

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR
SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

EXAMEN BLANC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES - U 2

Durée: 2 heures.

Matériel autorisé : Calculatrice.

Exercice 1 : (5 points)

Déterminer, sur l'**annexe à rendre** avec la copie, la table de vérité des propositions suivantes:

- $\text{non}(P \wedge Q) \vee \text{non}(P \Leftrightarrow Q)$
- $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
- $(R \Rightarrow S) \Rightarrow [(R \wedge T) \Rightarrow (S \wedge T)]$

Exercice 2 : (1,5 points)

La méthode décrite dans cette partie utilise le connecteur logique « *xor* », appelé « ou exclusif », qui est défini par la table de vérité suivante :

P	Q	$P \text{ xor } Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Par exemple les deux premières lignes signifient que $0 \text{ xor } 0 = 0$ et que $0 \text{ xor } 1 = 1$.

1. Recopier intégralement la table de vérité ci-après et compléter la dernière colonne.

P	Q	$P \text{ xor } Q$	$(P \text{ xor } Q) \text{ xor } Q$
0	0	0	
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	

2. Parmi les quatre propositions P , Q , $(P \text{ xor } Q)$ et $((P \text{ xor } Q) \text{ xor } Q)$, deux sont équivalentes.

À l'aide de la table 2 complétée, déterminer lesquelles, en expliquant la réponse.

Exercice 3 : (5,5 points)

Les 4 questions sont indépendantes

1. Donnez les négations des prédicats suivants :
 - $\exists x \in \mathbb{N}, x < 1000$
 - $\forall x \in \mathbb{N}, x > 1000$
 - $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{N}, x \neq y$
2. On considère l'énoncé suivant : « il existe au moins un réel dont le carré est strictement supérieur à 5 ».
 - a) Ecrire cette proposition en écriture symbolique (c'est à dire à l'aide des quantificateurs).
 - b) Ecrire la négation de cette proposition, d'abord en écriture symbolique, puis en français.
3. Soit P la proposition : « tout étudiant en BTS SIO connaît le langage Python »
La négation de cette proposition est (reportez votre réponse sur la copie, sans justifier, une seule réponse est bonne) :
 - a) Aucun étudiant en BTS SIO ne connaît le langage Python.
 - b) Exactement un étudiant en BTS SIO ne connaît pas le langage Python.
 - c) Il existe au moins un étudiant en BTS SIO qui ne connaît pas le langage Python.
 - d) Tout étudiant en BTS SIO connaît le langage Java.
4. En utilisant les lois de Morgan, écrire les négations des propositions suivantes (on ne demande pas leur valeur de vérité) :
$$A : (x^2 > 10) \vee (y \leq 3)$$
$$B : (y = 5) \wedge (y \geq 1)$$

Exercice 4 : (4 points)

L'exercice étudie un jeu vidéo nommé « escape game ».

Le jeu vidéo comprend un coffre-fort. Son ouverture dépend de trois paramètres : une clé que doit trouver le joueur, une énigme à résoudre, la durée de ces deux tâches (donnée par un chronomètre). Le coffre s'ouvre si l'une au moins des conditions suivantes est réalisée :

- le joueur a trouvé la clé et le chronomètre marque 30minutes ou plus, ou
- l'énigme est résolue et le chronomètre marque strictement moins de 30minutes, ou
- le joueur a trouvé la clé et l'énigme n'est pas résolue.

On définit trois variables booléennes a, b, c de la manière suivante :

- $a = 1$ si le joueur a trouvé la clé, $a = 0$ sinon;
- $b = 1$ si l'énigme est résolue, $b = 0$ sinon;
- $c = 1$ si le chronomètre marque strictement moins de 30minutes, $c = 0$ sinon.

1. Écrire une expression booléenne E qui traduit les critères d'ouverture du coffre-fort.
2.
 - a) Représenter l'expression E dans un tableau de Karnaugh.
 - b) En déduire une écriture simplifiée de l'expression booléenne E sous la forme d'une somme de deux termes.
 - c) Interpréter cette expression simplifiée dans le contexte de l'exercice.
3. Donner une écriture simplifiée de \bar{E} et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 5 : (4 points)

Un site internet permet de partager des commentaires sur les mangas.

Afin de limiter l'espace de stockage nécessaire, un commentaires n'est conservé que s'il répond au moins à l'un des critères suivants :

- le commentaire a eu strictement moins de 100 vues et est daté de strictement moins de 6 mois,
- ou le commentaire a été écrit par un anonyme et a eu 100 vues ou plus,
- ou le commentaire est daté de 6 mois ou plus et a eu 100 vues ou plus,
- ou le commentaire est daté de strictement moins de 6 mois et n'a pas été écrit par un anonyme.

On définit les variables booléennes a , b et c de la façon suivante :

- $a = 1$ si le commentaire a strictement moins de 6 mois; $a = 0$ sinon;
- $b = 1$ si le commentaire comptabilise strictement moins de 100 vues; $b = 0$ sinon;
- $c = 1$ si l'auteur du commentaire est anonyme; $c = 0$ sinon.

On admet qu'une expression booléenne E traduisant qu'un commentaire est conservé est donnée par :

$$E = ab + \bar{b}c + \bar{a}\bar{b} + a\bar{c}$$

1. À quel critère correspond l'expression $\bar{b}c$?
2. Déterminer une écriture simplifiée de E sous la forme d'une somme de deux termes. En déduire une interprétation des conditions pour que le commentaire soit conservé.
3. Un commentaire date de 6 mois ou plus et son auteur est anonyme. Est-il toujours conservé?
4. Donner une expression simple de \bar{E} . À quelle condition un commentaire est-il supprimé?

ANNEXE (à rendre avec votre copie)

- $\text{non}(P \wedge Q) \vee \text{non}(P \Leftrightarrow Q)$

- $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

- $(R \Rightarrow S) \Rightarrow [(R \wedge T) \Rightarrow (S \wedge T)]$
