# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
# SERVICES INFORMATIQUES
# AUX ORGANISATIONS

## SESSION 2015

## ÉLÉMENTS DE CORRECTION ET BARÈME

## ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

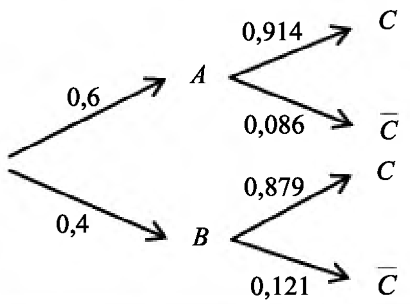
**Sous épreuve EF2 – facultative**

**Durée : 2 heures**



**Le corrigé comprend 3 pages, numérotées de la page 1/3 à la page 3/3.**

## Exercice 1 (10 points)

| | Éléments de solution | Commentaires | Points |
|---|---|---|---|
| **Partie A** | | | |
| **1.** | $P(A)=0,6$, $P(B)=0,4$,<br>$P_A(C)=0,914$ et $P_B(C)=0,879$. | | **1** |
| **2.** |  | | **1** |
| **4.** | $P(C)=0,6\times 0,914+0,4\times 0,879$,<br>Donc $P(C)=0,5484+0,3516=0,9$. C'est la probabilité que le composant soit conforme. | | **1** |
| **5.** | $P_C(A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(C)}=\dfrac{0,5484}{0,9}\approx 0,609$. | En cas d'erreur, valoriser la reconnaissance de $P_C(A)$, ainsi que sa définition. | **1,5** |
| **Partie B** | | | |
| **1.** | La loi de $X$ est une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0,9$. | On attend une justification, par exemple évoquant la répétition d'expériences identiques. | **1** |
| **2.** | $P(X=8)\approx 0,194$. | Pas de justifications attendues, car la calculatrice donne les résultats.<br>0,5 pour l'interprétation. | **1** |
| **3.** | $P(X\leq 9)\approx 0,651$.<br>C'est la probabilité d'obtenir au moins un composant défectueux (ou au plus 9 conformes). | | **1** |
| **Partie C** | | | |
| **1.** | $\lambda=\dfrac{1}{400}=0,0025$. | La mention de la MTBF n'est pas exigible. | **0,5** |
| **2.** | $P(Y>365)=\mathrm{e}^{-0,0025\times 365}\approx 0,402$. | On accepte un raisonnement avec $P(Y\geq 366)$. | **1** |
| **3.** | $P(Y\leq 730)=1-\mathrm{e}^{-0,0025\times 730}\approx 0,839$. | | **1** |
| **Total** | | | **10** |

## Exercice 2 (10 points)

| | Éléments de solution | Commentaires | Points |
|---|---|---|---|
| **Partie A** | | | |
| **1.** | Durée de chaque passage dans la boucle 2 :<br>$18+0,75\times 12=27$ kc. La boucle 2 dure alors $27\times 12$ kc. | | **0,5** |
| **2.** | Durée de chaque passage dans la boucle 1 :<br>$135+27\times 12=459$ kc. | | **0,5** |

<table>
<tr><td>3.</td><td>La boucle 1 compte $p$ passages, et il y a une durée fixe de 1200 kc pour l'initialisation.<br>D'où $d_1 = 459p + 1200$.</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Partie B</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>On a $h(x) = 10\ 080 \times \ln(x) - 459 \times x + 66\ 350$,<br>donc $h'(x) = \dfrac{10080}{x} - 459 = \dfrac{10080 - 459x}{x}$.</td><td>Valoriser : l'écriture de $h(x)$ : 0,5 point.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Comme $\dfrac{10\ 080}{459} \approx 22$, $h'(x)$ ne s'annule pas sur l'intervalle [30 ; 10 000] et $h'(x) < 0$ sur cet intervalle.<br><table><tr><td>$x$</td><td>30      10 000</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>86 864 ↘ $-4\ 430\ 810$</td></tr></table></td><td>1 point pour le signe de la dérivée, avec justification.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Sur l'intervalle, la fonction $h$ est continue, strictement décroissante. De plus $h(30) > 0$ et $h(10\ 000) < 0$. Donc il existe un unique nombre $r$ tel que $h(r) = 0$.<br>À la calculatrice, on obtient $267 < r < 268$.</td><td>L'argument de continuité n'est pas attendu.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Partie C</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>$d_1 = f(1\ 100) \approx 138\ 141$ et $d_2 = g(1\ 100) = 506\ 100$.<br>Pour $p = 1\ 100$, on a $d_1 < d_2$ : le programme lié à l'algorithme 1 est plus rapide.</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Si $30 \le p \le 267$, on a $h(x) > 0$, donc l'algorithme 2 est le plus rapide.<br>Si $268 \le p \le 10\ 000$, on a $h(x) < 0$, donc l'algorithme 1 est le plus rapide.<br>Dans la majorité des cas, on constate que le programme lié à l'algorithme 1 est le plus rapide.</td><td>Valoriser l'idée de considérer le signe de $h$.<br><br>Apprécier les conclusions en cohérence avec ce qui précède.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.a)</td><td>$m_1 = \dfrac{1}{200} \times 27\ 625\ 396 \approx 138\ 127$.<br>La durée moyenne du programme lié à l'algorithme 1 est égale à 138 127 kc.</td><td>La compétence à valoriser est la connaissance de la valeur moyenne.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3.b)</td><td>$m_2 = \dfrac{1}{200} \times \int_{1\ 000}^{1\ 200} g(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{200}\left[229{,}5x^2 + 1\ 200x\right]_{1\ 000}^{1\ 200}$<br>D'où $m_2 = 506\ 100$ kc.<br>On retrouve le fait que la durée moyenne du programme lié à l'algorithme 2 est beaucoup plus importante, dans cet intervalle d'entiers $p$.<br>Remarque (qui n'est pas un attendu) : $m_2 = g(1\ 100)$, ce qui est normal car la fonction $g$ est affine.</td><td>La compétence à valoriser est le calcul de l'intégrale.<br>Dans la conclusion, tout commentaire pertinent est accepté.<br><br>On accepte aussi $m_2 = g(1\ 100)$, sans calcul d'intégrale, car $g$ est affine.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>Total</td><td></td><td></td><td>10</td></tr>
</table>