Exercício 1

Considere um reservatório contendo inicialmente 500 litros de água. Uma bomba passa a adicionar a este reservatório uma solução de água e sal cuja concentração é de 40 gramas por litro a uma taxa constante de 30 litros por minuto.

a) Escreva uma função que determine a concentração de sal no tanque de acordo com o tempo.

b) Calcule a concentração de sal aos 2 minutos, 20 minutos e 1 hora de funcionamento da bomba.

c) Quanto tempo será necessário para que a concentração atinja 15g/l?

1) a) $C(t) = \frac{40 \cdot 30t}{500+30t} = \frac{120t}{50+3t}$

b) $C(2) = \frac{2400}{560} \to \frac{120}{28} \to \frac{60}{14} \to \frac{30}{7}$ //

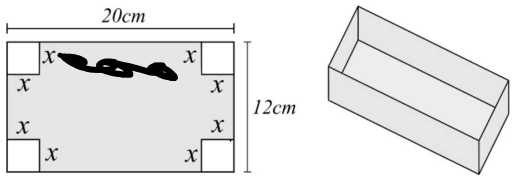
$C_1(20) = \frac{2400}{110} \to \frac{1200}{55} \to \frac{240}{11}$ //

$C_1(60) = \frac{7200}{230} \to \frac{720}{23}$ //

c) $15 = \frac{120t}{50+3t} \to 750 + 45t = 120t \to 75t = 750 \to t = 10m$ //

Exercício 2

Uma caixa sem tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12cm por 20cm. Para isso, quadrados de lados x devem ser cortados em cada canto e depois dobra-se conforme a figura. Expresse o volume V da caixa em função de x.



$$A_e = x(20-2x)\cdot 2 + 2x(12-2x) + (20-2x)(12-2x)$$

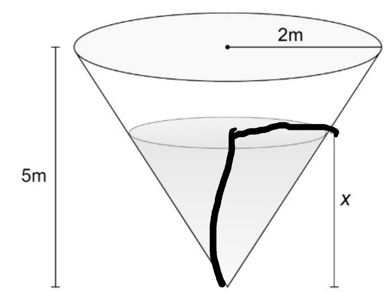
$$=(20-2x)(\cancel{2x}+12-\cancel{2x}) + 2x(12-2x) \Rightarrow 240 - \cancel{24x} + \cancel{24x} - 4x^2$$

$$= 240 - 4x^2$$

$V_t =$

Exercício 3

Determine uma função que forneça o volume em litros presente em um reservatório em formato de cone invertido com 2 metros de raio da base e 5 metros de altura dado o nível x do líquido no reservatório. Qual o domínio da função encontrada? Qual o volume para um nível 3 metros?



$$V_t = 4\pi \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{r}{x} \Rightarrow r = \frac{2}{5}x \Rightarrow V_0 = \pi r^2 \cdot x \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi x}{3} \cdot \frac{4}{25}x^2 = \frac{4\pi x^3}{75}$$

a) $V_0(t) = \frac{4\pi x^3}{75}$ //

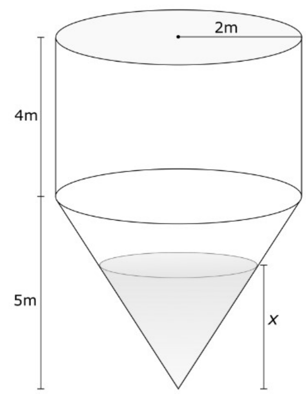
a) $V_0(t) = \dfrac{4\pi x^3}{75}$ //

b) $D(V_0(t)) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 5 \geq x \geq 0\}$ //

c) $V_0(3) = \dfrac{4\pi \cdot 27}{75} = \dfrac{108\pi}{75}\, m^3$ //

Exercício 4

Suponha agora um reservatório como na figura a seguir. Determine uma função que forneça o volume presente em litros dado o nível x no reservatório.



Para $x \in \,]0;5[\,$: $V_0(t) = \dfrac{4\pi x^3}{75}\, m^3$

Para $x \in \,]5;9[\,$: $V_0(t) = \dfrac{20\pi}{3} + (x-5) \cdot 4\pi\, m^3$

Exercício 5

Esboce os gráficos das funções a seguir.

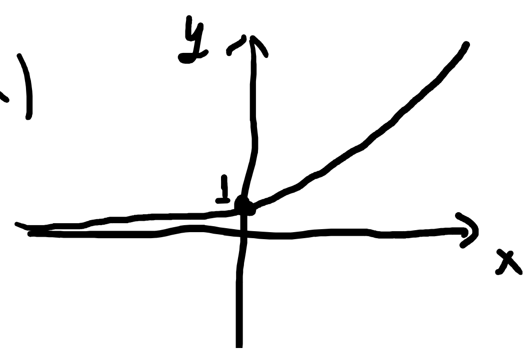
a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = -x^2 + 2x$

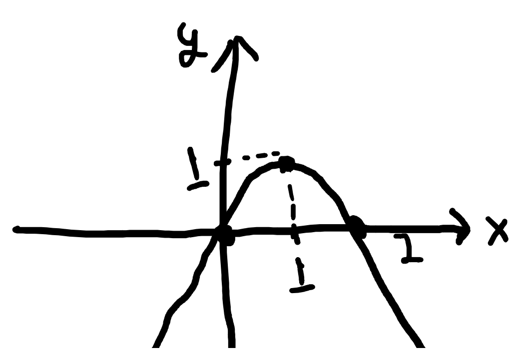
$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-(4)}{-4} = 1$

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = 1$

a)



b)



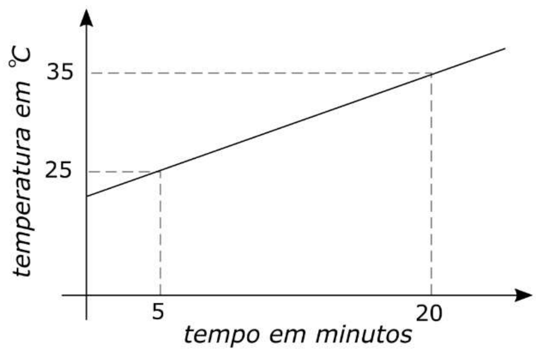
Exercício 1

O gráfico abaixo apresenta a evolução da temperatura (em $^\circ C$) em certo processo químico em função do tempo medido em minutos.

a) Determine a função que modela a situação acima. (considere o gráfico dado como uma reta)

b) Qual a temperatura após 10 minutos?

c) Quanto tempo será necessário para que a temperatura atinja $32^\circ C$?



a) $f(x) = ax + b$ $\begin{cases} 35 = 20a + \cancel{b} \\ 25 = 5a + \cancel{b} \end{cases}$ $\ominus$ $\rightarrow 10 = 15a \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

$25 = \frac{10}{3} + b \Rightarrow b = \frac{65}{3}$

$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{65}{3}$

b) $f(10) = \frac{20}{3} + \frac{65}{3} = \frac{85}{3}$ °C //

c) $32 = \frac{2}{3}x + \frac{65}{3} \Rightarrow 2x = 96 - 65 = 31 \Rightarrow x = 15{,}5$ minutos //

Exercício 2

A relação entre a demanda mensal q e o preço x para um certo produto é $q = -0,2x + 100$.

a) Qual o preço que torna a receita mensal máxima?

b) Qual a receita máxima?

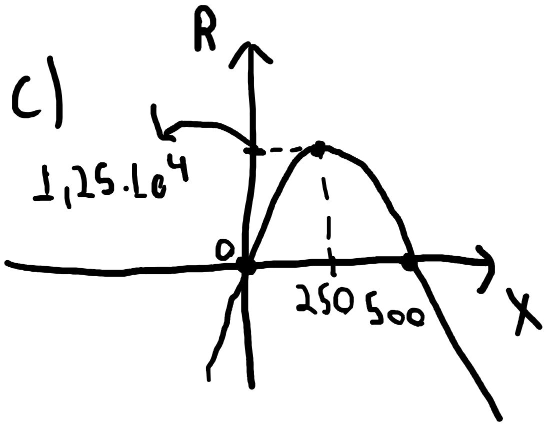
c) Esboce o gráfico da função receita mensal.

a) $R = qx = -0{,}2x^2 + 100x$ $\quad (-0{,}2x + 100)$

$x(R_{máx}) = \frac{-b}{2a} = \frac{+100}{+0{,}4} = 250$ //

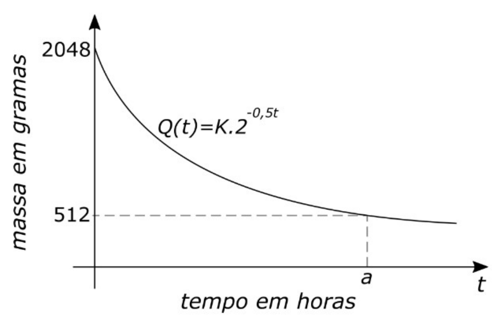
b) $R_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{+(10000)}{+0,8} = \frac{100000}{8} = \frac{10}{8}\cdot 10^4 = 1,25\cdot 10^4$ //

c)



Exercício 3

Considere o gráfico abaixo relacionado à decomposição de certa substância onde t é o tempo em horas, $Q(t)$ é a massa da amostra em gramas e K é uma constante. Determine K e a.



$$Q(t) = k\cdot 2^{-\frac{1}{2}t} \quad \begin{cases} 2048 = K\cdot 2 \Rightarrow \boxed{K = 2^{10}} \\ 2^9 = 2^{10}\cdot 2^{-\frac{1}{2}\cdot a} \Rightarrow -\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow \boxed{a = -2} \end{cases}$$

Exercício 4

Considere a mesma função do exercício anterior. Qual o tempo necessário para que a massa da amostra atinja 700 gramas?

$$Q(t) = 2^{10}\cdot 2^{-\frac{1}{2}t} \Rightarrow \frac{700}{2^{10}} = 2^{-\frac{1}{2}t} \Rightarrow \log_2\left(\frac{700}{2^{10}}\right) = -\frac{1}{2}t$$

$t = 2(\log_2 700 - 10) = 2(\log_2 175 - 8) = 2(\log 7 + 2\log 5 - 8)$ //

$t = 2(\log_2 175 - 8)$ //

Exercício 5

Determine $f \circ g$ em cada caso abaixo.

a) $f(x) = x^3 - 3x$ e $g(x) = \dfrac{2}{x}$

b) $f(x) = \operatorname{sen} x$ e $g(x) = \sqrt{x}$

a) $f \circ g(x) = \dfrac{8}{x^3} - \dfrac{6}{x}$

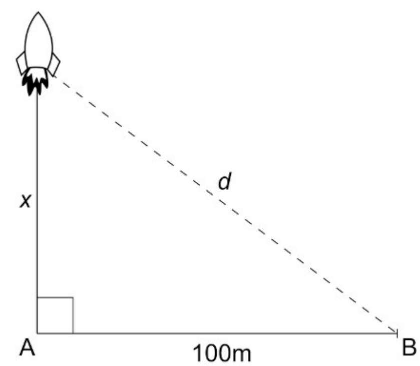
b) $f(x) = \operatorname{sen}(\sqrt{x})$

Exercício 6

Um objeto parte do ponto A e se move perpendicularmente ao segmento AB com velocidade constante igual a 5m/s como ilustrado na figura abaixo.

a) Determine uma função que forneça a distância do objeto ao ponto B em termos da distância x do objeto ao ponto A.

b) Determine uma função que forneça a distância do objeto ao ponto B em termos do tempo de movimento do objeto, considerando como instante zero o momento em que o objeto parte do ponto A.



a) $d^2 = x^2 + 10^4 \Rightarrow d = \sqrt{x^2 + 10^4}$ //

b) $d^2 = 25t^2 + 10^4 \Rightarrow d = \sqrt{25t^2 + 10^4}$ //