

# Trabalho Final de Matemática Discreta

## Parte 1

Prof. Me. Júnior César Bonafim

**1.** (Enem – 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

Justifique.

**2.** Considere o conjunto  $A = \{2, 5, 6, 8, 12, 13, 15, 20, 22, 24, 28, 31\}$ . Qual o número de subconjuntos de três elementos de  $A$  cuja soma de seus elementos é um número ímpar?

**3.** Um código de identificação para certos produtos deve conter 5 algarismos distintos seguidos de 2 letras quaisquer. Quantos são os possíveis códigos? (Considere o alfabeto com 26 letras).

**4.** Mostre que 
$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} = 0$$

**5.** Utilize o exercício 4 para mostrar que um conjunto não vazio possui o mesmo número de subconjuntos com número par de elementos e número ímpar de elementos.

6. (ITA) O número de soluções inteiras, maiores ou iguais a zero, da equação

$$x + y + z + w = 5 \text{ é:}$$

a) 36

b) 48

c) 52

d) 54

e) 56

Justifique.

7. Quantos números inteiros positivos menores que 1.000.000 tem soma de seus dígitos igual a 19?

8. Suponha que todos os anagramas da palavra BACON foram ordenados alfabeticamente. Qual a última letra do 86º anagrama desta lista?

9. Seja P um polígono convexo com n lados. Calcule o número de polígonos convexos cujos vértices são vértices de P.