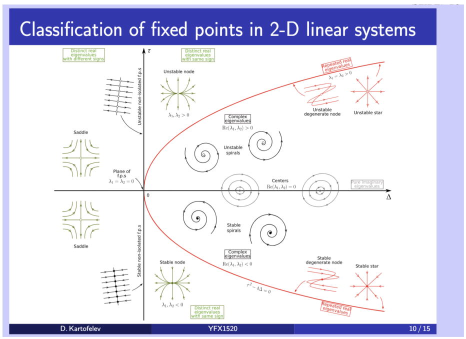


二维线性系统

$\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq 0$

两个特征值都为实数

$\lambda_2 < \lambda_1 < 0$

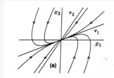
两个特征值都为负.

称 λ_2 为快特征值(fast)，而 λ_1 为慢特征值(slow).

$\mathbf{v}_2$ 为快特征向量，而 $\mathbf{v}_1$ 为慢特征向量.

x=(0,0) 成为 稳定结点（stable node）

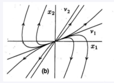
轨迹线与慢特征向量相切，与快特征平行



$\lambda_2 > \lambda_1 > 0$

两个特征值都为正

此时相图和稳定结点的特征相似但轨线方向相反. 不动点原点称为非稳定结点unstable node



$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$

两个特征值符号相反

λ_2 = 稳定特征值

λ_1 = 非稳定特征值

V2 = 稳定向量

V1 = 非稳定向量

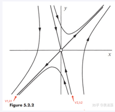
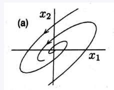


Figure 5.2.2

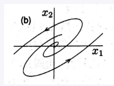
$\lambda_{1,2} = \alpha \pm iw$

特征值为复数

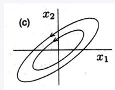
当 $\alpha = Re(\lambda) < 0$ 时，指数衰减振荡，平衡点原点称为稳定焦点(**stable spiral**)；



当 $\alpha > 0$ 时，指数增长振荡，平衡点原点称为非稳定焦点(**unstable spiral**)；



当 $\alpha = 0$ 时，稳定振荡，平衡点称为中心(**center**).



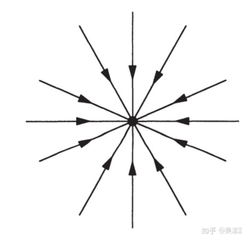
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \neq 0$

多重非零特征值

这时矩阵形如

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

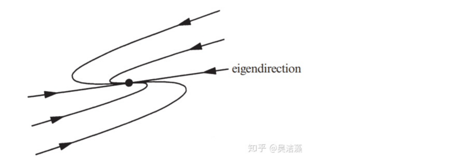
在 $\lambda > 0$ 时为非稳定结点， $\lambda < 0$ 时为稳定结点.



形如 $A = \begin{pmatrix} \lambda & b \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ 且 $b \neq 0$ 的矩阵,

在 $t \to +\infty$ 和 $t \to -\infty$ 时，所有轨线都趋于平行唯一的特征方向.

这种结点不再具有普通结点的渐近快慢特性(所有轨线在 $t \to +\infty$ 时与慢特征方向平行，在 $t \to -\infty$ 时与快特征方向平行).



一个特征值为零或两个特征值都为零

如果是一个特征值为零，设 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0$， 此时 $\mathbf{v}_1$ 生成 A 的零空间,

轨线可能收敛于或发散于平衡点子空间.

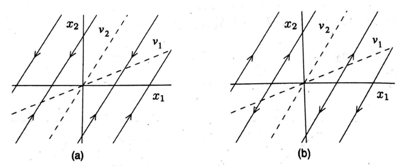


图 2.10　相图。(a) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$; (b) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 > 0$

当两个特征值均为零时，轨线从平衡点子空间以外出发，平行于平衡点子空间移动.

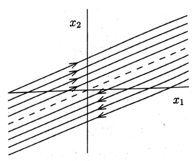


图 2.11　$\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ 时的相图