AOD sprawozdanie do listy 2

Bohdan Tkachenko 256630

April 20, 2023

1 Zadanie 1

W problemie alokacji paliwa dla lotnisk rozważamy 4 lotniska oznaczone jako $L = 1, 2, 3, 4$ oraz 3 firmy dostarczajace paliwo oznaczone jako $F = 1, 2, 3$. Dla każdej firmy f oraz lotniska l definiujemy zmienna decyzyjna $x_{l,f}$ jako ilość paliwa dostarczona przez firme f do lotniska l (w litrach).

Ograniczenia modelu to:

- Dla każdej firmy $f \in F$, suma ilości paliwa dostarczonego do wszystkich lotnisk musi być mniejsza lub równa dostepnemu paliwu w firmie f.
- Dla każdego lotniska $l \in L$, suma ilości paliwa dostarczonego przez wszystkie firmy musi być wieksza lub równa zapotrzebowaniu na paliwo w lotnisku l.

Funkcja celu modelu to minimalizacja kosztów dostawy paliwa. Koszt dostawy paliwa z firmy f do lotniska l wynosi $c_{l,f}$, zatem całkowity koszt dostawy paliwa wynosi $\sum_{l \in L} \sum_{f \in F} c_{l,f} x_{l,f}$.

1.0.1 Opis modelu

- Zmienne decyzyjne:
  - $var[l, f]$ - ilość paliwa transportowanego z lotniska l przez firme f
- Ograniczenia:
  - $f \in F$: $\sum\limits_{l \in L} var[l, f] \leq$ ilość paliwa dostepna dla firmy f
  - $l \in L$: $\sum\limits_{f \in F} var[l, f] \geq$ minimalna ilość paliwa wymagana przez lotnisko l
- Funkcja celu:
  - $\min \sum\limits_{l \in L} \sum\limits_{f \in F} ceny[l, f] \cdot var[l, f]$

1.0.2 Opis wyników

Algorytm rozwiazał zadanie optymalizacyjne, wyznaczajac optymalne ilości paliwa przewożone przez firmy z lotnisk do klientów. Otrzymana cena ogólna wyniosła 8525000. Dodatkowo wyznaczone zostały ilości paliwa transportowane z poszczególnych lotnisk, a także łaczne ilości paliwa dostarczane przez firmy.

2 Zadanie 2

2.1 Opis modelu

Rozważamy problem znalezienia najkrótszej drogi w grafie skierowanym $G = (V, E)$, gdzie V to zbiór wierzchołków, a E to zbiór krawedzi z wagami c_{ij} i t_{ij}. Zadaniem jest znalezienie najkrótszej ścieżki miedzy wierzchołkiem poczatkowym s i końcowym t.

Zdefiniujmy nastepujace zmienne decyzyjne:

- x_{ij} - binarna zmienna, równa 1 jeśli krawedź (i, j) należy do znalezionej ścieżki, 0 w przeciwnym wypadku.

Ograniczenia:

- Każdy wierzchołek i może być odwiedzony tylko raz: $\sum_{j \in V} x_{ij} \leq 1$
- Każdy wierzchołek i może być opuszczony tylko raz: $\sum_{j \in V} x_{ji} \leq 1$
- Równanie bilansowe dla każdego wierzchołka i: $\sum_{j \in V} x_{ij} - \sum_{j \in V} x_{ji} = b_i$
- Suma czasów przejścia po ścieżce nie przekracza ustalonego czasu T: $\sum_{i,j \in V} x_{ij} t_{ij} \leq T$

Funkcja celu:

- Minimalizacja kosztu przejścia: $\min \sum_{i,j \in V} x_{ij} c_{ij}$

2.2 Opis rozwiazanych egzemplarzy

Program rozwiazuje problem najkrótszej ścieżki dla grafu skierowanego o 10 wierzchołkach. Wierzchołki połaczone sa krawedziami z losowymi wagami czasowymi i kosztowymi. Czas przejścia po ścieżce nie może przekraczać T, który wynosi $1.5n$. Wierzchołek startowy to $s = 1$, a końcowy to $t = n$.

Program wyświetla koszt najkrótszej ścieżki, czas przejścia po tej ścieżce oraz wypisuje ścieżke jako macierz binarna, w której 1 oznacza, że dana krawedź jest w znalezionej ścieżce, a 0 w przeciwnym wypadku.

2.3 Uzyskane wyniki i interpretacja

Po uruchomieniu programu, uzyskaliśmy nastepujace wyniki:

- Koszt najkrótszej drogi: 5
- Czas najkrótszej drogi: 15

Otrzymany koszt najkrótszej drogi wynosi 5, co oznacza, że jest to najtańsza droga pomiedzy poczatkowym a końcowym miastem. Czas najkrótszej drogi wynosi 15, co oznacza, że jest to najszybsza droga pomiedzy poczatkowym a końcowym miastem.

Dodatkowo, program wyświetlił macierz binarna, która reprezentuje znaleziona najkrótsza ścieżke. Warto zauważyć, że na diagonali macierzy znajduja sie same zera, co wynika z faktu, że nie ma połaczeń miedzy miastami a samymi soba. Pozostałe wartości w macierzy reprezentuja połaczenia miedzy miastami.

W kontekście praktycznym, wynik programu może być wykorzystany do wyznaczenia najtańszej i najszybszej drogi pomiedzy dwoma miastami. Na przykład, można wykorzystać go do zaplanowania trasy transportu towarów lub do wyznaczenia trasy podróży dla kierowcy, który chce jak najszybciej i najtaniej dotrzeć z punktu A do punktu B.

3 Zadanie 3

W zadaniu 3 rozważamy dystrybucje radiowozów w trzech dzielnicach oznaczonych jako $D = 1, 2, 3$. Mamy do dyspozycji pewna liczbe radiowozów, które możemy przydzielić do każdej z dzielnic. Dla każdej dzielnicy $i \in D$ oraz każdej zmiany $j \in 1, 2, 3$ znamy minimalna i maksymalna liczbe radiowozów $a_{i,j}$, które powinny sie tam znajdować.

Definiujemy zmienna decyzyjna $x_{i,j}$ jako ilość radiowozów przydzielonych do dzielnicy i w zmianie j.

Ograniczenia modelu to:

- Dla każdej dzielnicy $i \in D$ i każdej zmiany $j \in 1, 2, 3$, liczba radiowozów przydzielonych do dzielnicy musi mieścić sie w przedziale $[a_{i,j}, b_{i,j}]$.
- Dla każdej dzielnicy $i \in D$, suma radiowozów przydzielonych do dzielnicy w każdej zmianie musi być wieksza lub równa minimalnej liczbie radiowozów p_i wymaganej w tej dzielnicy.
- Dla każdej zmiany $j \in 1, 2, 3$, suma radiowozów przydzielonych do zmiany w każdej dzielnicy musi być wieksza lub równa minimalnej liczbie radiowozów s_j wymaganej w tej zmianie.

Funkcja celu modelu to minimalna liczba radiowozów, jakie musimy przydzielić do dzielnic.

Rozwiazaniem zadania jest wektor $x_{i,j}$, który spełnia ograniczenia modelu i minimalizuje funkcje celu.

4 Zadanie 4

4.1 Opis modelu

[(a)]Definicje zmiennych decyzyjnych:

1. • $var_{i,j}$ – zmienna binarna przyjmujaca wartość 1, gdy na polu (i, j) znajduje sie lampa, a 0 w przeciwnym wypadku.

2. Ograniczenia:

   - Każde pole może zawierać albo kontener albo kamere, nie oba: $\forall i \in \{1, \ldots, m\}, j \in \{1, \ldots, n\} : var_{i,j} + conteners_{i,j} \leq 1$
   - Każdy kontener musi mieć kamere, która go obejmuje:

$$\forall i \in \{1, \ldots, m\}, j \in \{1, \ldots, n\}, conteners_{i,j} = 1 :$$

$$\sum_{r \in \max(1,i-k):\min(m,i+k)} var_{r,j} + \sum_{c \in \max(1,j-k):\min(n,j+k)} var_{i,c} \geq 1$$

3. Funkcja celu:

   - Minimizacja liczby użytych lamp: $\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} var_{i,j}$

4.2 Opis wyników

Rozwiazanie dla programu przedstawia użycie 6 lamp i ich rozmieszczenie na polach:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Każda wartość 1 oznacza, że na tym polu znajduje sie lampa, a 0 oznacza brak lampy.

5 Zadanie 5

5.1 Opis modeli

Rozważany jest problem optymalizacji produkcji czterech produktów przy użyciu trzech maszyn.

- $var_{i,j}$ oznacza liczbe minut, w których produkt i jest produkowany przy użyciu maszyny j.

- $time_m ax$ to maksymalny czas (w godzinach) pracy jednej maszyny w tygodniu.
- ppk_i to cena za kilogram produktu i.
- cpk_i to koszt produkcji jednego kilograma produktu i.
- ipk_i to dochód ze sprzedaży jednego kilograma produktu i.
- cph_j to koszt pracy maszyny j w jednej godzinie.
- $maks_d emand_i$ to maksymalna tygodniowa ilość produktu i, która można wyprodukować.
- $mpk_{i,j}$ to liczba minut potrzebna do wyprodukowania jednego kilograma produktu i przy użyciu maszyny j.

Funkcja celu ma postać:

$$\max \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} ipk_i \cdot \frac{var_{i,j}}{mpk_{i,j}} - \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} \frac{var_{i,j}}{60} \cdot cph_j$$

Ograniczenia:

$$\sum_{i=1}^{4} var_{i,j} \leq time_m ax \cdot 60 \quad \forall j \in 1,2,3 \quad \sum_{j=1}^{3} \frac{var_{i,j}}{mpk_{i,j}} \quad \leq maks_d emand_i \quad \forall i \in 1,2,3,4 \; var_{i,j} \geq 0 \quad \forall i \in 1,2,3,4,$$

5.2 Uzyskane wyniki i interpretacja

Po rozwiazaniu problemu optymalizacji produkcji uzyskano tygodniowe czasy korzystania z maszyn, podzielone na produkty:

$$\begin{vmatrix} 2000 & 0 & 0 \\ 300 & 0 & 0 \\ 600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{vmatrix}$$

oraz tygodniowe produkcje w kg:

- Produkt 1: 400 kg
- Produkt 2: 100 kg
- Produkt 3: 150 kg
- Produkt 4: 500 kg

Zysk ze sprzedaży tygodniowej produkcji wynosi 5228.