

**Interrogation n°2****Exercice 1:** 10 points

On considère l'application  $f$  de  $E = \{a, b, c, d\}$  vers  $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  définie par :

$$f(a) = 2 ; f(b) = 3 ; f(c) = 5 ; f(d) = 3.$$

1. Donner la représentation sagittale de  $f$ .
2. Soit  $A = \{a, b, d\}$  une partie de  $E$ . Quelle est l'image de  $A$  par  $f$ ?
3. Soit  $B = \{1, 2, 5\}$  une partie de  $F$ . Quelle est l'image réciproque de  $B$  par  $f$ ?
4.  $f$  est-elle injective? surjective? bijective? Justifier.

Soit maintenant l'application  $g$  de  $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  vers  $E = \{a, b, c, d\}$  définie par :

$$g(1) = c ; g(2) = d ; g(3) = b ; g(4) = b ; g(5) = a$$

5. Donner la représentation sagittale de  $g$ .
6.  $g$  est-elle injective? surjective? bijective? Justifier.
7. Déterminer l'application  $g \circ f$ .
8.  $g \circ f$  est-elle injective? surjective? bijective? Justifier
9. Déterminer l'application  $f \circ g$ .
10.  $f \circ g$  est-elle injective? surjective? bijective? Justifier

### Exercice 2 : 5 points

Sur une plateforme de vidéos en ligne, les vidéos sont notées de 0 à 5 par les utilisateurs.

Après une période d'observation, les administrateurs de la plateforme décident de mettre une vidéo sur la page d'accueil lorsqu'elle satisfait à l'un au moins des critères suivants :

- la vidéo a obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200 ;
- la vidéo a obtenu la note 5 et elle est récente ;
- la vidéo comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 et elle est récente ;
- la vidéo n'a pas obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200.

On définit les trois variables booléennes  $a, b, c$  de la façon suivante :

- $a = 1$  si la vidéo a obtenu la note 5,  $a = 0$  sinon ;
- $b = 1$  si la vidéo comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200,  $b = 0$  sinon ;
- $c = 1$  si la vidéo est récente,  $c = 0$  sinon.

1. L'administrateur de la plateforme a traduit les conditions pour qu'une vidéo soit mise sur la page d'accueil par l'expression booléenne  $E = ab + ac + \bar{b}c + \bar{a}b$ .

Justifier chacun des termes de cette somme.

2. a) Représenter l'expression  $E$  dans un diagramme de Karnaugh.  
b) En déduire une expression simplifiée de  $E$  sous la forme d'une somme de deux termes.  
c) Interpréter cette expression simplifiée de  $E$  dans le contexte de l'exercice.
3. Une vidéo qui n'est pas récente, qui n'a pas obtenu la note 5 et qui comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 sera-t-elle mise sur la page d'accueil ?
4. Donner une expression de  $\bar{E}$  à l'aide des variables booléennes précédemment définies.  
En déduire une définition des vidéos qui ne seront pas mises sur la page d'accueil.

### Exercice 3 : 5 points

Le responsable du parc informatique d'une entreprise envisage l'acquisition de nouveaux ordinateurs. Pour s'équiper ce responsable s'adresse à une entreprise de vente de matériel informatique qui propose des configurations prédéfinies (ordinateur et périphériques).

On définit les critères suivants :

- $a$  : la configuration comprend un graveur de DVD ;
- $b$  : la configuration comprend une imprimante ;
- $c$  : la configuration comprend un scanner.

Les contraintes d'équipement excluent les configurations avec graveur DVD mais sans scanner ainsi que les configurations sans graveur et sans imprimante.

- 1) Donner une expression booléenne  $E$  traduisant les conditions d'exclusion d'une configuration.
- 2) Dresser la table de Karnaugh de  $E$ .
- 3) Traduire l'expression booléenne  $\bar{a}\bar{b}c$  sous forme d'une phrase et préciser si la configuration considérée peut être acceptée.
- 4) A partir de la table de Karnaugh obtenue précédemment, donner l'expression  $F$  simplifiée traduisant l'acceptation d'une configuration.
- 5) La phrase « Les configurations acceptées sont celles qui comportent soit un graveur et un scanner soit pas de graveur et une imprimante » traduit-elle l'expression booléenne  $F$  ?