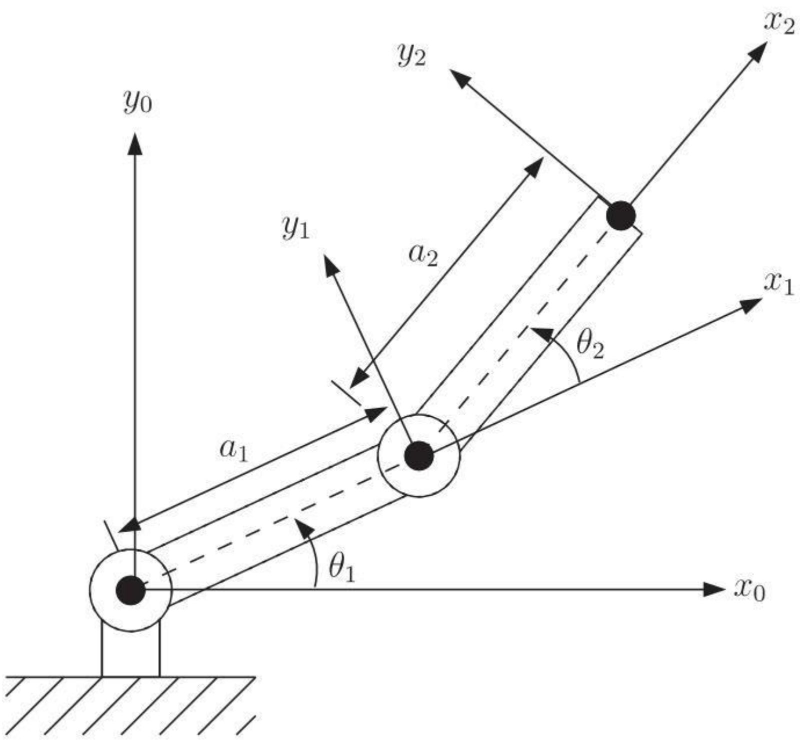
Cinemática Inversa A

Para aprobar y regularizar la materia, en cada trabajo práctico debe tener aprobado los ejercicios marcados como ***obligatorios****. Se recomienda realizar todos los ejercicios para lograr un mayor entendimiento de los conceptos teóricos volcados en las clases, además le servirán también para la elaboración del trabajo final integrador. Se atenderán consultas de todos los ejercicios por igual.*

Ejercicio 1 (***obligatorio***): considere el robot de planar de 2 g.d.l. de la figura a continuación:

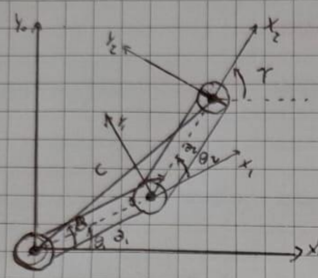


1. Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema:
$$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$$
Donde:
   a. x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{2\}$.
   b. y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{2\}$.
   c. γ: es el ángulo formado entre x_0 y x_2 alrededor de z_0.

2. Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema:
$$\bar{q} = f(x, y)$$
Donde:
   a. x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{2\}$.
   b. y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{2\}$.

3. Indique la cantidad de soluciones posibles que tendría cada conjunto de ecuaciones anterior, si los límites articulares fueran los siguientes:
   a. $\pm 90°$
   b. $\pm 180°$
   c. $\pm 225°$
   d. $\pm\infty$

   Ejemplo: para el caso **a.**, con articulaciones limitadas a $\pm 90°$, la ecuación 1 tendrá solo una solución por cada vector de entrada x, y, γ válido (hay puntos no alcanzables que no tendrán ninguna solución), mientras que la ecuación 2 tendrá dos soluciones para varios puntos x, y del primer y cuarto cuadrante, por la paridad “codo arriba y codo abajo”, pero cuando el punto de entrada se acerque al segundo o tercer cuadrante, e implique que una de las soluciones “codo arriba y codo abajo” ponga a $q1$ fuera de sus límites, en tal caso puede haber solo una solución, que será única. Por lo tanto:
   a. $\pm 90°$:
      a. Ecuación 1: solo una solución para cada x, y, γ
      b. Ecuación 2: dos soluciones en general, pero solo una cuando x, y se acerca al 2º y 3º cuadrante.



Aplicando teorema del coseno

$$c^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos(C)$$ → ang. entre a_1 y a_2

$$c^2 = x^2 + y^2$$

$$\cos(C) = \cos(180 - \theta_2) = \cos(180)\cos(\theta_2) + \text{sen}(180)\,\text{sen}(\theta_2) = -\cos(\theta_2)$$

$$c^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\theta_2) = x^2 + y^2$$

Calculamos θ_2

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - a_2^2 - a_1^2}{2a_1a_2}\right)$$

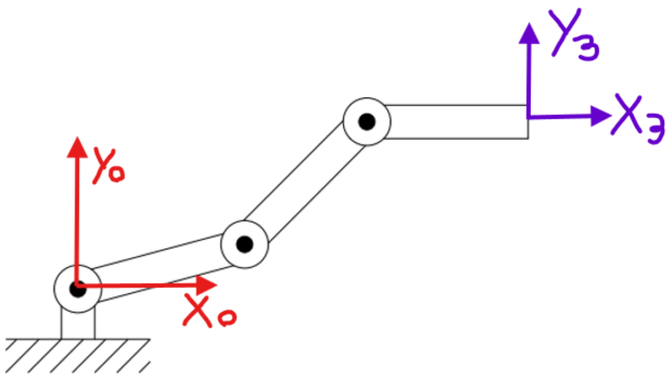
Como tenemos el valor de γ y θ_2 tiene 2 soluciones posibles estamos restingiendo las posiciones del robot a 1 sola (codo arriba o codo abajo). Y solo tiene 1 sol. la ec. anterior.

Si luego calculamos θ_1 como $\gamma = \theta_1 + \theta_2 \rightarrow \theta_1 = \gamma - \theta_2$

Como estamos considerando el valor de γ (posición del extremo), se restringen los valores que puede tomar θ_1. Por lo que las variables no son independientes entre sí.

Por lo tanto el planteo $f(\gamma, x, y)$ es incorrecto ya que en un robot de 2 GDL, no puedo manipular 3 variables, 2 de posicionamiento y la de orientación del efector final

Ejercicio 2: analice los 3 robots que se muestran a continuación y plantee el problema de cinemática inversa de la forma $\bar{q} = f(\dots)$ de una forma que implique infinitas soluciones, y de otra que implique un número finito de soluciones. Considere límites de $\pm 180°$ para articulaciones rotacionales y $\pm\infty$ para las prismáticas.

1. 

Cinemática inversa con infinitas soluciones:

$\bar{q} = f(x)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.

Como solo definimos la coordenada x del punto solicitado, se obtiene un número infinito de soluciones posibles, ya que y puede tomar cualquier valor, además no se ha definido la orientación del S{3} respecto del S{0}.

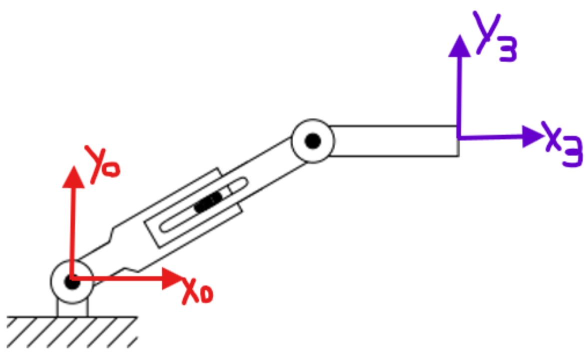
Cinemática inversa con finitas soluciones:

$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.
- y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{3\}$.
- γ: es el ángulo formado entre x_0 y x_3 alrededor de z_0.

En este caso se desea conocer el valor de cada parámetro articular a partir de conocer la posición del S{3} en el plano con respecto a S{0}, así como su orientación en el plano. Esto da como resultado en este caso dos soluciones posibles.

2. 

Cinemática inversa con infinitas soluciones:

$\bar{q} = f(x)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.

Como solo definimos la coordenada x del punto solicitado, se obtiene un número infinito de soluciones posibles, ya que y puede tomar cualquier valor, además no se ha definido la orientación del S{3} respecto del S{0}.

Cinemática inversa con finitas soluciones:

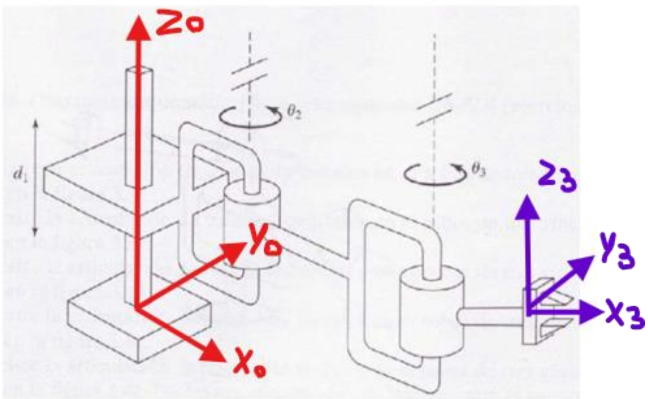
$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.
- y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{3\}$.
- γ: es el ángulo formado entre x_0 y x_3 alrededor de z_0.

En este caso se desea conocer el valor de cada parámetro articular a partir de conocer la posición del S{3} en el plano con respecto a S{0}, así como su orientación en el plano. Esto da como resultado en este caso dos soluciones posibles.

3.



Cinemática inversa con infinitas soluciones:

$\bar{q} = f(x, y)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.
- y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{3\}$.

Como solo definimos las coordenada x e y del punto solicitado, se obtiene un número infinito de soluciones posibles, ya que z puede tomar cualquier valor, además no se ha definido la orientación del S{3} respecto del S{0}.

Cinemática inversa con finitas soluciones:

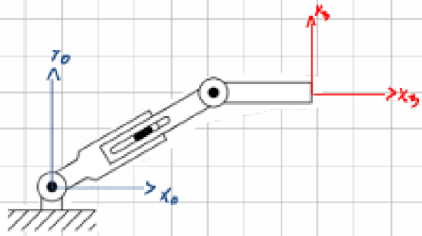
$\bar{q} = f(x, y, z, \gamma)$

Donde:

- x: es la coordenada en x_0 del origen del $S\{3\}$.
- y: es la coordenada en y_0 del origen del $S\{3\}$.
- z: es la coordenada en z_0 del origen del $S\{3\}$.
- γ: es el ángulo formado entre x_0 y x_3 alrededor de z_0.

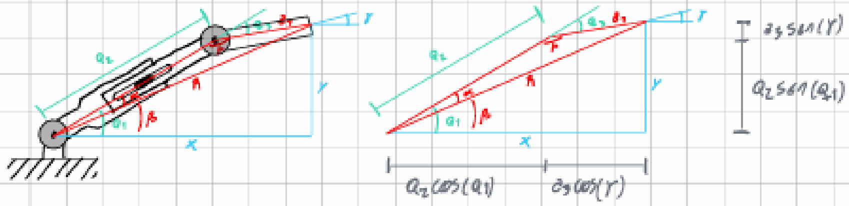
En este caso se desea conocer el valor de cada parámetro articular a partir de conocer la posición del S{3} en el espacio con respecto a S{0}, así como su orientación respecto a S{0} . Esto da como resultado en este caso múltiples soluciones posibles.

Ejercicio 3 (***obligatorio***): halle un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el problema cinemático inverso del robot 2.2 por el método geométrico. Seleccione una formulación con cantidad finita de soluciones. Establezca la cantidad de soluciones y analice si es necesario contemplar límites finitos en la segunda articulación.



$$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$$

X -> coordenada en X_0 del origen S{3}
Y -> coordenada en Y_0 del origen S{3}
γ -> Ángulo entre X_0 y X_3 alrededor de Z_0



$$R^2 = x^2 + y^2$$

$$R^2 = Q_2^2 + a_3^2 - 2 Q_2 a_3 \cos(\psi) \quad ; \quad \cos(\psi) = \cos(180 - Q_3) = -\cos(Q_3)$$

$$x^2 + y^2 = Q_2^2 + a_3^2 + 2 Q_2 a_3 \cos(Q_3)$$

$$\gamma = Q_1 + Q_3 \rightarrow Q_3 = \gamma - Q_1$$

$$x^2 + y^2 = Q_2^2 + a_3^2 + 2 Q_2 a_3 \cos(\gamma - Q_1)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + sen(a)\,sen(b)$$

$$x^2 + y^2 = Q_2^2 + a_3^2 + 2 Q_2 a_3 \left[\cos(\gamma)\cos(Q_1) + sen(\gamma)\,sen(Q_1)\right]$$

$$x^2 + y^2 = Q^2 + a_3^2 + 2 \cancel{Q_2} a_3 \left[\cos(\gamma) \cdot \frac{x - a_3\cos(\gamma)}{\cancel{Q_2}} + sen(\gamma) \cdot \frac{y - a_3 sen(\gamma)}{\cancel{Q_2}}\right]$$

$$Q_2 \cos(Q_1) = x - a_3 \cos(\gamma)$$

$$\cos(Q_1) = \frac{x - a_3\cos(\gamma)}{Q_2}$$

$$Q_2 = \sqrt{-x^2 - y^2 + a_3^2 + 2a_3\left[\cos(\gamma) \cdot (x - a_3\cos(\gamma)) + sen(\gamma) \cdot (y - a_3 sen(\gamma))\right]}$$

$$Q_2\, sen(Q_1) = y - a_3\, sen(\gamma)$$

$$sen(Q_1) = \frac{y - a_3 sen(\gamma)}{Q_2}$$

$$Q_1 = \arccos\left(\frac{x - a_3\cos(\gamma)}{Q_2}\right)$$

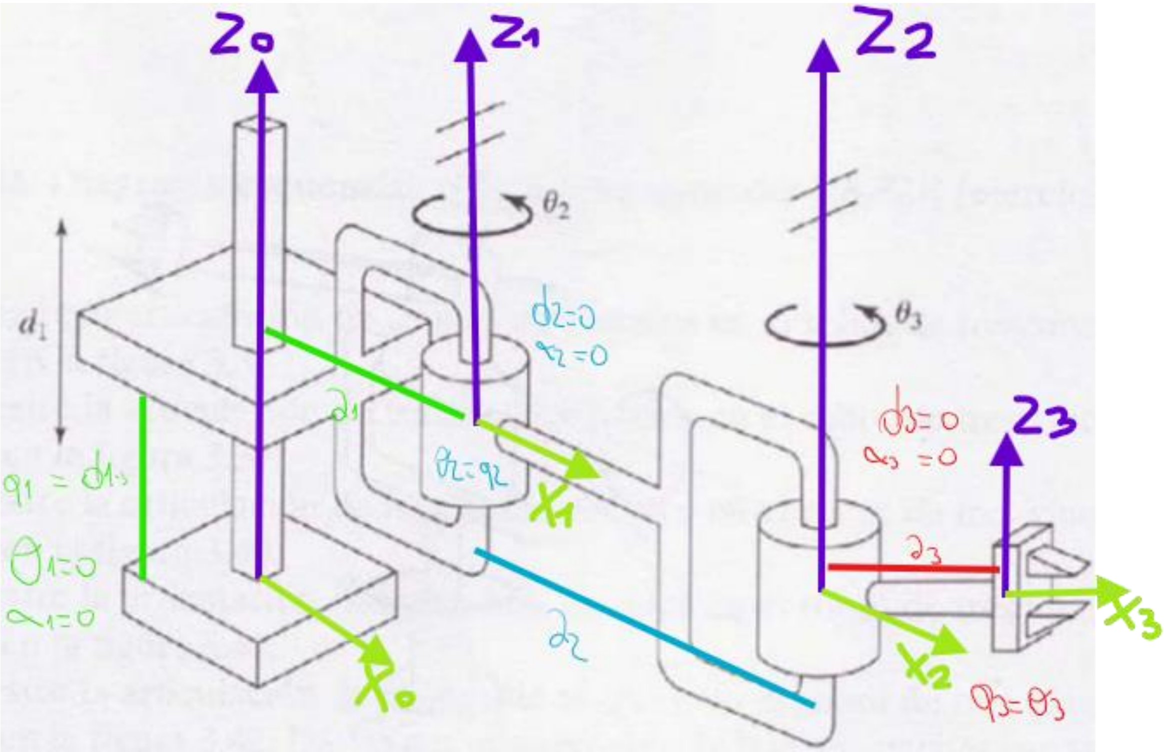
$$Q_3 = \gamma - Q_1$$

Con estas 3 ecuaciones se puede encontrar una solución para cada punto en el espacio de trabajo del robot.

Matemáticamente no es necesario establecer límites

Físicamente hay que limitar Q_2

Ejercicio 4: trabaje con el robot 2.3 y halle un conjunto de ecuaciones que resuelvan la cinemática inversa por el método algebraico. Se recomienda usar un software que permita el trabajo simbólico.



De la imagen anterior se obtiene la matriz de parámetros de D&H

Sistema	ϴ	d	a	α	σ
1	0	q_1	a_1	0	1
2	q_2	0	a_2	0	0
3	q_3	0	a_3	0	0

Sabemos que:

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 \ (1)$$

Siendo el lado izquierdo de la expresión, en forma genérica:

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} x_{x3}^0 & x_{y3}^0 & x_{z3}^0 & x_3^0 \\ y_{x3}^0 & y_{y3}^0 & y_{z3}^0 & y_3^0 \\ z_{x3}^0 & z_{y3}^0 & z_{z3}^0 & z_3^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De la imagen se deduce:

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} -> T_1^{0^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -sen(q_2) & 0 & a_2\cos(q_2) \\ sen(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_2 sen(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} -> T_2^{1^{-1}} = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & sen(q_2) & 0 & -a_2 \\ -sen(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -sen(q_3) & 0 & a_3\cos(q_3) \\ sen(q_3) & \cos(q_3) & 0 & a_3 sen(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} -> T_3^{2^{-1}} = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & sen(q_3) & 0 & -a_3 \\ -sen(q_3) & \cos(q_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Operando y reemplazando en (1):

$$T_1^{0^{-1}} T_3^0 = T_2^1 T_3^2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{x3}^0 & x_{y3}^0 & x_{z3}^0 & x_3^0 \\ y_{x3}^0 & y_{y3}^0 & y_{z3}^0 & y_3^0 \\ z_{x3}^0 & z_{y3}^0 & z_{z3}^0 & z_3^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -sen(q_2) & 0 & a_2\cos(q_2) \\ sen(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_2 sen(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -sen(q_3) & 0 & a_3\cos(q_3) \\ sen(q_3) & \cos(q_3) & 0 & a_3 sen(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{x3}^0 & x_{y3}^0 & x_{z3}^0 & x_3^0 \\ y_{x3}^0 & y_{y3}^0 & y_{z3}^0 & y_3^0 \\ z_{x3}^0 & z_{y3}^0 & z_{z3}^0 & z_3^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(q_2)\cos(q_3) - sen(q_2)sen(q_3) & -sen(q_3)\cos(q_2) - sen(q_2)\cos(q_3) & 0 & a_2\cos(q_2) + a_3\cos(q_2)\cos(q_3) - a_3 sen(q_2)sen(q_3) \\ \cos(q_2)sen(q_3) + \cos(q_3)sen(q_2) & \cos(q_3)\cos(q_2) + sen(q_2)sen(q_3) & 0 & a_2 sen(q_2) + a_3\cos(q_2)sen(q_3) + a_3 sen(q_2)cos(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De esta última expresión nos quedamos con:

$$z_3^0 - q_1 = 0 \ -> q_1 = z_3^0$$

Llegando así a una forma de obtener q_1, de forma similar operando y reemplazando en (1):

$$T_2^{1^{-1}} T_1^{0^{-1}} T_3^0 = T_3^2$$

$$\begin{bmatrix} \cos(q_2) & sen(q_2) & 0 & -a_2 - a_1\cos(q_2) \\ -sen(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_1 sen(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{x3}^0 & x_{y3}^0 & x_{z3}^0 & x_3^0 \\ y_{x3}^0 & y_{y3}^0 & y_{z3}^0 & y_3^0 \\ z_{x3}^0 & z_{y3}^0 & z_{z3}^0 & z_3^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -sen(q_3) & 0 & a_3\cos(q_3) \\ sen(q_3) & \cos(q_3) & 0 & a_3 sen(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A partir de las siguientes ecuaciones llegamos a una solución para q_3:

$$\cos(q_2)x_3^0 + sen(q_2)y_3^0 - a_2 - a_1\cos(q_2) = a_3\cos(q_3)$$

$$-sen(q_2)x_3^0 + \cos(q_2)\,y_3^0 + a_1 sen(q_2) = a_3 sen(q_3)$$

Operando se llega a :

$$\cos(q_3) = -(\frac{-a_1{}^2 + 2a_1x_3^0 + a_2{}^2 + a_3{}^2 - x_3^0{}^2 - y_3^0{}^2}{2a_1a_3})$$

Esta ecuación tiene solución negativa y positiva.

Por ultimo para despejar q_2 operando y reemplazando en (1):

$$T_1^{0^{-1}}T_3^0T_3^{2^{-1}} = T_2^1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{x3}^0 & x_{y3}^0 & x_{z3}^0 & x_3^0 \\ y_{x3}^0 & y_{y3}^0 & y_{z3}^0 & y_3^0 \\ z_{x3}^0 & z_{y3}^0 & z_{z3}^0 & z_3^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos(q_3) & sen(q_3) & 0 & -a_3 \\ -sen(q_3) & \cos(q_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -sen(q_2) & 0 & a_2\cos(q_2) \\ sen(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_2 sen(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De esta expresión nos quedamos con:

$$x_3^0 - a_1 - a_1x_{x3}^0 = a_2\cos(q_2)$$

Y despejando llegamos a:

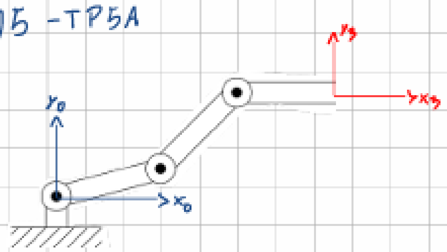
$$\cos(q_2) = (\frac{x_3^0 - a_1 - a_1x_{x3}^0}{a_2})$$

Que de nuevo tiene una solución positiva y negativa.

<u>Ejercicio 5 (***obligatorio***)</u>: Implemente las ecuaciones de cinemática inversa del robot 2.1 en un script de Matlab aislado. La implementación debe resolver el problema entregando todos los posibles vectores de solución en el espacio articular, considerando límites articulares de $\pm 180°$.

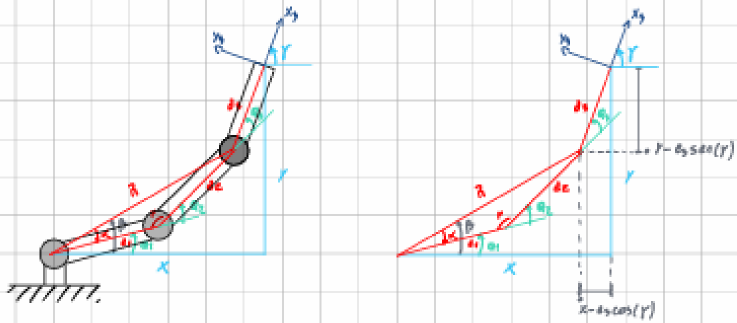
Considere que el ejercicio será aprobado cuando se puedan obtener resultados correctos al variar los parámetros de entrada.

EJ5 - TP5A



$$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$$

x -> coordenada en x_0 del origen S{3}
y -> coordenada en y_0 del origen S{3}
γ -> Ángulo entre x_0 y x_3 alrededor de z_0



Primero encontramos la pos del sist {2} en función del sistema fijo {0}

$$P_2^0 = P_3^0 - a_3 x_3^0$$

$$\downarrow$$

$$\left.\begin{aligned} P_{2x} &= x - a_3 \cos(\gamma) \\ P_{2y} &= y - a_3 \, sen(\gamma) \end{aligned}\right\} \text{Coordenadas de } \{2\} \text{ respecto de } \{0\}$$

$$q_1 = \beta \pm \alpha \qquad tg(\beta) = \frac{y - a_3 sen(\gamma)}{x - a_3 cos(\gamma)} \rightarrow \beta = atan2\left(\frac{y - a_3 sen(\gamma)}{x - a_3 cos(\gamma)}\right)$$

$$a_2^2 = a_1^2 + R^2 - 2 a_1 R \cos(\alpha)$$

$$\alpha = acos\left(\frac{a_2^2 - a_1^2 - R^2}{-2 a_1 R}\right) \qquad R = (x - a_3 cos(\gamma))^2 + (y - a_3 sen(\gamma))^2$$

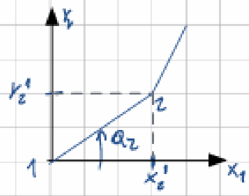
q_1 tiene 2 soluciones "codo abajo" y "codo arriba"

Conociendo q_1 y a_1 la Transformación homogénea de {1} respecto a {0}

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} cos(q_1) & -sen(q_1) & 0 & a_1 cos(q_1) \\ sen(q_1) & cos(q_1) & 0 & a_1 sen(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_0^1 = {T_1^0}^{-1}$$

Podemos referenciar {2} a {1} con: $P_2^1 = T_0^1 \times P_2^0$

Entonces nos queda

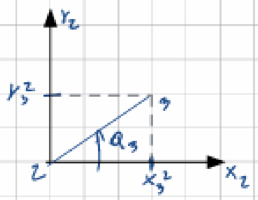


$q_2 = \arctan\left(\frac{y_2^1}{x_2^1}\right)$ así tenemos un q_2 para cada q_1

Conociendo q_2 podemos encontrar la matriz de transformación homogenea de {2}-{1}

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\operatorname{sen}(q_2) & 0 & a_2\cos(q_2) \\ \operatorname{sen}(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_2\operatorname{sen}(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Despues podemos referenciar el {3} al {2} : $P_3^2 = (T_1^0 * T_2^1)^{-1} P_3^0$



$q_3 = \arctan\left(\frac{y_3^2}{x_3^2}\right)$ tenemos un q_3 para cada q_2

```
qsol =

    1.3122    1.5558    2.0245
   -0.1400    1.5812    2.0342
```

Ejercicio 6: aplicación de método numérico. Trabaje con el LBR iiwa 7 R800 (KUKA). Explore la función "SerialLink/ikine" del toolbox de Peter Corke y experimente con los parámetros de la misma (vector semilla, iteraciones, tolerancia, etc.) para hallar al menos 3 soluciones de CI para la siguiente posición y orientación del extremo final:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.23 \\ 0 & 1 & 0 & 0.70 \\ 0 & 0 & 1 & 0.60 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
    "Solución Cinemática Inversa "    "1"

ans =

    1.5708    1.5708         0         0         0         0         0

    "Solución Cinemática Inversa "    "1"

q =

   -2.2531    1.3570    1.5134   -0.7187    1.7551    1.4477    1.5292

    "Transformación Verificada "    "1"

T_ver =

    1.0000    0.0000    0.0000    0.2300
   -0.0000    1.0000    0.0000    0.7000
   -0.0000   -0.0000    1.0000    0.6000
         0         0         0    1.0000

    "Error "    "1"

error =

   1.0e-10 *

         0   -0.0353   -0.0406    0.2351
    0.0353         0   -0.0852    0.7182
    0.0406    0.0852         0    0.1293
         0         0         0         0
```

```
    "Solución Cinemática Inversa "    "2"

ans =

    1.5708   -1.5708         0   -1.5708         0         0         0

    "Solución Cinemática Inversa "    "2"

q =

    1.0731   -1.7022   -0.5253   -0.7187    0.5967    1.0860    1.6860

    "Transformación Verificada "    "2"

T_ver =

    1.0000    0.0000    0.0000    0.2300
   -0.0000    1.0000    0.0000    0.7000
   -0.0000   -0.0000    1.0000    0.6000
         0         0         0    1.0000

    "Error "    "2"

error =

   1.0e-10 *

         0   -0.0107   -0.0255    0.1253
    0.0107         0   -0.0621    0.3696
    0.0255    0.0621         0    0.0682
         0         0         0         0
```

```
    "Solución Cinemática Inversa "    "3"

ans =

    3.1416   -1.5708    1.5708   -1.5708         0         0         0

    "Solución Cinemática Inversa "    "3"

q =

    1.5366   -1.6137    0.8977   -0.7187    2.1375   -1.1833   -0.9470

    "Transformación Verificada "    "3"

T_ver =

    1.0000   -0.0000    0.0000    0.2300
    0.0000    1.0000    0.0000    0.7000
   -0.0000   -0.0000    1.0000    0.6000
         0         0         0    1.0000

    "Error "    "3"

error =

   1.0e-10 *

         0    0.0306   -0.0259    0.2249
   -0.0306         0   -0.1179    0.7080
    0.0259    0.1179         0    0.1275
         0         0         0         0
```