Universidade Estadual de Feira de Santana
Aluno: Bruno Campos de Oliveira Rocha
Matrícula: 19211166
TEC 217 – Métodos Computacionais (Teórica/Prática – TP01)
Professor: Marcos de Araújo Paz
Atividade: Representação numérica / Erros

Questão 1

SPF(2,4,-1,2)

a) $menor = (0.1000...0) \cdot b^{exp\,min} \Rightarrow menor = (0.1000) \cdot 2^{-1}$

b) $maior = (0.[b-1][b-1]....[b-1]) \cdot b^{exp\,max} = (0.1111) \cdot 2^{2}$

c) $(b-1) \cdot b^{n-1} \cdot (exp_{max} - exp_{min} + 1) = (2-1) \cdot 2^{4-1} \cdot (2-(-1)+1)) = 32$

d)

$$exp_{possíveis} = exp_{max} - exp_{min} + 1 = 2 - (-1) + 1 = 4$$

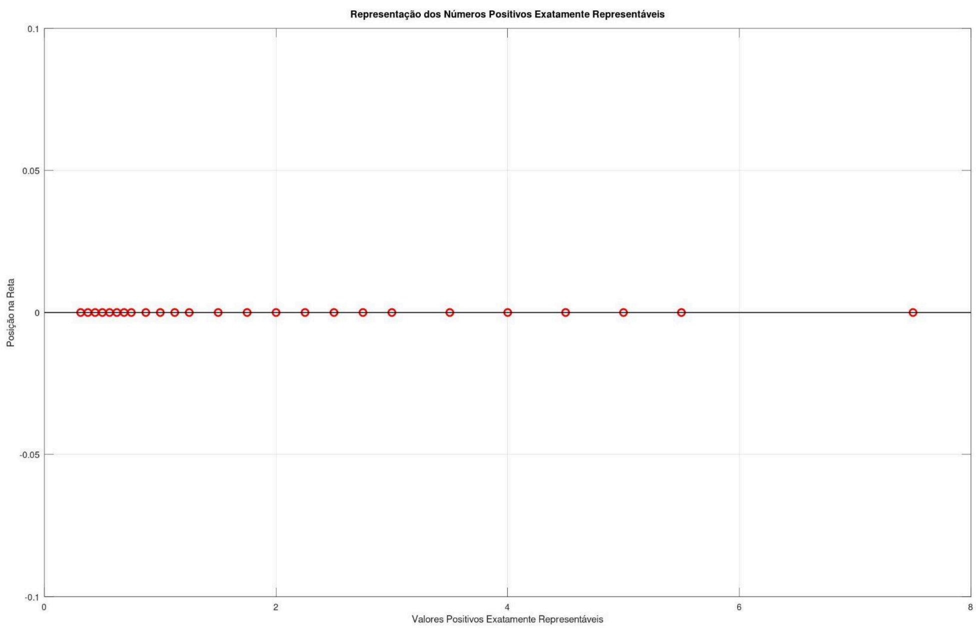
$$mantissas_{+} = (b-1) \cdot b^{n-1} = (2-1) \cdot 2^{4-1} = 8$$

$$NR_{+} = mantissas_{+} \cdot exp_{possíveis} = 8 \cdot 4 = 32$$

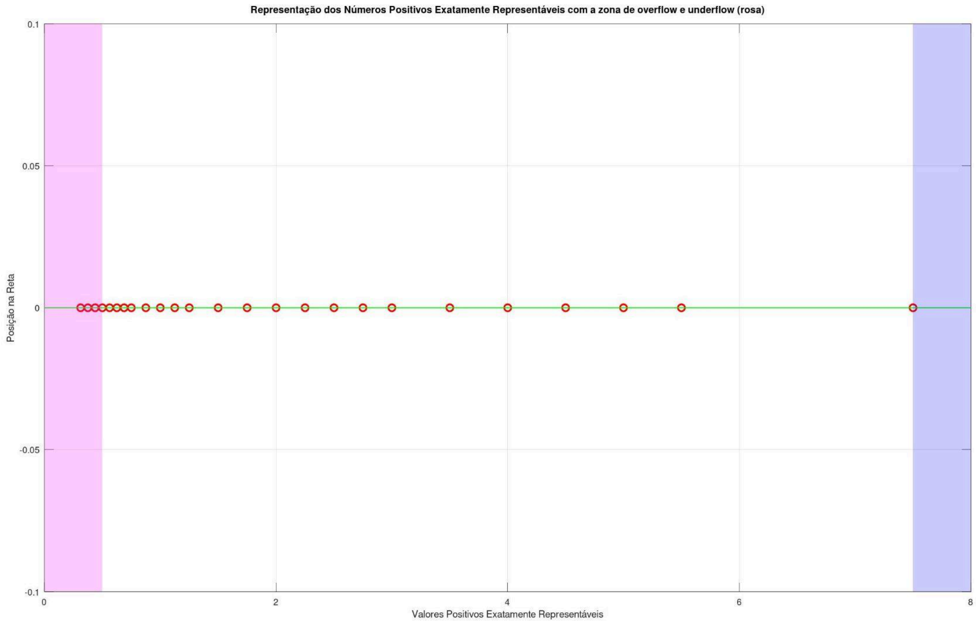
$$NR_{t} = 2NR_{+} + 1 = 2(32) + 1 = 65$$

---

e)



d)



Questão 2

a)

$1011001_{(2)} = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 = 89_{(10)}$

b)

$0,01011_{(2)} = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} = 0,34375_{(10)}$

c)

$110,01001_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} = 6,28125_{(10)}$

Questão 3

$0,1011 \cdot 2^{-1} - 0,1010 \cdot 2^{-1} = 0,0001 \cdot 2^{-1} = 0,1000 \cdot 2^{-4} \Rightarrow 0\ em\ SPF(2,\ 4,\ -3,\ 3)$

Ultrapassa a representação quando normalizado, logo $0,1000 \cdot 2^{-4}$ para $SPF(2,\ 4,\ -3,\ 3)$ é muito pequeno, sendo assim, pode-se tomar o resultado como 0.

Questão 4

$f(x) = \frac{1}{1-3x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x}{(1-3x^2)^2}$

Se $x = 0,577$ então $x^2 = (0,577)^2 = 0.332929 \approx 0.333$

$f'(x) = \frac{6x}{(1-3x^2)^2} \Rightarrow f'(0,577) = \frac{6(0,577)}{(1-3(0,577)^2)^2} = \frac{6(0,577)}{(1-3(0,333))^2} = \frac{6(0,577)}{(1-0,999)^2} = \frac{3,462}{(0,001)^2} = \frac{3,462}{\frac{1}{1000}\cdot\frac{1}{1000}} = \frac{3,462}{\frac{1}{1000000}} = 34$

Se utilizarmos três(3) algarismos significativos com truncamento temos que:
$f'(0,577) = 3462000 = 3,46 \times 10^6$

Se utilizarmos três(4) algarismos significativos com truncamento temos que:
$f'(0,577) = 3462000 = 3,462 \times 10^6$

Ao usar uma precisão menor, como 3 algarismos significativos, observa-se uma diferença significativa nos resultados. O truncamento pode levar a erros significativos, especialmente quando o denominador é muito pequeno e a função resultante é muito grande. Logo, através desse exemplo nota-se dificuldades na avaliação devido ao truncamento, evidenciando principalmente quando a função envolve divisões por números muito pequenos, neste caso por: 1/100000, gerando um número com diversas casas decimais.

Questão 5

a) x = 17534 e y = 21178

$x = 17534 \Rightarrow x = 1,7534 \times 10^4 \Rightarrow Aplicando\ arredondamento\ e\ truncamento\ para\ 4\ dígitos, onde\ 4 < 5$

$x = 21178 \Rightarrow x = 2,1178 \times 10^4 \Rightarrow Aplicando\ arredondamento\ e\ truncamento\ para\ 4\ dígitos,\ onde\ 8 >$

b)

$1,753 \times 10^4 = 17530$

$EA_x = |x - \overline{x}| = |17534 - 17530| = 4$

$2,118 \times 10^4 = 21180$

$EA_y = |x - \overline{x}| = |21178 - 21180| = 2$

$ER_x = \frac{ER_x}{|x|} = \frac{4}{|17534|} \approx 0,000228$

$ER_y = \frac{ER_y}{|y|} = \frac{2}{|21178|} \approx 0,0000944$

c)

$$ER_x = \frac{ER_x}{|x|} = \frac{4}{|17534|} \approx 0,000228$$

$$ER_y = \frac{ER_y}{|y|} = \frac{2}{|21178|} \approx 0,0000944$$

Para arredondamento:

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{-t+1} \Rightarrow \delta = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4+1} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{x}+\bar{y}} ER_x = \frac{17530}{21180+17530} \cdot 0,000228 \approx \frac{399684}{3871}$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}+\bar{y}} ER_y = \frac{21180}{21180+17530} \cdot 0,0000944 \approx \frac{1999392}{3871}$$

Para soma:

$$E_{x \pm y} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x}+\bar{y}} ER_x + \frac{\bar{y}}{\bar{x}+\bar{y}} ER_y \right| + \delta = \left| \frac{399684}{3871} + \frac{1999392}{3871} \right| + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \approx \frac{4798155871}{7742000}$$

Para multiplicação:

$$E_{xy} = \left| ER_x + ER_y \right| + \delta = 0,000228 + 0,0000944 + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \approx 0,0008224$$

Questão 6

Resultados:

```
Termo: 1 | Soma: 1.000000 | Erro Verdadeiro: 39.346934% | Erro Estimativa: Inf%
Termo: 2 | Soma: 1.500000 | Erro Verdadeiro: 9.020401% | Erro Estimativa: 33.333333%
Termo: 3 | Soma: 1.625000 | Erro Verdadeiro: 1.438768% | Erro Estimativa: 7.692308%
Termo: 4 | Soma: 1.645833 | Erro Verdadeiro: 0.175162% | Erro Estimativa: 1.265823%
Termo: 5 | Soma: 1.648438 | Erro Verdadeiro: 0.017212% | Erro Estimativa: 0.157978%
Termo: 6 | Soma: 1.648698 | Erro Verdadeiro: 0.001416% | Erro Estimativa: 0.015795%
Resultado final:
1.6487
```

Código:

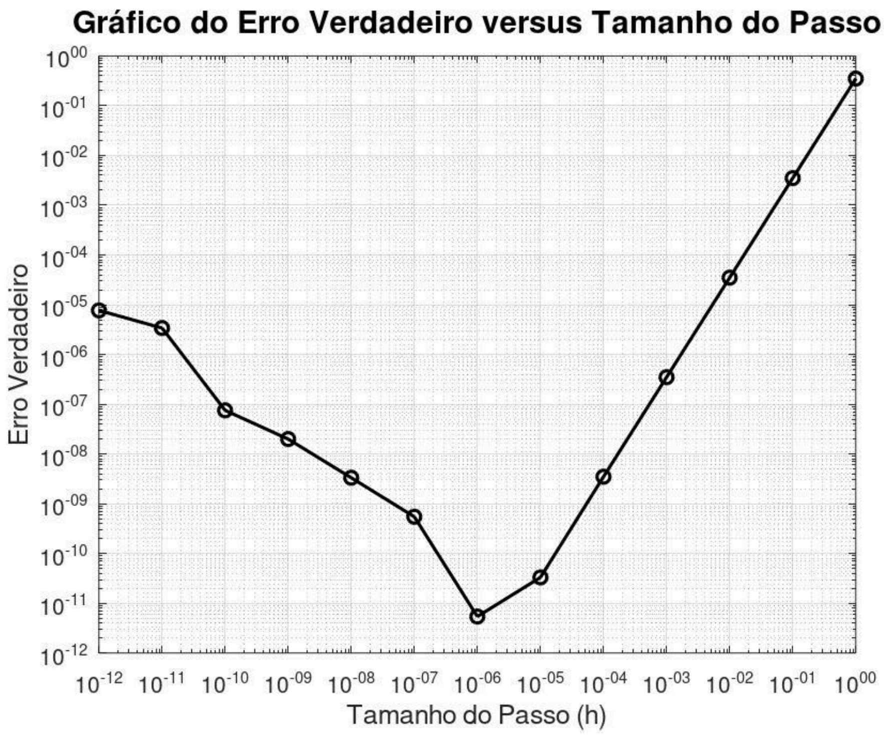
```
function lista2Questao6()

    valorVerdadeiro = exp(0.5);
    x = 0.5;
    Es = 0.05;
    resultado = 0;
    n = 0;

    resultado = calcularSerie(Es, x, n, resultado, valorVerdadeiro);
    disp('Resultado final:');
    disp(resultado);

endfunction

function resultado = calcularSerie(Es, x, n, resultado, valorVerdadeiro)

    resultadoPrev = resultado;
    resultado = resultado + (x^(n)) / factorial(n);
    Et = calcularErroVerdadeiro(valorVerdadeiro, resultado);
    Ea = calcularErroEstimativa(resultado, resultadoPrev);

    fprintf('Termo: %d | Soma: %.6f | Erro Verdadeiro: %.6f%% | Erro Estimativa: %.6f%%\n', ...
            n+1, resultado, Et, Ea);

    if (Ea <= Es)
        return;
    else
        resultado = calcularSerie(Es, x, n + 1, resultado, valorVerdadeiro);
    end
endfunction

function Et = calcularErroVerdadeiro(valorVerdadeiro, resultadoAtual)

    Et = (abs((valorVerdadeiro - resultadoAtual) / valorVerdadeiro)) * 100;

endfunction

function Ea = calcularErroEstimativa(resultadoAtual, resultadoPrev)

    if resultadoPrev == 0
        Ea = Inf;
    else
        Ea = (abs((resultadoAtual - resultadoPrev) / resultadoAtual)) * 100;
    end
endfunction

lista2Questao6();
```

Questão 7

Resultados:

Tamanho do Passo	Diferença Finita	Erro Verdadeiro
1.000000e+00	-1.262500e+00	3.500000e-01
1.000000e-01	-9.160000e-01	3.500000e-03
1.000000e-02	-9.125350e-01	3.500000e-05
1.000000e-03	-9.125004e-01	3.500000e-07
1.000000e-04	-9.125000e-01	3.499850e-09
1.000000e-05	-9.125000e-01	3.317835e-11
1.000000e-06	-9.125000e-01	5.422884e-12
1.000000e-07	-9.125000e-01	5.496886e-10
1.000000e-08	-9.125000e-01	3.336092e-09
1.000000e-09	-9.125000e-01	1.998944e-08
1.000000e-10	-9.125001e-01	7.550059e-08
1.000000e-11	-9.125034e-01	3.406170e-06
1.000000e-12	-9.124923e-01	7.696061e-06

Gráfico:



Código:

```
f = @(x) -0.1*x.^4 - 0.15*x.^3 - 0.5*x.^2 - 0.25*x + 1.2;
fD = @(x) -0.4*x.^3 - 0.45*x.^2 - 1.0*x - 0.25;

xi = 0.5;

h = 1;

n = 13;

h_valores = 10 .^ linspace(0, -12, n);

dFFinitaCentrada = zeros(size(h_valores));
erroVerdadeiro = zeros(size(h_valores));

for i = 1:length(h_valores)
    h = h_valores(i);
    dFFinitaCentrada(i) = (f(xi + h) - f(xi - h)) / (2*h);
    erroVerdadeiro(i) = abs(fD(xi) - dFFinitaCentrada(i));
end

disp('  Tamanho do Passo  |  Diferença Finita  |  Erro Verdadeiro  ');
disp('---------------------------------------------------------');
for i = 1:length(h_valores)
    fprintf('%e | %e | %e\n', h_valores(i), dFFinitaCentrada(i), erroVerdadeiro(i));
end

figure;
loglog(h_valores, erroVerdadeiro, '-ok', 'MarkerSize', 6, 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Tamanho do Passo (h)', 'FontSize', 12);
ylabel('Erro Verdadeiro', 'FontSize', 12);
title('Gráfico do Erro Verdadeiro versus Tamanho do Passo', 'FontSize', 14);
grid on;
set(gca, 'Color', 'w');
set(gcf, 'Color', 'w');

ax = gca;
ax.XAxis.Exponent = 0;
ax.YAxis.Exponent = 0;
```