Методы нейроинформатики / Под. ред. А.Н. Горбаня, КГТУ, Красноярск, 1998. 205 с.

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ КИНЕТИЧЕСКОЙ МАШИНЫ КИРДИНА

Е.О.Горбунова
Институт вычислительного моделирования СО РАН,
Красноярский государственный технический университет
660036, *Красноярск*-36, *ИВМ СО РАН,*
E-mail: gkat@cc.krascience.rssi.ru

Рассматривается новая ансамблевая модель параллельных мелкозернистых вычислений – кинетическая машина Кирдина (КМК). Доказывается, что детерминированная КМК является эффективным вычислителем. Приводится метод реализации частично-детерминированной КМК при помощи специально устроенной системы машин Тьюринга. Дается понятие о статистической реализации КМК.

Кинетическая машина Кирдина является моделью вычислений в условиях идеального мелкозернистого параллелизма. В предыдущей статье было дано понятие кинетической машины Кирдина и рассмотрены критерии финитности и детерминированности. Неформально, сводя полученные результаты, можно сказать, что команды распада и прямой замены недетерминированы, если выполнены условия 1&2 или 1&3 из следующего списка.

1. Заменяемая цепочка *v* имеет разложение типа *aba*, т.е. начало и конец ее совпадают.
2. В словах, к которым применимы эти команды, встречаются цепочки вида *ababa*, т.е. цепочку *v* можно выделить двумя способами.
3. В словах, полученных после применения этих команд, встречаются цепочки вида *ababa*, т.е. цепочку *v* можно выделить двумя способами.

Для программ, состоящих из произвольного числа команд распада и прямой замены, эти критерии легко обобщаются.

Программа, состоящая из команд синтеза, всегда финитна и в общем случае недетерминирована.

Мы предполагаем, что КМК будет носить универсальный характер. В связи с этим возникает вопрос, как КМК соотносится со стандартными последовательными формализмами.

Существует много формальных способов описания последовательных алгоритмов. Например, следующие:

1. Машины Тьюринга.
2. Грамматики Хомского типа 0.
3. Нормальные алгоритмы Маркова.
4. Системы Поста.
5. Большинство языков программирования.

Алгоритм, записанный в одном из этих формализмов, можно промоделировать алгоритмом, записанным в любом другом из них. В этом смысле все перечисленные формализмы эквивалентны. Далее мы промоделируем работу машины Тьюринга с помощью кинетической машины Кирдина. МТ детерминирована, следовательно соответствующая ей КМК также будет детерминирована и будет состоять только из команд прямой замены. Такую КМК мы будем моделировать с помощью нормальных алгоритмов Маркова (НАМ). Отсюда получим алгоритмическую универсальность КМК, поскольку существует тезис Чёрча-Тьюринга, который говорит, что любой вычислительный процесс, который можно разумно назвать алгоритмом, можно промоделировать на машине Тьюринга.

Сначала дадим кратко понятие о МТ и НАМ.

Машина Тьюринга состоит из:

1) управляющего устройства, которое может находиться в одном из состояний, образующих конечное множество $Q=\{q_1,...,q_n\}$. Среди состояний выделены начальное состояние q_1 и заключительное состояние q_z;

2) бесконечной ленты, разбитой на ячейки, в каждой из которых может быть записан один из символов конечного алфавита $A=\{a_1,...,a_m\}$. В начальный момент времени только конечное число ячеек ленты заполнено непустыми символами, остальные ячейки содержат пустой символ λ;

3) считывающей и пишущей головки, которая в каждый момент времени обозревает ячейку ленты, в зависимости от символа в этой ячейке и состояния управляющего устройства записывает в ячейку символ, сдвигается на ячейку влево или вправо, или остается на месте; при этом управляющее устройство переходит в новое состояние .

Для любого внутреннего состояния q_i и символа a_j однозначно заданы:

а) следующее состояние q_i';

б) символ a_j', который нужно записать вместо a_j в ту же ячейку;

в) направление сдвига головки d_k, обозначаемое символом в алфавите $D=\{L,R,E\}$ *(L=Left, R=Right, E=Equal).*

Это задание описывается таблицей или системой команд, имеющих вид $q_ia_j \to q_i'a_j'd_k$.

Полную конфигурацию машины Тьюринга обозначим тройкой $\alpha_1 q_i \alpha_2$, где q_i– текущее внутреннее состояние, α_1– слово слева от головки, α_2– слово, образованное символом, обозреваемым головкой, и символами справа от него, причем слева от α_1 и справа от α_2 нет непустых символов.

В качестве элементарной операции, на базе которой строятся *нормальные алгоритмы Маркова*, выделяется подстановка одного слова вместо другого. Если P и Q—слова в алфавите A, то выражения $P \to Q$ и $P \to \cdot Q$ будем называть *простой и заключительной формулами подстановки* в алфавите A соответственно. Конечный список формул подстановки в алфавите A

$$\begin{cases} P_1 \to (\cdot) Q_1 \\ P_2 \to (\cdot) Q_2 \\ \vdots \\ P_r \to (\cdot) Q_r \end{cases}$$

называется *схемой алгорифма* и порождает следующий алгорифм в алфавите A. Условимся предварительно говорить, что слово T *входит* в слово Q, если существуют такие (возможно пустые) слова U, V, что $Q=UTV$.

Работа алгорифма может быть описана следующим образом. Пусть дано слово P в алфавите A. Находим первую в схеме алгорифма формулу подстановки $P_m \to (\cdot) Q_m$ такую, что P_m входит в P. Совершаем подстановку слова Q_m вместо самого левого вхождения слова P_m в слово P. Пусть R_1 – результат такой подстановки. Если $P_m \to (\cdot) Q_m$ – заключительная формула подстановки, то работа алгорифма заканчивается и его значением является R_1. Если формула подстановки $P_m \to (\cdot) Q_m$ – простая, то применим к R_1 тот же поиск, который был только что применен к P, и так далее. Если мы в конце концов получим такое слово R_i, что ни одно из слов $P_1,...,P_r$ не входит в R_i, то работа алгорифма заканчивается и R_i будет его значением. При этом возможно, что описанный процесс никогда не закончится. В таком случае мы говорим, что алгорифм неприменим к слову P. Алгорифм, определенный таким образом, называется *нормальным алгорифмом* (или *алгорифмом Маркова) в алфавите A*.

Теорема. *Детерминированная кинетическая машина Кирдина эквивалентна любому последовательному стандартному алгоритмическому формализму, такому как машина Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова, порождающие грамматики Хомского типа* 0. *Следовательно, она является эффективным вычислителем.*

Доказательство. Построим КМК, моделирующую произвольную машину Тьюринга. Поскольку машина Тьюринга детерминирована и последовательна, КМК будет детерминирована и в каждый момент времени будет существовать только одно допустимое событие. Алфавитом для КМК будет $L=A\cup Q$. Начальный ансамбль состоит из одного слова, которое соответствует стандартной начальной конфигурацией машины Тьюринга $M_0=\{\ q_0\alpha\ \}$, где $\alpha\in A^*$. Моделирование команд машины Тьюринга опишем таблицей, в первом столбце которой находится команда машины Тьюринга, во втором — соответствующая ей система команд КМК.

Команда МТ	Команда КМК
$q_ia_j\to q_i'a_j'R$	$uq_ia_jw\to ua_j'q_i'w$ $ua_j'q_i'\to u\ a_j'q_i'\lambda$
$q_ia_j\to q_i'a_j'L$	$ua_1q_ia_jw\to uq_i'a_1a_j'w$ … $ua_mq_ia_jw\to uq_i'a_ma_j'w$ $q_ia_jw\to q_i'\lambda a_j'w$
$q_ia_j\to q_i'a_j'E$	$uq_ia_jw\to uq_i'a_j'w$

Программа для полученной детерминированной КМК состоит только из команд прямой замены.

Теперь рассмотрим моделирование детерминированной КМК, состоящей из команд прямой замены, с помощью нормальных алгоритмов Маркова.

Все команды $uvw\to usw$ КМК заменяем на правила $v\to s$. В конце добавляем заключительное правило подстановки $\lambda\to\cdot\lambda$, где λ пустой символ. Теорема доказана.

Проблема остановки для машины Тьюринга в общем случае неразрешима, следовательно *финитность КМК для программ, состоящих из команд прямой замены, также неразрешима*.

В общем случае КМК недетерминированна. Естественно, что она не может быть полностью эквивалентна детерминированному устройству. Тем не менее, мы увидели, что она полностью включает в себя все детерминированные универсальные вычислители. Что же можно сказать о КМК в недетерминированном случае? Выделим еще один класс КМК.

Назовем КМК *частично детерминированной*, если ее программа состоит из детерминированных команд прямой замены и распада и произвольных команд синтеза.

Частично детерминированную КМК можно промоделировать специально устроенной системой алгоритмических формализмов, пусть для определенности это будут машины Тьюринга.

Пусть у нас есть частично детерминированная КМК, $|M|$ – количество слов в ее ансамбле. Изначально инициируется $|M|$ машин Тьюринга, каждая из них обрабатывает собственное слово. Программа для каждого состоит из команд прямой замены КМК и команд распада. Применение команды распада означает инициацию новой МТ, причем конфигурация первой соответствует слову uf, а конфигурация второй – слову gw.

При этом одновременно работает некий надвычислитель, программа которого состоит из всех команд синтеза исходной программы. Он сравнивает конфигурации устройств со словами *uk* и *qw*. Если одновременно существуют обе эти конфигурации, то он отключает одно из этих устройств, а конфигурацию другого устанавливает *usw*.

Представляет особый интерес “статистический” метод реализации КМК. В пределе больших анасамблей он даст кинетическое поведение, аналогичное поведению сложной системы химических реакций (откуда, собственно, и происходит название “*кинетическая* машина Кирдина”). При статистической реализации каждой (i-й) команде сопоставляется некоторое неотрицательное число r_i - “константа скорости”. Саму реализацию можно представить так: за малое Δt с вероятностью $r_i\Delta t$ выбирается одна из команд-реакций, а с вероятностью $1-\Sigma_i r_i\Delta t$ - пустая команда (ничего не происходит); вероятность выбора двух или более команд пренебрежимо мала ($o(\Delta t)$). Если выбрана i-я команда-реакция, то из анасамбля случайно и равновероятно выбираются слова в количестве, необходимом для выполнения команды. Если команда применима к этому набору слов, то она исполняется и переходим к следующему Δt, если же она неприменима, то ансамбль не изменяется и также переходим к следующему Δt. В пределе $\Delta t \to 0$ получаем случайный процесс - статистическую модель КМК.

В работе рассмотрены различные методы реализации кинетической машины Кирдина: от детерминированной до статистической и показано, что она полностью включает в себя все детерминированные универсальные вычислители.

Работа выполнена при поддержке ФЦП "ИНТЕГРАЦИЯ" (проект № 68, напр. 2.1.) и Красноярского краевого фонда науки (грант 7F0113).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирдин А.Н. Идеальная ансамблевая модель параллельных вычислений // Нейроинформатика и ее приложения. Тезисы докладов V Всеросс. семинара. – Красноярск, КГТУ, 1997. С.101.
2. Горбунова Е.О. Анализ простейших программ для идеальной ансамблевой модели параллельных вычислений // Тез. докл. Третьего сибирского конгресса по прикладной и индустриальной математике (ИНПРИМ – 98). – Новосибирск: изд-во Института математики, 1998. – С.77.
3. Марков А.А., Нагорный Н.М. Теория алгорифмов.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.
4. Успенский В.А., Семенов А.Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.– (Б-чка программиста).