas

Problema N°1

Expresar la carga periódica mostrada en la Figura 1 mediante la serie de Fourier. Considere la amplitud genéricamente como P_0 .

$$P(t) = P_0 * \sin\left(\frac{3\pi}{T_p} t\right) \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

$$P(t) = 0 \quad (2\pi \leq t \leq 3\pi)$$

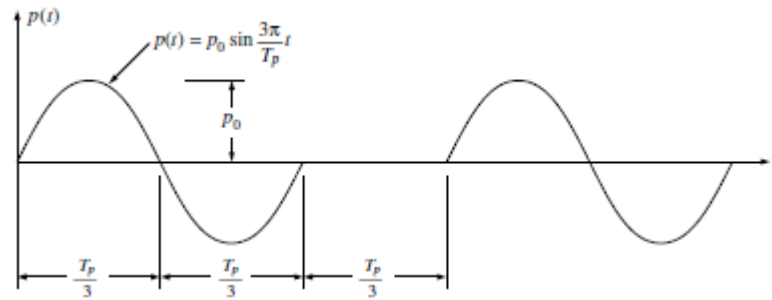


Figura 1

Rta.:

$$F(t) = \frac{6 * P_0}{\pi * (9 - 4n^2)} * \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[1 - \cos\left(\frac{4}{3} * n * \pi\right) \right] - \frac{6 * P_0}{\pi * (9 - 4n^2)} * \sin\left(\frac{4}{3} * n * \pi\right) \right\}$$

Problema N°2

Expresar la carga periódica mostrada en la Figura 2 mediante la serie de Fourier. Considere la amplitud genéricamente como P_0 .

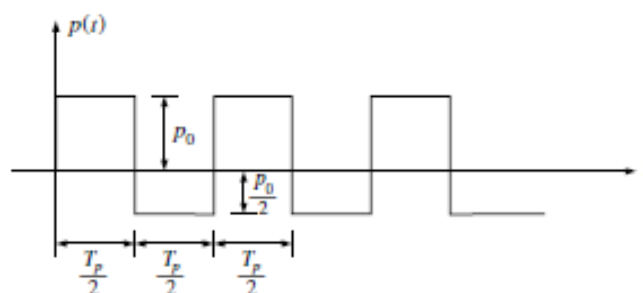


Figura 2

Rta.: Considerando los primeros 3 armónicos:

$$F(t) = \frac{1}{2} * \frac{P_0}{2} + \frac{3 * P_0}{\pi} * \sin\left(\frac{2 * \pi}{T_p} * t\right) + \frac{P_0}{\pi} * \sin\left(\frac{6 * \pi}{T_p} * t\right)$$

Problema N°3

La carga de la Figura 3 se puede expresar como la siguiente serie seno:

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 5	Legajo:
Respuesta a cargas periódicas (Serie de Fourier)	Año 2024

$$P(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{seno} \overline{\omega}_n t$$

donde

$$b_n = -\frac{2P_0}{n\pi}(-1)^n$$

Graficar la carga y la respuesta permanente de un sistema de un grado de libertad a esa carga para un periodo completo, considerando solo los primeros 4 términos de la serie y evaluando a incrementos de tiempo dado por $\overline{\omega}_1 * \Delta t = 30^\circ$. Admita que el sistema no tiene amortiguamiento y, $k=1\text{N/m}$, $m=1\text{kg}$, $P_0=1\text{N}$ y $T_p/T = 4/3$.

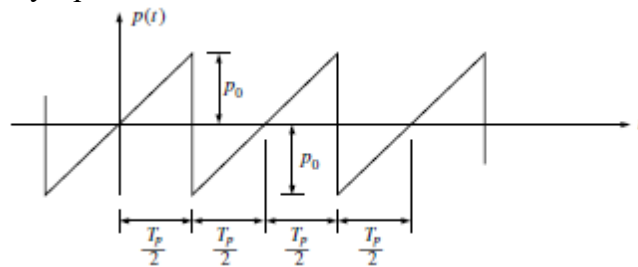
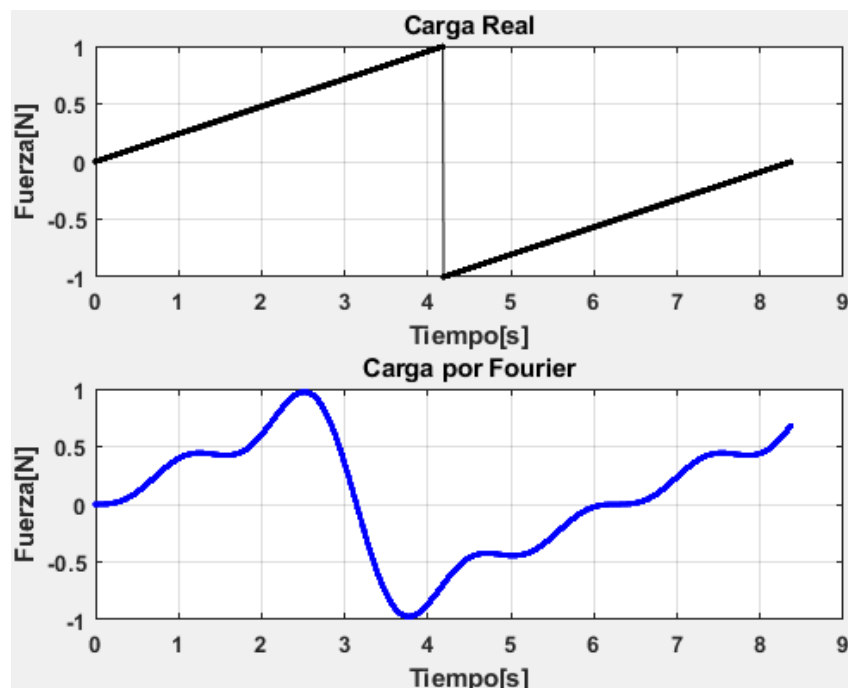


Figura 3

Rta.: El gráfico de la carga queda (con los 4 primeros armónicos):



Problema N°4

Determine los coeficientes de Fourier de la siguiente función descrita por:

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 5	Legajo:
Respuesta a cargas periódicas (Serie de Fourier)	Año 2024

$$P(t) = \frac{4}{T_p} t - 1 \quad \left(0 \leq t \leq \frac{T_p}{2}\right)$$

$$P(t) = 1 - \frac{4}{T_p} \left(t - \frac{T_p}{2}\right) \quad \left(\frac{T_p}{2} \leq t \leq T_p\right)$$

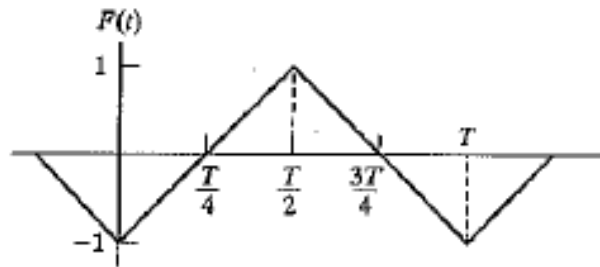


Figura 4

Determine la respuesta permanente de un sistema de un grado de libertad con $m=100\text{kg}$, $\xi=0.1$ y $k=1000\text{N/m}$ a una fuerza triangular como la indicada, con amplitud de $P_0=1\text{N}$. Admita $T_p=2\pi$ [s].

En clase práctica o consulta con Ayudante, se verá una guía para la solución numérica en software. Se recomienda modificar los parámetros para ver su incidencia en la respuesta, especialmente la cantidad de armónicos considerados.

$$\begin{aligned} \text{Rta.: } a_0 &= 0 & a_{m1} &= -0,811 & b_{m1} &= b_{m2} = b_{m3} = \dots = 0 \\ a_{m2} &= 0 & a_{m3} &= -0,09 & a_{m4} &= 0 \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{1}{k} * \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(1-\beta_m^2)^2 + (2*\xi*\beta_m)^2} * [2 * \xi * a_m * \beta_m * \text{sen}(\overline{\omega}_m * t) + a_m * (1 - \beta_m^2) * \text{cos}(\overline{\omega}_m * t)]$$