

Interrogation n°1 - U21Exercice 1:

Présenter la table de vérité de l'expression suivante: $(P \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow Q$

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$P \wedge (P \Rightarrow Q)$	$P \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Exercice 2:

A l'aide d'une table de vérité, montrer que : $(\bar{P} \wedge \bar{R}) \Leftrightarrow (((\bar{P} \wedge Q) \wedge \bar{R}) \vee (\bar{P} \wedge (\bar{Q} \wedge \bar{R})))$

P	Q	R	\bar{P}	\bar{R}	$\bar{P} \wedge \bar{R}$	$\bar{P} \wedge Q$	$(\bar{P} \wedge Q) \wedge \bar{R}$	\bar{Q}	$\bar{Q} \wedge \bar{R}$	$\bar{P} \wedge (\bar{Q} \wedge \bar{R})$	(*)
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exercice 3:

On pose les propositions suivantes :

P : il pleut

Q : il prend un parapluie

R : il est protégé

Ecrire symboliquement les phrases suivantes :

a) S'il pleut alors il prend son parapluie.	$P \Rightarrow Q$
b) S'il prend son parapluie, alors il pleut.	$Q \Rightarrow P$
c) S'il prend son parapluie, alors il est protégé.	$Q \Rightarrow R$
d) S'il ne pleut pas, alors il ne prend pas son parapluie	$\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$
e) S'il ne pleut pas ou qu'il prend son parapluie, alors il est protégé.	$(\bar{P} \vee Q) \Rightarrow R$

Exercice 4:

1. Les propositions suivantes, sont-elles vraies ou fausses ? Justifier

$$A: (2 = 3) \Rightarrow (1 + 1 = 2)$$

$$0 \Rightarrow 1$$

Vrai

$$B: (2 = 3) \Rightarrow (1 = 5)$$

$$0 \Rightarrow 0$$

Vrai

$$C: (1 + 1 = 2) \Rightarrow (2 = 3)$$

$$1 \Rightarrow 0$$

Faux

$$D: (1 + 1 = 2) \Rightarrow (6 = 2 + 4)$$

$$1 \Rightarrow 1$$

Vrai

2. En utilisant les lois de Morgan, écrire les négations des propositions suivantes (on ne demande pas leur valeur de vérité) :

$$E: (x^2 < 3) \vee (y \geq 7)$$

$$\bar{E} = (x^2 \geq 3) \wedge (y < 7)$$

$$F: (y + 3 \neq 0) \vee (y = 4)$$

$$\bar{F} = (y + 3 = 0) \wedge (y \neq 4)$$

$$G: (y > 9) \wedge (y \leq 12)$$

$$\bar{G} = (y \leq 9) \vee (y > 12)$$

$$H: \text{Elle n'aime ni les fruits, ni les légumes}$$

$$\bar{H}: \text{Elle aime les fruits ou les légumes}$$

3. En utilisant la contraposée, écrire une proposition similaire à chacune des propositions suivantes :

$$I: (y = x + 3) \Rightarrow (x < 5)$$

$$(x \geq 5) \Rightarrow (y \neq x + 3)$$

$$J: \text{Si } x > 4 \text{ alors } x^2 > 16$$

$$\text{Si } x^2 \leq 16 \text{ alors } x \leq 4$$

Exercice 5:

1. Soit f une fonction de la variable x , définie sur \mathbb{R} . On considère l'énoncé suivant :
« il existe (au moins) un réel x tel que $f(x) \geq 0$ ».

- a) Écrire cette proposition en écriture symbolique (c'est à dire à l'aide des quantificateurs).

$$\exists x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 0$$

- b) Écrire la négation de cette proposition, d'abord en écriture symbolique, puis en français.

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$$

pour tout réel x , $f(x) < 0$ (strictement négatif)

2. On considère l'énoncé suivant : « $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{N}, x \neq y$ ».
Écrire la négation de cette proposition.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{N}, x = y$$