המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

עבודת בית מס' 3

הוראות הגשה: (אי קיום הוראות אלו עלול לגרום להורדת ציון!)

1. **יש להגיש עד תאריך 21/01/26 בשעה 22:00 למטלה הקשורה במודל בלבד.**
2. **יש להגיש בקובץ PDF אחד, מרוכז, ברור ונקי.**
3. **אין להגיש בשום פנים ואופן למייל של מרצה או מתרגל – אך ורק למודל.**
4. **ניתן להגיש בזוגות אך לא בקבוצות גדולות יותר. (במידה ומוגש כעבודה זוגית, יש לרשום את שמות המגישים ואת מספרי הזהות שלהם).**
5. **לא יתקבלו עבודות שהוגשו באיחור.**
6. **במקרה של העתקה מלאה או חלקית של העבודה (מסטודנטים אחרים, מהאינטרנט או מכל מקום אחר), יינתן ציון 0 על העבודה של כלל הסטודנטים המעורבים והם יועלו לוועדת משמעת.**

שאלה 1

הוכיחו את הטענות הבאות:

א) לכל שתי בעיות A ו- B, אם $A \leq_P B$ ו- $B \in NP$, אזי $A \in NP$.

ב) לכל 3 בעיות A, B ו- C, אם $A \leq_P B$ וגם $B \leq_P C$ אזי $A \leq_P C$.

ג) אם B היא בעיה NP-שלמה וגם $B \in CO\text{-}NP$, אזי $NP = CO\text{-}NP$.

שאלה 2

בעיית $2\text{-}color$ מוגדרת באופן הבא:

בהינתן גרף $G=(V,E)$, האם ניתן לצבוע את הקודקודים של הגרף בשני צבעים כך שכל צלע מחברת שני קודקודים בצבעים שונים? הוכיחו כי $2\text{-}color \in P$.

שאלה 3

בעיית $DominatingSet$ (קבוצה שלטת) מוגדרת באופן הבא:

בהינתן גרף $G=(V,E)$ לא מכוון ומספר k, האם קיימת תת-קבוצה של קודקודים $D \subseteq V$ בגודל k כך שלכל קודקוד $u \notin D$, קיים קודקוד $v \in D$, כך $(u,v) \in E$?

א) בנו אלגוריתם אימות פולינומיאלי עבור $DominatingSet$.

ב) בנו מ"ט א"ד המכריעה את $DominatingSet$ בזמן פולינומיאלי.

ג) הוכיחו כי $VertexCover \leq_P DominatingSet$.

<u>בעיית *VertexCover* (כיסוי בקודקודים) שנלמדה בכיתה:</u> בהינתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ ומספר k, האם קיימת תת-קבוצה של קודקודים $C\subseteq V$ בגודל k כך שלכל צלע $(u,v)\in E$, מתקיים $u\in C$ או $v\in C$?

<u>שאלה 4</u>

בעיית *Partition* מוגדרת באופן הבא:

בהינתן קבוצת מספרים $A=\{a_1,a_2,....,a_n\}$, האם קיימת חלוקה של A לשתי קבוצות A_1 ו- A_2 כך ש-

- $A_1\cap A_2=\phi$
- $A_1\cup A_2=A$
- $\sum_{a_i\in A_1}a_i=\sum_{a_i\in A_2}a_i=\frac{1}{2}\cdot\sum_{a_i\in A}a_i$

א) בנו מ"ט א"ד המכריעה את *Partition* בזמן פולינומיאלי.

ב) בנו אלגוריתם אימות פולינומיאלי עבור *Partition*.

ג) הוכיחו כי $Partition \le_P SubSetSum$.

<u>בעית *SubSetSum*</u> (שנלמדה בכיתה)

<u>קלט:</u> קבוצת מספרים $S=\{x_1,x_2,....,x_n\}$ ומספר T.

<u>פלט:</u> האם קיימת תת-קבוצה של S שסכום איבריה T?

הדרכה לרדוקציה: בהינתן קלט $<S,T>$ עבור *SubSetSum*, חלקו לשני מקרים לפי $T\le\frac{1}{2}\cdot\sum_{x_i\in S}x_i$ ו- $T>\frac{1}{2}\cdot\sum_{x_i\in S}x_i$ ובהתאם לכל מקרה הוסיפו מספר נוסף L ל- S כדי ליצור קלט $<A>$ עבור *Partition*.

בהצלחה!