

Exercice 1: BTS 2018 (NC)Partie A

$$\begin{aligned}
 1. \quad b(x) &= f(x) - g(x) \\
 &= 300x e^{-0,3x} - 1680e^{-0,3x} \\
 &= \underline{(300x - 1680)e^{-0,3x}} \text{ par factorisation}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad b(x) \text{ est de la forme } u(x)v(x) \text{ avec } u(x) &= 300x - 1680 \\
 &\Rightarrow u'(x) = 300 \\
 \text{et } v(x) &= e^{-0,3x} \\
 &\Rightarrow v'(x) = -0,3e^{-0,3x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où } b'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\
 &= 300 e^{-0,3x} + (300x - 1680) \times (-0,3 e^{-0,3x}) \\
 &= 300 e^{-0,3x} - 90x e^{-0,3x} + 504 e^{-0,3x} \\
 &= (804 - 90x) e^{-0,3x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{or } 804 &= 6 \times 134 \\
 \text{et } 90 &= 6 \times 15 \text{ d'où}
 \end{aligned}$$

$$b'(x) = 6(134 - 15x)e^{-0,3x}$$

$$3. \text{ Sur l'intervalle } [5, 16]: \quad 6 > 0$$

$$e^{-0,3x} > 0 \text{ car exp tjs } > 0$$

Donc $b'(x)$ a le même signe que $134 - 15x$

$$134 - 15x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{134}{15}$$

$$134 - 15x < 0 \Leftrightarrow x > 134/15$$

$$134 - 15x > 0 \Leftrightarrow x < 134/15$$

\Rightarrow Tableau de variations:

x	5	$\frac{134}{15}$	16
signe de $b'(x)$	+	0	-
Variations de b			

4. Tableau de valeurs:

x	5	6	7	8	$\frac{134}{15}$	10	12	14	16
$f(x)$	-40,16	19,84	51,43	65,32	68,56	65,72	52,46	37,79	25,68

5. Voir graphique

Partie B:

1. $f(x)$ = prix de vente \times nb d'acheteurs = chiffre d'affaires

$g(x)$ = coût unitaire \times nb d'acheteurs = coût total
(car $5,60 \times 300 = 1680$)

Donc $b(x)$ = recette - coûts = bénéfice lorsqu'on vend à x centaines d'€

2. b atteint son maximum pour $x = \frac{134}{15}$ (cf A.3)

or $\frac{134}{15} \approx 8,93$. Ce maximum vaut environ 68,56.

\Rightarrow Le chef du marketing doit vendre ses ordinateurs à 893 € pour maximiser son bénéfice. Ce bénéfice maximal est d'environ 6856 €

3. On trace la droite d'équation $y = 60$
la courbe est au dessus de cette droite pour, approximativement, $7,5 \leq x \leq 11$

\Rightarrow Pour que le bénéfice soit supérieur à 6000 €, il faut que le prix de vente soit compris entre 750 € et 1100 €.



