



**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO



**FACULTAD  
DE INGENIERÍA**

Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería –  
Robótica I

## **Trabajo Práctico N°8**

Planificación y Generación de Trayectorias

Pedro Matías Masi - 13205  
Tomás Mauricio Suárez - 13139  
Corazza, Luis Agustín - 12909

**Ejercicio 1: Generación de trayectoria entre 2 puntos articulares.**

1. Trabajando en Matlab con el toolbox RTB interpole las posiciones articulares  $q_0$  y  $q_1$  mediante la función "jtraj". Use 3 segundos y una décima de paso para la discretización.

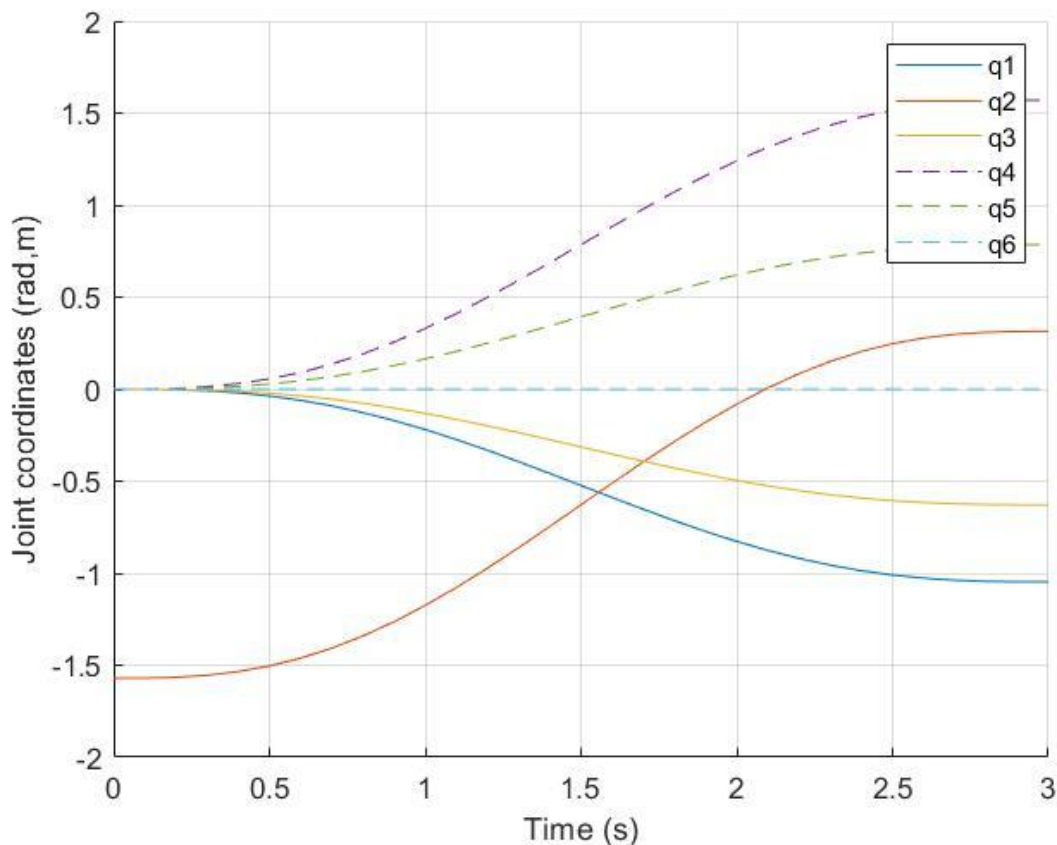
$$q_0 = [0, -\pi/2, 0, 0, 0, 0]$$

$$q_1 = [-\pi/3, \pi/10, -\pi/5, \pi/2, \pi/4, 0]$$

2. Adopte el robot "FANUC Paint Mate 200iA" y realice una animación cinemática entre los puntos  $q_0$  y  $q_1$  interpolados en 1) con la función "SerialLink/plot". Use la definición del robot dada en el TP4.
3. Grafique las variables articulares con respecto al tiempo usando la función "qplot".

**Resolución:**

1. La función "jtraj" incorporada en el toolbox RTB de Peter Corke realiza una interpolación entre dos puntos del espacio articular utilizando un polinomio de orden 5 y con condiciones de borde de velocidad y aceleración nulas. **La trayectoria en el espacio articular obtenida se encuentra guardada en la variable "q" en el código EJ1 de MATLAB.**
2. En el mismo script de matlab se encuentra definido el robot "FANUC Paint Mate 200iA" y, a continuación de su definición, se encuentra la animación correspondiente utilizando la función SerialLink/plot.
3. La función "qplot" simplemente recibe como parámetros el vector de  $q$  y, opcionalmente, un vector de tiempo y gráfica la evolución de cada una de las variables articulares en función del tiempo. A continuación se muestra la gráfica obtenida.



**Ejercicio 2:** Generación de trayectorias entre 2 puntos cartesianos, interpolación articular.

1. Interpole las posiciones articulares correspondientes al extremo del robot en los puntos siguientes:

$$P_1 = [0, 0, 0.95]$$

$$P_2 = [0.4, 0, 0.95]$$

Note que es un desplazamiento de 0.4 unidades en dirección X, y que las coordenadas son cartesianas, se debe interpolar en el espacio articular. Utilice la orientación del extremo dada por la siguiente posición articular:

$$qq = [0, -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, 0]$$

Tenga en cuenta que necesitará resolver la cinemática inversa. Use el método “ikine” para lo cual es recomendable usar “qq” como vector semilla ya que se encuentra cerca de las posiciones que deberá tomar el robot en la trayectoria. En lugar de un vector de tiempo, elija 100 puntos de discretización.

2. Realice una animación cinemática del robot del ejercicio 1 y grafique las variables articulares.

**Resolución:**

Puesto que el ejercicio solicita que realicemos una interpolación en el **espacio articular**, podemos usar la función “jtraj”, utilizada en el ejercicio 1. Sin embargo, a diferencia del ejercicio 1, donde nos daban las posiciones articulares inicial y final, en este caso nos dan los puntos inicial y final en el espacio cartesiano (la orientación en ambos puntos se supone que es la que se obtiene de la cinemática directa con el vector *qq* para el robot del ejercicio 1, “FANUC Paint Mate 200iA”).

De esta forma, primero aplicamos cinemática directa con el vector *qq* utilizando la función *fkine*, obtenemos una matriz de transformación homogénea de la cual extraemos la submatriz de rotación, que definirá la orientación del efector para utilizarla luego. La submatriz de rotación obtenida es:

$$T_{rot} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0000 & 1.0000 \\ -0.0000 & -1.0000 & 0.0000 \\ 1.0000 & -0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

Ahora, armamos dos matrices de transformación homogéneas, una para la posición inicial  $P_1$  y otra para la posición final  $P_2$ , utilizando en ambas esta submatriz de rotación. Con estas matrices de transformación homogénea, aplicamos cinemática inversa utilizando la función *ikine* y obtenemos los vectores articulares  $q_1$  y  $q_2$  que se muestran a continuación:

$q1 =$

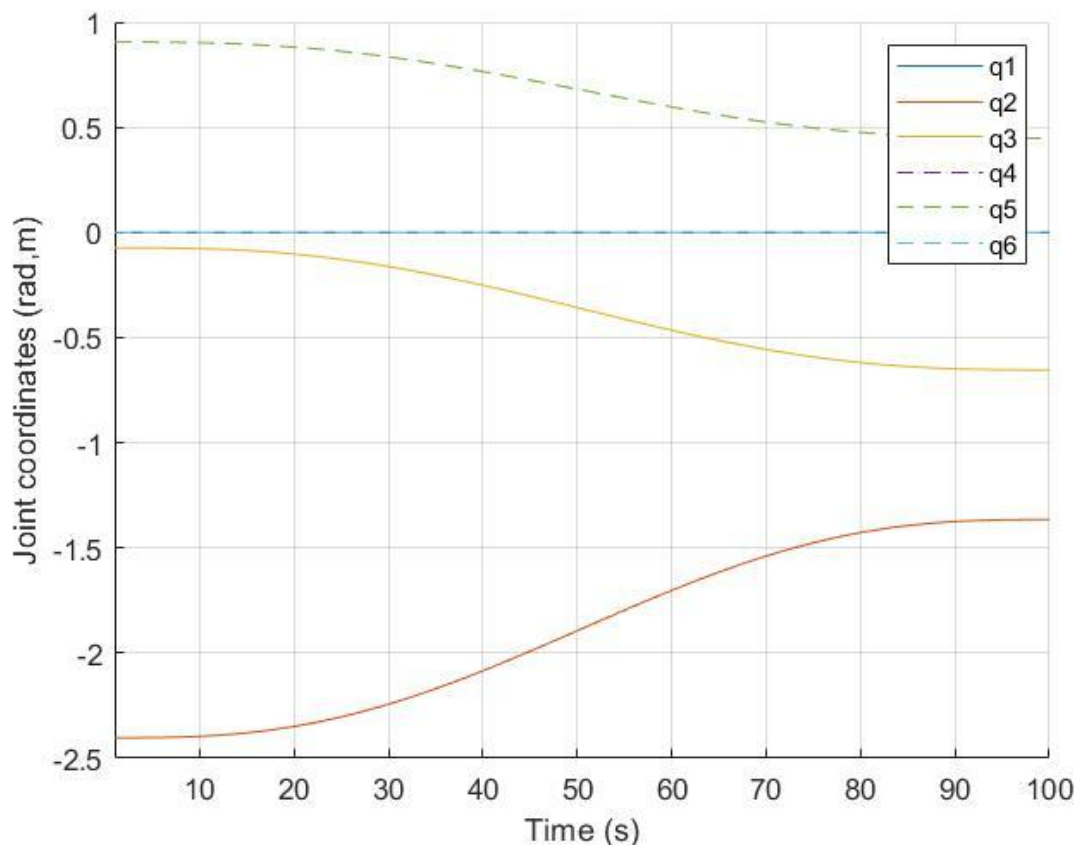
-0.0000    -2.4026    -0.0729    0.0000    0.9047    -0.0000

$q2 =$

0.0000    -1.3656    -0.6535    -0.0000    0.4483    0.0000

Ahora, al igual que hicimos en el ejercicio 1, utilizamos la función *jtraj* para interpolar entre ambos vectores articulares, solo que ahora utilizamos una discretización de 100 puntos en lugar de un intervalo de tiempo.

Finalmente, se realiza una animación con el robot "FANUC Paint Mate 200iA" y se grafican la evolución de las diferentes variables articulares.



### **Ejercicio 3:** Generación de trayectorias entre 2 puntos cartesianos, interpolación cartesiana.

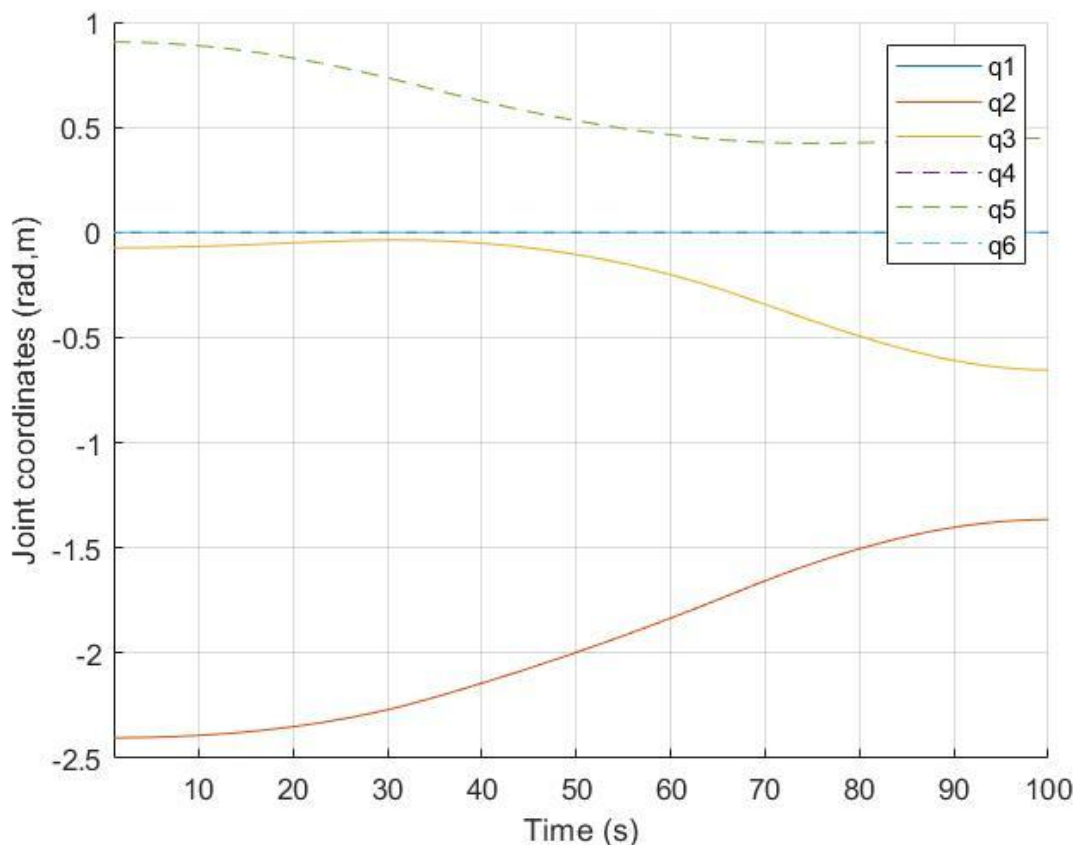
1. Interpolar los mismos puntos del ejercicio anterior, pero en el espacio de tarea y en una línea recta. Haga uso de la función "ctrj". Analice los parámetros de entrada y de salida de CTRAJ y use 100 puntos de discretización.
2. Realice una animación cinemática y grafique las variables articulares. Considere que para esto es necesario conocer el valor de las variables articulares. Haga un

correcto uso de la función “ikine”. Tenga en cuenta que “qq” es un vector cercano a la trayectoria en cuestión, y que la función “ikine” acepta un arreglo de matrices de transformación homogénea.

### Resolución:

La función *ctrj* permite interpolar entre dos puntos del espacio cartesiano. Ésta recibe como parámetros dos matrices de transformación homogénea (la inicial y la final) y un escalar que indica la cantidad de puntos de discretización (en lugar de un escalar también puede recibir un vector que caracterice la distancia entre puntos sucesivos). Además esta devuelve las sucesivas matrices de transformación homogénea que caracterizan la posición y orientación del efector en cada punto intermedio de la trayectoria.

Una vez utilizada la función *ctrj*, aplicamos cinemática inversa a cada matriz de transformación homogénea obtenida, mediante la función *ikine*, y así hallamos los sucesivos valores que van tomando las variables articulares. Con estos valores, realizamos una animación cinemática y graficamos su evolución temporal, la cual se muestra a continuación:



### Ejercicio 4 (obligatorio): Otras gráficas de una trayectoria interpolada.

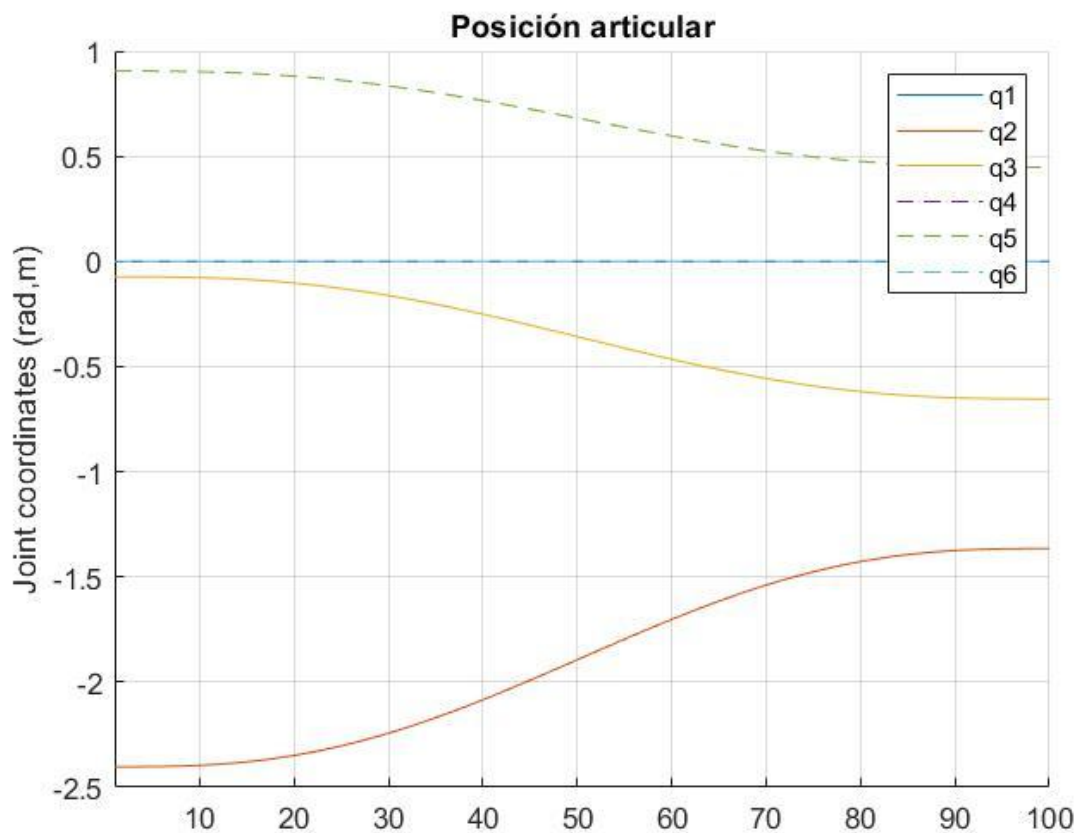
1. Use la función “jtraj” para obtener la posición, velocidad y aceleración articulares de la trayectoria del ejercicio 2, y grafique las 3 interpolaciones respecto del tiempo en figuras separadas.
2. Aplique alguna derivada numérica y grafique la posición, velocidad y aceleración articulares del ejercicio 3, en las figuras correspondientes al punto anterior, para

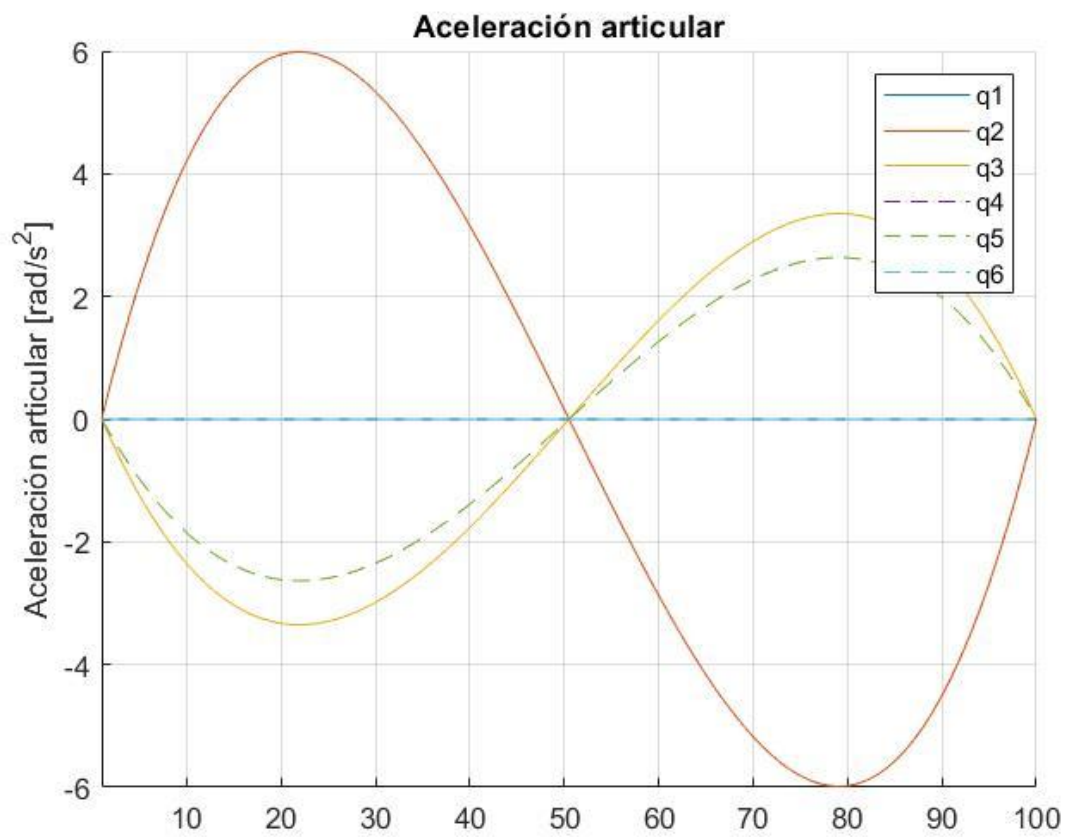
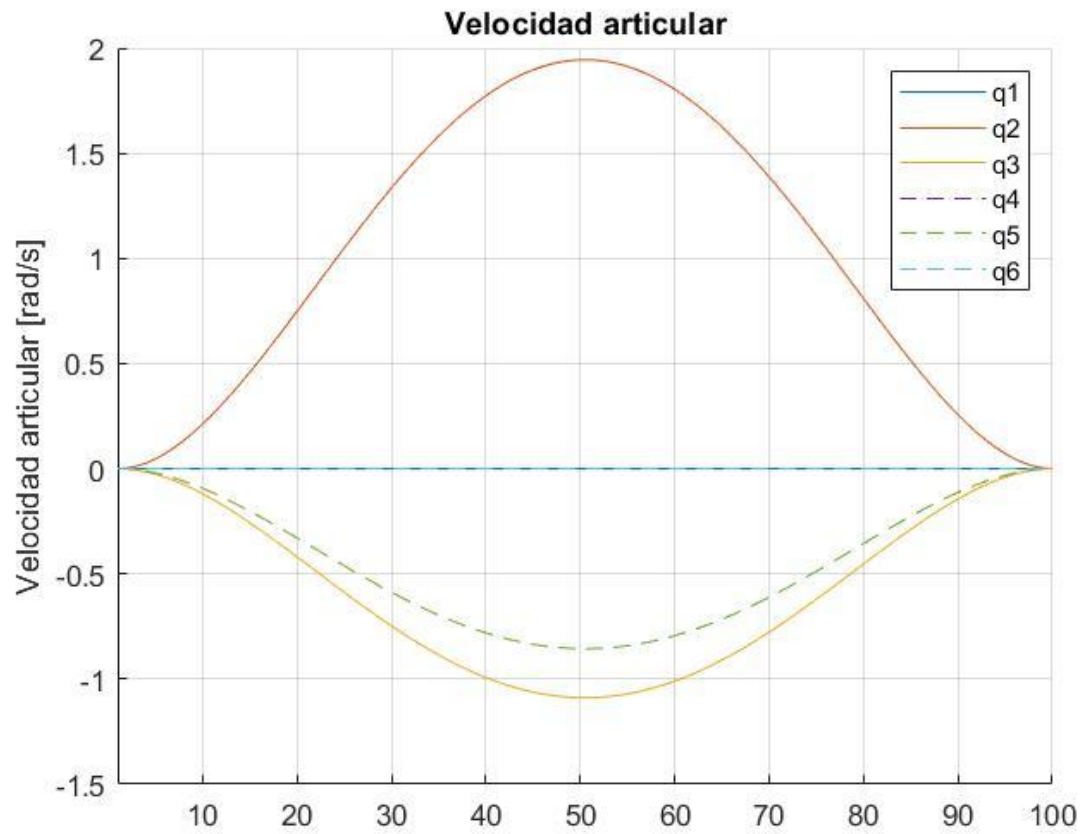
poder compararlas. Verifique la posición, velocidad y aceleración iniciales (debe coincidir) y explique brevemente lo que puede apreciar al comparar las gráficas. Tenga en cuenta el escalado de las gráficas.

3. Grafique las variables X, Y, Z del extremo del robot, respecto del tiempo, para ambos casos. Compare y extraiga conclusiones.
4. Grafique la variable Z respecto de X para ambos casos y verifique sus conclusiones anteriores. Tenga en cuenta una escala apropiada para los ejes.

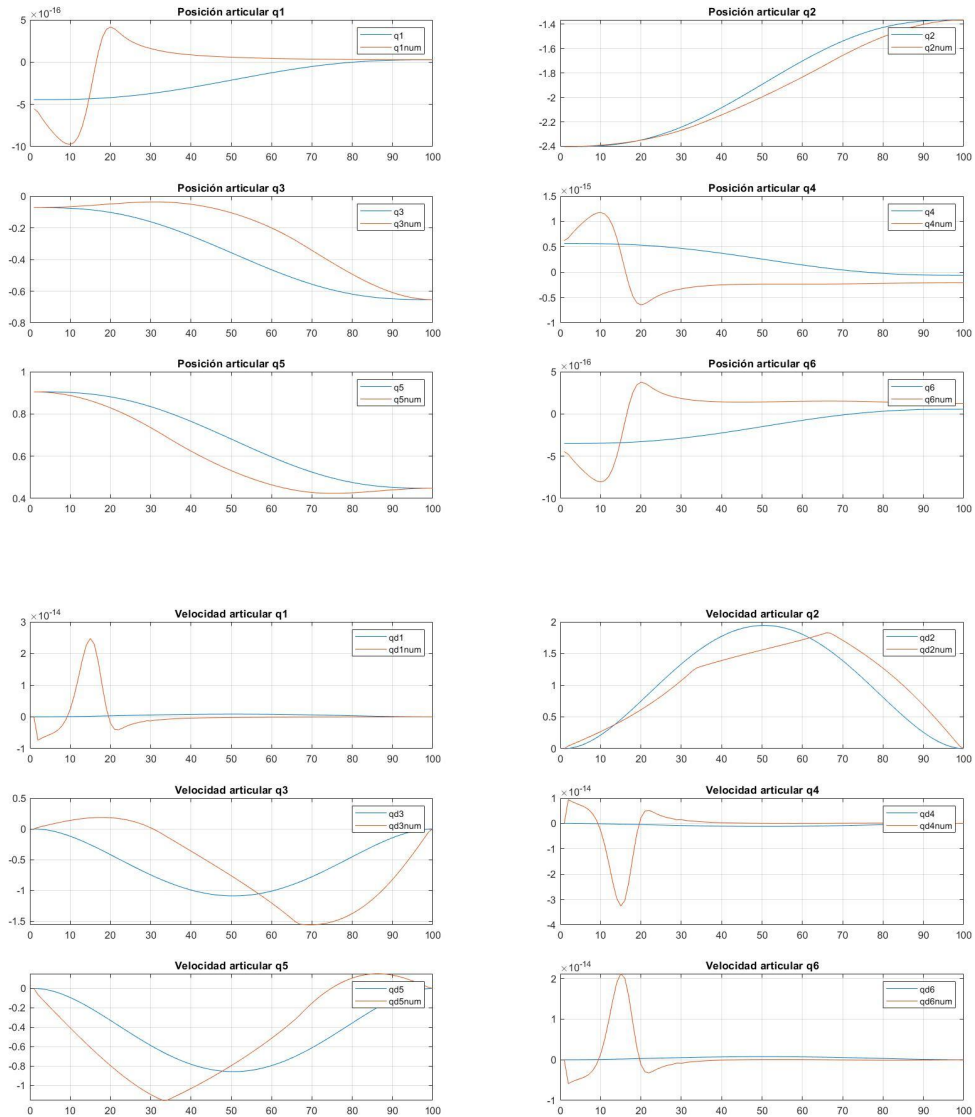
### Resolución:

1. Siguiendo un procedimiento similar al que se encuentra detallado en el ejercicio 2, obtenemos las siguientes gráficas de posición, velocidad y aceleración articulares utilizando la función *jttraj*:

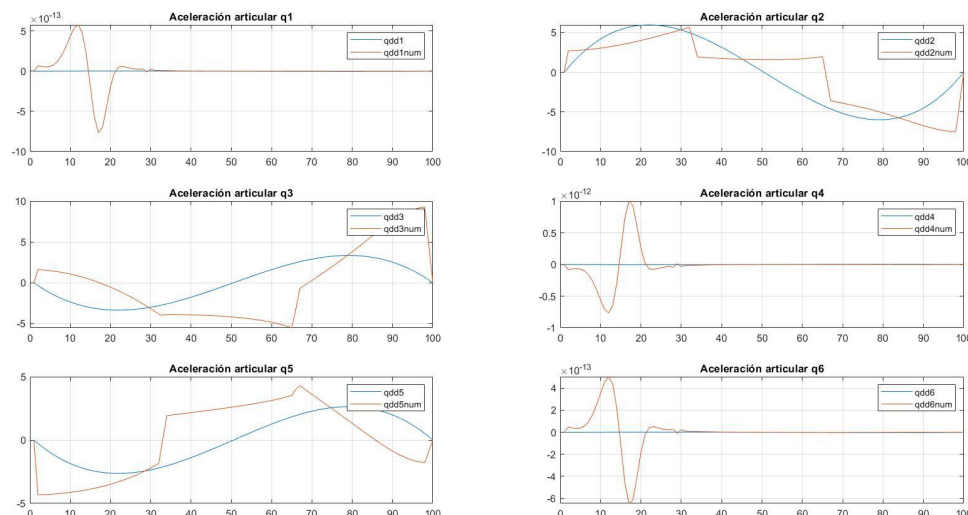




2. Ahora, con los sucesivos vectores de posición articular obtenidos al final del ejercicio 3, la comparamos con los que se obtienen de la aplicación de *jtraj*. Luego, aplicamos la derivada numérica hacia adelante a los vectores  $q$  del ejercicio 3 para obtener la velocidad articular y la comparamos con la que se obtiene de *jtraj*. Finalmente, repetimos este proceso con la velocidad angular para obtener la aceleración angular y compararla con la obtenida de *jtraj*. En la siguientes gráficas se muestran ambas gráficas superpuestas:

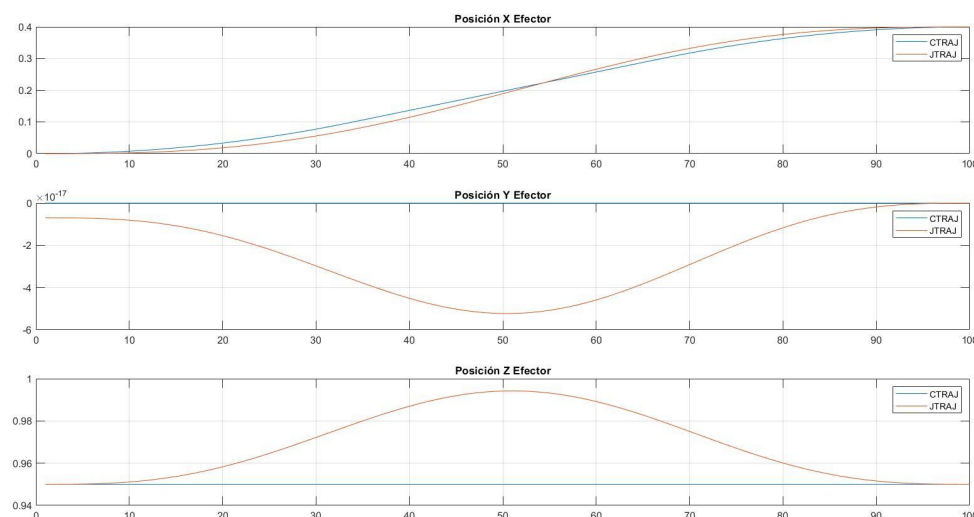






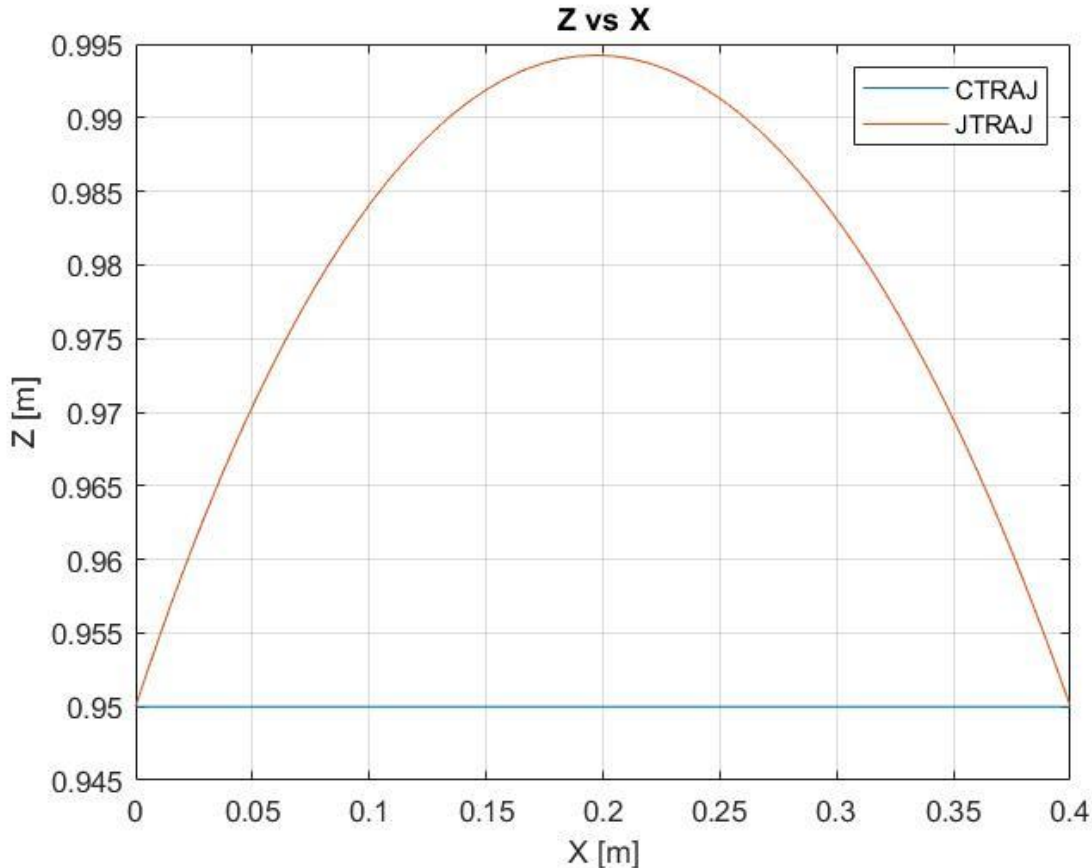
Vemos que las gráficas varían considerablemente. En particular, podemos notar que las gráficas de aceleración obtenidas de *ctrj* mediante cinemática inversa presentan escalones considerables de aceleración que en la realidad serían difíciles o imposibles de llevar a cabo por un actuador. **Dichas figuras pueden ser vistas con mayor claridad en la carpeta del ejercicio 4.**

3. A continuación se muestran las gráficas correspondientes a la evolución temporal de la posición X, Y, Z del efector final. Para hallar dicha evolución, se aplicó cinemática directa a cada uno de los vectores  $q$  instantáneos obtenidos de la función *jtraj* y se extrajo la submatriz de traslación de las matrices de transformación homogénea obtenidas.



Vemos que la mayor diferencia entre utilizar *ctrj* o *jtraj* se encuentra en la coordenada Z de la posición del efector, la cual permanece constante en *ctrj* pero tiene una variación en forma de campana al utilizar *jtraj*.

4. A continuación se muestra la comparación de la gráfica que se obtiene al expresar la coordenada Z respecto a X en ambos casos:



Se concluye lo mismo que en el inciso 3, la coordenada Z permanece constante al aplicar *ctray* pero varía al aplicar *jtraj*.

**Ejercicio 5:** Generación de trayectorias entre varios puntos, frenando.

1. Proponga 4 puntos (articulares o cartesianos) y realice una animación de la trayectoria interpoladora mediante usos de la función "jtraj".
2. Grafique posición, velocidad y aceleración articulares con respecto al tiempo.

**Resolución:**

Se proponen los siguientes puntos en el espacio articular para que el robot realice una trayectoria uniéndolos.

$$q_1 = [0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

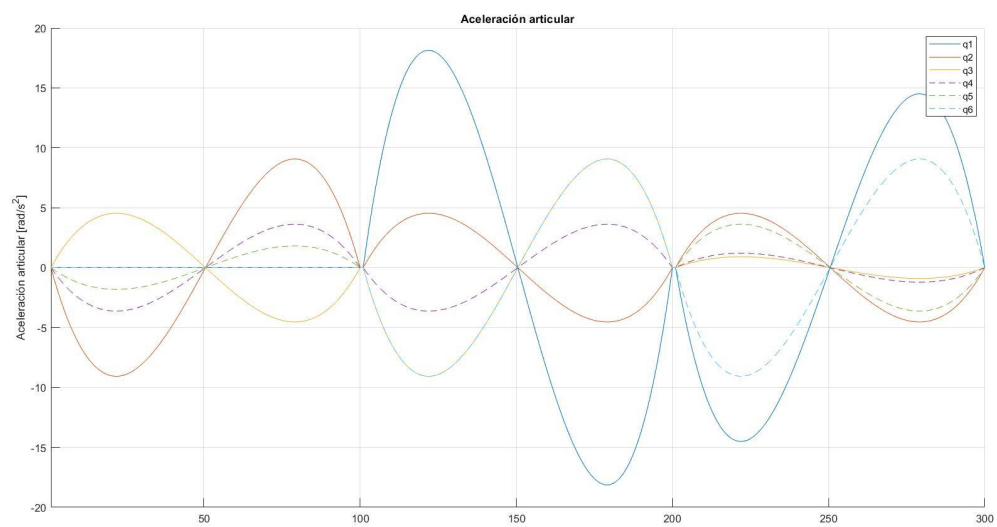
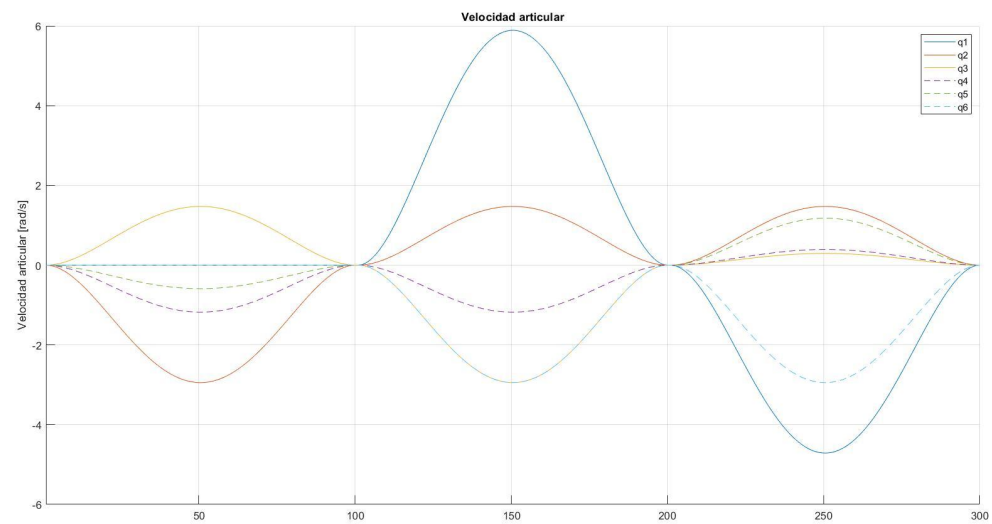
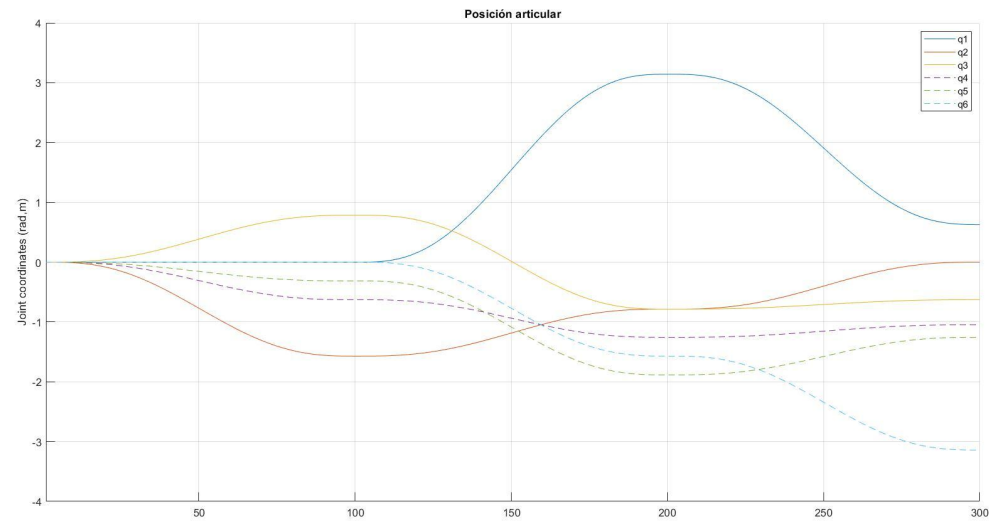
$$q_2 = [0, -\pi/2, \pi/4, -\pi/5, -\pi/10, 0]$$

$$q_3 = [\pi, -\pi/4, -\pi/4, -2\pi/5, -3\pi/5, -\pi/2]$$

$$q_4 = [\pi/5, 0, -\pi/5, -\pi/3, -2\pi/5, -\pi]$$

Realizamos una interpolación en el espacio articular, por lo que aplicamos la función *jtraj* entre los vectores  $q$  planteados y obtenemos matrices que representan la evolución temporal de las variables articulares. A continuación, juntamos todas estas matrices y realizamos la animación completa de la trayectoria que describe el robot.

A continuación se muestran las gráficas de posición, velocidad y aceleración articular con respecto al tiempo:



Vemos que, al haber utilizado *jtraj* y no haber asignado condiciones de borde de velocidad, cada 100 puntos en el eje de abscisas, las velocidades articulares se vuelven nulas. Lo mismo sucede con la aceleración (la función *jtraj* no permite establecer condiciones de borde de aceleración articular). Esto quiere decir que el robot **frena** al alcanzar los puntos que se le dan como consigna.

**Ejercicio 6:** Generación de trayectorias entre varios puntos. puntos de paso (sin frenar).

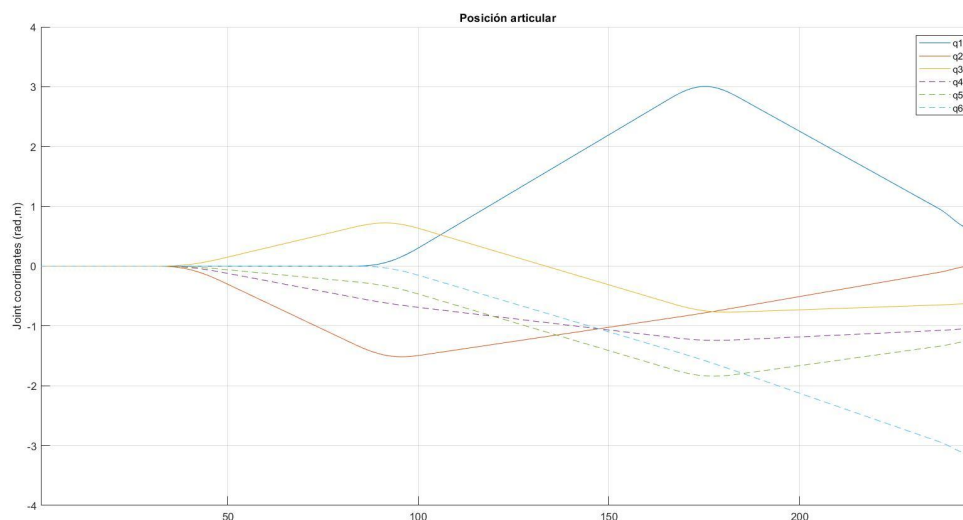
1. Explore cómo resolver el problema anterior con la función “mstraj”.
2. Compare gráficas de resultados.
3. Saque conclusiones.

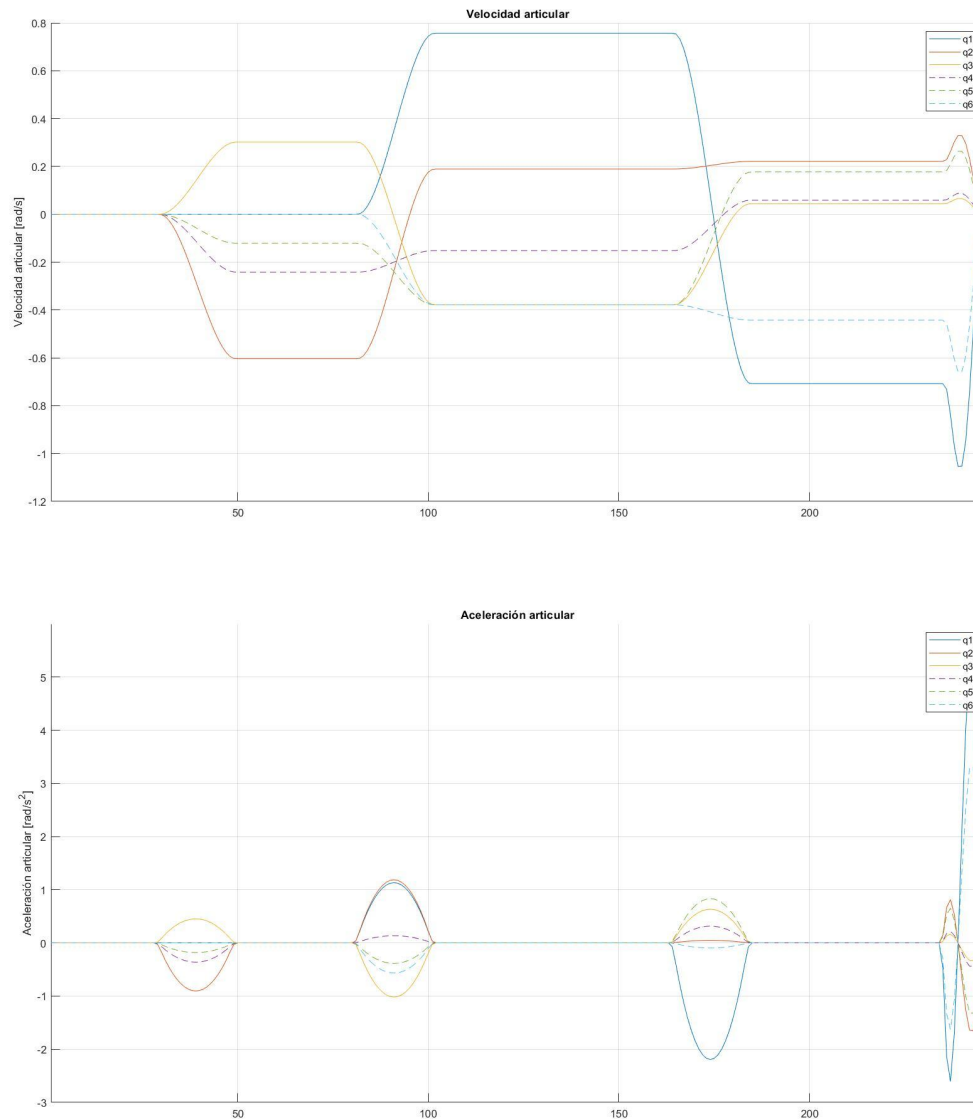
**Resolución:**

La función *mstraj* es una función que permite obtener una trayectoria mediante un movimiento simultáneo de  $N$  ejes pasando a través de  $M$  puntos de paso. A esta función hay que pasarle los siguientes parámetros:

- **p** ( $M \times N$ ) es una matriz de puntos de paso. Cada fila es un punto de paso (vectores articulares) y cada columna es una articulación. La última fila de esta matriz es el destino final.
- **q<sub>dmax</sub>** es la velocidad articular máxima.
- **tseg** es el tiempo que debe transcurrir antes de que el robot pase de un punto de paso al otro.
- **q<sub>0</sub>** es la posición articular inicial
- **dt** es el paso de tiempo
- **tacc** es la aceleración aplicada a la transición entre un punto de paso y el siguiente.

Utilizando esta función, con los mismos puntos articulares que en el ejercicio anterior, se obtienen las siguientes gráficas:





Se observan diferencias muy considerables con las gráficas obtenidas en el ejercicio 5. En primer lugar, el perfil de velocidades pareciera tener forma trapezoidal. Los segmentos donde el robot acelera o desacelera parecieran corresponder con un perfil de aceleración parabólica.

Algo interesante de la función *mstraj* es que el parámetro **tacc** permite crear una transición suave entre un segmento y el siguiente (no se producen picos de aceleración tan grandes como con la función *jtraj* para pasar de un punto al siguiente).

**Ejercicio TF (obligatorio):** Generación de trayectorias para el robot elegido como Proyecto Final.

1. Analice el problema de planificación y generación de trayectoria en el robot seleccionado para el Proyecto Final. Tenga en cuenta la aplicación.
2. Establezca requisitos generales y requisitos específicos.
3. Implemente al menos dos soluciones diferentes:
  - a. Establecer puntos en el espacio cartesiano, transformar al espacio articular, interpolar adecuadamente.

- b. Establecer puntos en el espacio cartesiano, interpolar en espacio cartesiano, transformar al espacio articular.
4. Grafique los perfiles de posición, velocidad y aceleración, tanto en el espacio articular como en el de tarea, para ambas soluciones, de forma tal que se pueda apreciar las diferencias.
5. Seleccione la más adecuada para la aplicación. Justifique.

### Resolución:

Puesto que nuestra aplicación consistía en utilizar tres robots KUKA KR 120 R2100 nano F exclusive de forma conjunta para manipular piezas de fundición en un proceso de fabricación en serie.

Puesto que la tarea involucra, además de trabajar con múltiples robots, con máquinas externas u otros elementos dentro del espacio de trabajo de los diferentes robots, debemos tener cuidado de que **no se produzcan colisiones** entre los robots o entre algún robot y una máquina o algún otro objeto. En este sentido, se ha asegurado al diseñar la trayectoria que los robots entran orientados adecuadamente a las máquinas para depositar las piezas en ellas y que no se producen colisiones.

Además, al momento de estar manipulando piezas de fundición, **se evitará realizar movimientos bruscos** para evitar así el riesgo de que la pieza se suelte y provoque algún accidente.

Para el primer robot, la tarea a realizar consiste en recoger un premolde de fundición de una especie de plano inclinado de 30° y llevarlo hasta una máquina que aplica presión sobre el premolde para deformarlo.

El segundo robot, recoge esta pieza ya deformada y la ingresa en una nueva máquina que realiza un proceso similar, dándole a la pieza la forma final que se desea.

Finalmente, el tercer robot recoge la pieza final y la deposita en una cinta transportadora.

Para ver con mayor detalle el proceso de fabricación que ha sido utilizado como referencia para el desarrollo del trabajo, consulte el siguiente link: <https://www.youtube.com/watch?v=h1HvXLDjUsw>

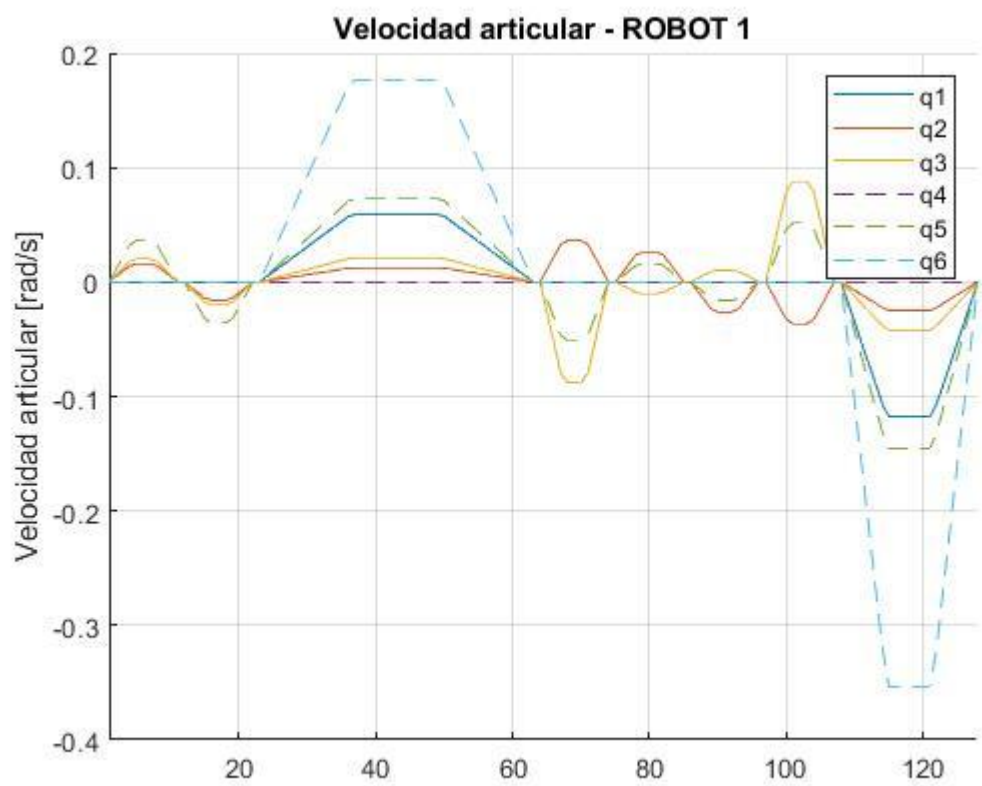
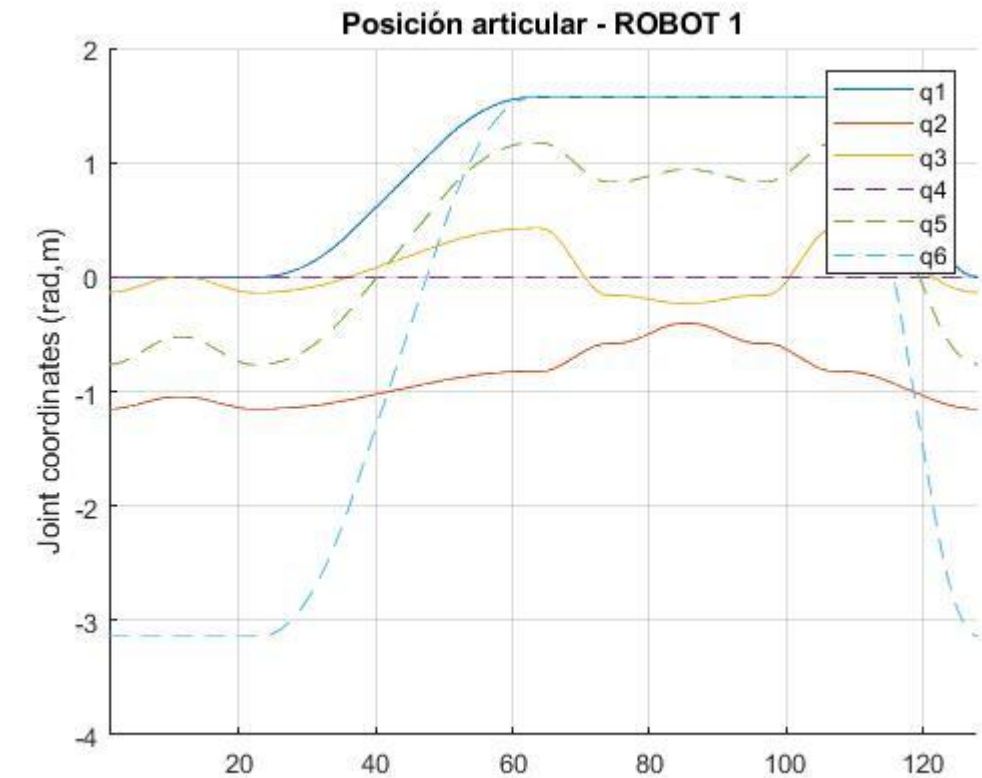
Los puntos que han sido seleccionados para el diseño de la trayectoria de cada robot se encuentran detallados en el script de MATLAB llamado **simulacion\_traj.m**. Con los puntos de dicho script, se plantearon dos formas de resolver el problema:

1. Pasar de puntos y orientaciones en el espacio cartesiano a vectores articulares mediante cinemática inversa y luego interpolar en el espacio articular mediante una interpolación lineal con ajuste parabólico (*función lsph*). Este procedimiento se encuentra en el script **traj\_interpolacion\_art.m**
2. Interpolar directamente los puntos en el espacio cartesiano utilizando *ctray*. Este procedimiento se encuentra en el script **traj\_interpolacion\_cart.m**.

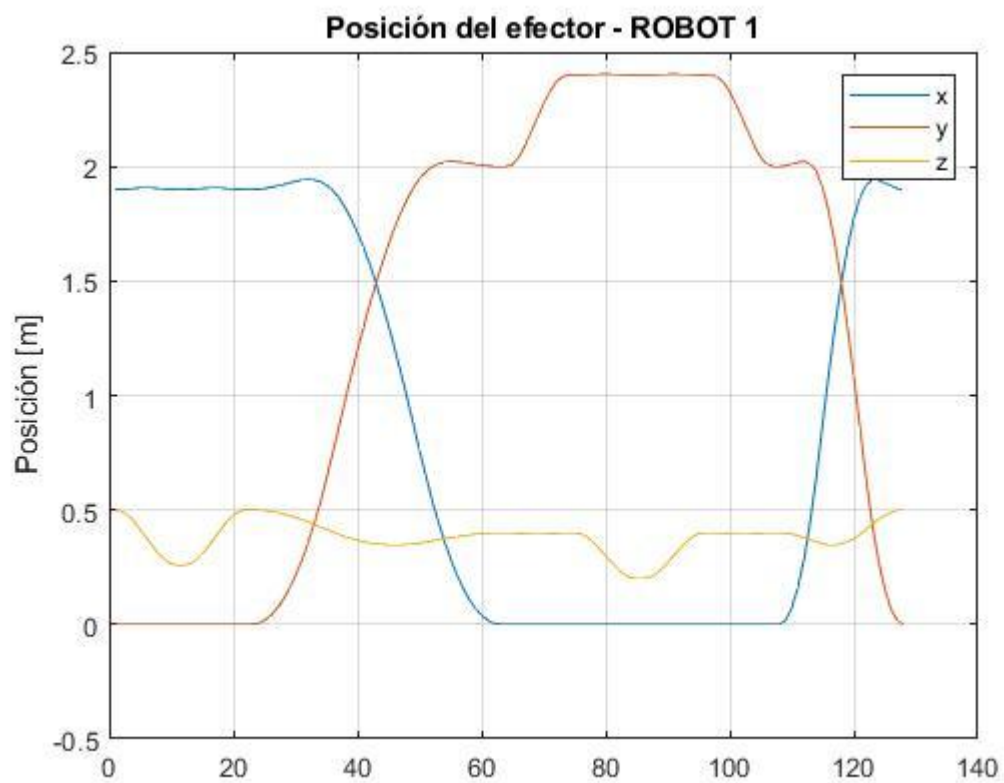
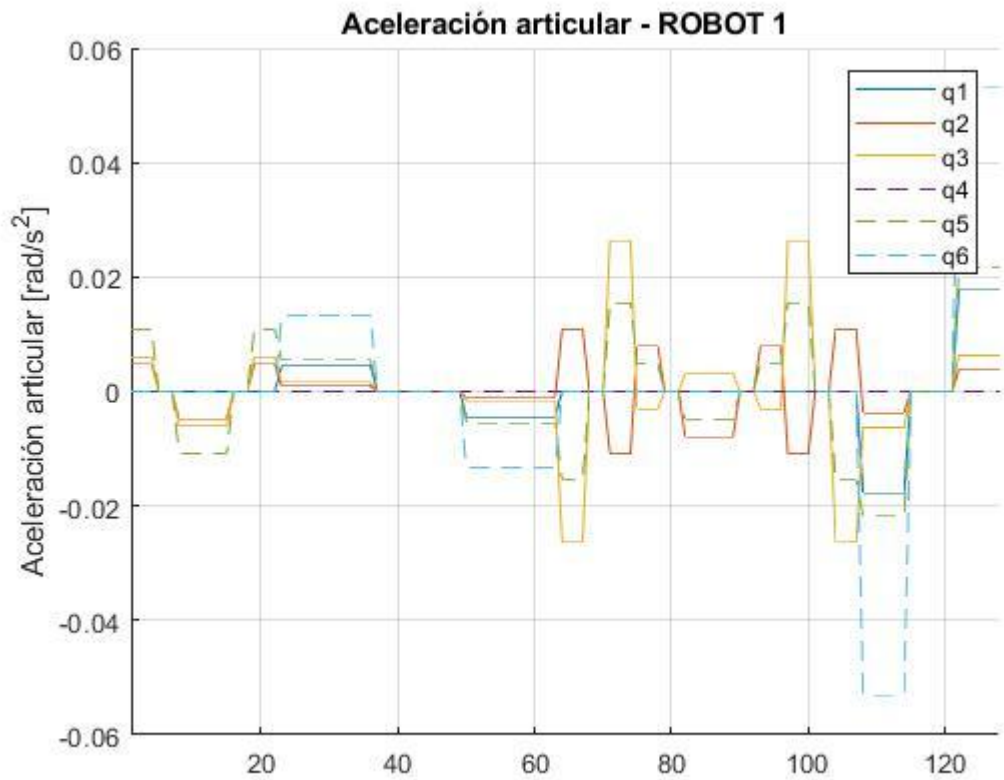
A continuación se muestran las gráficas correspondientes a cada robot para cada una de las dos métodos de resolución:

### ROBOT 1:

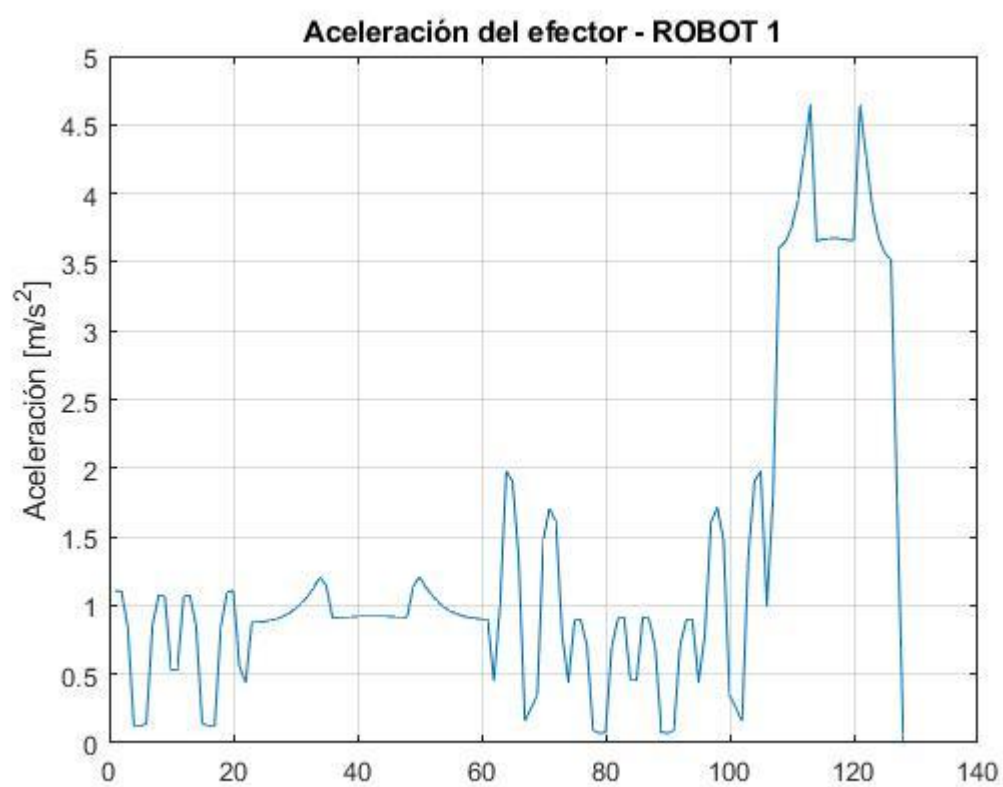
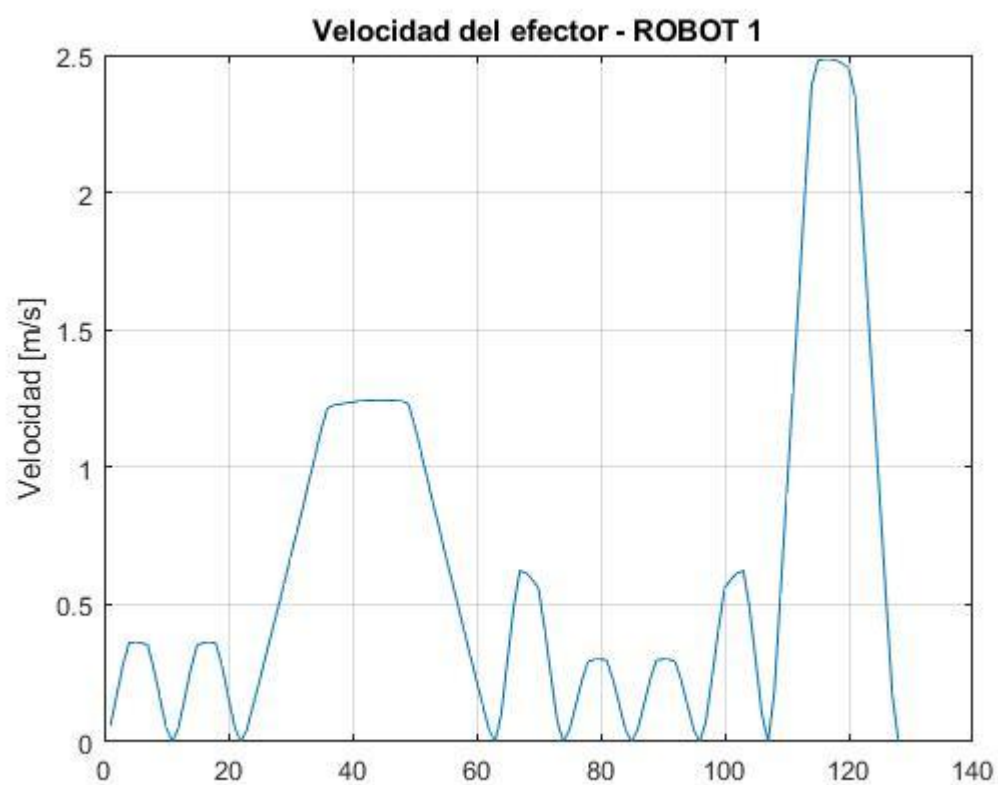
- **Interpolación Articular:**



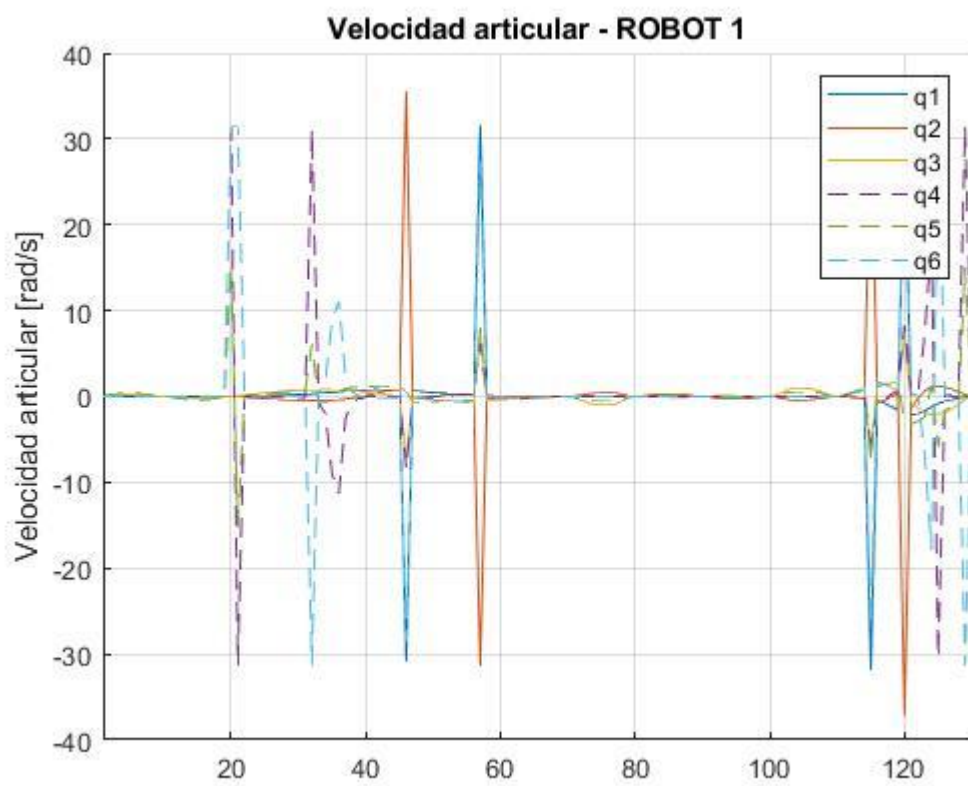
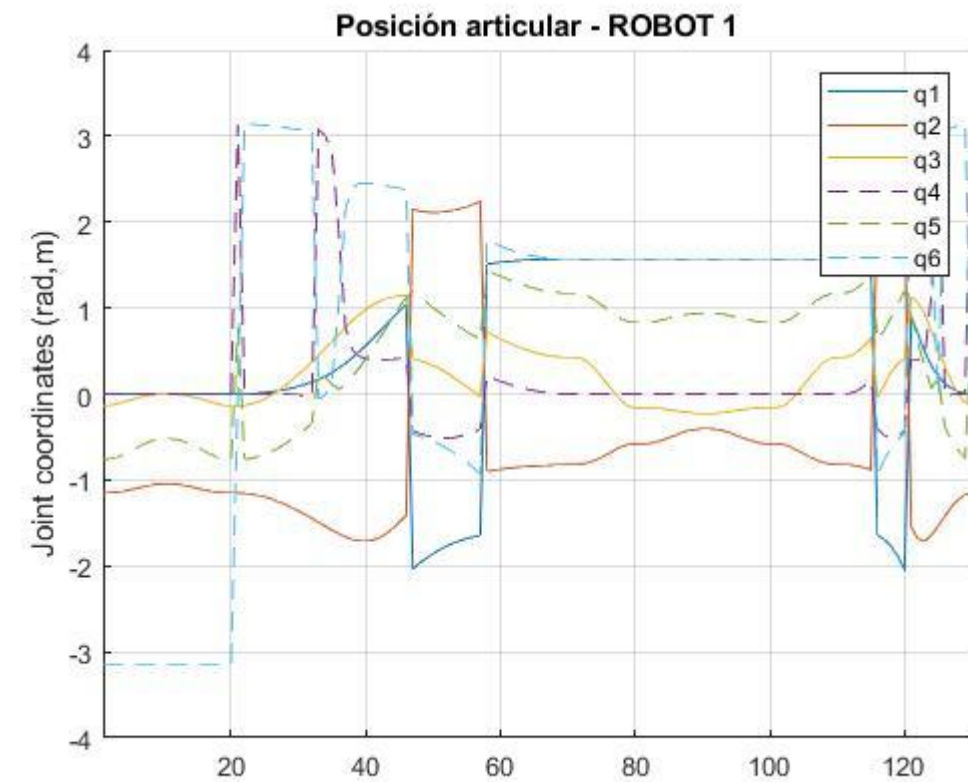


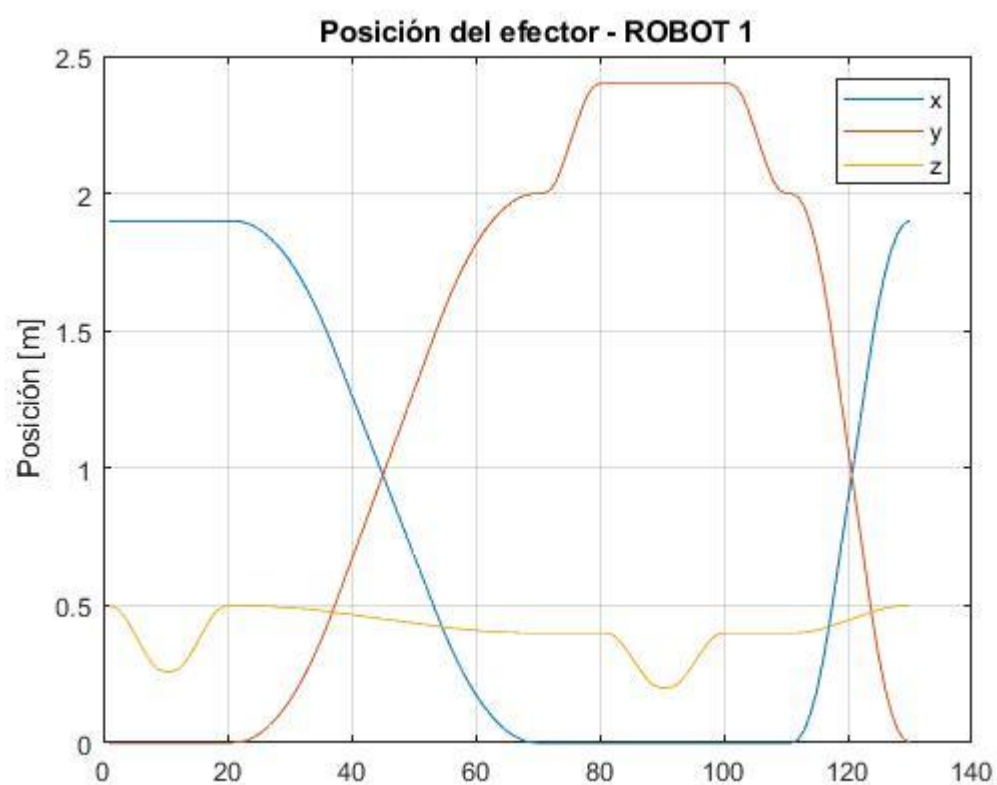
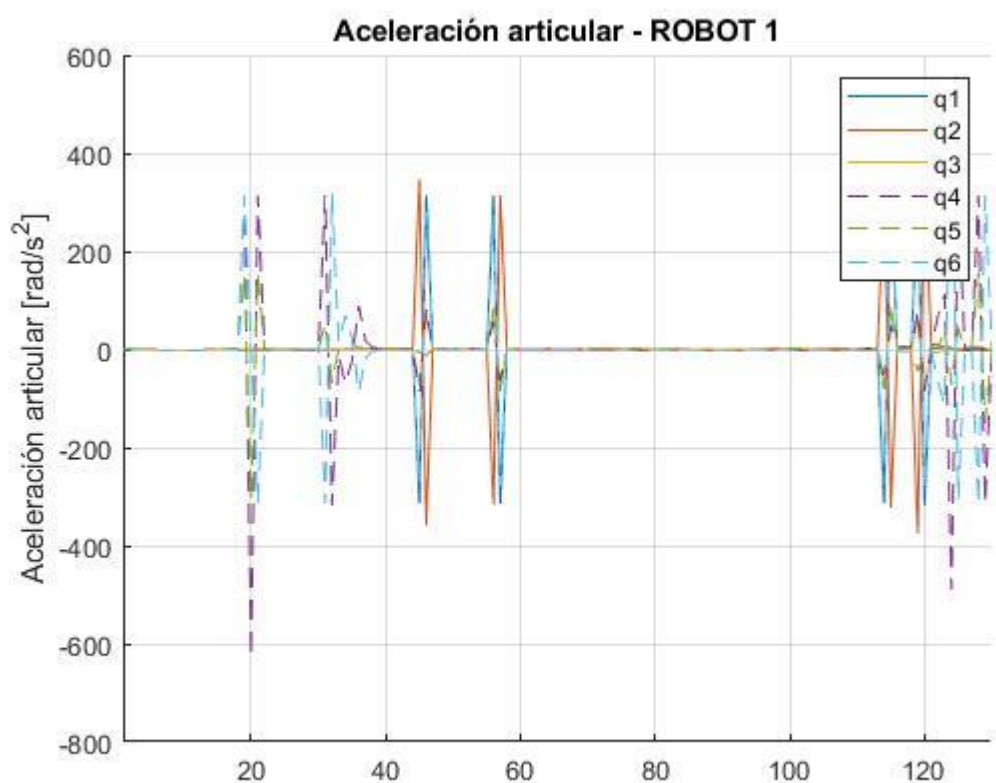


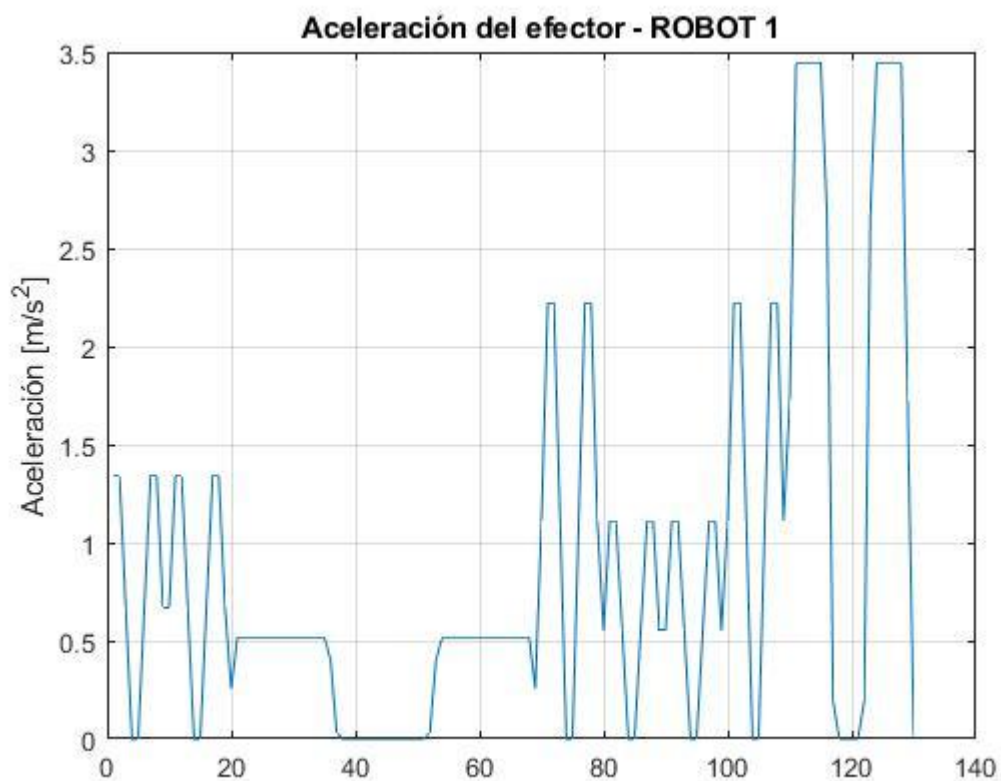
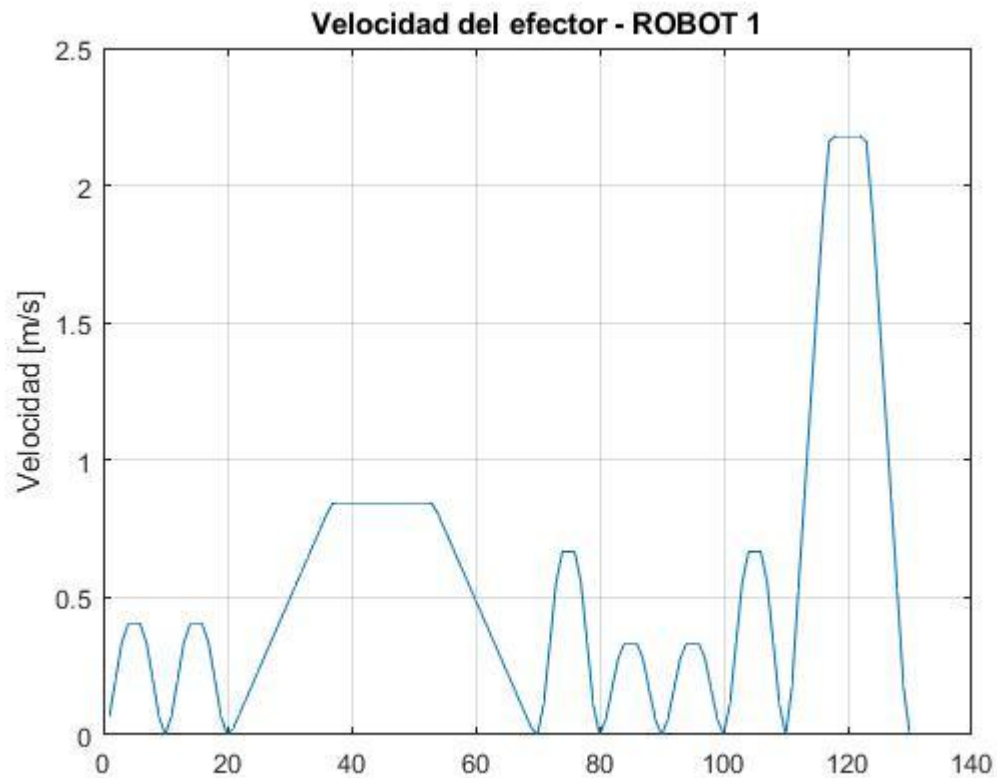




- Interpolación Cartesiana:







- **Conclusiones Robot 1:**

Comparando las gráficas, vemos claramente que realizar una interpolación mediante *ctraj* produce peores resultados para el movimiento que debe realizar el robot 1. En primer

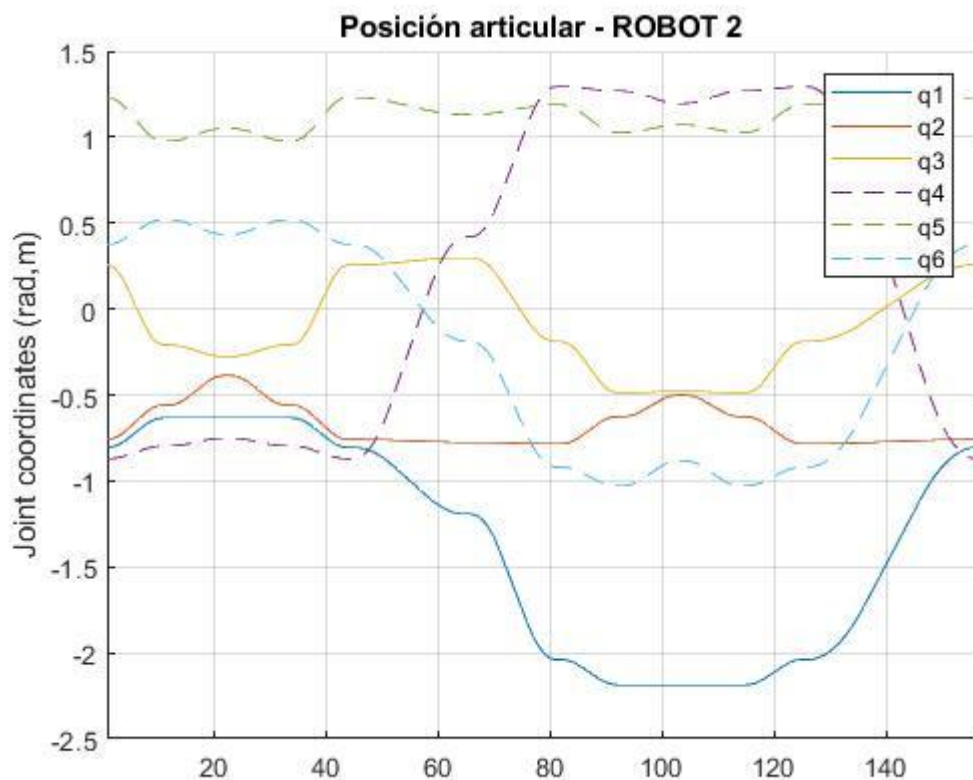
lugar, si analizamos la gráfica de **Posición Articular** podemos ver que al utilizar *ctrj*, la trayectoria obtenida **pasa por puntos singulares** y provoca saltos considerables de posición articular, dando lugar también a picos de velocidad y aceleración.

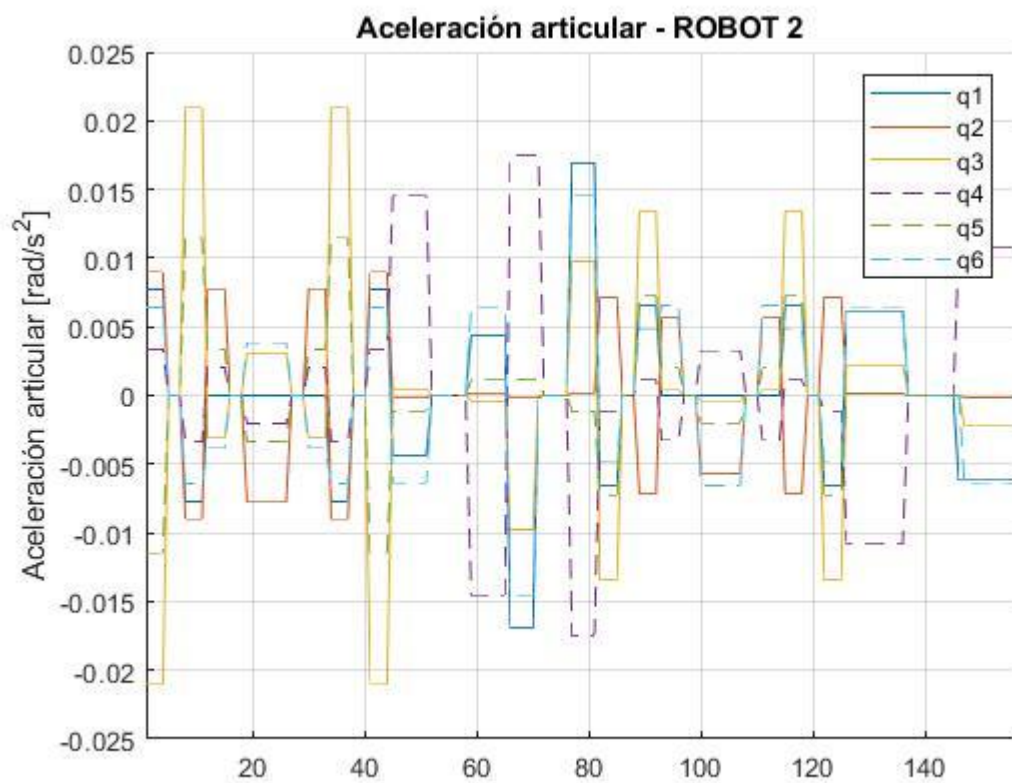
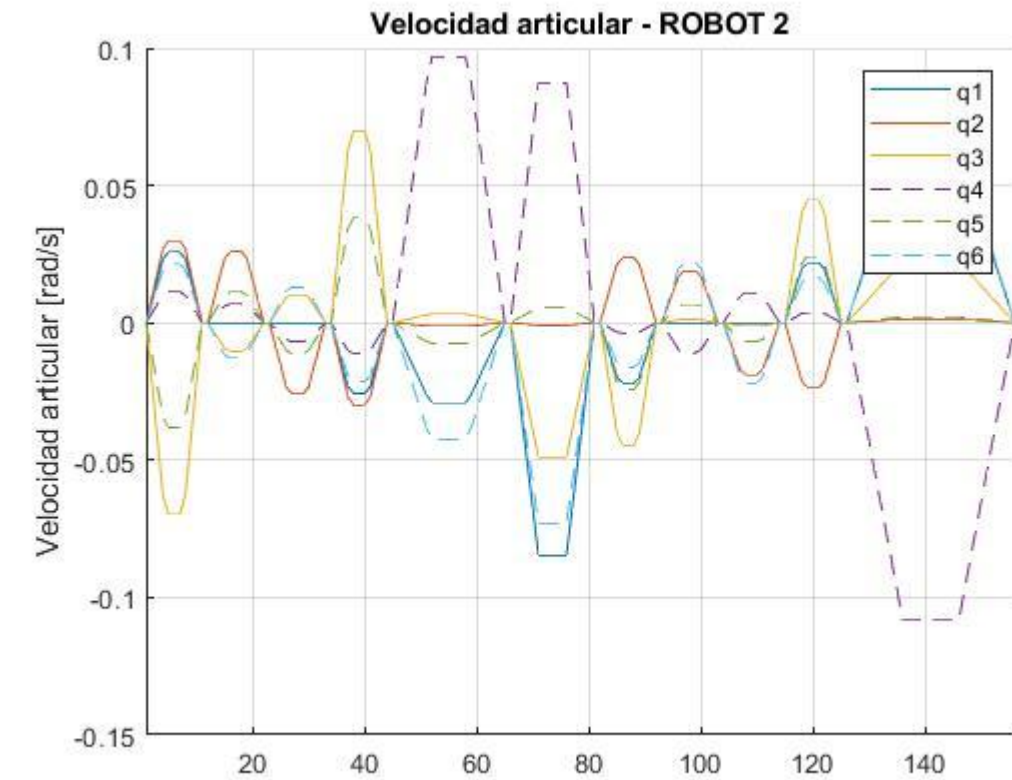
Por otro lado, en la trayectoria obtenida mediante interpolación en el espacio articular, se ve un pico considerable de aceleración hacia el final del movimiento. Sin embargo, este puede ser reducido en magnitud aumentando el tiempo en el que se espera que se realice este movimiento.

Por todo esto, se concluye que **la mejor opción para obtener la trayectoria del robot 1 es mediante interpolación en el espacio articular.**

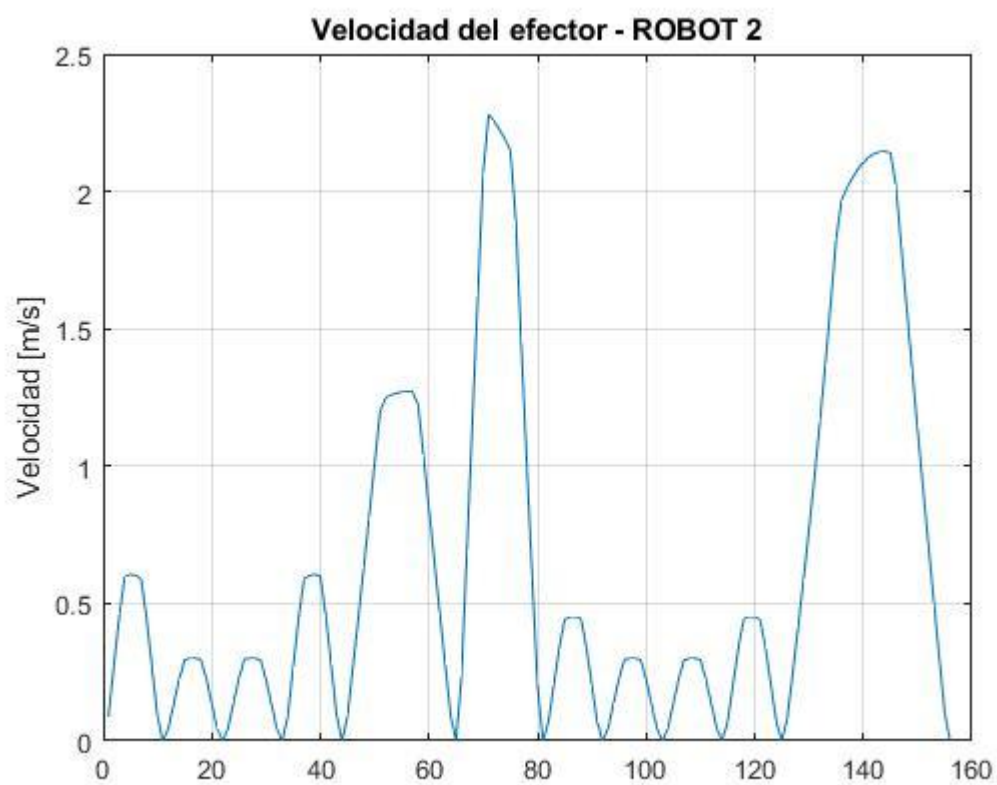
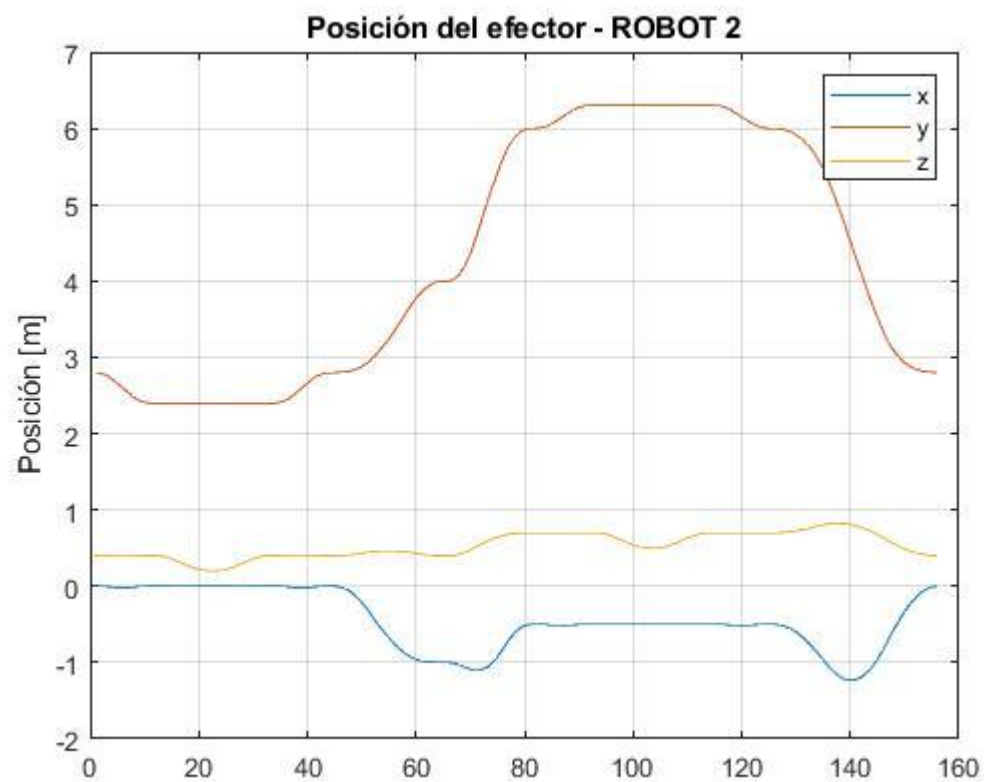
## ROBOT 2:

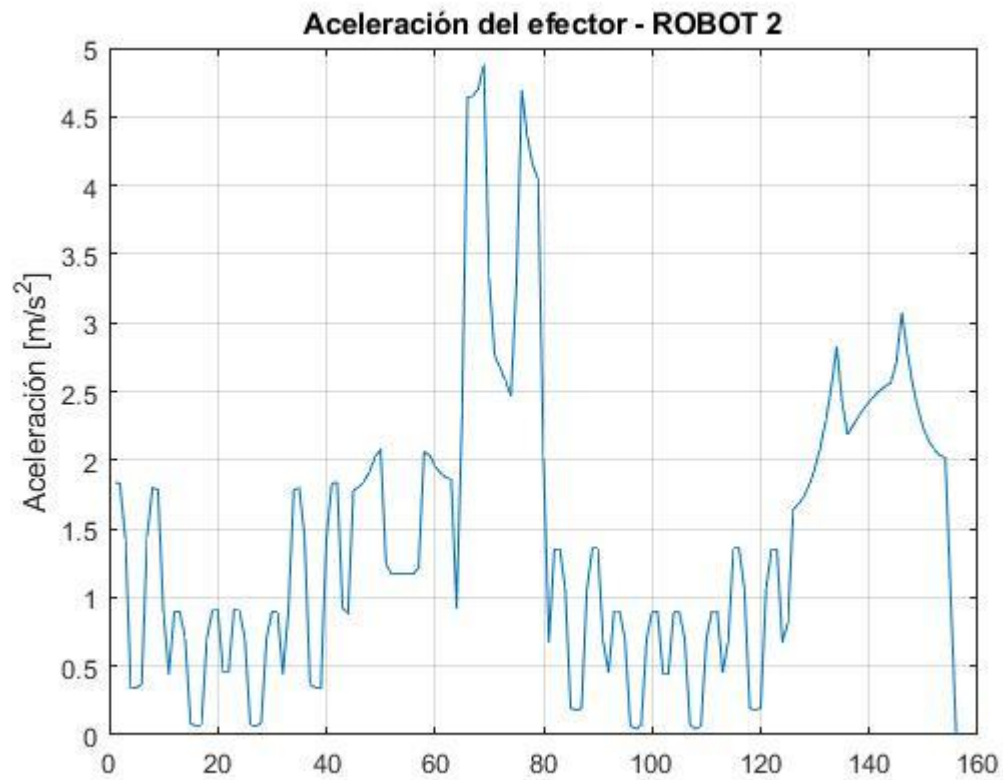
- Interpolación Articular:



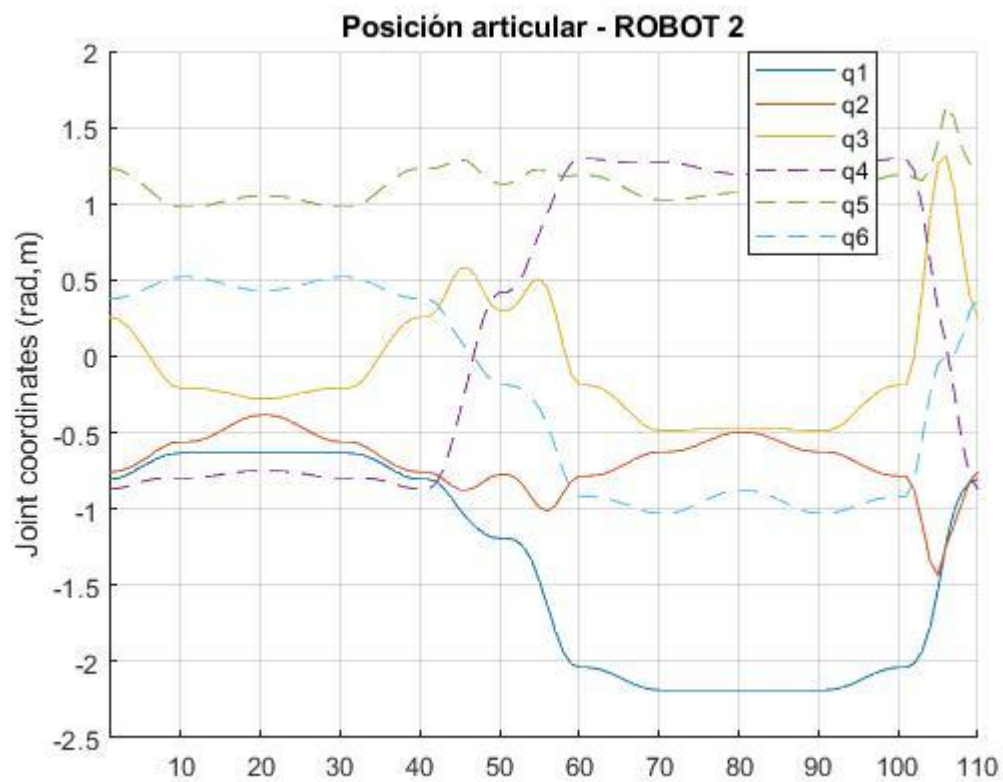




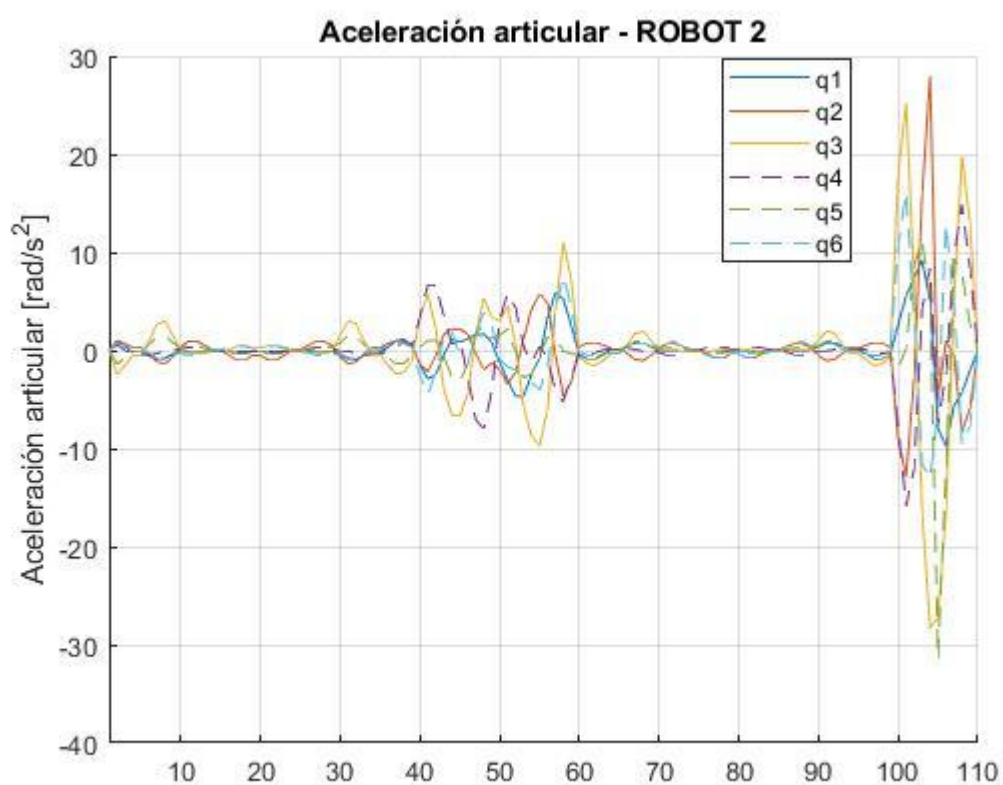
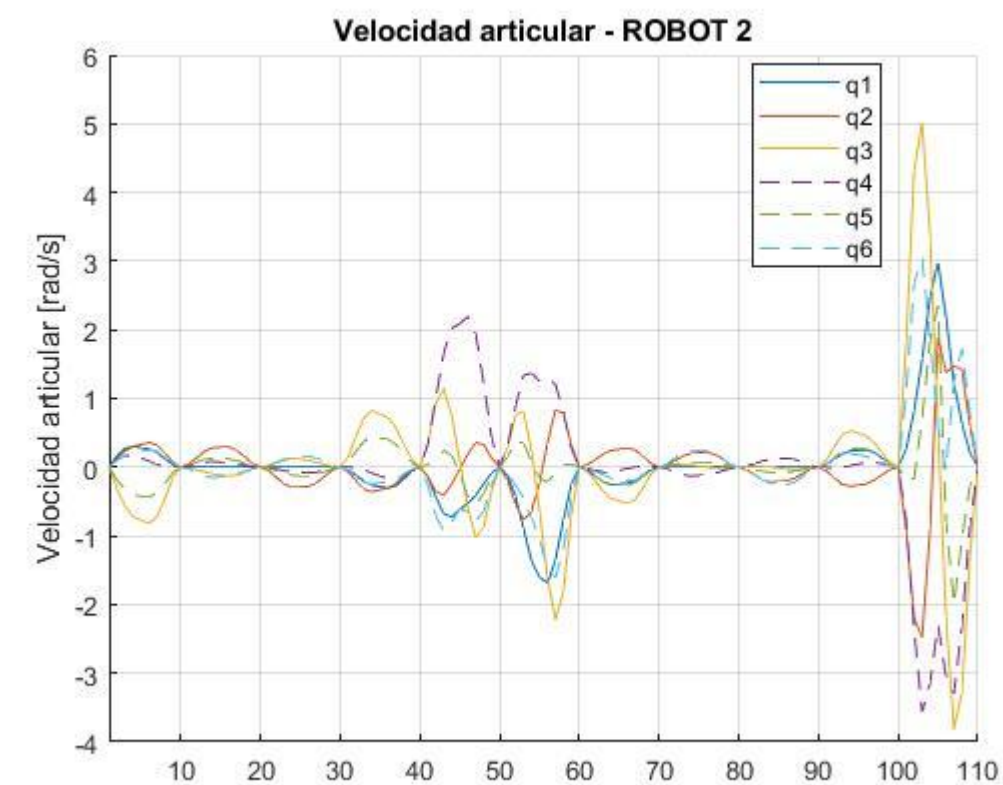


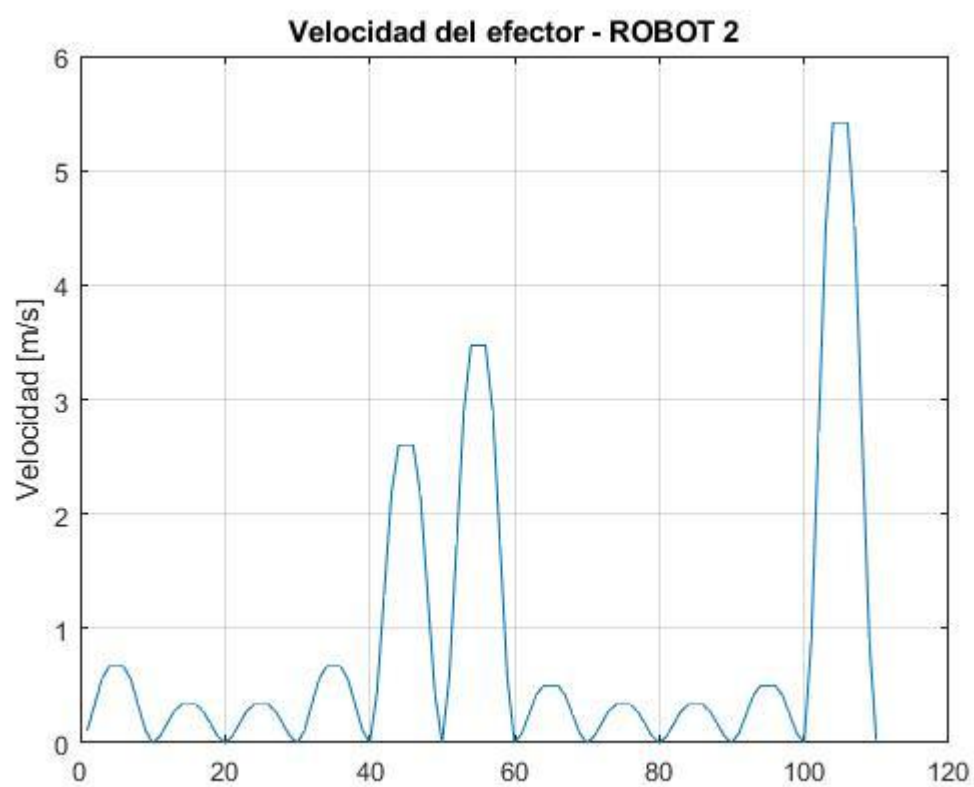
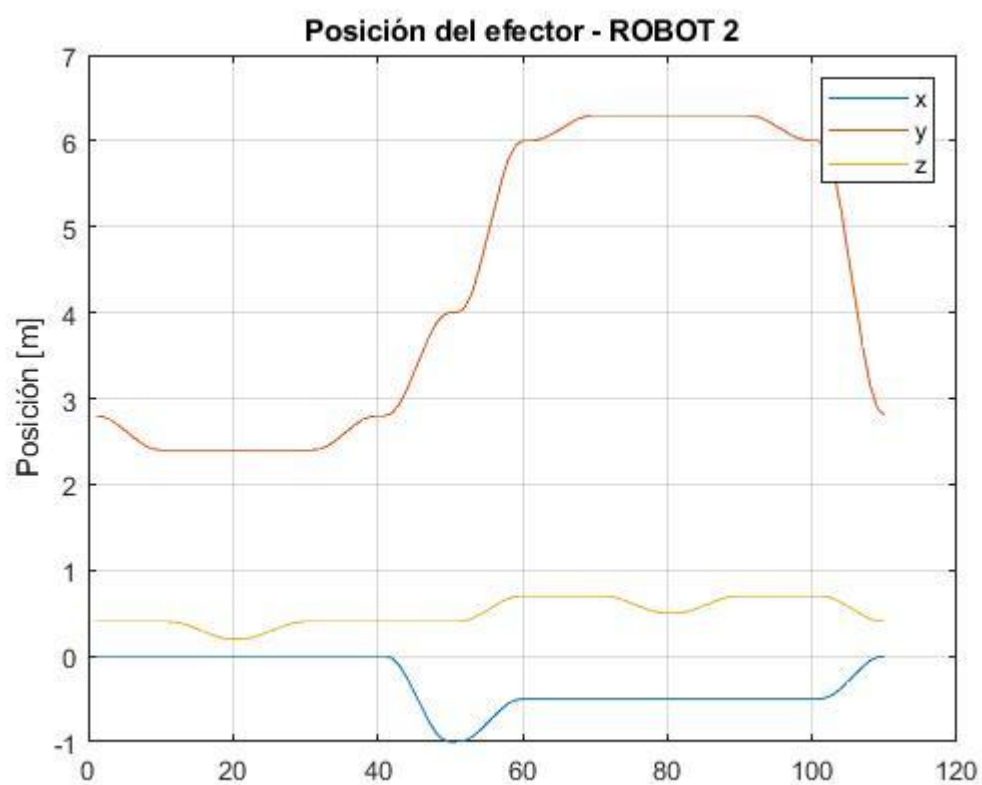


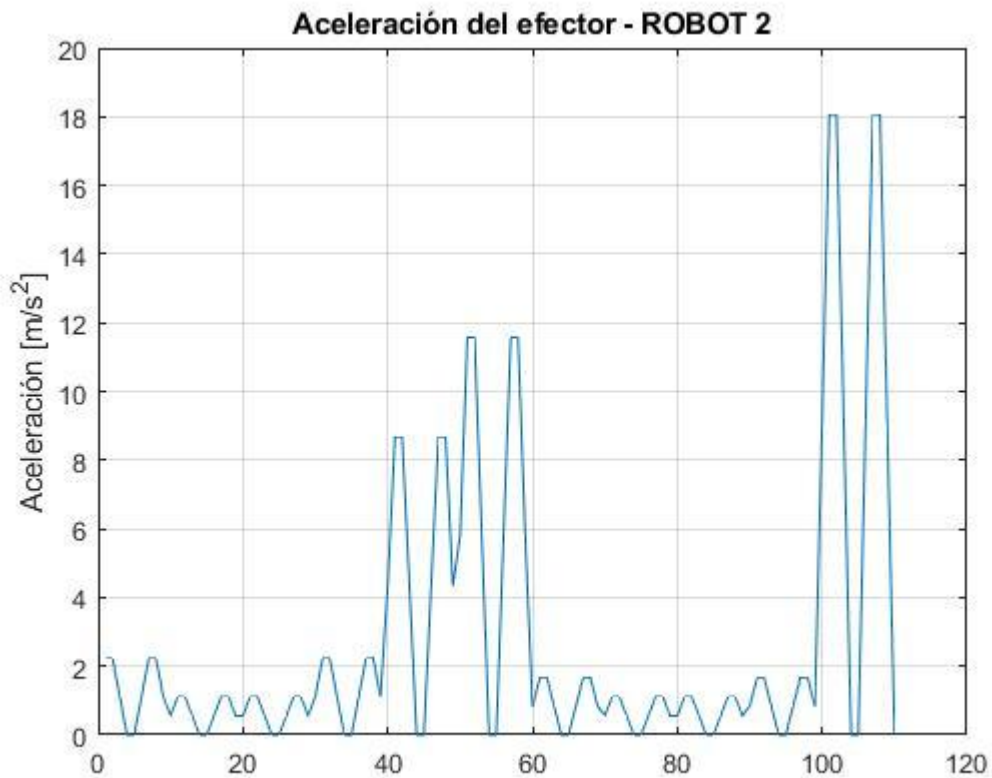
- **Interpolación Cartesiana:**









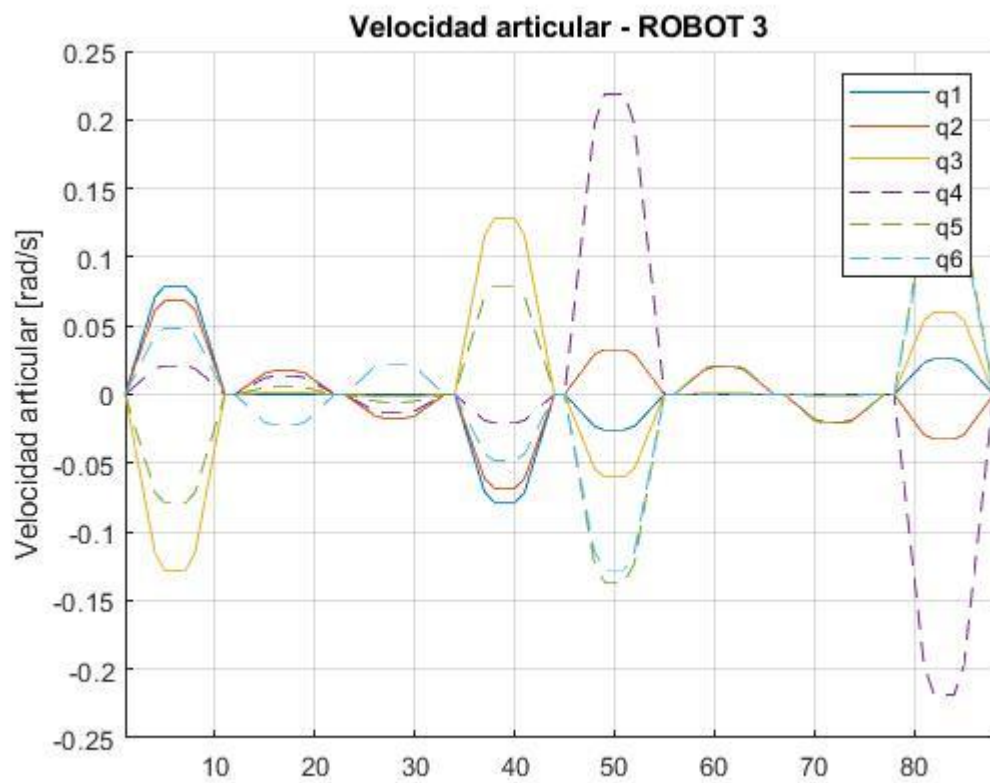
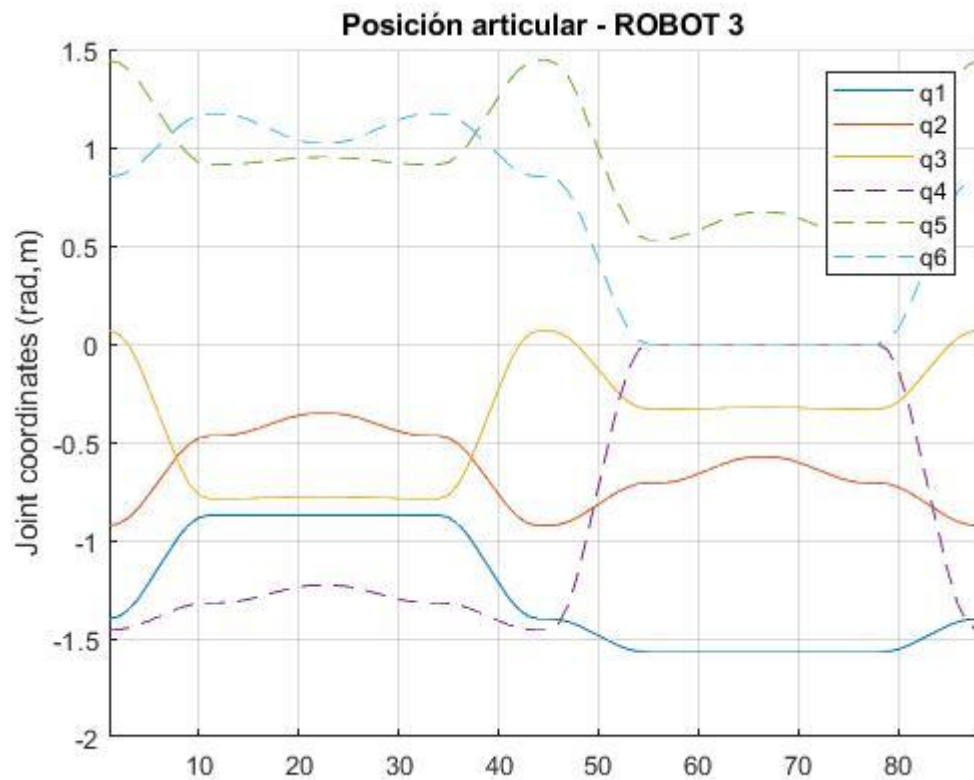


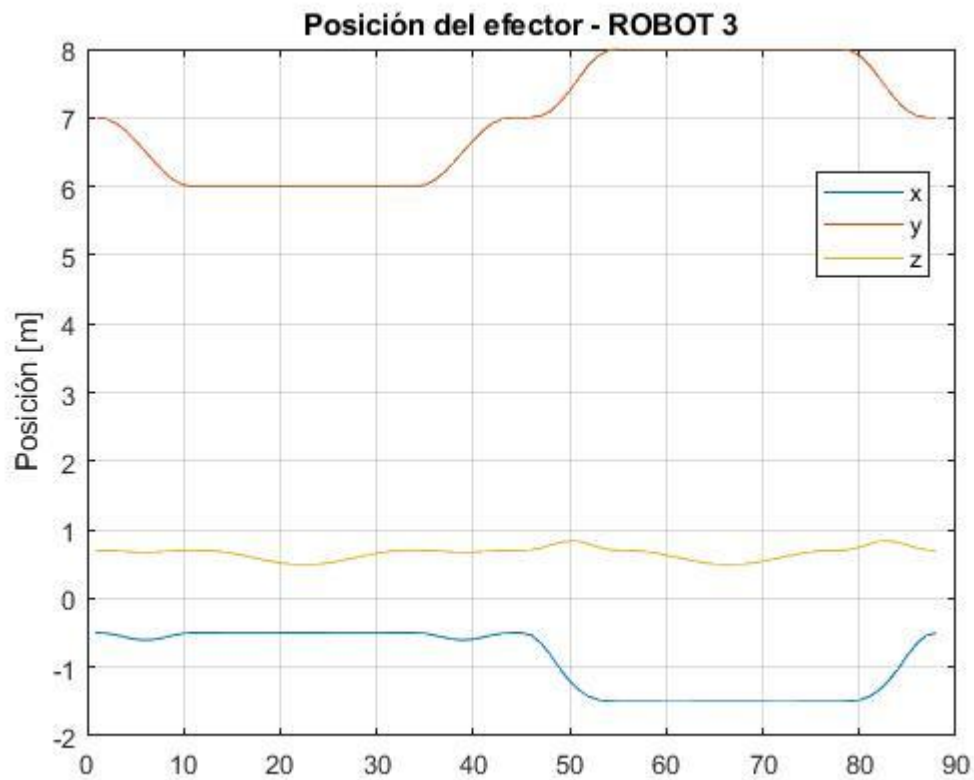
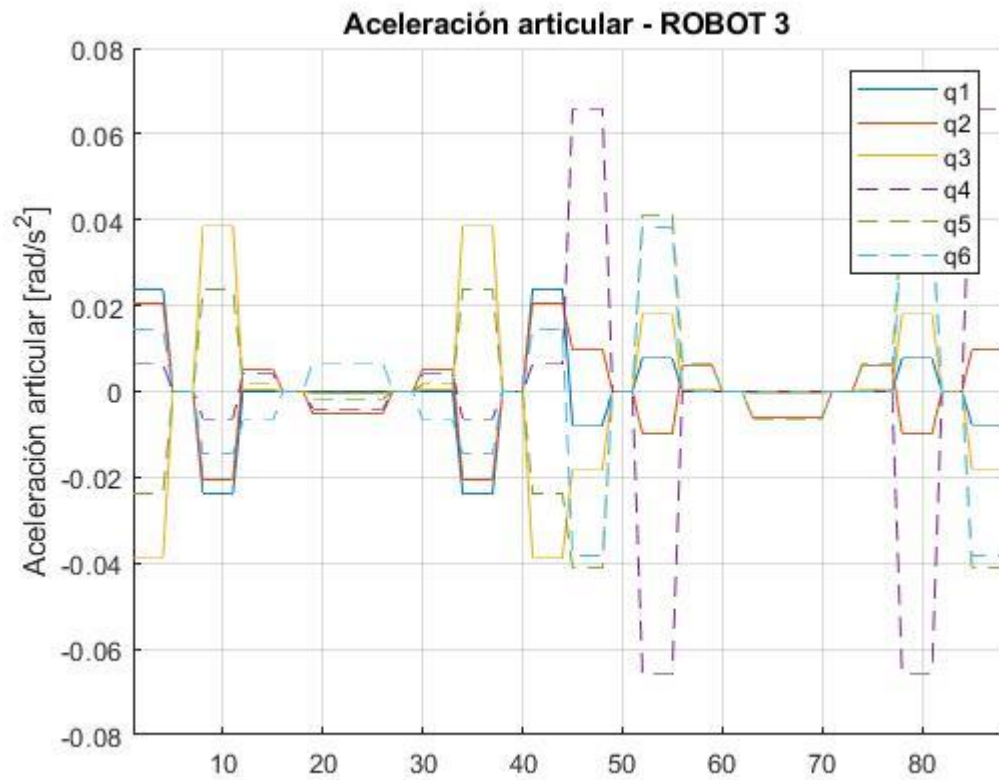
- **Conclusiones Robot 2:**

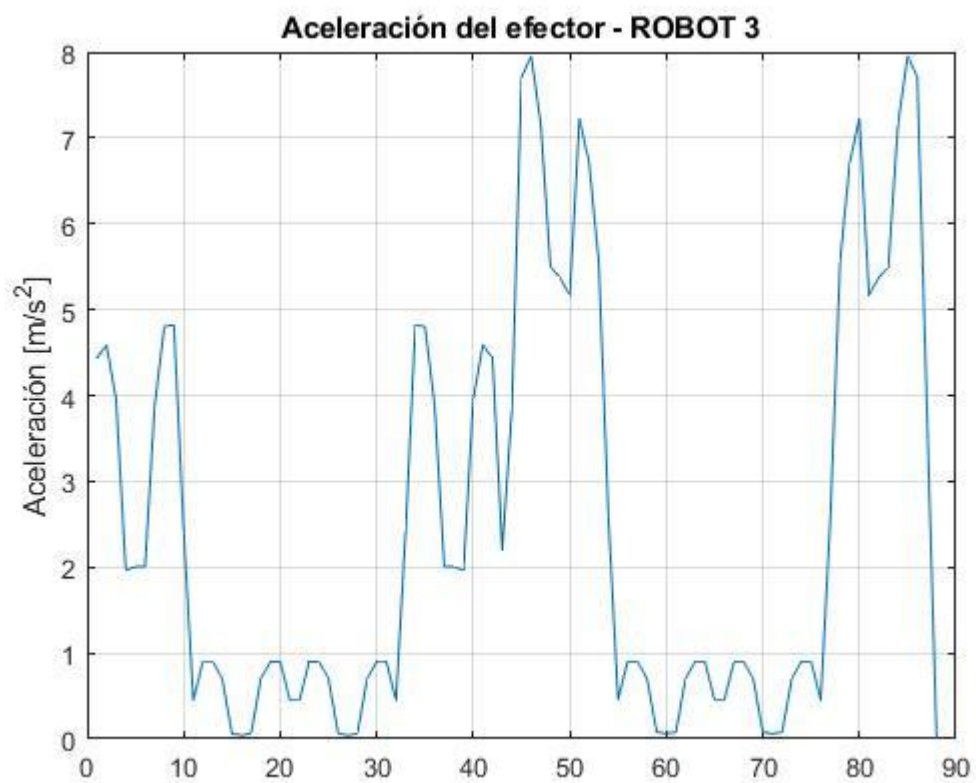
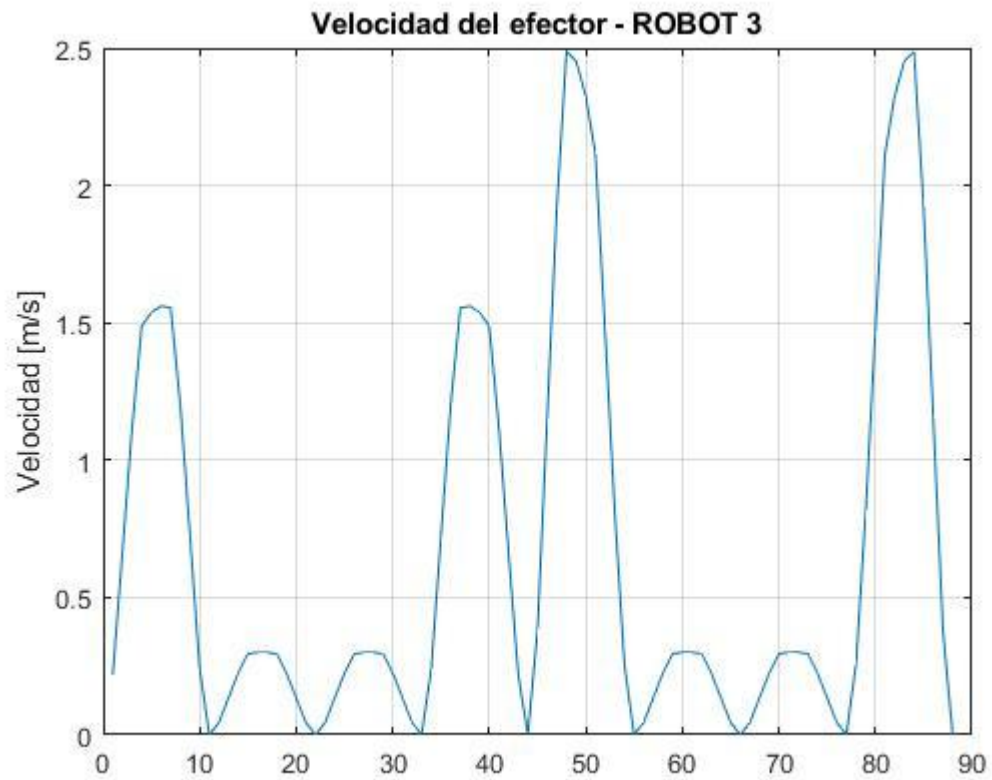
Al igual que con el robot 1, se prefiere la solución obtenida mediante interpolación en el espacio articular, ya que la solución obtenida mediante *ctrj* (interpolación en el espacio cartesiano) presenta picos de aceleración con amplitudes mucho mayores que en el otro caso.

### ROBOT 3:

- Interpolación Articular:

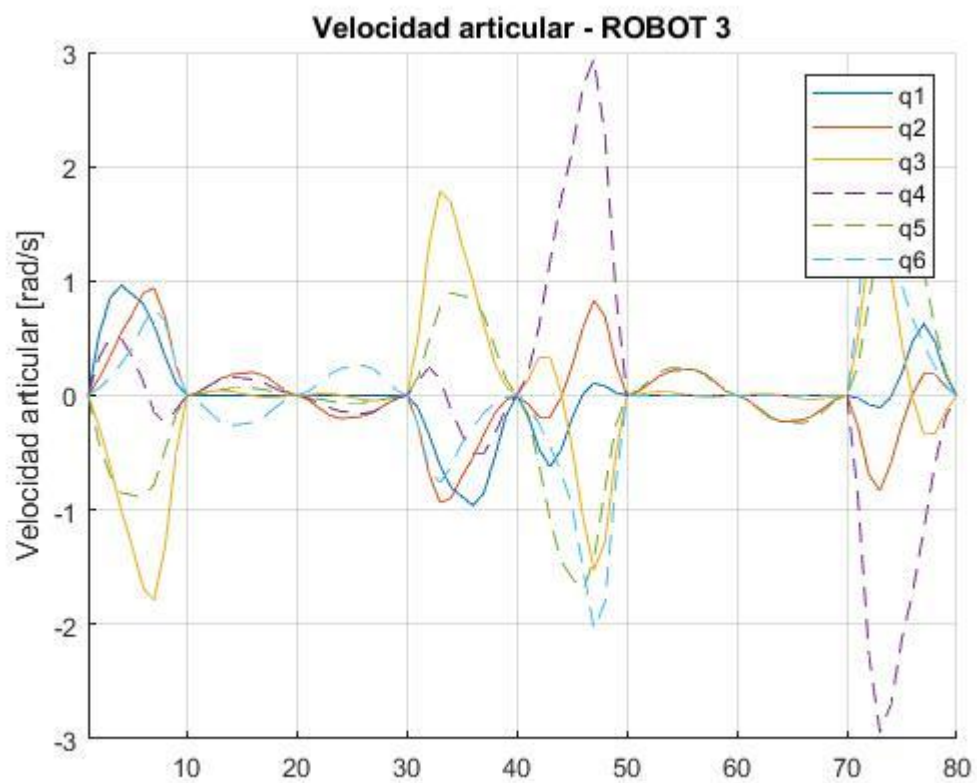
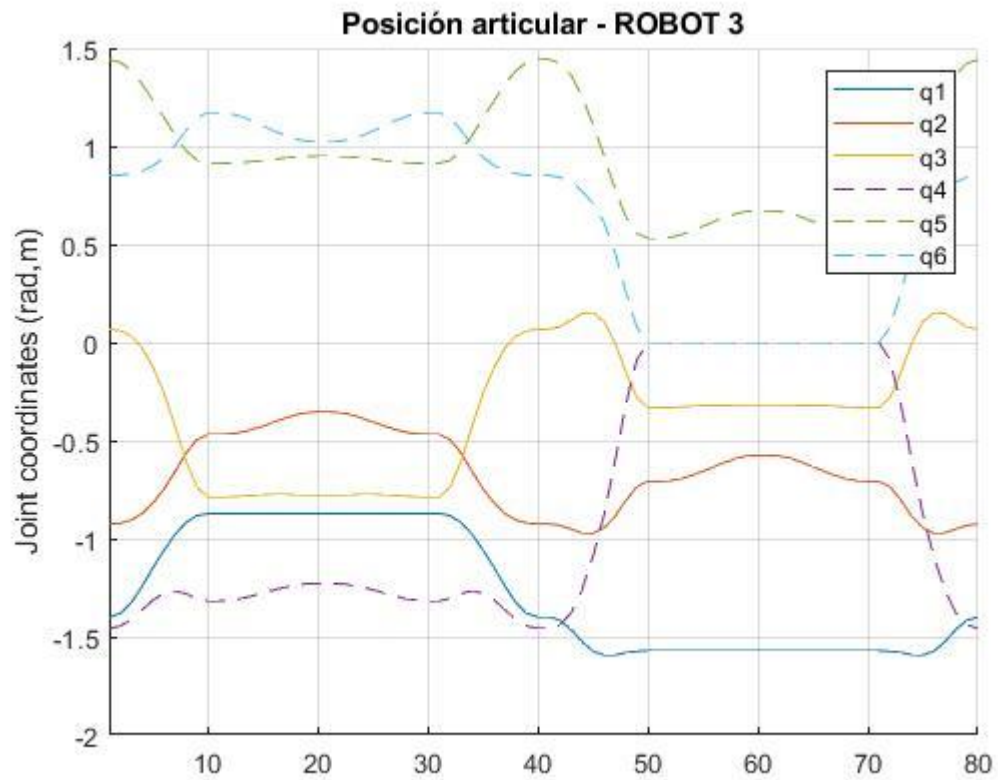


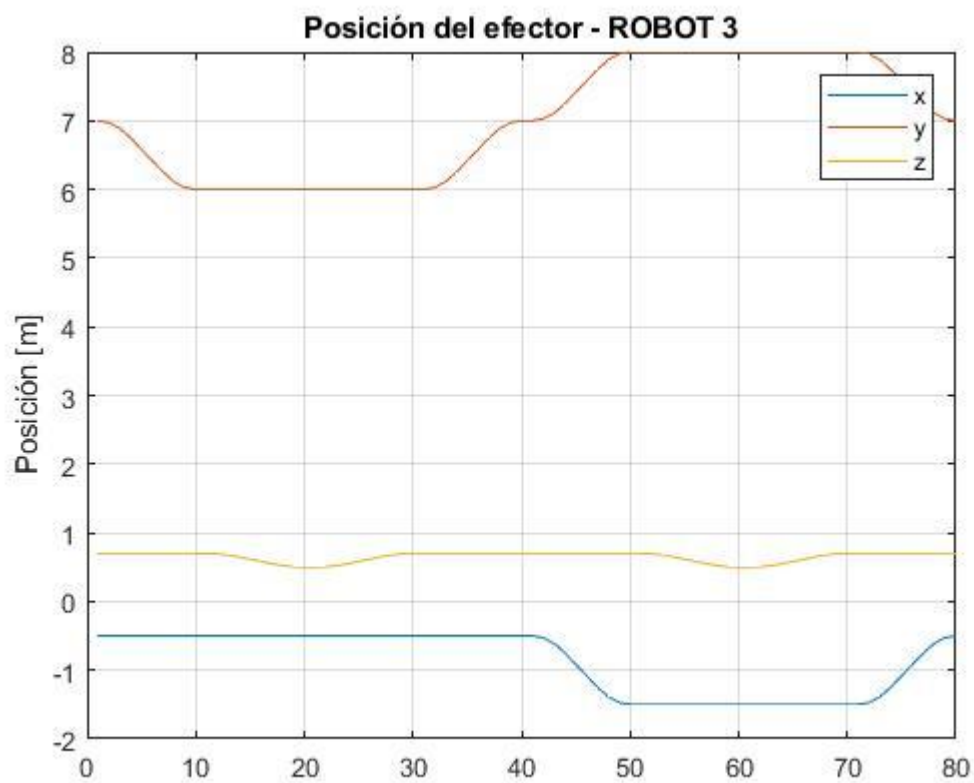
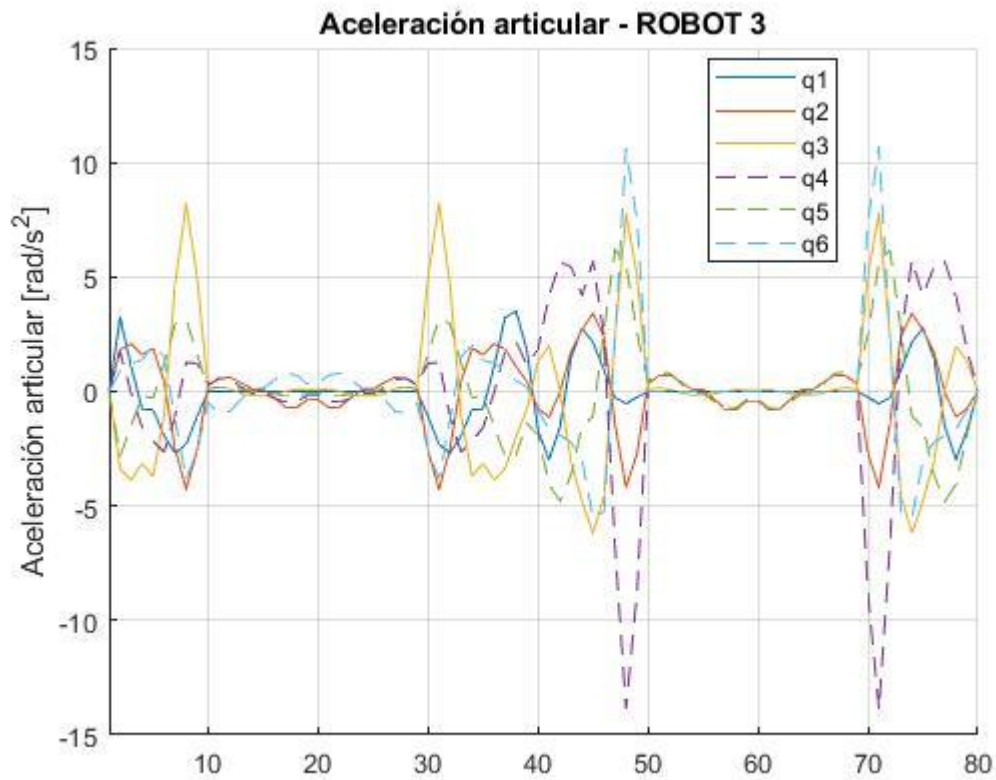




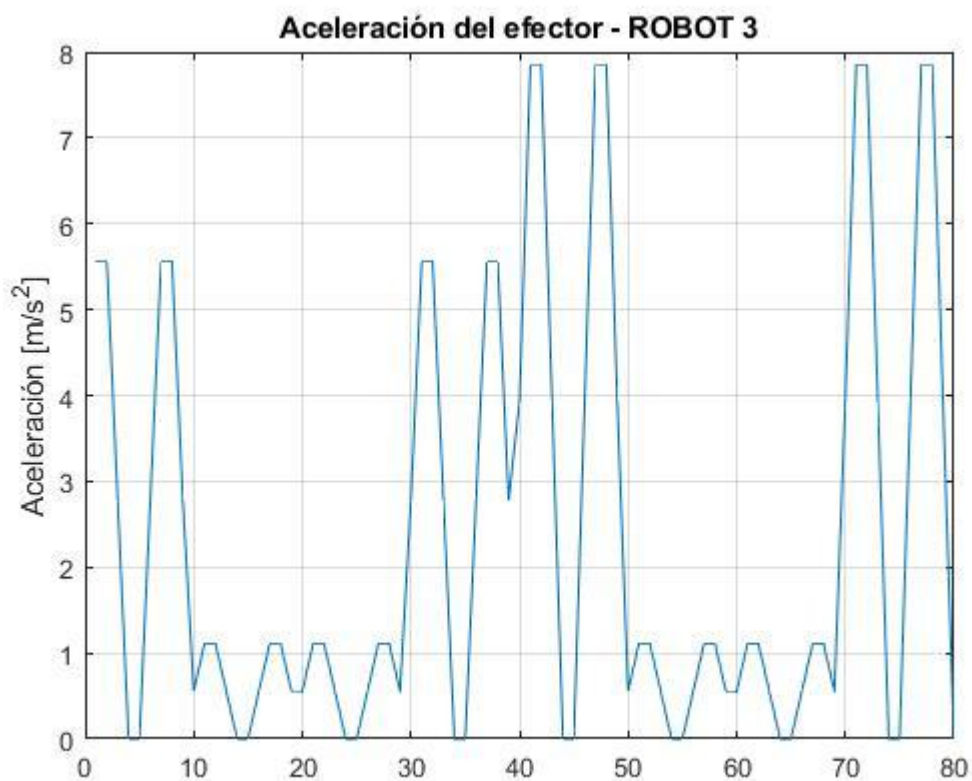
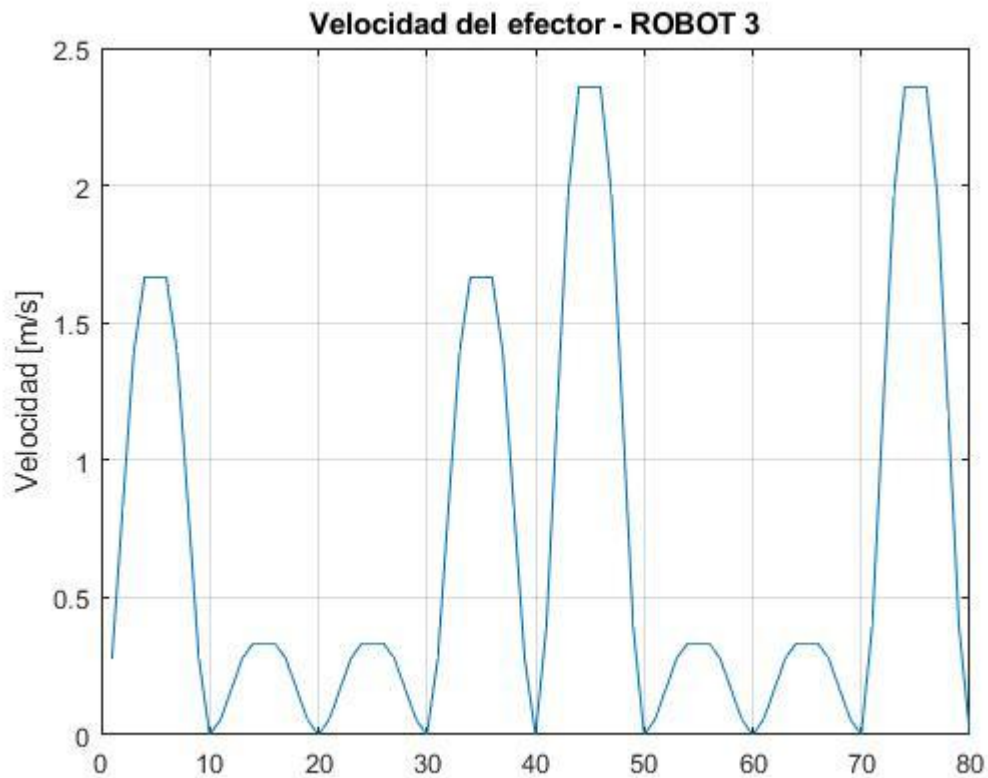
- **Interpolación Cartesiana:**











- **Conclusiones Robot 3:**

Al igual que con el robot 1 y 2, se prefiere la solución obtenida mediante interpolación en el espacio articular, ya que la solución obtenida mediante *ctrj*

(interpolación en el espacio cartesiano) presenta picos de aceleración con amplitudes mucho mayores que en el otro caso.