

Devoir de mathématiques pour l'informatique (U2)Partie I – Algorithmique appliquée

Les algorithmes demandés seront être rédigés **en langage naturel**, des commentaires judicieux et explicatifs (précédés du signe #) étant les bienvenus. La clarté et la facilité de lecture de vos algorithmes compteront dans la notation.

Exercice 1 :

On donne l'algorithme ci-dessous :

Algorithme : calcul

Rôle : ??

Entrées : un nombre entier n

Sorties : un nombre entier calc

Variables : n, calc, i: entiers

DEBUT

n ← saisir("Entrez un nombre entier")

calc ← 0

Pour i allant de 0 à n

calc ← calc + i

FinPour

Afficher("Le résultat est :", calc)

FIN

1) Faire un **tracé pas à pas** des variables n, i et calc, dans le cas où on saisit 5 comme valeur de n. Pour cela, compléter un tableau de ce type:

n	i	calc
5	-	-
...

2) Quel est le rôle de cet algorithme ?

Exercice 2 :

Si n = 5, que vaut f à la fin des instructions suivantes (faire un **tracé pas à pas**)?

f=0

i=1

tantque i < n+1 :

f=f+i

i=i+1

fin tantque

Exercice 3 :

Un site internet propose deux formules de téléchargement de musique en ligne.

Formule A : 0,85 € par titre téléchargé

Formule B : abonnement de 10 € par mois, puis 0,10 € par titre.

Soit n le nombre de titres à télécharger en un mois.

Le prix à payer par la formule A est donc $0,85 * n$ euros.

Le prix à payer par la formule B est donc $10 + 0,1 * n$ euros.

Ecrire un algorithme qui demande le nombre de titres que l'on veut télécharger par mois, qui détermine la formule la plus avantageuse, et affiche la formule à choisir, et le prix à payer.

Exercice 4 :

Une entreprise de location loue ses véhicules de tourisme aux conditions suivantes :

Forfait journalier de 50 € H.T.

Les 50 premiers kilomètres sont gratuits.

Les 450 km suivants sont à 1,25 € du km.

Les km suivants sont facturés à 1,25 € du km majoré de 10 %.

Ecrire un algorithme qui calcule et affiche le montant à payer pour une location de n jours pour x kilomètres parcourus.

Exercice 5 :

Ecrire un algorithme qui demande un nombre de départ, et qui ensuite écrit la table de multiplication de ce nombre, présentée comme suit (cas où l'utilisateur entre le nombre 9):

Table de 9 :

$9 \times 1 = 9$

$9 \times 2 = 18$

$9 \times 3 = 27$

...

$9 \times 10 = 90$

Partie II – Mathématiques

Exercice 1 :

Une petite entreprise de la zone euro, créée le 1^{er} janvier 2018, vend des ordinateurs destinés à des professionnels.

Les ordinateurs sont de trois types K, L et M. Le tableau suivant détaille les différents coûts, en euro, relatifs aux ordinateurs de chaque type, durant l'année 2018.

Type d'ordinateur	Type K	Type L	Type M
Coût des éléments matériels	100	150	250
Coût de la main d'œuvre	100	150	200
Coût de la livraison	50	50	50

On note $A = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 250 \\ 100 & 150 & 200 \\ 50 & 50 & 50 \end{pmatrix}$ la matrice correspondant au tableau précédent et $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ la matrice

colonne correspondant à x ordinateurs de type K, y ordinateurs de type L et z ordinateurs de type M

vendus durant un mois de l'année 2018. Enfin, $Y = \begin{pmatrix} e \\ m \\ l \end{pmatrix}$ est la matrice colonne dont les trois

nombre e , m et l sont les coûts totaux respectifs, en euro, des éléments matériels, de la main d'œuvre et de la livraison de tous ces ordinateurs, durant ce même mois.

1. a) Écrire une égalité matricielle reliant les matrices A , X et Y .
b) Durant le mois de janvier 2018, l'entreprise a vendu 25 ordinateurs de type K, 40 ordinateurs de type L et 15 ordinateurs de type M.
À l'aide du calcul matriciel, calculer le coût total des éléments matériels, celui de la main d'œuvre et celui de la livraison durant ce mois.

2. On considère la matrice $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{50} & -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} \\ -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} & -\frac{1}{25} \\ \frac{1}{50} & -\frac{1}{50} & 0 \end{pmatrix}$.

- a) Calculer le produit matriciel $B \times A$.
b) Démontrer que, si $A \times X = Y$, alors $X = B \times Y$.
c) Durant le mois de février 2016, le coût total relatif à tous les ordinateurs vendus s'est élevé à 13 500 € pour les éléments matériels, 12 350 € pour la main d'œuvre et 4 150 € pour la livraison.
Déterminer le nombre d'ordinateurs de chaque type qui ont été vendus durant ce mois.

Exercice 2 :

Quatre sites internet traitent des changements climatiques et leurs conséquences sur la planète. On considère une page web sur chacun de ces sites. On note ces pages A, B, C, D.

Un étudiant du BTS SIO a mis en place un moteur de recherche avec lequel les pages affichées sont ordonnées par pertinence, selon le nombre de liens hypertextes pointant vers chaque page.

Cette partie étudie un exemple simplifié, en limitant ce moteur de recherche aux quatre pages web A, B, C et D définies dans la partie A, et en considérant le graphe associé G .

La méthode mise en place par l'étudiant consiste à associer un score à chaque sommet du graphe.

Les scores a, b, c, d de chacun des sommets A, B, C, D, sont calculés à partir des instructions suivantes :

- on liste les prédécesseurs du sommet considéré dans le graphe G ;
- on divise le score de chaque prédécesseur par le nombre de ses successeurs ;
- le score d'un sommet est obtenu en ajoutant les quotients obtenus.

Exemple : le sommet A possède deux prédécesseurs B et C ; B a 2 successeurs et C a 1 successeur.

D'où $a = \frac{b}{2} + \frac{c}{1}$.

1. Justifier l'égalité : $c = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{d}{2}$.

2. En établissant les quatre égalités vérifiées par les scores a, b, c, d , on obtient un système de quatre équations linéaires aux inconnues a, b, c, d . Ce système ayant une infinité de solutions, toutes proportionnelles entre elles, on pose $a = 1$ et on admet que la résolution se ramène à celle du système :

$$(S) \begin{cases} 0,5b + c = 1 \\ b - 0,5d = 0 \\ 0,5b - c + 0,5d = -0,5 \end{cases}$$

On définit les matrices $X = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -0,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,75 & -0,25 & -0,25 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Exprimer le système (S) sous la forme $A \times X = Y$, où Y est une matrice à préciser.
 - Calculer le produit $B \times A$.
 - En déduire que $X = B \times Y$, puis donner la solution du système (S).
3. Donner, en justifiant, le classement des pages web A, B, C et D selon la méthode mise en place.