Exercice 1 :

Partie A :

1. a) $P(A) = \underline{0,57}$
$P(B) = 1 - 0,47 = \underline{0,53}$

b) $P(A \cap B) = 0,57 - 0,47 = \underline{0,10}$

c) $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,10}{0,57} \approx \underline{0,175}$

2. a) Phrase ! → loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0,57$

b) $P(X \leqslant 3) \approx \underline{0,224}$

3. $Y \sim \mathcal{N}(35 ; 3,2)$

$P(Y \geqslant 30) \approx \underline{0,941}$

Partie B :

1.

| $t_i$ | 3 | 6 | 9 | 12 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 83 | 69 | 57 | 47 | 32 |
| $z_i = \ln(p_i)$ | 4,42 | 4,23 | 4,04 | 3,85 | 3,47 |

2. A la calculatrice, on trouve $a \approx 0,02$ et $b \approx 2,94$

Donc l'équation de la droite de ~~ré~~gression de z en t est

$$\boxed{z = 0,02x + 2,94}$$

Son coefficient de corrélation linéaire est $\boxed{r \approx 0,99}$

3. On a $z_i = 0{,}02x + 2{,}94$

càd $\ln p_i = 0{,}02x + 2{,}94$ → on applique exp

$p_i = e^{0{,}02x+2{,}94}$ or $e^{a+b} = e^a \times e^b$ donc :

$p_i = e^{0{,}02x} \times e^{2{,}94}$ et $e^{2{,}94} \approx 18{,}92$

D'où $\boxed{p_i = 18{,}92\, e^{0{,}02x}}$ donc $c = 18{,}92$

$d = 0{,}02$

## Partie C

$\lambda = 0{,}0625$

2) $MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}0625} = \underline{16 \text{ mois}}$

1) La probabilité que le temps de bon fonctionnement dépasse 24 mois est

$P(T>24) = R(24) = e^{-0{,}0625\times 24} \approx \underline{0{,}223}$

3) On cherche $t$ tel $F(t) = P(T\leq t) = 0{,}5$

$1 - e^{-\lambda t} = 0{,}5$

$-e^{-\lambda t} = 0{,}5 - 1 = -0{,}5$

$e^{-\lambda t} = 0{,}5$ ⇒ on applique ln

$-\lambda t = \ln 0{,}5$

$t = \frac{\ln 0{,}5}{-\lambda} = \frac{\ln 0{,}5}{-0{,}065} \approx 10{,}66$

Prenons $\boxed{t = 11}$

→ Il y a une chance sur deux que le temps de bon fonctionnement ne dépasse pas 11 mois.

Exercice 2

Partie A :

1.

| $x$ | 0 | 6 | 12 | 18 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 5 | 6.0 | 5,1 | 3,8 |

2. D'après l'annexe 1 : $\boxed{f'(x) = (0,5 - 0,1x)e^{-0,1x}}$

3. Sur $[0,18]$ :

$e^{-0,1x} > 0$ car exp est tjs $> 0$

Donc $f'(x)$ a le même signe que $0,5 - 0,1x$

$0,5 - 0,1x = 0 \iff x = \frac{0,5}{0,1} = 5$

$0,5 - 0,1x > 0 \iff 0,1x < 0,5 \iff x < \frac{0,5}{0,1} \iff x < 5$

$0,5 - 0,1x < 0 \iff x > 5$

Donc $f'(x) > 0$ pour $x < 5$ et $f'(x) < 0$ pour $x > 5$

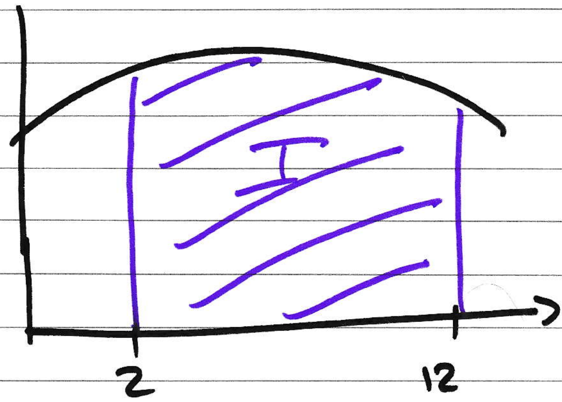
Tableau de variations :

| $x$ | 0 | 5 | 18 |
|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | + | 0 | − |
| variations de $f$ | 5 ↗ | 6,1 | ↘ 3,8 |

4) D'après l'annexe 1 $\boxed{F(x) = (-150 - 10x)e^{-0,1x}}$

car $F'(x) = f(x)$

5. a)




b) $I = \int_2^{12} f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_2^{12} = F(12) - F(2)$

$I = (-150 - 10\times 12)e^{-0,1\times 12} - (-150 - 10\times 2)e^{-0,1\times 2}$

$I = -270\,e^{-1,2} + 170\,e^{-0,2}$

$I \approx 57,9$

c) $V_m = \frac{1}{12-2}\int_2^{12} f(x)\,dx = \frac{1}{10}\times I$

$V_m \approx \frac{1}{10}\times 57,9 \approx 5,8$

## Partie B

1. Décembre 2019 correspond à $x = 12$. or $f(12) = 5,1$
→ L'entreprise vendra 5100 batteries en décembre 2019

2. $f$ atteint son maximum pour $x = 6$, ce qui correspond à juin 2019.

3. Février correspond à $x = 2$. On cherche donc la valeur moyenne de $f$ entre $x = 2$ et $x = 12$
$V_m \approx 5,8$

L'entreprise vendra en moyenne 5800 batteries.